VI. Zpráva o třetím ročníku mezinárodní matematické olympiády

1. Pořadatelem *III. mezinárodní matematické olympiády* byla maďarská *Matematická společnost Jánose Bolyaie* (János Bolyai Matematikai Tarsulát, dále zkratkou *JBMT*); soutěž uspořádala pod záštitou a za podpory maďarského ministerstva osvěty v červenci 1961. Čs. osmičlenná žákovská delegace byla vybrána z vítězů III. kola čs. celostátní Matematické olympiády. Celkem se soutěže účastnilo 48 žáků ze šesti zemí.

Jednotlivé delegace měly v e d o u c í h o a p e d a g o g i c k é h o v e d o u c í h o; byli to:

Alipi Mateev, profesor university v Sofii a *Alexander Nikolov*, inspektor matematiky města Sofie *(Bulharsko)*.

Rudolf Zelinka, pracovník Matematického ústavu ČSAV, Praha a *Petr Benda*, odborný asistent VŠP v Brně *(Československo)*.

Herbert Titze, vědecký pracovník, Berlín a *Johannes Gronitz*, hlavní referent ministerstva školství, Berlín *(NDR)*.

Endre Hódi, vědecký pracovník Optického ústavu, Budapešť a *Férenc Késedi*, pracovník ministerstva kultury, Budapešť *(Maďarsko)*.

Mieczyslaw Czyżykowski, profesor polytechniky ve Varšavě a *Edward Otto*, profesor polytechniky ve Varšavě *(Polsko)*.

Gheorghe D. Simionescu, profesor polytechnického institutu, Bukurešť a *Ioan Mușat*, inspektor matematiky v ministerstvu vyučování a kultury, Bukurešť *(Rumunsko)*.

Vedoucí delegací tvořili *mezinárodní komisi soutěže*, která soutěž řídila a schvalovala závěrečnou kvalifikaci pro stanovení vítězů soutěže. Předsedou komise byl profesor Matematického ústavu Eötvösovy university v Budapešti *János Surányi*, který zastává funkci generálního sekretáře JBMT. Vedle toho účinně komisi pomáhali *Endréné Gáderová*, vedoucí katedry matematiky Pedagogického institutu v Budapešti, a *Tamás Varga*, odborný asistent Matematického institutu Eötvösovy university v Budapešti.

Šestičlenná komise složená z vedoucích delegací za pomocí maďarských organizátorů soutěže vybrala ve dnech 5. až 7. 7. 1961 šest soutěžních úloh z příkladového materiálu, které již v květnu 1961 zaslaly jednotlivé země. Tři úlohy první písemné práce se týkaly školské algebry a trigonometrie, úlohy druhé písemné práce měly reprezentovat jednak geometrickou úlohu důkazovou, jednak konstruktivní planimetrickou úlohu, jednak úlohu stereometrickou. Stanoven byl i maximální počet bodů, které mohl žák získat řešením úlohy (viz Přílohu). Celkem mohl žák získat 20 × 2, tj. 40 bodů; družstvo jednotlivé země mohlo tedy maximálně získat 320 bodů (viz Tabulku č. 1).

Žákovské delegace se sjely ve dnech 7. až 8. 7. 1961 v *Budapešti* a odjely 8. 7. 1961 do *Veszprému* poblíže Blatenského jezera; v tomto krajském městě je technická universita (chemická fakulta) a jejího zařízení se použilo pro ubytování a stravování. Ve volném čase zajížděli žáci z Veszprému na koupání k Blatenskému jezeru. Vlastní soutěžní písemné zkoušky se konaly v pondělí 10. 7. a v úterý 11. 7. 1961 v dopoledních hodinách.

