počtu; V. V. Stěpanov: Kurs diferenciálních rovnic; E. Kraemer: Analytická geometrie; K. Čupr: Numerické řešení rovnic; K. Čupr: Matematické hry a zábavy; J. Vyšín: Elementární geometrie I; H. Steinhaus: Matematický kaleidoskop; P. S. Alexandrov: Úvod do obecné theorie množin a funkcí; Perelman: Zajímavá mechanika; St. Horák: Elipsa.

III. STRUČNÉ ZHODNOCENÍ III. ROČNÍKU MATEMATICKÉ OLYMPIADY

A. Kategorie A, B, C

Řešení, podaná v letošní soutěži v kategoriích A, B, C, ukazují značný vzestup v kvalitě práce i ve znalostech žáků. Řada prací svědčí o tom, že za vedení učitelů matematiky se žáci dovedou vystříhat těch nejzávažnějších chyb, jichž se dopouštěli v předchozích soutěžích. Žáci na př. již většinou chápou význam obracení postupu, vědí, co je to nutná a postačující podmínka, třebaže jí v této slovní formulaci neužívají, a pod. Rovněž diskuse a vůbec kvalita řešení geometrických úloh se v řadě případů podstatně zlepšily. Ukazuje se, že žáci jsou s to všechny tyto problémy pochopit a zavedených pojmů správně používat. Tím však všechny závažné nedostatky dosud nezmizely a bude nutné, aby všichni učitelé matematiky, zvláště pak školní referenti MO, dále upozorňovali žáky na podobné nedostatky a jejich práci pozorně sledovali.

Musíme si dále uvědomit, že žáci, kteří se účastnili letošní soutěže v jednotlivých kategoriích, byli (vzhledem k novému školskému zákonu) o rok mladší než loni. Proto bylo nutné zúžit nároky na obtížnost úloh soutěže. To se však projevilo velmi kladně v kategoriích A, B, jednak v počtu řešitelů, jednak v kvalitě a počtu podaných řešení (viz tabulku 1 na str. 9). Ačkoli letošní soutěž podchytila tři ročníky žáků výběrových škol (proti čtyřem loni), přesto počet účastníků v I. kole vzrostl asi o 39 % a počet úspěšných řešitelů asi o 41 %. To je velmi potěšující fakt, zvláště když si uvědomíme, že škola musila překonávat řadu nesnází, které vyplývaly ze změn učebních osnov. Dále je pozoruhodné, že počet účastníků v kategorii C je skoro dvojnásobný ve srovnání s kategoriemi A, B. Nesmíme ovšem při tom opominout zajímavé pozorování, že jen asi 10 % účastníků I. kola v kategorii C prošlo úspěšně tímto kolem. To svědčí o tom, že mnohé z úloh byly pro řešitele nesnadné, a dále o tom, jak velké obtíže musili v tomto školním roce překonávat nejen žáci, ale i učitelé v 9. ročníku.

Rovněž klasifikace úloh se v jednotlivých krajských výborech MO prováděla mnohem rovnoměrněji. O tom svědčí především soutěž III. kola kategorie A, které se účastnilo 71 žáků a z nich 45 bylo úspěšných; počet účastníků III. kola vzrostl proti loňsku o 41 % a dosáhl skoro maxima (t. j. čísla 80) přípustného podle organisačního řádu soutěže. Počet účastníků vzrostl proti loňské soutěži o 24 %.

Řešení mnohých žáků přesvědčivě prokazují, že naši žáci začínají podrobně studovat učebnice matematiky, žáci na mnohých místech (i v řešeních ve III. kole) citují matematické věty a poukazují na úvahy z učebnic. To je velmi potěšující fakt a svědčí o tom, že většina žáků dovede mezery ve svých vědomostech snadno doplňovat vlastním studiem; je to zároveň vhodná příprava na samostatné studium z učebnice na vysoké škole.

