

# 24. ročník matematické olympiády

---

## I. O průběhu XXIV. ročníku matematické olympiády

In: Jan Vyšín (editor); Petr Fabinger (editor); Jiří Mída (editor); Jozef Moravčík (editor); František Zítek (editor): 24. ročník matematické olympiády. Zpráva o řešení úloh ze soutěže konané ve školním roce 1974-1975. 17. mezinárodní matematická olympiáda. (Czech). Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1977. pp. 7–39.

### Terms of use.

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

# I. O průběhu XXIV. ročníku matematické olympiády

## 1. ORGANIZACE SOUTĚŽE

Pořadatelem soutěže XXIV. ročníku matematické olympiády byla opět *ministerstva školství ČSR a SSR s Matematickým ústavem ČSAV v Praze (MÚ ČSAV)*, s *Jednotou čs. matematiků a fyziků (JČSMF)* a *Jednotou slovenských matematiků a fyziků (JSMF)* za spolupráce s orgány *Socialistického svazu mládeže (SSM)*. Protože připravovaný nový statut MO nebyl dosud schválen, řídila se soutěž XXIV. ročníku MO opět podle statutu, který byl uveřejněn ve Věstníku MŠK, roč. XIX, str. 126, 127, směrnice 37 ze dne 30. IV. 1963.

Žáci soutěžili celkem ve čtyřech kategoriích: kategorie A je určena pro žáky III. a IV. ročníků škol II. cyklu, kategorie B pro žáky II. ročníků a kategorie C pro žáky I. ročníků těchto škol. V kategorii Z soutěží žáci základních devítiletých škol, především žáci 9. ročníků. Bylo ovšem možné, aby žák soutěžil i ve vyšší kategorii, než do které patřil.

## 2. SLOŽENÍ ÚSTŘEDNÍHO VÝBORU MATEMATICKÉ OLYMPIÁDY

V červnu r. 1974 byl jmenován ministerstvy školství ČSR a SSR nový ÚV MO s platností od 1. ledna 1974 ve složení:

Předseda: *doc. Jan Vyšín, CSc.*, MÚ ČSAV, Praha

1. místopředseda: *doc. dr. Jozef Moravčík, CSc.*, VŠD, Žilina

2. místopředseda: *prof. dr. Miroslav Fiedler, DrSc.*, MÚ ČSAV, Praha

1. jednatel: *Petr Fabinger*, pedagogická fakulta KU, Praha

2. jednatel: *dr. Jiří Mída*, pedagogická fakulta KU, Praha

zástupce MŠ ČSR: *Václav Šůla*

zástupce MŠ SSR: *Michal Zöldy*

zástupce ÚV SSM: *Jana Pomazalová*, gymnázium, tř. kpt. Jaroše, Brno

Ostatní členové:

*Anton Auxt, KPÚ*, Banská Bystrica

*dr. František Běloun, KPÚ*, Praha

*doc. dr. Lev Bukovský, CSc.*, přírodovědecká fakulta UPJŠ, Košice

*František Hradecký*, Praha

*dr. Ivan Korec, CSc.*, přírodovědecká fakulta UK, Bratislava

*doc. dr. Alois Kufner, CSc.*, MÚ ČSAV, Praha

*dr. Vlastimil Macháček*, pedagogická fakulta KU, Praha

*Olga Maříková*, gymnázium, Nad školou 1, Praha 7

*akademik Josef Novák*, MÚ ČSAV, Praha

*Vítazoslav Repáš*, gymnázium, Novohradská ul., Bratislava  
*Stanislav Rypáček*, gymnázium, Litoměřická, Praha 9  
*dr. Jiří Sedláček*, CSc., MÚ ČSAV, Praha  
*Ing. Oldřich Skopal*, gymnázium, tř. kpt. Jaroše, Brno  
*Jiří Šídlo*, gymnázium, Nad štolou 1, Praha 7  
*Miloslav Šmerda*, ZDŠ, Bílovice n. Svitavou  
*František Veselý*, Praha  
*dr. František Zítek*, CSc., MÚ ČSAV, Praha

Dalšími členy ÚV MO byli předsedové krajských výborů matematické olympiády:

Praha: *prof. dr. Václav Pleskot*, ČVUT, Praha  
Středočeský kraj: *Ludmila Trégllová*, gymnázium, Říčany  
Jihočeský kraj: *dr. ing. Lada Vaňatová*, pedagogická fakulta, České Budějovice  
Západočeský kraj: *Věra Rádlová*, gymnázium, nám. Odbořáků, Plzeň  
Severočeský kraj: *Vladimír Blažek*, pedagogická fakulta, Ústí nad L.  
Východočeský kraj: *Josef Kubát*, VŠCHT, Pardubice  
Jihomoravský kraj: *dr. Petr Benda*, VUT, Brno  
Severomoravský kraj: *prof. dr. Miloslav Zedek*, přírodovědecká fakulta UP  
Bratislava: *Katarína Hajtášová*, přírodovědecká fakulta UK  
Západoslovenský kraj: *doc. dr. Ondrej Šedivý*, pedagogická fakulta, Nitra  
Středoslovenský kraj: *dr. Ladislav Berger*, VŠD, Žilina  
Východoslovenský kraj: *dr. Martin Gavalec*, přírodovědecká fakulta VPJŠ, Košice

Pracovní *předsednictvo ÚV MO (PÚV MO)* tvořili (v abecedním pořadí):

Anton Auxt, Petr Fabinger, prof. dr. Miroslav Fiedler, DrSc., dr. Jiří Mída, doc. dr. Jozef Moravčík, CSc., dr. J. Sedláček, CSc., Václav Šůla, doc. Jan Vyšín, CSc., dr. František Zítek, CSc., Michal Zöldy.

### 3. SCHŮZE ÚV MO

Během 24. ročníku MO se konala dvě zasedání ÚV MO: v Praze ve dnech 5. a 6. prosince 1974 a v Ústí n. L. ve dnech 25. a 26. dubna 1975 u příležitosti konání celostátního kola MO kategorie A.

Na *zimním* zasedání bylo při honocení uplynulého XXIII. roč. MO konstatováno, že se dále zvyšuje počet řešitelů MO, zvláště v kategorii Z a C. KV MO pokračovaly v organizování kursů a týdenních soustředění účastníků MO kategorie B a C. Bohužel po uveřejnění směrnice MŠ ČSR č. 4 Instrukce pro organizování a hospodářské zajištění soutěží žáků a učňů škol, výchovných zařízení a odborných učilišť spravovaných národními výbory ve *Věstníku MŠ ČSR, roč. XXX., seš. 2, ze dne 20. února 1974*, některé KNV odmítají financovat tato soustředění.

*Celostátní soustředění* řešitelů MO a FO se konala v Zádově, obec Stachy, okres Prachatice od 17. června do 6. července 1974.

Dále bylo pořádáno *přípravné soustředění pro MMO* od 17. do 22. června 1974 v Praze.

ÚV MO se rozhodl ustavit *odborné komise* pro výběr úloh (vedoucími určení: *prof. Fiedler, doc. Moravčík,*

dr. Macháček a A. Auxt), pro ediční činnost a pro ŠMM. K nadcházejícímu jubileu MO jmenoval komisi propagační a komisi pro odměny pracovníkům MO k 25. výročí soutěže.

