Vektory v geometrii

Výsledky cvičení

In: Bruno Budinský (author); Stanislav Šmakal (author); Jan Volejník (illustrator): Vektory v geometrii. (Czech). Praha: Mladá fronta, 1971. pp. 153–155.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/403737

VÝSLEDKY CVIČENÍ

2.2. $S - A = \frac{1}{2}(\mathbf{u} + \mathbf{v})$, $B - S = \frac{1}{2}(\mathbf{u} - \mathbf{v})$, $D - S =$
$= \frac{1}{2}(\mathbf{v} - \mathbf{u})$.

2.3. Ano, platí totiž $\mathbf{a} = 0 . \mathbf{b} + (-1)(-\mathbf{a})$.

2.4. Rovnici můžeme upravit na tvar
$(A - T) + (B - T) + (C - T) = 0$ čili $\dfrac{A + B + C}{3} = T$.

2.5. $D - C = -\frac{1}{3}\mathbf{u}$, $A - D = -\frac{2}{3}\mathbf{u} - \mathbf{v}$.

2.6. Ano, neboť $\mathbf{c} = \mathbf{a} + 2\mathbf{b}$.

2.7. Zřejmě $D - A = C - B$; $C - D = B - A$.

2.9. $X = [3, 3, -5] + \alpha (1, 3, -1) + \beta (2, -1, -1)$; rozepíšeme-li vektorovou rovnici do tří parametrických rovnic a vyloučíme z nich parametry α, β, dostáváme obecnou rovnici roviny $4x + y + 7z + 16 = 0$.

2.10. $2x - 2y + 4z - 18 = 0$.

2.11. Návod. Vyjděte z faktu, že dvě roviny rovnoběžné mají buď všechny body společné, nebo nemají žádný bod společný.

2.12. $2x + y - 2z + 2 = 0$; užijte výsledku předcházejícího příkladu.

2.13. Roviny mají právě jeden bod společný $[1, 1, 1]$.

2.14. $P = [1, 1, 1]$.

2.15. Řešte pomocí svazku rovnic $5x + 4y + 4z + 4 = 0$.

2.16. $4x - y - z + 5 = 0.$

2.17. $K = [1, 2, 1]; \quad L = [2, 3, 1].$

2.18. $K = [0, 0, 2]; \quad L = [2, 3, 1].$

3.2. $\varphi = \dfrac{\pi}{4}.$

3.3. Čtyřúhelník je kosočtvercem.

3.4. $P = [0, 0, 1].$

3.5. $P = [1, 1, 1].$

3.6. $P = [2, 1, 0].$

3.7. $d = \sqrt{5/11}.$

3.8. $d = 3.$

3.9. $d = \dfrac{\sqrt{17}}{2}.$

3.10. $d = \sqrt{2}/2.$

3.11. $x + y - z = 0.$

3.12. $\varphi = \pi/4.$

3.13. $3y - z = 0, \quad y + 3z = 0.$

3.14. $-5x + 2z + 10 = 0.$

3.15. $\cos\alpha = 0{,}3.\sqrt{2}; \quad \cos\beta = 0{,}4.\sqrt{2}, \quad \cos\gamma = 0{,}5.\sqrt{2}.$

3.16. $\cos\varphi = \dfrac{11}{26}.$

3.17. $X = [0, -4, 3] + \alpha(5, 1, 3).$

3.18 $d = \sqrt{3{,}42}; \quad d = AM \sin\alpha = |M - A| \dfrac{|\mathbf{u} \times (M - A)|}{|\mathbf{u}||M - A|} =$

$$= \frac{|\mathbf{u} \times (M - A)|}{|\mathbf{u}|}.$$

3.19. $\sin\varphi = 1/\sqrt{6}.$

3.20. $14y + 7z + 24 = 0.$

3.21. $x + 2y + 2z - 20 = 0, \quad x + 2y + 2z + 4 = 0.$

3.22. $O = 24{,}5$.

3.23. $P = 18\sqrt{2}$.

3.24. $V = 14, \quad v_D = \sqrt{14}, \quad \cos\varphi = 7/\sqrt{62}$.

3.26. Označme V ortocentrum čtyřstěnu $ABCD$. Označme $\mathbf{a} = A - V$, $\mathbf{b} = B - V$, $\mathbf{c} = C - V$, $\mathbf{d} = D - V$. Zřejmě $\mathbf{a}(C - D) = 0 \Rightarrow \mathbf{a}[(C - V) + (D - V)] = 0 \Rightarrow \mathbf{a}\,.\,(\mathbf{c} - \mathbf{d})$, podobně $\mathbf{b}(\mathbf{c} - \mathbf{d}) = 0 \Rightarrow (\mathbf{a} - \mathbf{b})(\mathbf{c} - \mathbf{d}) = 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow (A - B).(C - D) = 0$. Hrany AB a CD jsou tedy na sebe kolmé, atd.

3.28. Zcela analogicky jako v odstavci 3.4 lze ukázat, že vnější středy stejnolehlostí tří kulových ploch leží na jedné přímce. Na jedné přímce tedy musí ležet body

a) S_{12}, S_{24}, S_{14},

b) S_{24}, S_{23}, S_{43},

c) S_{14}, S_{13}, S_{43},

d) S_{12}, S_{23}, S_{13}.

Tato situace je právě ta, která je zachycena na obrázku 58.