V turistickém programu shlédli žáci celé pobřeží nádherného *Blatenského jezera*, zvláště města *Tihány*, *Badacsóny*, *Keszthely* a *Siófok* a ve dnech 14. až 16. 7. pamětihodnosti hlavního města Budapešti, mimo jiné pozorovali noční osvětlení Budapešti z rozhledny na hoře *Sct. Jánose*. Bohatý kulturní a zájezdový program a vzorné pohostinství a všechna péče maďarských přátel se zapsala trvale do myslí všech zahraničních hostí.

V pátek 14. 7. 1961 odpoledne bylo provedeno slavnostní rozdílení cen podle jednomyslného rozhodnutí mezinárodní komise. Stalo se tak v Domě techniky v Budapešti, v němž má své sídlo *JBMT*. Slavnostními řečníky byli čestný předseda *JBMT* akademik *G. Alexits* a *dr. József Féketé*, náměstek vedoucího oddělení středních škol v maďarském ministerstvu osvěty. Za

Tabulka č. 1

Země	Počet bodů, které získal žák č.								Delegace získala celkem bodů
	1	2	3	4	5	6	7	8	
Maďarsko	40	37	36	34	34	33	29	27	270
Polsko	39	29	29	24	23	23	20	16	203
Rumunsko	34	30	28	27	26	26	14	12	197
ČSSR	33	25	24	21	16	15	13	12	159
NDR	31	23	22	20	14	13	12	11	146
Bulharsko	28	18	15	14	14	13	4	2	108

zahraniční žáky poděkoval žák polské delegace *Maciej Skwarczyński*, který získal jednu ze tří prvních cen. Za vedoucí delegáty poděkoval maďarskému ministerstvu osvěty a Matematické společnosti Jánose Bolyaie profesor *Gh. D. Simionescu*. Po slavnosti se za předsednictví akademika *G. Alexitse* konala slavnostní večeře.

V neděli 16. 7. 1961 se delegace rozjely do svých vlastí.

2. *Výsledky soutěže.* Počet bodů, které za řešení úloh získali jednotliví žáci i celá družstva je patrný z tabulky č. 1.

Rozdělení cen a čestných uznání mezi jednotlivé země je vidět z tabulky č. 2.

Tabulka č. 2

I. cenu dostali 3 žáci s počty 40, 39, 37	bodů	(2 Maďaři, 1 Polák);
II. cenu dostali 3 žáci s počty 36, 34, 34, 34	bodů	(3 Maďaři, 1 Rumun);
III. cenu dostali 4 žáci s počty 33, 33, 31, 30	bodů	(1 Čechoslovák, 1 Maďar, 1 Němec, 1 Rumun).

Velkého úspěchu v soutěži dobyli maďarští žáci, z nichž každý byl odměněn cenou nebo uznáním. Absolutním vítězem se stal žák *Béla Bollobás* z Budapešti, který jediný z žáků získal maximální počet bodů; již v loňské mezinárodní olympiádě dobyl jednu z prvních cen. Naši žáci získali jednu III. cenu a tři čestná uznání.

Jmenný seznam žáků odměněných na III. mezinárodní olympiádě.

I. cenu získali:

Béla Bollobás, IV. ročník gymnasia „Apáczai Csero János", Budapešť, (Maďarsko).
Maciej Skuarczyński, 11. tř. I. stř. školy, Varšava (Polsko).
József Kóta, III. ročník gymnasia Tatbánya (Maďarsko).

II. cenu získali:

István Juhász, IV. ročník gymnasia „Madácha Imre", Budapešť (Maďarsko).
Miklós Simonovits, III. roč. gymnasia „Radnóti Miklóse", Budapešť (Maďarsko).
Constantin Năstăsescu, 11. tř. stř. školy, Pucioasa (Rumunsko).
Gerzson Kéry, III. ročník gymnasia, Sopron (Maďarsko).

III. cenu získali:

Tomáš Jech, III.b ročník SVVŠ Jana Nerudy, Praha 1 (ČSSR).
László Gálfi, III. ročník gymnasia „I. Istvána", Budapešť (Maďarsko).

Thomas Görnitz, 12. tř. stř. školy „Thomas" Schule, Lipsko (NDR).