Na tomto zasedání informoval ředitel MÚ ČSAV akademik Josef Novák, že se Matematický ústav ČSAV rozhodl odměňovat vtipné a originální řešení úlohy III. kola kategorie A peněžní částkou až do výše 1000 Kčs. ÚV MO toto rozhodnutí přivítal, neboť účastníky III. kola jistě zaktivizuje.

Na *jarním* zasedání byl hodnocen dosavadní průběh soutěže a její další vyhlídky. Přitom bylo rozhodnuto: 1. přizpůsobit úroveň kat. Z a C tak, aby byly přístupné absolventům 7. resp. 8. tříd, 2. kategorie Z určit nejen žákům devátých, ale i osmých tříd ZDŠ, 3. pracovní komise pro úlohy rozšířit o další profesory středních škol.

V souvislosti s nadcházejícím jubileem olympiády byly projednány akce propagující MO a odměny pracovníkům MO.

*Spolupráce se SSM* se rozvíjí velmi slibně. ÚV SSM věnuje nový putovní pohár pro vítěze MO, absolutnímu vítězi MO poskytne ÚV SSM zájezd do SSSR a další úspěšní řešitelé III. kola kategorie A se zúčastní týdenního rekreačního pobytu v ČSSR (společně s účastníky FO). ÚV SSM přislíbil hmotnou podporu i při samotné organizaci soutěže. Je třeba, aby se rozšířila i spolupráce mezi krajskými orgány MO a SSM.

*Doc. Moravčík* podal zprávu o nové pomocné akci, tzv. *korespondenčním semináři*. Informaci o něm najde čtenář v samostatném odstavci.

#### 4. PRŮBĚH JEDNOTLIVÝCH KOL SOUTĚŽE

Organizace jednotlivých kol soutěže nebyla v XXIV. ročníku MO nijak podstatně změněna; byly upraveny jen dílčí termíny odevzdání úloh žáky, resp. posunuty termíny II. kola.

*I. kolo*, tzv. *studijní*, proběhlo opět ve dvou etapách. Čtyři *přípravné* úlohy odevzdávali soutěžící všech kategorií svým učitelům (referentům MO) do 15. listopadu 1974. Úlohy byly opraveny, ale neklasifikovány, takže každý žák měl možnost se zúčastnit *soutěžní části* prvního kola. V této části soutěže, končící pro kategorii A 15. ledna 1975 a pro kategorii B a C 15. února 1975, museli žáci podle vlastního výběru vyřešit ze 6 úloh aspoň 3 na známku aspoň „dobrou“, aby mohli být navrženi do II. kola. V kategorii Z bylo podmínkou pro navržení do II. kola vyřešení aspoň tří úloh ze čtyř na známku aspoň „dobrou“.

*II. kolo* se konalo v těchto termínech:

kategorie A – sobota 1. března 1975

kategorie B a C – sobota 12. dubna 1975

kategorie Z – pondělí 3. března 1975

Podrobné výsledky jsou uvedeny v tabulkách 1–4. V tabulce 5 uvádíme přehledná čísla za 1. až 24. ročník MO. Seznamy úspěšných řešitelů z těchto kol jsou uvedeny v příloze A na str. 30–37.

Třetí (krajské) kolo kategorie Z pořádaly téměř všechny kraje, v SSR bylo toto kolo uspořádáno jednotně pro celou

republiku. Úlohy zadané v tomto kole najde čtenář ve zvláštní kapitole na str. 154.

*Třetí (celostátní) kolo* kat. A se konalo v Ústí n. L. od 24. do 26. dubna 1975. Stává se již tradicí, že setkání u příležitosti tohoto kola má velmi dobrou společenskou úroveň. Také letos byl díky péči krajských orgánů a obětavé práci KV MO v čele se s. *Vladimírem Blažkem* připraven výborný kulturní i rekreační program.

Celostátního kola se zúčastnilo 79 žáků, úspěšných bylo 37, z toho vítězů 18 (viz příloha B na str. 38 a 39). Absolutním vítězem, a tedy držitelem poháru do příštího ročníku, se stal již podruhé *Jiří Navrátil*, žák 2. roč. gymnázia v Olomouci-Hejčíně. *Odměnu MÚ ČSAV* za originální řešení úlohy dostal *Jiří Peňáz*, student 3. roč. gymnázia na tř. kpt. Jaroše v Brně. Úlohy zadané v tomto kole a jejich řešení najde čtenář na str. 133 a dalších.

## 5. POMOCNÉ AKCE

Příprava našich olympioniků probíhala v již zmíněném korespondenčním semináři a pak v již tradičním semináři, konaném na gymnáziu v Praze 2, ul. W. Piecka. Na tomto školení přednášeli *prof. dr. M. Fiedler, DrSc., doc. Jan Vyšín, CSc., dr. J. Sedláček, CSc., dr. J. Hojdar, dr. A. Vrba, CSc.*, všichni z MÚ ČSAV v Praze, a *doc. dr. Zbyněk Nádeník, DrSc.*, ze stavební fakulty ČVUT.

Od 15. do 21. června 1975 se konalo *přípravné soustředění* 13 nejúspěšnějších vítězů III. kola kategorie A. Z nich bylo vybráno osmičlenné reprezentační družstvo pro XVII. me-



zinárodní olympiádu v Burgasu. Na soustředění byla probírána tato témata:

Úlohy z geometrie	( <i>doc. Jan Vyšín, CSc.</i> )
Úlohy z kombinatoriky	( <i>dr. M. Koman, CSc.</i> )
Rovnice a nerovnice	( <i>dr. J. Hojdar</i> )
Posloupnosti a funkce	( <i>dr. Fr. Zítek, CSc.</i> )
Číselná teorie	( <i>doc. dr. J. Moravčík, CSc.</i> )

Soustředění úspěšných řešitelů MO a FO druhých a třetích ročníků středních škol se konalo od 15. června do 5. července na SPŠ dřevařské ve Zvolenu. Matematický obsah školení tvořily přednášky:

1. Vybrané úlohy z časopisu Kvant. algoritmy a počítače, nekonečné množiny (*RNDr. Ivan Korec, CSc.*)
2. Stereometria, projektívna geometria (*RNDr. Valent Zaťko, CSc.*)
3. Stereometria (*doc. RNDr. Ján Čižmár, CSc.*)
4. Matematika a hudba (*doc. RNDr. Beloslav Riečan*)
5. Pravdepodobnosť (*RNDr. Jozef Kalas*)
6. Teória čísel (*RNDr. Štefan Porubský*)
7. Nerovnosti pre štvorsten a priestorový štvoruholník (*doc. RNDr. Zbyněk Nádeník, DrSc.*)
8. Princípy kombinatorických úloh MO, neriešiteľné úlohy (*RNDr. Antonín Vrba, CSc.*)
9. Matematická analýza (*RNDr. Jiří Jarník, CSc.*)

Na soustředění byly vytvořeny tak jako doposud tři třídy: matematická, matematicko-fyzikální a fyzikální. Pro budoucnost bude vhodné zařazovat do soustředění řešitele

kategorie A z nejméně třetího ročníku, aby se mohla zvýšit úroveň soustředění. Ukazuje se, že bude vhodné pro žáky speciálních matematických tříd zřídit oddělené soustředění.

## 6. STUDIJNÍ LITERATURA

Základní informační literaturou pro účastníky MO jsou *letáky* pro kategorie A, B, C a kategorii Z, které vydává SPN. Úlohy XXIV. roč. otiskly též *Rozhledy matematicko-fyzikální*.