Přes klady, o nichž jsme se zmínili, jeví se v žákovských řešeních stále řada nedostatků, na něž jsme upozorňovali již dříve (na př. v brožurách a v letáku MO). Malou ukázkou těchto nedostatků je na př. diskuse prováděná řešiteli při řešení úlohy č. 1 ve III. kole kategorie A (viz str. 60); skoro 60 % řešitelů se dívalo na rovnici danou v této úloze jen jako na rovnici kvadratickou a vůbec neuvažovalo o případu $a = 0$, kdy daná rovnice je lineární. Ze zbývajících 40 % řešitelů mnozí k této rovnici také nedospěli a případ $a = 0$ předem vylučovali proto, že v tomto případě nemohli užít známého vzorce pro výpočet kořenů kvadratické rovnice o jedné neznámé. Na tomto příkladě by měli učitelé poučit své žáky o způsobu provádění diskusí; jiným instruktivním příkladem je úloha č. 14 v I. kole kategorie C (str. 103).

V řešení geometrických úloh se sice jeví značný pokrok, mnohdy však nejsou příslušné důkazy nebo diskuse, a zvláště pak slovní výklad, ještě stále dosti uspokojující; bude třeba, aby se žáci naučili přesnému, stručnému a jasnému myšlenkově souvislému vyjadřování, aby ovládli geometrickou terminologii. Rozhodně jsou řešení geometrických úloh, zvláště vzhledem k přesnému vyjadřování v mateřštině, značně pozadu za řešením úloh aritmetických a algebraických. Je třeba, aby si žáci při řešení konstruktivních úloh (zvláště stereometrických) zvykli na obvyklý postup, jehož při řešení těchto úloh užíváme. Především provádíme rozbor, při němž předpokládáme, že je úloha řešitelná; poté stanovíme nutné podmínky, které musí hledaný útvar splňovat. Pak provedeme konstrukci a v diskusi zkoumáme, za kterých předpokladů jsou nutné podmínky postačující, a pak dokazujeme, že útvar, který jsme takto sestrojili, skutečně vyhovuje všem podmínkám úlohy. Závažné je také, aby si při řešení stereometrických úloh žák dovedl nakreslit nebo narýsovat vhodný pomocný náčrt, který by mu usnadnil řešení úlohy.

Krajské výbory MO propagací soutěže, v otázce zlepšování kvality práce žáků, při opravách řešení úloh a vůbec v celé organisační práci vykonaly velké dílo. Někteří členové krajských výborů prováděli obětavě instruktáže učitelů i žáků, po případě za nimi i zajížděli; značnou péči věnovali soutěži zvláště výbory ostravský, brněnský, českobudějovický a jihlavský. Tato práce se většinou ukázala i ve výsledcích žákovských prací. Proto uznání pracovníkům matematické olympiady za vykonanou práci, jež vyslovili ministr školství s. Lad. Štoll a akademik Josef Novák na besedě dne 8. května 1954, patří především členům krajských a okresních výborů MO a jejich spolupracovníkům. Věříme, že takto spojeným úsilím všech školských složek, především učitelů praktiků, se nám v budoucnu podaří podstatně zlepšit vyučovací výsledky v matematice na našich školách a zajistit pro naše hospodářství a vědu mladé a stále kvalitnější odborné kádry.

B. Jak hodnotily soutěž okresní výbory matematické olympiady

Zatím co první dva ročníky naší matematické olympiady byly určeny žákům výběrových škol, rozšířil se v třetím ročníku této soutěže okruh řešitelů i na osmé ročníky osmiletek a jedenáctiletek. Kategorie D, určená pro žáky těchto tříd, byla tedy jakýmsi pokusem, a to pokusem ve školním roce ne právě vhodném, neboť všichni žáci i učitelé byli plně zaměstnáni spoustou jiných úkolů v souvislosti se školskou reformou z r. 1953. Přesto však matematická olympiada splnila většinou všude své průkopnické poslání i mezi těmito mladými adepty matematické vědy.