Tudor Zamfirescu, 11. tř. stř. školy „G. H. Lazar", Bukurešt (Rumunsko).

I. čestné uznání obdrželi:

Atanas Ivanov Atanasov, XI. tř. polytechnické školy, Gabrovo (Bulharsko).

Alexandru Buimovici, X. tř. 18. střední školy „M. Eminescu", Bukurešť (Rumunsko).

Radu Diaconescu, X. tř. střední školy, Pucioasa (Rumunsko).

József Fritz, IV. tř. gymnasia, Mosonmagyaróvar (Maďarsko).

Lászlo Góth, III. tř. gymnasia, Budapešť (Maďarsko).

Michal Kretschmer, III. tř. SVVŠ, Praha, Omská ul. (ČSSR).

Marcin Kuczma, X. tř. I. lycea, Katowice (Polsko).

Marian Oziewicz, XI. tř. I. lycea, Inowroclaw (Polsko).

Nicolae Popa, XI. tř. střední školy, Focsani (Rumunsko).

Şerban Strătilă, XI. tř. lycea, Piteşti (Rumunsko).

II. čestné uznání obdrželi:

Mikołaj Jagiełka, XI. tř. I. lycea, Inowrocław (Polsko).

Jęrzy Jurkiewicz, IX. tř. lycea, Varšava (Polsko).

Gerd Nass, XII. tř. střední školy, Halle (NDR).
Karel Příkrý, III. tř. SVVŠ, Vyškov (ČSSR).
Mary Schleifstein, XII. tř. střední školy, Berlín – Friedrichsheim (NDR).
Andrzej Skowroń, XI. tř. lycea, Bielsko-Biala (Polsko).
Stanisłav Śpież, X. tř. lycea, Kalisz (Polsko).
Přemysl Svoboda, III. tř. SVVŠ, Roudnice n. L. (ČSSR)
Wenzel Heike, XII. tř. střední školy, Berlín-Lichtenberg (NDR).

Z tohoto přehledu vyplývá, že Maďaři se stali favority soutěže. Jejich mužstvo mělo žáky, kteří se účastnili již loňské soutěže; přípravě družstva maďarští pracovníci věnovali zřejmě velkou pozornost a podařilo se jim vskutku zajistit svým žákům zasloužený úspěch.

Někteří žáci podali dvě i více odlišných řešení nebo načrtli řešení zobecněné úlohy; to platí vedle Maďarů zvláště o Rumunech. Rovněž Poláci tvořili velmi úspěšný celek.

Nesnáze našim žákům nejvíce působilo rychlé, obratné a jisté počítání, identické úpravy algebraických a goniometrických výrazů a řešení soustav rovnic, tedy 1. písemná práce; velké nesnáze působila zvláště 3. úloha, ač se dala celkem jednoduše a vtipně řešit. Z toho je patrné, že nesmíme podceňovat pohotové a hbité provádění numerických výpočtů; bez tohoto základního předpokladu nelze totiž zajistit ani úspěch vyučování matematice ve škole. Přitom je zajímavé, že i s mnohem menšími a méně hlubokými znalostmi, než měli naši žáci, se dalo docílit úspěchu. Pro naše žáky bylo překvapením, že se na nich požadovalo, aby prováděli v soutěži soustavně a zevrubně výpočty, aby se přitom nezatěžovali z důvodů časových zbytečně zevrubnými úvahami nebo otázkami, o kterých se text úlohy nezmiňoval. Mnohem lépe než první písemná práce dopadla našim žákům 2. práce, i když i tu došlo k řadě zbytečných ztrát bodů, především pro nesprávnou soutěžní taktiku. Žáci si ponechávali až na konec řešení těch úloh, které se jim zdály být snadné a pokoušeli se netakticky dřív rozřešit úlohy obtížné; v časové tísni pak někteří již nemohli řešení zformulovat. Rovněž podcenili obtížnost diskuse v 5. úloze, kterou zadalo samo Československo a která jim byla tematicky blízká; přitom i výsledek diskuse byl uveden v textu úlohy. Šlo tu o důkaz toho, že za daných podmínek má jistý kruhový oblouk s jistou kružnicí dva různé společné body; důkaz se snadno podařil tomu, kdo řešil úlohu co nejjednodušeji. Ti, kdo užili k řešení kružnice Apolloniovy (jejíž střed lze lokalizovat jen pomocí dosti komplikovaného výpočtu), nebyli s to diskusi úplně provést; i tento fakt je poučný. Již před detailní formulací konstrukce a důkazu její správnosti se musíme zamyslit nad nesnázemi, k nimž nás přivede diskuse.