ÚV MO vydává v MF edici *Škola mladých matematiků*. Uvádíme přehled svazků od č. 30:

- 30: *Milan Koman – Jan Vyšín*: Malý výlet do moderní matematiky
- 31: *Oldřich Odvárko*: Booleova algebra
- 32: *Jan Vyšín – Jitka Kučerová*: Druhý výlet do moderní matematiky
- 33: *Jaroslav Morávek*: O dynamickém programování
- 34: *Ladislav Rieger*: O grupách – na obálce omylem uvedeno č. 33
- 35: *Alois Kufner*: Co asi nevíte o vzdálenosti
- 36: *Ján Černý*: O aplikáciách v matematice
- 37: *Beloslav Riečan*: O pravděpodobnosti
- 38: *Juraj Bosák*: Latinské štvorce
- 39: *Alois Kufner*: Nerovnosti a odhady
- 40: *Antonín Vrba*: Matematická indukce (v tisku)

## 7. KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR MO V ŠKOLSKOM ROKU 1974/75

Z rozhodnutia predsedníctva ÚV MO sa v školskom roku 1974/75 po prvý raz konal tzv. *korešpondenčný seminár* pre vybraných riešiteľov MO, ktorí prichádzali do úvahy pre zaradenie do družstva pre MMO. Jeho cieľom bolo poskytovať úlohový materiál predovšetkým tým účastníkom MO, ktorí nemohli navštevovať pražský seminár pre vybraných riešiteľov MO a úspešnou účasťou v XXIII. ročníku MO v kategórii A preukázali svoje matematické schopnosti. Výber účastníkov tohto seminára urobilo PÚV MO jednak na základe výsledkov XXIII. ročníka MO, a jednak z návrhov KV MO. Účastníci korešpondenčného seminára dostávali písomne na riešenie po 6–10 úloh postupne z 5 tematických okruhov: číselná teória, stereometria, rovnice a systémy rovníc, kombinatorika a kombinatorická geometria, funkcie a mnohočleny. Riešenia úloh každého tematického celku posielali do stanoveného termínu na adresu zostavovateľa, ktorý riešenia opravil a s prípadným komentárom vrátil riešiteľovi.

Celkom sa korešpondenčného seminára zúčastnilo 25 riešiteľov, a to 6 z Prahy, po 2 zo Stredočeského, Juhočeského a Východočeského kraja, 6 z Juhomoravského, po 3 zo Severomoravského a Stredoslovenského kraja a 1 z Bratislavy. Žiadneho zástupcu nemali v seminári Západočeský, Severočeský, Západoslovenský a Východoslovenský kraj.

Najlepšie výsledky v seminári dosiahol *Jiří Navrátil* z Olomouca, ktorý zo 43 úloh úspešne vyriešil 41. Veľmi dobré výsledky dosiahli ďalej *Jiří Peňáz* z Brna (37 úsp. riešení),

Lubomír Balanda z Těrlicka, okr. Karviná (32 riešení), Josef Voldřich z Vimperka, okr. Prachatice (30 riešení), Peter Takáč z Rim. Soboty (29 riešení), Ján Borsík z Lipt. Hrádku (24 riešení) a Vlastimil Klíma z Benešova, Pavel Makovický zo Žiliny a Michael Valášek z Prahy (po 21 riešení). Ostatní účastníci seminára vyriešili úspešne 18 úloh a menej. Z vyššie menovaných úspešných účastníkov seminára sa štyria (Navrátil, Voldřich, Klíma a Valášek) zúčastnili XVII. MMO ako členovia čs. družstva a z nich 2 (Valášek, Navrátil) získali na MMO 3. cenu. Je pravdepodobné, že svoj podiel na ich úspechu mala tiež účasť v korešpondenčnom seminári, ktorý PÚV MO hodnotilo ako úspešný a rozhodlo sa v jeho organizovaní pokračovať aj v nasledujúcom školskom roku.

\* \* \*

Pre informáciu čitateľov uvádzame texty úloh, ktoré boli predložené účastníkom korešpondenčného seminára:

**Číselná teória** (zostavil doc. dr. J. Moravčík, CSc.).

1. Určte posledné dve cifry čísla  $77^{77} - 77^7$ .
2. Vyšetrite, pre ktoré cifry  $a$  ( $0 \leq a \leq 9$ , celé číslo) možno nejaké číslo  $\frac{n(n+1)}{2} > 10$  ( $n$  prír. číslo) zapísať v desiatkovej sústave len ciframi  $a$ .

3. Nájdite všetky prirodzené čísla  $x$ , pre ktoré platí

$$[\sqrt[3]{1}] + [\sqrt[3]{2}] + \dots + [\sqrt[3]{x^3 - 1}] = 400.$$

4. Dokážte, že pre každé prvočíslo  $p$  je číslo

$$\underbrace{11 \dots 122 \dots 233 \dots 3 \dots 99 \dots 9}_p - 123456789$$

deliteľné číslom  $p$ .

5. Nech  $a, b, m, n$  sú prirodzené čísla,  $\mathbf{d}(a, b) = 1$ ,  $a > 1$ . Dokážte, že ak  $a^m + b^m$  je deliteľné číslom  $a^n + b^n$ , potom  $m$  je deliteľné číslom  $n$ .

6. Nech  $a, b$  sú prirodzené čísla, pre ktoré platí:  $0 \leq b < a$ . Nech ďalej  $z_n = an + b$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , je daná postupnosť prirodzených čísel taká, že pre nejaké  $m$  je  $\mathbf{d}(z_m, a) = d$ . Presvedčte sa, či potom pre všetky  $n$  platí  $\mathbf{d}(z_n, a) = d$ .

7. Nech  $P(x)$  je mnohočlen s celočíselnými koeficientami. Dokážte, že ak číslo  $d$  je deliteľom každého z čísel  $a_n = 3^n + P(n)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , potom  $d$  je mocnina čísla 2 s celočíselným exponentom.

8. Dokážte, že súčet  $\sum_{k=0}^s \binom{n}{2k+1} (1973)^k$ ,  $s = \left\lfloor \frac{n-1}{2} \right\rfloor$ , je pre každé prirodzené  $n$  deliteľný číslom  $2^{n-1}$ .

9. Dokážte, že číslo  $\sum_{k=1}^n \binom{2n+1}{2k+1} 2^{3k}$  nie je pre žiadne prirodzené číslo  $n$  deliteľné číslom 5.

10. Nech  $x_n = (p + \sqrt{q})^n - [(p + \sqrt{q})^n]$  pre  $n = 1, 2, \dots$ . Dokážte, že ak  $p, q$  sú prirodzené čísla vyhovujúce nerovnosti  $p - 1 < \sqrt{q} < p$ , potom  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$ .

Poznámka: Symbol  $[a]$  v úlohách 3, 8 a 10 znamená celú časť čísla  $a$ , tj. celé číslo  $c$  také, že  $c \leq a < c + 1$ .

**Stereometria** (zostavili *prof. dr. M. Fiedler, DrSc.* a *J. Zemánek*).

1. Ak je odchýlka každých dvoch stien štvorstena ostrý uhol, potom všetky steny štvorstena sú ostrouhlé trojuholníky. Dokážte.

