

Zajímavé dvojice trojúhelníků

Úvod

In: Arnošt Niederle (author): Zajímavé dvojice trojúhelníků.
(Czech). Praha: Mladá fronta, 1980. pp. 3–6.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/403988>

Terms of use:

© Arnošt Niederle, 1980

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Ú V O D

Nedílnou součástí řešení matematických úloh, v jejichž zadání se vyskytují parametry, je diskuse úlohy. Podstata diskuse úlohy je v tom, že vymezíme obor pravdivosti příslušných výroků. S tím se setkáváme u úloh z různých oborů matematiky. V planimetrii jde především o konstrukční úlohy zadané obecně, tedy s parametry, kde rozhodujeme, má-li úloha vůbec řešení, kolik řešení má a jaké jsou vlastnosti existujících řešení. Jde-li o úlohy důkazové, zpravidla od diskuse upouštíme, protože se na první pohled zdá, že po provedení důkazu už není o čem diskutovat. Chci v této práci ukázat, že naopak úvahy, které navážeme na provedený důkaz, mohou být někdy velmi zajímavé a nikoliv bezúčelné.

Za příklad poslouží tato známá úloha:

Je dán trojúhelník ABC a kružnice jemu opsaná. Dokažte, že body souměrně sdružené s průsečíkem výšek $\triangle ABC$ podle jeho stran leží na kružnici opsané.

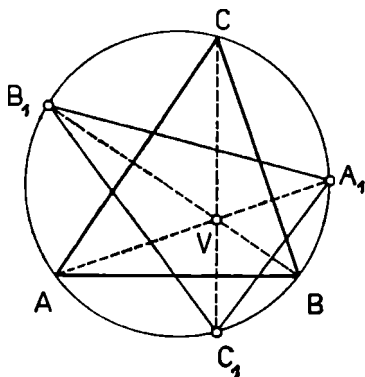
Na připojeném obrázku jsou body souměrně sdružené s průsečíkem výšek $\triangle ABC$ podle jeho stran označeny po řadě A_1, B_1, C_1 . Vlastní důkaz úlohy zde provádět nebudeme, ještě se později k němu vrátíme. Zatím pouze naznačíme okruh úvah, které mohou po provedení důkazu následovat:

Existují mezi trojúhelníky $\triangle ABC$ a $\triangle A_1B_1C_1$ nebo

mezi jejich prvky nějaké pozoruhodné metrické či polohové vztahy a jaké?

Jak se změní tyto vztahy, půjde-li místo průsečku výšek například o střed kružnice $\triangle ABC$ opsané či vepsané?

Co když půjde o libovolný bod ležící uvnitř nebo vně trojúhelníku ABC ?



Obr. 1

Z takových a podobných úvah vznikla práce, kterou tu předkládám. Sleduji hned dva směry. Předně chci poukázat na některé vztahy, které se mi zdají být natolik zajímavé, že stojí za pozornost. Za druhé nabízím příležitost k vydatnému vývoiku v přesném rýsování těm, kdož o to projeví zájem. Tomuto druhému směru slouží cvičení uvedená za každou kapitolou.

Tím je současně dán i dvojitý možný přístup čtenáře k této práci a ovšem i rozsah nezbytných znalostí nutných k úspěšnému teoretickému či praktickému využití. V prvním případě vystačí čtenář dobře se znalostí plani-

metrie na úrovni střední školy. Jedinou výjimkou, i když podstatnou, je první kapitola, která předpokládá znalost nezákladnějších pojmů z projektivní geometrie. Jde tu o větu Desarguesovu o trojúhelnících, o harmonické čtveřice bodů a přímek, o vlastnosti sdružených pólů a polár vzhledem ke kružnici. Postačující poučení o těchto pojmech a vztazích podává „Dodatek“ za textem práce.

Půjde-li čtenáři jenom o získání námětů vhodných k vydatnému výcviku v přesném rýsování, může první kapitolu i dodatek přijmout jako dané axioma a zaměřit pozornost převážně na kapitolu druhou a třetí. V tom případě vystačí při studiu se znalostmi planimetrie na úrovni základní školy.

K vnější stránce textu chci ještě připomenout dvě úmyslné odchylky od běžně užívané či doporučené symboliky. Rovnost dvou úhlů zapisuji všude prostě

$$\sphericalangle ABC = \sphericalangle KLM \text{ nebo } \sphericalangle BAC = \alpha,$$

místo doporučeného způsobu

$$|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle KLM|.$$

To proto, že se takové rovnosti vyskytují v textu velmi často a přes jednoduchost zápisu nemůže nikde dojít k omylu. Neméně často se v textu mluví o binární relaci **p** nebo **q**, které na rozdíl od doporučených norem zapisují malým znakem. Důvod k tomu pozná čtenář záhy sám, protože binární relace takto označené jsou vždy vázány na existenci daných bodů — v této souvislosti pojmenovaných póly — které je ovšem nutno psát velkými znaky. Tak vzniká spojení „relace **p** podle **P**“ nebo „relace **q** podle **Q**“ a také relace „**p** podle **S**“ a podobně.

Z obdobných důvodů používám v textu původních termínů „kružnice trojúhelníku uvnitř a vně vepsaná“ místo „kružnice vepsaná a připsaná“, jak doporučuje nová norma (Názvy a značky školské matematiky — SPN 1977).