

Co asi nevíte o vzdálenosti

Jan Vyšín
Předmluva

In: Alois Kufner (author): Co asi nevíte o vzdálenosti. (Czech).
Praha: Mladá fronta, 1974. pp. 3–5.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/403826>

Terms of use:

© Alois Kufner, 1974

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences
provides access to digitized documents strictly for personal use.
Each copy of any part of this document must contain these
Terms of use.



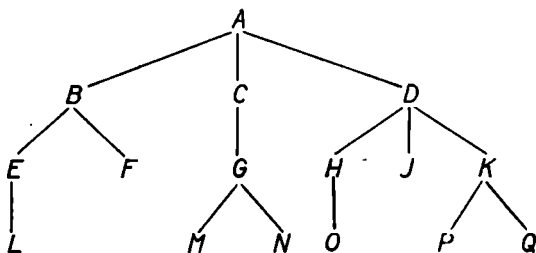
This document has been digitized, optimized for
electronic delivery and stamped with digital
signature within the project *DML-CZ: The Czech
Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

PŘEDMLUVA

Milí mladí přátelé, první reakce na titul této knížky asi bude: je to zřejmě něco z geometrie a mnoho zajímavého se tu asi nedozvíme. Vzdálenost dvou míst — to je nejkratší vzdálenost, vzdálenost vzdušnou čarou; ale co je to „nejkratší“ vzdálenost? Poštovní doručovatel, který ani nelétá vzduchem, ani neumí procházet zdí, počítá s nejkratší vzdáleností po ulicích. I v ošumělé eukleidovské geometrii je potřeba často vzdálenost definovat různými složitějšími způsoby — to je zhruba obsah kapitoly první.

Matematici jsou lid posedlý zobecňováním a tvořením abstrakcí. Když už poznali řadu vlastností těch různých vzdáleností, povšimli si, co mají společného, a napadlo je vybrat některé vlastnosti jako charakteristické a pomocí nich definovat vzdálenost. Tak se zrodila nová struktura, zvaná metrický prostor; jemu je věnována kapitola druhá.

Když matematici něco zobecní, ohlížejí se se zálibou na své dílo a chtějí se přesvědčit, že to, *co udělali, dobré bylo*. To znamená, že tvoří další a další modely nové matematické teorie. Tak tomu bylo i s metrickým prostorem. A tu se ukázalo, že můžeme vytvářet i negeometrické modely nové teorie; podívejte se třeba na tohle:



Na obrázku je zakreslena část nějakého rodokmenu. Písmena znamenají (pro jednoduchost!) muže (kdo či je otec, syn či děd, snad není třeba vykládat). Jak se to běžně říká? Třeba, že D, L jsou navzájem vzdálenější příbuzní než H, Q. Kde je ta „vzdálenost“? Nejkratší cesta od D k L v rodokmenu obsahuje čtyři spojnice, od H ke Q jen tři. Množina mužů $\{A, B, C, \dots, Q\}$ s takto interpretovanou vzdáleností je novým, pěkným modelem metrického prostoru. Tento model je navíc konečný a negeometrický.

Na konci kapitoly 2 stojíme na rozcestí; pojem vzdálenosti je tak silný a účinný, že se zdá být možné vybudovat na něm celou geometrii. Můžeme např. definovat úsečku AB takto

$$AB = \{X \mid \delta(A, X) + \delta(B, X) = \delta(A, B)\}$$

přitom $\delta(P, Q)$ značí vzdálenost bodů P, Q. Můžeme pak definovat polopřímku, přímku, kružnici atd.

ALE

bude-li mít vzdálenost jen ty charakteristické vlastnosti, které jsme jí dali do vínku při definování metrického prostoru, budou mít zavedené rádooby geometrické útvary vlastnosti velmi divné, negeometrické (např.

dvěma různými body může procházet nekonečně mnoho přímek!). Pro matematika je to pokyn připojit další charakterizující vlastnosti tak, aby z toho nakonec byla nějaká „pořádná“ geometrie, např. eukleidovská.

Touto cestou se však autor nedal. Naopak — načerpal sice další podnět z geometrie, je to pojem okolí, ale použil ho k přípravě studia dalších negeometrických vlastností metrického prostoru. Zkrátka vykročil kurážně po cestě vedoucí k matematické analýze a topologii. Základnímu topologickému pojmu otevřené množiny je věnována kapitola třetí.

Něco z toho mnoha, co se dá vytěžit z pojmu otevřené množiny a okolí — to je obsahem kapitoly 4. Všecko, co se tu vykládá, se dá sice ilustrovat geometricky, ale hlavní dopad pojmů i vět je mimo geometrii.

Pátá kapitola je už dosti učená a poskytuje četné výhledy „do daleka“. Ti z vás, kdo se už cítí být v kondici pro dosti abstraktní uvažování, ať se do ní pustí hned. Ti ostatní čtenáři jí přijdou asi na chuť později, až absolvují aspoň krátký úvodní kurs matematické analýzy a až se důvěrně sprátelí s takovými pojmy jako je spojitost, limita, supremum — infimum, ale hlavně stejnoměrná spojitost. Rád bych vás upozornil, že těmito věcmi se zabývají např. belgičtí gymnasisté a že jim jdou docela k duhu.

Až budete brožuru číst, soustřeďte se hlavně na dvě věci: důkladně — skoro pedanticky — promýšlejte definice a velmi podrobně si řešte všechny úlohy, hlavně úlohy ilustrační. Po prostudování příručky sami zjistíte, že vaše „matematická vzdělanost“ znatelně stoupla.

Mnoho zdaru!

Jan Vyšín