2. Dokážte, že zo šiestich vnútorných uhlov, ktoré zvierajú steny štvorstena, sú vždy aspoň tri ostré.

3. Body  $A_1, A_2, \dots, A_n$  sú všetky vrcholy konvexného mnohostena,  $d = \max A_i A_j$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ). Dokážte, že vzdialenosť každých dvoch bodov tohto telesa je menšia alebo rovná  $d$ .

4. V priestore je daný bod  $P$  a množina bodov  $\mathbf{M}$  taká, že jej prienik s každou rovinou prechádzajúcou bodom  $P$  je kruh. Dokážte, že  $\mathbf{M}$  je guľa.

5. V priestore je daná konečná množina bodov taká, že každá priamka prechádzajúca dvoma jej bodmi obsahuje ešte aspoň jeden ďalší bod tejto množiny. Dokážte, že všetky body danej množiny ležia v jednej priamke.

6. Nech  $\mathbf{M}$  je množina bodov v priestore taká, že ku každému bodu priestoru možno v množine  $\mathbf{M}$  nájsť práve jeden najvzdialenejší bod. Dokážte, že množina  $\mathbf{M}$  je jednobodová.

**Rovnice a sústavy rovníc** (zostavil *dr. J. Hojdar*).

1. Riešte rovnicu  $a(x^2 - a^2) = b(x^2 - b^2)$ , kde  $a, b$  sú dané reálne čísla. Má táto rovnica vždy reálne riešenie?

2. Určte všetky reálne riešenia sústavy rovníc  $x - |y + 1| = 1, \quad x^2 + y = 10$ .

3. Riešte sústavu rovníc  $\cos x + \frac{1}{\cos x} = 9 \operatorname{tg} y$ ,

$$\sin x + \frac{1}{\sin x} = \frac{1}{2} \operatorname{cotg} y,$$

kde  $x, y$  sú neznáme.

4. V rovnici  $(m + 2)^2 x^2 - 2(m^3 - 4)x + n = 0$  s neznámou  $x$  sú  $m, n$  dané reálne čísla.

a) Určte všetky čísla  $m, n$ , pre ktoré má daná rovnica jediný koreň.

b) Stanovte všetky čísla  $m, n$ , pre ktoré sú korene danej rovnice navzájom prevrátené čísla.

5. Určte všetky reálne čísla  $p$ , pre ktoré rovnica

$$x^2 - 2(p + 4)x + p^2 + 6p = 0$$

s neznámou  $x$  má:

a) oba korene rôzne a záporné;

b) jeden koreň záporný, druhý nezáporný.

6. Riešte sústavu rovníc

$$x + y + z = a,$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = b^2,$$

$$xy = z^2,$$

kde  $a, b$  sú dané čísla.

Udajte podmienky, ktorým musia vyhovovať čísla  $a, b$ , aby čísla  $x, y, z$  vyhovujúce danej sústave boli kladné a navzájom rôzne.

7. Je daná rovnica  $x^2 + 2px + 2p^2 - 1 = 0$  s neznámou  $x$ , kde  $p$  je reálne číslo. Nájdite všetky čísla  $p$ , pre ktoré má daná rovnica reálne korene, z ktorých žiadny nemá absolútnu hodnotu väčšiu než jedna.

**Kombinatorika a kombinatorická geometria** (zostavil  
dr. M. Koman, CSc.).

1. (*úloha o deviatkách*) Určte nutnú a postačujúcu podmienku pre to, aby k danému prirodzenému číslu existoval násobok, ktorý možno v desiatkovej sústave napísať len pomocou deviatok, tj. má tvar  $999 \dots 99$ .

2. (*úloha o prirodzených číslach*) Zistite, či je medzi ľubovoľnými za sebou nasledujúcimi desiatimi prirodzenými číslami vždy aspoň jedno nesúdeliteľné so zostávajúcimi číslami.

3. (*úloha o letiskách*) Na každom z 12 letísk štartuje lietadlo a odlietava na najbližšie susedné letisko. Vzdialenosti medzi letiskami sú navzájom rôzne čísla. Určte maximálny počet lietadiel, ktoré môžu pristáť na jednom letisku.

4. (*úloha o lodiach*) Na voľnom mori plávajú rozptýlene tri lode  $L_1, L_2, L_3$ , ktoré majú rovnakú maximálnu rýchlosť. Na admirálov rozkaz sa majú čo najskôr stretnúť na jednom mieste. Určte najvýhodnejšiu polohu miesta stretnutia  $S$ .

Poznámka: Pokúste sa úlohu riešiť tiež pre prípad väčšieho počtu lodí alebo pre prípad rôznych maximálnych rýchlostí.

5. (*úloha o červenej ceste*) Štvorec  $\mathbf{C}$  je rozdelený na  $4n^2$  zhodných štvorcových polí, ktoré sú biele a čierne, pričom každé dve polia súmerne položené podľa stredu  $S$  štvorca  $\mathbf{C}$  sú rôznej farby. Strany polí zafarbíme červene práve vtedy, keď patria rôzne zafarbeným poliam. Dokážte, že existuje červená cesta spájajúca niektoré dva body ležiace na protilahlých stranách štvorca  $\mathbf{C}$ .



6. (1. úloha o šachovnici) Všetky polia ľubovoľnej šachovnice  $n \times n$  sú očíslované nezápornými reálnymi číslami tak, že číslo ľubovoľného poľa sa rovná aritmetickému priemeru čísel napísaných na všetkých susedných poliach. Charakterizujte všetky prípustné očíslovania. (Pojem susedného poľa možno chápať dvoma rôznymi spôsobmi.)

7. (2. úloha o šachovnici) Všetky polia šachovnice so  $100 \times 100$  poliami sú očíslované prirodzenými číslami tak, že čísla na každých dvoch susedných poliach sa líšia najviac o 50. Zistite, či môžu byť všetky polia šachovnice očíslované navzájom rôznymi číslami.

8. (úloha o koľajniciach vláčika) Dráhu pre elektrický vláčik možno zostaviť z úsekov, ktoré majú tvar štvrtkružnice. Bola postavená okružná rovinná dráha (bez križovatiek a nadjazdov). Pri zvolenom zmysle obiehania tvorí  $n_1$  dielcov ľavotočivú zákrutu a  $n_2$  dielcov pravotočivú zákrutu. Dokážte, že čísla  $n_1$  a  $n_2$  sú párne a číslo  $n_1 + n_2$  je násobkom čísla 4.

9. (úloha o  $n$  bodoch) V rovine je daných  $n$  ( $n > 4$ ) bodov, z ktorých žiadne tri neležia v priamke. Dokážte, že existuje aspoň  $\binom{n-3}{2}$  konvexných štvoruholníkov, ktorých vrcholmi sú niektoré z daných bodov.

10. (úloha o  $n$ -uholníku) Konvexný  $n$ -uholník  $P_n$  neobsahuje žiadne tri uhlopriečky, ktoré by prechádzali jedným spoločným vnútorným bodom. Koľko trojuholníkov ohraničujú jeho uhlopriečky?

Poznámka: Pokúste sa túto úlohu riešiť pre štvoruholníky; stačí odhad.

## Funkcie a mnohočleny

(zostavil doc. dr. J. Moravčík, CSc.).

1. Nech  $f$  je funkcia definovaná pre všetky reálne  $x$  predpisom  $f(x) = \frac{1 - x^2}{x^6 + 4}$ . Zistite, či funkcia  $f$  nadobúda najväčšiu a najmenšiu hodnotu a v kladnom prípade ich nájdite.