Je tedy patrno, že nám soutěž přinesla řadu poučení, tentokráte většinou jiného druhu než poučení z prvního a druhého ročníku, kdy největší slabinou našich žáků byla školská číselná teorie a důkazové geometrické úlohy a k tomu příslušný řádný zápis. Z těchto zkušeností si musí nejen naši žáci, ale i učitelé matematiky a organizátoři olympiády vzít poučení.

Texty písemných prací ze III. mezinárodní matematické olympiády, pořádané v červenci 1961 v Maďarsku. V závorce uvádíme zemi, která úlohu zaslala, a počet bodů, které řešením úlohy mohl žák maximálně získat.

1. *písemná práce*
(na 4 hod. čistého času)

1. Řešte soustavu rovnic

$$x + y + z = a,$$
$$x^2 + y^2 + z^2 = b^2,$$
$$xy = z^2,$$

kde a, b jsou daná čísla.

Udejte podmínky, které musí čísla a, b splňovat, aby čísla x, y, z (která jsou řešením soustavy rovnic) byla kladná a navzájem různá.

(*Maďarsko* 6)

2. Buďte a, b, c délky stran trojúhelníka a S jeho obsah.

Dokažte, že potom vždy platí

$$a^2 + b^2 + c^2 \geqq 4S\sqrt{3}.$$

Ve kterém případě nastává rovnost?

(*Polsko* 7)

3. Řešte rovnici

$$\cos^n x - \sin^n x = 1,$$

kde n je dané přirozené číslo.

(*Bulharsko* 7)

2. *písemná práce*
(na 4 hod. čistého času)

4. Je dán trojúhelník $P_1P_2P_3$ a uvnitř tohoto trojúhelníka je dán libovolný bod P. Přímky P_1P, P_2P, P_3P protínají protější strany trojúhelníka po řadě v bodech Q_1, Q_2, Q_3.

Dokažte, že z čísel

$$\frac{P_1P}{PQ_1}, \quad \frac{P_2P}{PQ_2}, \quad \frac{P_2P}{PQ_2}$$

nejméně jedno není větší než 2 a nejméně jedno není menší než 2.

(*NDR* 6)

5. Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno $AC = b$, $AB = c$ a úhel $\sphericalangle AMB = \omega$, kde M je střed úsečky BC; přitom je $\omega < 90°$.

Dokažte, že úloha má řešení tehdy a jen tehdy, platí-li

$$b \,.\, \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} \leqq c < b.$$

Ve kterém případě platí rovnost?

(*ČSSR* 7)

6. Je dána rovina ε a po téže straně této roviny jsou dány tři body A, B, C, které neleží v téže přímce; přitom rovina těmito body určená není rovnoběžná s rovinou ε. V rovině ε zvolme tři libovolné body A', B', C'. Označme L, M, N středy úseček AA', BB', CC'; dále označme G těžiště trojúhelníka LMN. (Nebudeme uvažovat takové polohy bodů A', B', C', pro které příslušné body L, M, N netvoří vrcholy trojúhelníka.)

Co je geometrickým místem bodů G, když body A', B', C' nezávisle na sobě probíhají rovinou ε?

(*Rumunsko* 7)