V Ústředním výboru matematické olympiady se sešla celá řada připomínek z jednotlivých krajů a okresů, které jsme pečlivě prostudovali a přinášíme zde některé závažnější připomínky organisátorů soutěže v kategorii D. V dopisech je obsaženo mnoho ostré kritiky, přesto však se nevyskytl ani jediný hlas, který by mluvil proti organisování soutěže v osmé třídě v dalších ročnících matematické olympiady. Naopak všichni tuto myšlenku schvalují jako prostředek pro podchycení zájmu žáků o matematiku.

V I. kole řešili žáci 16 příkladů, v nichž byla zastoupena aritmetika i geometrie. Příklady geometrické se ukázaly úzkým profilem, což je obrazem té skutečnosti, že vyučování geometrii na našich školách není dosud na takové výši, jak bychom si přáli. Někteří řešitelé si nejsou vědomi nutnosti dokazovat matematickou poučku a řešení geometrických úloh redukují na pouhé rýsování. Není tedy divu, že za tohoto stavu si učitelé stěžují, že některé příklady (zvláště geometrické) byly pro žáky velmi těžké. Tyto připomínky nelze brát na lehkou váhu, je nutno se nad nimi zamyslit a hledat prostředky k nápravě. Zapojíme-li do matematické olympiady povinně příliš mnoho žáků (i průměrných) kvůli zdánlivé masovosti, nebudeme jistě s výsledky soutěže spokojeni. Slabším žákům se ovšem soutěžní úlohy jevily obtížné, neboť jsou to úlohy jiného typu, než jaké dáváme za školní práci. Některé okresní výbory matematické olympiady (na př. České Budějovice, Tábor) se výslovně přimlouvají, aby úroveň olympijských problémů nebyla snižována, nýbrž aby byla zvyšována úroveň účastníků soutěže. Toho samozřejmě docílíme individuální prací s jednotlivými řešiteli, které případně zapojíme do zájmového kroužku, zdůrazníme jim partie z učebnice, které by si měli zvláště prostudovat, případně jim doporučíme ještě další odbornou literaturu. Tak jistě postupovala řada dobrých učitelů, jak o tom svědčí korespondence z okresů. Z Ústeckého kraje nám na př. píší, že v souvislosti s matematickou olympiadou byla tam na knižním trhu všechna doporučovaná literatura pro řešitele vyprodána. S obtížností příkladů úzce souvisí otázka, zda by neměl být zmenšen počet příkladů v prvním kole v kategorii D. V několika dopisech se s tímto názorem setkáváme; tato restrikce by žákům umožnila, aby si lépe prostudovali látku k jednotlivým příkladům, ale takovýto žákovský elaborát by zase nemohl být celkem mnohostranným obrazem řešitelových vědomostí. Autoři olympijských příkladů si napříště musí vzít poučení z připomínky, aby lépe časově koordinovali úlohy s látkou, která se právě ve škole probírá.

Pro klasifikaci úloh matematické olympiady máme ovšem jiné měřítko než to, jímž se klasifikují školní písemné práce, a řídíme se klasifikačním řádem vydaným Ústředním výborem matematické olympiady. Při namátkové kontrole žákovských prací z různých okresů jsme zjistili, že známkování bylo prováděno velmi různorodě; někde se opravovatelé úlohy spokojovali s minimálním zápisem, tolerovali i závažnější chyby a klasifikovali velmi mírně, takže měli řadu „úspěšných řešitelů“. Takoví žáci jsou v neoprávněné výhodě proti těm, kteří pracovali v těch okresech, kde se klasifikovalo přísně a spravedlivě (na př. okresní výbor matematické olympiady v Pardubicích). Dokud nebude záruka, že se v celé republice klasifikuje stejně spravedlivě a dokud nezavládne názor, že úspěch v matematické olympiadě v kategorii D je rovnocenný se závěrečnou zkouškou z matematiky na osmiletce, nemůžeme zatím připustit návrhy některých okresů, aby úspěšným řešitelům byly prominuty přijímací zkoušky z matematiky na školy vyšších stupňů. Ostatně II. kolo matematické olympiady má trochu jiný charakter než školní písemná zkouška. Četli jsme stížnosti na opisování při II. kole, což bylo vlastně nepřímo podporováno dovolením, aby si řešitelé vzali s sebou do soutěžní místnosti učebnice a sešity. Však také okresní výbor matematické olympiady v Českých Budějovicích se nad tím pozastavuje a připomíná, že takové povolení působí na tomto stupni přímo nevýchovně. Po zkušenostech získaných v tomto pokusném ročníku s kategorií D bude snad napříště klasifikace rovnoměrnější.