2. Kvadratický trojčlen  $f(x) = ax^2 + bx + c$  je taký, že rovnica  $f(x) = x$  nemá reálne korene. Dokážte, že rovnica  $f(f(x)) = x$  tiež nemá reálne korene.

3. Nájdite prirodzené čísla  $p, q$  také, aby koreňmi mnohočlenov  $P(x) = x^2 - qx + p$  a  $Q(x) = x^2 - px + q$  boli len prirodzené čísla.

4. Dokážte, že mnohočlen  $P(x)$  s celočíselnými koeficientami, ktorého absolútna hodnota v troch rôznych celých číslach sa rovná 1, nemá celočíselné korene.

5. Nájdite najmenšie reálne číslo  $A$  také, že pre každý kvadratický trojčlen  $f(x)$ , pre ktorý platí  $|f(x)| \leq 1$ , ak  $0 \leq x \leq 1$ , je splnená nerovnosť  $f'(0) \leq A$ .

6. Určte reálne čísla  $a, b, c$  také, že  $|f(x)| = |ax^2 + bx + c| \leq 1$  pre  $|x| \leq 1$  a súčet  $\frac{8}{3}a^2 + 2b^2$  je maximálny.

7. Nech  $f$  je reálna funkcia reálnej premennej  $x$  taká, že nie je identicky rovná nule a pre každé reálne čísla  $x, y$  platí:  $f(x) \cdot f(y) = f(x - y)$ . Nájdite všetky také funkcie  $f$ .

8. Nájdite všetky usporiadané dvojice  $f, g$  funkcií reálnej premennej  $x$ , ktoré sú definované pre všetky reálne čísla  $x$  okrem  $-1; 0; 1$  a pre ktoré v každom bode  $x$  ich definičného

oboru platí:  $x f(x) - \frac{1}{x} g\left(\frac{1}{x}\right) = 1$ ,  $\frac{1}{x^2} f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2 g(x)$ .

9. Nech  $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x$ . Dokážte, že pre každé  $x \in (0; \pi)$  platí:  $f(x) > 0$ .

10. Nech  $f$  a  $g$  sú reálne funkcie definované v intervale  $(-\infty, \infty)$ , pre ktoré platí  $f(x + y) + f(x - y) = 2f(x) \cdot g(y)$  pri každom reálnom  $x$  a  $y$ . Dokážte, že ak  $f$  nie je identicky rovná 0 a  $|f(x)| \leq 1$  pre každé  $x$ , potom tiež  $|g(y)| \leq 1$  pre každé  $y$ .

## 8. KONKURS JČSMF A JSMF NA NÁVRHY ÚLOH PRO MO

Během XXIV. ročníku MO pokračoval konkurs na úlohy pro MO, jehož vyhlašovatelé jsou společně *Jednota čs. matematiků a fyziků* a *Jednota slovenských matematiků a fyziků*. Podmínky tohoto konkursu byly též otištěny v letáku s přípravnými a soutěžními úlohami I. kola.

Od vyhlášení konkursu v roce 1966 do 30. 6. 1975 došlo celkem 1 108 úloh od 99 autorů. Z nich bylo 644 přijato a odměněno.

Při sestavování úloh pro jednotlivá kola XXIV. ročníku MO se použilo 54 úloh získaných konkursem.

**TABULKA 1**  
**Výsledky kategorie A**

KRAJ	Kolo			
	I.		II.	
	S	Ú	S	Ú
Praha	120	117	109	54
Středočeský	103	91	73	15
Jihočeský	60	54	48	12
Západočeský	55	50	47	9
Severočeský	121	100	89	33
Východočeský	69	67	65	28
Severomoravský	100	79	77	25
Jihomoravský	203	157	119	23
Bratislava	73	66	63	42
Západoslovenský	139	60	57	5
Středoslovenský	120	111	96	19
Východoslovenský	63	29	29	7
<b>Celkem</b>	<b>1 226</b>	<b>981</b>	<b>872</b>	<b>272</b>

S. . . . . počet všech soutěžících

Ú. . . . . počet úspěšných řešitelů

**TABULKA 2**  
**Výsledky kategorie B**

KRAJ	Kolo			
	I.		II.	
	S	Ú	S	Ú
Praha	54	44	36	5
Středočeský	64	56	52	7
Jihočeský	56	46	40	8
Západočeský	29	26	23	1
Severočeský	77	57	46	5
Východočeský	66	55	46	8
Jihomoravský	112	85	69	11
Severomoravský	65	58	57	5
Bratislava	46	44	44	6
Západoslovenský	92	65	65	3
Středoslovenský	87	81	75	5
Východoslovenský	51	18	11	2
<b>Celkem</b>	<b>799</b>	<b>635</b>	<b>564</b>	<b>66</b>

TABULKA 3  
Výsledky kategorie C

KRAJ	Kolo			
	I.		II.	
	S	Ú	S	Ú
Praha	88	60	60	32
Středočeský	60	54	48	3
Jihočeský	58	53	41	5
Západočeský	50	36	34	12
Severočeský	118	80	68	7
Východočeský	80	78	67	17
Jihomoravský	162	138	113	23
Severomoravský	91	74	68	14
Bratislava	72	53	52	14
Západoslovenský	91	85	79	4
Středoslovenský	88	76	67	6
Východoslovenský	105	35	31	4
<b>Celkem</b>	<b>1 063</b>	<b>822</b>	<b>728</b>	<b>141</b>

**TABULKA 4**  
**Výsledky kategorie Z**

KRAJ	Kolo			
	I.		II.	
	S	Ú	S	Ú
Praha	1 068	596	496	296
Středočeský	556	356	328	190
Jihočeský	730	345	314	173
Západočeský	499	296	207	81
Severočeský	625	358	313	186
Východočeský	622	488	436	277
Jihomoravský	1 796	796	648	241
Severomoravský	912	569	506	250
Bratislava	697	357	329	150
Západoslovenský	1 354	1 041	1 012	274
Středoslovenský	1 078	635	620	206
Východoslovenský	1 426	781	764	413
<b>Celkem</b>	<b>11 363</b>	<b>6 618</b>	<b>5 973</b>	<b>2 737</b>

## První a druhé kolo československé MO v číslech • Počet úspěšných řešitelů

Ročník	Školní rok	kateg. A kolo		kateg. B kolo		kateg. C kolo		kateg. D (Z) kolo	
		I.	II.	I.	II.	I.	II.	I.	II.
1.	1951/52	76	47	90	30	—	—	—	—
2.	1952/53	106	51	133	42	—	—	—	—
3.	1953/54	119	70	126	99	94	64	2 499	1 852
4.	1954/55	196	151	361	189	321	174	2 827	1 807
5.	1955/56	376	205	469	130	541	187	6 660	4 711
6.	1956/57	373	146	343	129	409	273	7 634	4 935
7.	1957/58	342	162	429	208	820	518	6 725	4 171
8.	1958/59	605	131	539	206	566	288	5 894	3 677
9.	1959/60	541	130	417	107	667	204	7 877	4 135
10.	1960/61	369	129	330	92	558	240	7 362	3 281
11.	1961/62	386	77	426	124	510	224	7 081	3 894
12.	1962/63	277	52	321	81	777	373	5 054	2 913
13.	1963/64	257	68	782	224	994	317	6 888	2 899
14.	1964/65	661	152	837	187	1 186	498	6 851	3 551
15.	1965/66	454	132	754	131	771	350	5 441	2 263
16.	1966/67	670	244	612	81	1 053	270	6 210	2 311
17.	1967/68	344	70	513	114	938	99	6 065	2 191
18.	1968/69	273	37	370	34	636	35	4 264	1 455
19.	1969/70	447	88	612	149	—	—	5 550	1 790
20.	1970/71	352	58	656	162	—	—	7 376	3 807
21.	1971/72	445	170	354	122	926	180	7 870	3 063
22.	1972/73	858	152	667	225	975	418	6 989	2 423
23.	1973/74	775	198	601	120	1 192	230	7 049	1 561
24.	1974/75	981	272	635	66	822	141	6 618	2 737



