

O grupách

1. kapitola. Pojem zákrytového pohybu

In: Ladislav Rieger (author): O grupách. (Czech). Praha: Mladá fronta, 1974. pp. 7–10.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/403812>

Terms of use:

© ÚV matematické olympiády

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

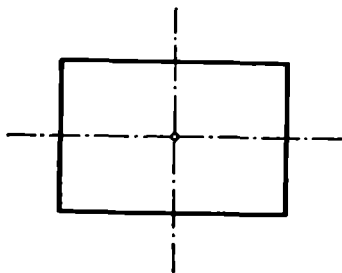


This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

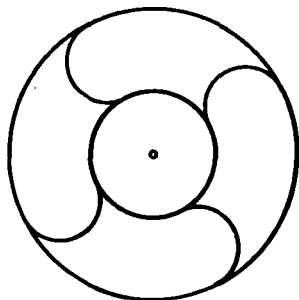
POJEM ZÁKRYTOVÉHO POHYBU

U čar a u plošných i prostorových útvarů, ať již vytvořených přírodou nebo lidmi, se setkáváme často s vlastností, které říkáme *geometrická pravidelnost*, ve zvláštním případě (středová, osová, rovinná) *souměrnost*. (Listy a květy rostlin, krystaly nerostů; ornamenty, stavby.)

V čem záleží (jak je definována) geometrická pravidelnost? Bez obšírných úvah lze říci, že útvar shledáváme geometricky pravidelným, jestliže lze udat tzv. *zákrytové pohyby*, jimiž se ztotožní útvar jako celek sám se sebou, při čemž se jeho jednotlivé body nemusí vrátit do svých původních poloh. Vystižení geometrické pravidelnosti útvaru je potřebí tedy hledat v množině jeho zákryto-



Obr. 1



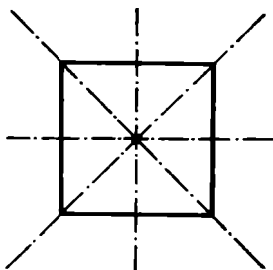
Obr. 2

vých pohybů. Tak např. obdélník (obr. 1) má tři takové zákrytové pohyby, tj. dvojí překlopení (dle každé z obou os souměrnosti) a jejich kombinaci, tj. otočení o 180° . Útvar na obr. 2 má rovněž přesně tři zákrytové pohyby, ale jiné, totiž otočení roviny o jeden, dva či tři pravé úhly. Nekonečný pás na obr. 3 má nekonečně mnoho



Obr. 3

zákrytových pohybů. Jsou to posuvy o celistvé násobky jednoho dílku pásu — a jiné zákrytové pohyby nemá. Čtverec (obr. 4) má 7 zákrytových pohybů (4 překlopení kolem os souměrnosti a 3 otočení o 90° , 180° , 270°).



Obr. 4

Aby později nevzniklo nedorozumění, je dobře výslovně objasnit geometrický ráz pojmu zákrytový pohyb. Na rozdíl od skutečného (fyzikálního) pohybu při zákrytovém pohybu nepřihlížíme ani k časovému

průběhu pohybu (k rychlosti), ani k tomu, po jaké dráze se jednotlivé body (geometricky pravidelného, tuhého) útvaru dostaly z původní do nové polohy. To znamená, že dva zákrytové pohyby platí za stejné, jestliže vedou z téže výchozí polohy útvaru do téže polohy konečné. Tak např. v obr. 2 otočení o úhel 90° a otočení o úhel $450^\circ = 360^\circ + 90^\circ$ (v témže smyslu) považujeme za tentýž zákrytový pohyb. Pak je však důsledné připouštět za zákrytový pohyb i takový pohyb, při němž se každý jednotlivý bod vrátí odkud vyšel (ztotožní se se sebou samým). Takovému pohybu, danému např. otočením rovinného obrazce o 360° , říkáme pohyb identický, takže útvar na obr. 2 právě tak jako obdélník, mají ve skutečnosti po čtyřech zákrytových pohybech a při pásu na obr. 3 připouštíme i zákrytový posuv o nulovou délku. (Pak ovšem i geometricky zcela nepravidelné útvary mají zákrytový pohyb, totiž jediný, identický zákrytový pohyb.)

Množina zákrytových pohybů libovolného daného útvaru má některé důležité a jednoduché základní vlastnosti. Tak např. pozorujeme, že dva zákrytové pohyby provedeny po sobě (složeny) dají opět zákrytový pohyb, že ke každému zákrytovému pohybu existuje zákrytový pohyb zpětný, uvádějící útvar y každém jeho bodu do původní polohy (tedy skládající s daným pohybem pohyb identický) apod. Studium způsobů skládání zákrytových pohybů a těch souvislostí mezi těmito pohyby, které jsou skládáním dány (pouhý počet zákrytových pohybů říká příliš málo, jak jsme viděli na příkladě obdélníka a útvaru na obr. 1), tvoří matematický obsah teorie geometrické pravidelnosti. Tak jsme vedeni k pojmu grupy zákrytových pohybů, kterýmžto názvem označme prozatím zhruba množinu zákrytových pohybů daného útvaru spolu s předpisem, jak se

zákrytové pohyby skládají. Tento pojem si objasníme blíže pomocí příkladu zákrytových pohybů rovnostranného trojúhelníka.

Cvičení

1. Určete zákrytové pohyby: a) pravidelného šestiúhelníka, b) vlnovky $y = \sin x$, c) neomezené čtvercové sítě v rovině, d) téže sítě opatřené ještě úhlopříčkami.

2. Ukažte, jak vynecháním a) vhodných bodů, b) vhodných úseček vznikne z rovnostranného trojúhelníka obr. 5) útvar o 3 zákrytových pohybech (kterých?).