O matematické olympiadě se ve školním roce mluvilo hodně na žákovských shromážděních, na SRPŠ i na aktivech učitelů. Tak na celookresním učitelském aktivu 13. IV. 1954 v Levicích na Slovensku se diskutovalo o matematické olympiadě a o propagaci této soutěže v příštím roce. Ministerstvo školství a krajské orgány se o soutěž celkem dobře propagačně starají; naproti tomu v některých dopisech (na př. Bardějov, Pardubice) čteme, že výbory ČSM nepomohly při propagaci a organisaci soutěže, ačkoliv Ústřední výbor ČSM je jedním z pořadatelů matematické olympiady. Ústřední výbor ČSM je si vědom této situace a činí určitá opatření, kterými chce napříště vzbudit zájem o matematickou olympiadu u svých podřízených složek. Protože příklady III. ročníku matematické olympiady vyšly na zvláštním letáku, ztratil časopis „Matematika ve škole“, který v minulých ročnících úzce spolupracoval s matematickou olympiadou, kontakt s touto soutěží. Některé okresy (na př. okresní výbor matematické olympiady v Olomouci) doporučují, aby se v „Matematice ve škole“ a zvláště v „Rozhledech matematicko-přírodovědeckých“ věnovala pozornost problematice olympijských úloh. Zvláště „Rozhledy“ by zde mohly vykonat mnoho užitečného, poněvadž se v dostatečném množství mohou dostat mezi žáky. Po stránce propagační stojí za zmínku připomínka okresního výboru matematické olympiady v Sokolově, aby olympiadě v kategorii D věnoval vhodné relace čs. rozhlas ve svých ranních pětiminutových hlášeních pro školy.

Ve III. ročníku se kategorie D účastnilo skoro 8 000 řešitelů z celé republiky a pravděpodobně s týmž počtem můžeme počítat i do dalších ročníků. Přejeme si jistě všichni, aby odborná úroveň všech těchto žáků stále stoupala, aby se na školách dobře rozvíjela práce zájmových kroužků a individuální spolupráce učitele s řešiteli. V tom jistě hodně pomohou nové učebnice matematiky, které se ve školním roce 1954/55 dostávají do všech tříd osmiletek a jedenáctiletek. Těšíme se, že s úspěšnými řešiteli kategorie D v III. ročníku matematické olympiady, kteří přešli na školy vyššího stupně, se ve IV. ročníku matematické olympiady opět setkáme jako s úspěšnými řešiteli kategorie C.

VI. ŘEŠENÍ ÚLOH ZE SOUTĚŽE

1. Úlohy I. kola kategorie A

1. V posloupnosti čísel

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = (n+1)a_n + (-1)^{n+1}$$

platí, že pro $n > 1$ je a_n dělitelné číslem $n - 1$; dokažte.

Řešení. Nechť je $n > 1$. Pro $n = 2$ je tvrzení samozřejmé. Pro $n > 2$ je

$$a_n = na_{n-1} + (-1)^n, \qquad a_{n-1} = (n-1)a_{n-2} + (-1)^{n-1},$$