## PŘÍLOHA A

### PŘEHLED ÚSPĚŠNÝCH ŘEŠITELŮ II. KOLA V KATEGORIÍCH A, B A C

Praha – město

A. *Michael Valášek*, 4.d, W. Piecka, Praha 2; *Václav Kotěšovec*, 3.d, W. Piecka, Praha 2; *Petr Pěnička*, 3.d, W. Piecka, Praha 2; *Ludvík Reichert*, 4.a, Nad štolou, Praha 7; *Martin Šedivý*, 4.d, W. Piecka, Praha 2; *Martin Baumann*, S2e OU ČKD, Praha; *Jiří Štěrba*, 4.d, W. Piecka, Praha 2; *Jaroslav Zápotocký*, 3.c, Štěpánská, Praha 1; *Jan Hugo*, 4.c, Sladkovského, Praha 3; *Karel Suchomel*, 3.c, Štěpánská, Praha 1

B. *Jiří Kolafa*, 2.d, W. Piecka, Praha 2; *Jana Sedláčková*, 2.d, W. Piecka, Praha 2; *Jiří Kejř*, 2.d, Sladkovského, Praha 3; *Martin Holeňa*, 2.d, Sladkovského, Praha 3; *Jiří Peterka*, 2.b, Nad Turbovou, Praha 5

C. *Zdeněk Vavřín*, 1.c, Štěpánská, Praha 1; *Mirko Navara*, 1.d, W. Piecka, Praha 2; *Pavel Trska*, 1.a, Leninova, Praha 6; *Petr Beránek*, 1.a, Litoměřická, Praha 9; *Jiří Koch*, 1.d, W. Piecka, Praha 2; *Jan Vilhelm*, 1.d, W. Piecka, Praha 2; *Jiří Mareš*, 1.d, W. Piecka, Praha 2; *Petr Čerovský*, 1.a, Voděradská, Praha 10; *Jan Matějka*, 1.d, W. Piecka, Praha 2

## Středočeský kraj

A. *Vlastimil Klíma*, 3.b, Benešov; *Jan Bázler*, 2.b, Mladá Boleslav; *Jiří Sloup*, 4.b, Brandýs nad L.; *Karel Karlík*, 4.b, Čáslav; *Pavel Tvrđík*, 4.b, Kolín; *Vojtěch Zadražil*, 3.b, Český Brod; *Jan Procházka*, 4.b, Mladá Boleslav; *Hana Janoušková*, 3.a, Sedlčany; *Josef Čvančara*, 3.b, Mladá Boleslav; *Libuše Urbanová*, 4.a, Nové Strašecí

B. *Jan Bázler*, 2.b, Mladá Boleslav; *Karel Jenčík*, 2.a, SPŠ, Kutná Hora; *Josef Blažek*, 2.a, Mnichovo Hradiště; *Miroslav Havlena*, 2.c, Kladno; *Milena Fliegelová*, 2.b, Říčany; *Iva Šolarová*, 2.a, Benešov; *Jiří Švec*, 2.c, Kladno

C. *Stanislav Kadlec*, 1.a, Hořovice; *Tomáš Gergelits*, 1.c, SPŠ, Mladá Boleslav; *Robert Černý*, 1.b, Rakovník

## Jihočeský kraj

A. *Josef Voldřich*, 4.r., Vimperk; *Vladimír Drápalík*, 4.a, Strakonice; *Zbyněk Brtna*, 3.b, Tábor; *Věra Černá*, 3. r., Pacov; *Jan Kozelka*, E4.a, SPŠ, Písek; *Miloš Řezníček*, 4.a, Soběslav; *Marie Divišová*, 3.b, Pelhřimov; *Josef Metlika*, 3.c, Strakonice; *Vít Remta*, 4.a, g. K. Šatala, Č. Budějovice; *Michal Šimek*, 3.a, Strakonice

B. *Jindřich Trnka*, 2.c, Tábor; *Helena Jilková*, 2.a, g. K. Šatala, Č. Budějovice; *J. Glaser*, 2.a, g. K. Šatala, Č. Budějovice; *Vlastimil Křivan*, 2.b, Strakonice; *Miloslav Lacina*, 2.c, Tábor; *Zd. Panec*, 2.b, SPŠS, Strakonice; *Jan Vácha*, 2.c, Tábor; *Dalibor Zikmund*, 2.b, Milevsko

C. *Karel Štěpán*, 1.a, g. K. Šatala, Č. Budějovice; *Zdeněk Tůma*, 1.b, Tábor; *Petr Lett*, 1.c, Tábor; *Jan Cvejn*, sl. SPŠ Písek; *Jaroslav Marek*, 1.c, SPŠ, Strakonice

## Západočeský kraj

A. *Jiří Koukol*, 2.a, Sušice; *Pavel Odvárka*, 4.a, g. J. Fučíka, Plzeň; *Jaroslav Krčmář*, 4.a, Sušice; *Luboš Pruner*, 4.a, g. J. Fučíka, Plzeň; *Vladislav Krásný*, 4.a, g. J. Fučíka, Plzeň; *Pavel Rádl*, 4.a, g. J. Fučíka, Plzeň; *Milan Studený*, 3.a, g. J. Fučíka, Plzeň; *František Staněk*, 3.a, g. J. Fučíka, Plzeň; *Čestmír Suda*, 4.a, Sušice

B. *Jiří Koukol*, 2.a, Sušice

C. *Věra Hrubešová*, 1.b, Karlovy Vary; *Pavel Pyrih*, 1.a, Sušice; *Vladimír Šverák*, 1.a, Karlovy Vary; *Libor Fiala*, 1.a, g. J. Fučíka, Plzeň; *Miroslav Veselý*, 1.b, Domažlice; *Zuzana Princová*, 1.a, g. J. Fučíka, Plzeň; *Pavel Mach*, 1.c, ul. Pionýrů, Plzeň; *Blanka Zymáková*, 1.a, g. J. Fučíka, Plzeň; *Jiří Pátek*, 1.a, g. J. Fučíka, Plzeň; *Vladimír Šrámek*, 1.d, ul. Pionýrů, Plzeň

## Severočeský kraj

A. *Jan Malý*, 4.a, Litoměřice; *Václav Soukup*, 4.c, Liberec; *Jiří Maryška*, 4.a, Jablonec n. N.; *Pavel Vondrák*, 3.a, Ústí n. L.; *Jiří Škuthan*, 4.a, Litvínov; *Jaroslav Kotas*, 4.b, Česká Lípa; *Pavel Esentier*, 3.r., Tanvald; *Jan Červinek*, 3.a, Teplice; *Josef Kalát*, 4.b, Teplice; *Vlasta Novotná*, 2.a, Teplice

B. *Milan Sopr*, SPŠSE, Liberec; *Vlasta Novotná*, Teplice; *Danuše Svobodová*, Jablonec n. N.; *Vladimír Havlena*, Rumburk; *Eva Formánková*, Liberec

C. *Zdeněk Kalousek*, Jablonec n. N.; *Dana Kratochvílová*, Louny; *Jiří Tschiesche*, Teplice; *Ondřej Macoun*, Liberec; *Erik Majer*, Teplice; *Arnošt Hlaváček*, Ústí nad Labem; *Pavel Němec*, Ústí nad Labem

## Východočeský kraj

A. *Jan Blažek*, 4.a, Chrudim; *Pavel Štoviček*, 3.a, Pardubice; *Tomáš Blažek*, 4.a, Pardubice; *Petr Holan*, 4.a, Nový Bydžov; *Petr Novák*, 3.a, Pardubice; *Jiří Somer*, 4., Jevíčko; *Jiří Hůlka*, 4., Hradec Králové; *Radoslava Hrubá*, 4.a, Trutnov; *Jan Kratochvíl*, 1.a, Pardubice; *Josef Pavel*, 2.a, Rychnov nad Kněžnou

B. *Jan Kratochvíl*, 1.a, Pardubice; *Josef Dobeš*, 2.a, Rychnov nad Kněžnou; *Jan Kábrt*, 2.a, Vysoké Mýto; *Zdeněk Rozlivka*, 2., Hradec Králové; *Vladimír Hulec*, 2.a, Pardubice; *Josef Rousek*, 2.a, Pardubice; *Pavel Hochmann*, 2.a, Nový Bydžov; *Richard Liska*, 2.a, Pardubice

C. *Ilja Turek*, 1., Hradec Králové; *Miroslav Tůma*, 1.a, Nová Paka; *Petr Bahník*, 1.a, Pardubice; *Vladimír Pekárek*, 1.a, Pardubice; *Jaromír Matěna*, 1., Hradec Králové; *Jan Barták*, 1.a, Chrudim; *Zbyněk Červenka*, 1., Hradec Králové; *Jan Kováč*, 1.a, Ústí nad Orlicí; *Miloš Holman*, 1.a, Vrchlabí; *Tomáš Vlasák*, 9.a, ZDŠ Makarenkovo n., Pardubice

## Jihomoravský kraj

A. *Dana Kučeříková*, 3.b, Holešov; *Jiří Peňáz*, 3.b, tř. kpt. Jaroše, Brno; *Miroslava Kouřilová*, 4.c, Kyjov; *Dalibor Musil*, 4.a, SPŠS, Sokolská, Brno; *Martin Čadek*, 2.a, tř. kpt. Jaroše, Brno; *Milan Kliment*, 3.b, tř. kpt. Jaroše, Brno; *Jaromír Trubelík*, 4.a, Kroměříž; *Petr Zapletal*, 3.b, Jihlava; *Zuzana Tesařová*, 3.b, Jihlava

B. *Martin Čadek*, 2.a, tř. kpt. Jaroše, Brno; *Luděk Klimeš*, 2.a, Blansko; *Jiří Martišek*, 2.a, Kroměříž; *Miroslav Hrubý*,

2.a, Kroměříž; *Jiří Chmela*, 2.a, Kroměříž; *Jiří Zlatuška*, 2.c, tř. kpt. Jaroše, Brno; *Jana Dvořáková*, 2.c, Třebíč; *Jiří Pavlas*, 2.c, Třebíč; *Libor Pivnička*, 2.b, Znojmo; *Jiří Svoboda*, 2.a, tř. kpt. Jaroše, Brno

C. *Jaroslav Šmerda*, 1.c, Třebíč; *Jiří Kaďourek*, 1.b, Koněvova, Brno; *Petr Kučírek*, 1.b, Koněvova, Brno; *Aleš Juránek*, 1.a, tř. kpt. Jaroše, Brno; *Tomáš Bilina*, 1.a, Křenová, Brno; *Radim Burda*, 1.b, Koněvova, Brno; *Ivo Žáček*, 1.a, Křenová, Brno; *Josef Laštovička*, 1.a, Žďár nad Sázavou; *Tomáš Lukeš*, 1.a, tř. kpt. Jaroše, Brno; *Ludmila Fortelná*, 1.c, SPŠ kož., Třebíč

### Severomoravský kraj

A. *Miroslav Šedivý*, 3.b, Přerov; *Lubomír Balandá*, 4.b, Český Těšín, Frýdecká ul.; *Jiří Kožusznik*, 4.c, ul. Komenského, Třinec; *Jiří Navrátil*, 2.a, Olomouc-Hejčín; *Karel Lichý*, 4.b, Komenského ul., Opava; *Vladimír Hruška*, 4.a, Husova ul., Valašské Meziříčí; *Andrzej Kozikowski*, 4.d, Havlíčkova ul., Český Těšín; *Oskar Linkesch*, 3.e, SPŠ, Ostrava-Vítkovice; *Miroslav Lýčka*, 4.b, Vsetín; *Leszek Gajdzica*, 4.b, Havlíčkova ul., Český Těšín

B. *Radomír Lukáš*, 2.a, J. G. Tajovského, Havířov; *Vladimír Pastrňák*, 2.b, Šmeralova ul., Ostrava 1; *Petr Janča*, 2.c, Komenského 5, Opava; *Martin Petrák*, 2.a, Ostrava-Hrabůvka; *Helena Svozilová*, 2.b, Tomkova 45, Olomouc-Hejčín

C. *Pavel Kolařík*, 1.c, Gottwaldova ul., Bílovec; *Vladimír Hanák*, 1.c, Gottwaldova ul., Bílovec; *Karel Štěpka*, 1.c, Gottwaldova ul., Bílovec; *Ivo Wandrol*, 1.c, Gottwaldova ul.,

Bílovec; *Ota Pösel*, 1.d, Rudé armády, Karviná 8; *Helena Šnapková*, 1.c, Šmeralova ul., Ostrava 1; *Petr Tas*, 1.c, Gottwaldova ul., Bílovec; *Petr Gurka*, 1.c, Gottwaldova ul., Bílovec; *Petr Hiltavský*, 1.d, Rudé armády, Karviná 8; *Lumír Witoszek*, 1.d, Rudé armády, Karviná 8

## Bratislava

A. *Ján Slodička*, 4.b, Novohradská ul., Bratislava; *Igor Kossaczký*, 3.c, Novohradská ul., Bratislava; *Ján Krajčík*, 4.b, Novohradská ul., Bratislava; *Miroslav Poliak*, 4.m2, SPŠ elektro, Zochova ul., Bratislava; *Miroslav Drkoš*, 3.b, Novohradská ul., Bratislava; *Viktor Birnstein*, 3.c, Novohradská ul., Bratislava; *Pavol Kossey*, 3.b, Novohradská ul., Bratislava; *Dušan Miklánek*, 4.b, Novohradská ul., Bratislava; *Juraj Wallner*, 3.b, Novohradská ul., Bratislava; *Marián Slodička*, 3.b, Novohradská ul., Bratislava

B. *Róbert Handlovič*, Novohradská ul., Bratislava; *Igor Remža*, Novohradská ul., Bratislava; *Martin Barto*, Novohradská ul., Bratislava; *Ján Polák*, ul. Červenej armády, Bratislava; *Tibor Gerécz*, Dunajská ul., Bratislava; *Eva Toldyová*, Novohradská ul., Bratislava

C. *Ivan Mizera*, Novohradská ul., Bratislava; *Milan Veščičík*, ul. Červenej armády, Bratislava; *Július Ertl*, ul. Červenej armády, Bratislava; *Štefan Varga*, Novohradská ul., Bratislava; *Ján Prokop*, Novohradská ul., Bratislava; *Ján Lakota*, Novohradská ul., Bratislava; *Erich Banhégyi*, Tomašíkova ul., Bratislava; *Pavol Vnučko*, ul. Červenej armády, Bratislava; *Ivan Priecel*, ul. Červenej armády, Bratislava; *Katarína Šachová*, Tomašíkova ul., Bratislava

## Zápodoslovenský kraj

A. *Milan Potočár*, 4.b, Senec; *Svetozár Malinarič*, 3.a, Párovská, Nitra; *Pavol Bánský*, 4.b, Komárno; *Vladimír Makýš*, 4.f, Trnava; *Vladimír Dzurák*, 4.a, Nové Mesto nad Váhom

B. *Ladislav Miklós*, 2.c, Komárno; *Juraj Kouřil*, 2.a, Nové Mesto nad Váhom; *Peter Kovács*, 2.c, Nové Zámky

C. *Peter Filakovszky*, 1.c, Nové Zámky; *Eugen Šimko*, 1.b, Komárno; *Mária Marcsaová*, 1.b, Štúrovo; *Jozef Bartek*, 1.a, Piešťany

## Středoslovenský kraj

A. *Jozef Kordík*, Prievidza; *Peter Maličky*, B. Štiavnica; *Ján Borsík*, Lipt. Hrádok; *Peter Takáč*, R. Sobota; *Vladimír Technovský*, Zvolen; *Pavol Makovický*, Žilina-Horný Val; *Dušan Martina*, Prievidza; *Martin Valovič*, Vrútky; *Karol Pekár*, Ružomberok; *Jaroslav Mikuláš*, Prievidza; *Emil Borák*, Prievidza; *Pavol Mravík*, Žiar n. Hr.; *Jozef Daňo*, Dubnica n. V.; *Vladimír Jelluš*, SPŠ el., Tvrdošín; *Ján Boda*, Turč. Teplice; *Štefan Bračok*, Ružomberok; *Martin Papcún*, Žilina-Hliny; *K. Kačalová*, Žiar n. Hronom; *Vladimír Podhorec*, Žilina-Horný Val

B. *Peter Takáč*, R. Sobota; *Igor Böhm*, SPŠ strojní, Zvolen; *Pavol Quittner*, Prievidza; *Ivan Pavlíček*, Žilina-Hliny; *Pavla Olbřímková*, Martin

C. *Ján Detko*, Prievidza; *Vladimír Hudec*, Vrútky; *Jozef Krajčovič*, SPŠ stavební, Žilina; *Ludmila Dudková*, B. Bystřica; *Eva Uhríková*, Martin; *Milan Beleš*, V. Krtíš

## Východoslovenský kraj

A. *Branislav Jacko*, 1.a, Šmeralova ul., Košice; *Ondrej Cako*, 3.e, Kováčska, Košice; *Imrich Harbula*, 4.b, Sečovice; *Marián Okál*, 3.b, Šmeralova ul., Bratislava; *Miroslav Šveda*, 3.b, Konštantínova, Prešov; *Ladislav Pivka*, 3.a, Šmeralova, Košice; *Vladimír Matej*, 4.b, Kováčska, Košice

B. *Peter Jaroš*, SPŠ hutnícka, Košice; *Igor Bobák*, SPŠ elektrotechn., Košice

C. *Zlatica Slavíková*, 1.a, Šmeralova, Košice; *Branislav Jacko*, 1.a, Šmeralova, Košice; *Ján Nižňanský*, 1.a, Šmeralova, Košice; *Michal Pudlák*, 1.a, Šmeralova ul., Košice

Poznámka: 1. V tomto seznamu uvádíme nejvýše deset nejúspěšnějších řešitelů v každé kategorii z každého kraje.

2. Pokud není uveden druh školy, jde o gymnázium.



## PŘÍLOHA B

### VÝSLEDKY III. KOLA KATEGORIE A XXIV. ROČNÍK MO

#### Vítězové

1. *Jiří Navrátil*, 2.a, g., Tomkova ul., Olomouc-Hejčín
2. *Vlastimil Klíma*, 3.b, g., Benešov u Prahy
3. *Martin Baumann*, S2e, OU ČKD, Praha 9
4. *Michael Valášek*, 4.d, g., W. Piecka, Praha 2
5. *Jan Malý*, 4.a, g., Litoměřice
6. – 8. *Jan Kratochvíl*, 1.a, g., Pardubice  
*Pavel Odvárka*, 4.a, g., nám. Odborářů, Plzeň  
*Josef Voldřich*, 4., g., Vimperk
9. – 10. *Jiří Peňáz*, 3.b, g., tř. Jaroše, Brno  
*Ján Slodička*, 4.b, g., Novohradská, Bratislava
11. – 12. *Stanislav Červinka*, 3.c, g., Štěpánská, Praha 1  
*Leszek Gajdzica*, 4.d, g., Havlíčkova ul., Český Těšín
13. – 15. *Lubomír Balanda*, 4.b, g., Frýdecká, Český Těšín  
*Karel Lichý*, 4.b, g., Komenského, Opava  
*Miroslav Lýčka*, 4.b, g., Vsetín

16. – 18. *Ján Krajčík*, 4.b, g., Novohradská, Bratislava  
*Peter Maličský*, 4.d, g., Banská Bystrica  
*Magda Volkeová*, 3.a, g., Leninova, Praha 6

*Ostatní úspěšní řešitelé*

19. – 21. *Jiří Hůlka*, 4.g, g., Hradec Králové  
*Tomáš Roubíček*, 3.d, g., U libeňského zámku,  
Praha 8  
*Miroslav Šedivý*, 3.b, g., Komenského, Přerov
22. – 24. *Petr Holan*, 4.a, g., Nový Bydžov  
*Jiří Koukolík*, 4.d, g., W. Piecka, Praha 2  
*Andrzej Kozikowski*, 4.d, g., Havlíčkova ul., Český  
Těšín
25. – 30. *Jan Bázler*, 2.b, g., Mladá Boleslav  
*Tomáš Kotrba*, 3.c, g., Štěpánská ul., Praha 1  
*Oskar Linkesch*, 3.e, SPŠ, Ostrava-Vítkovice  
*Dalibor Musil*, 4.a, SPŠS, Sokolská ul., Brno  
*Petr Novák*, 3.a, g., Pardubice  
*Peter Takáč*, 2.a, g., Rimavská Sobota
31. – 34. *Ján Borsík*, 4.a, g., Liptovský Hrádok  
*Jiří Koukol*, 2.a, g., Sušice  
*Ludvík Rejchrt*, 4.a, g., Nad štolou, Praha 7  
*Vladimír Technovský*, 3.c, g., Zvolen  
*Karel Karlík*, 4.b, g., Čáslav  
*Josef Pavel*, 2.a, g., Rychnov nad Kněžnou  
*Pavel Štoviček*, 3.a, g., Pardubice