VÝSLEDKY CVIČENÍ

1,2. $AB = 3$, $AC = 9$, $AD = 7$, $BC = 12$, $BD = 10$, $CD = 2$

1,3. Ve vzorci (1,1) klademe $b = 0$. *1,4.* a) -1; b) 0; c) $\frac{11}{2}$. *1,5.* $x_1 = 1$, $x_2 = 4$, $s = \frac{5}{2}$, $r = \frac{3}{2}$; užije se rozboru rovnice (1,5).

2,2. a) $3\sqrt{2}$, $\sqrt{37}$, 5; b) $3\sqrt{5}$, 13, 10. *2,3.* $OP = 2$, $OQ = 2\sqrt{3}$, $PQ = 4$; protože je $OP^2 + OQ^2 = PQ^2$, platí zde Pythagorova věta a tento trojúhelník je tedy pravoúhlý. *2,4.* Užijte věty 2,1 pro vzdálenosti AS a BS. *2,5.* Přímka je spojnicí a) bodů $P(p; 0)$ a $Q(0; q)$; b) počátku a bodu $(1; k)$. *2,6.* a) $x_1^2 + x_2^2 = 16$; b) $x_1^2 + x_2^2 - 10\,x_2 = 0$; c) $x_1^2 + x_2^2 - 6x_1 - 4x_2 = 0$; d) $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 + 8x_2 - 3 = 0$. *2,7.* a) $S(2; 3)$, $r = 5$; b) $S(-5; 0)$, $r = 7$; c) $S(0; a)$, $r = a$. Postupuje se podle vzoru rozboru rovnice (2,10). *2,8.* a) $(-2; \frac{2}{5})$; b) průsečík neexistuje, přímky jsou rovnoběžné; c) body $(4u; 2-7u)$, kde u je libovolně volitelné číslo, obě přímky spolu splývají. *2,9.* a) Body $(3; 4)$ a $(-\frac{24}{5}; \frac{7}{5})$; b) body $(1; 0)$ a $(-6; -7)$. *2,10.* Vychází jediný průsečík $(9; 3)$, tudíž přímka je tečnou kružnice.

3,1. $AB = \sqrt{43}$, $AC = \sqrt{2}$, $BC = 3\sqrt{5}$; protože je zde $AB^2 + AC^2 = BC^2$, platí zde věta Pythagorova a tento trojúhelník je tedy pravoúhlý. *3,2.* $AC = BC = \sqrt{41}$, $AB = 2\sqrt{11}$. *3,3.* Užijte věty 3,1 pro vzdálenosti AS a BS. *3,4.* Stačí dosadit souřadnice určené rovnicemi (3,2) do rovnice (3,3), jejíž koeficienty mají tvar (3,4) *3,5.* –

$S(-\frac{3}{4}; 0; -\frac{5}{4})$; $AS = BS = CS = DS = \frac{\sqrt{146}}{2}$. *3,6.* a) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1$; b) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1 = 0$; c) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 8x_1 - 4x_2 - 4x_3 + 15 = 0$. *3,7.* a) $S(1; 3; 5)$, $r = 5$; b) $S(0; 0; a)$, $r = a$. *3,8.* $8(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + 12x_1 + 20x_3 - 567 = 0$. *3,9.* Soustava nemá řešení, jde o roviny rovnoběžné. *3,10.* a) $(3; 0; -1)$; b) $(1; 1; 2)$. *3,11.* $x_1 = \frac{1}{4}(u + 1)$, $x_2 = \frac{1}{4}(7u - 5)$, $x_3 = u$, kde u je libovolně volitelné číslo. *3,12.* Roviny nemají společný bod. *3,13.* Vychází jediný průsečík $(3; 4; 0)$, tudíž přímka je tečnou plochy kulové.

4,1. $v = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2}$. *4,2.* $AB = 2\sqrt{17}$, $AC = BC = \sqrt{34}$. *4,3.* $AB = BC = \sqrt{17}$, $AC = \sqrt{34}$; jest $AB^2 + BC^2 = AC^2$, to znamená, že zde platí věta Pythagorova a trojúhelník je tudíž pravoúhlý. *4,4.* $S(1; 2; 2; 5)$. *4,5.* $AB = AC = BC = 2\sqrt{2}$. *4,6.* a) — $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 1$; b) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 4x_1 = 0$; c) — $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 6x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 4x_4 + 2 = 0$. *4,7.* a) — $S(-1; -4; 3; 0)$, $r = 5$; b) $S(a; 0; 0; 0)$, $r = a$. *4,8.* Jediný bod $(\frac{11}{2}; 7; 3; \frac{7}{2})$. *4,9.* Jediný průsečík $(10; 5; 2; 1)$. *4,10.* Jsou to body o souřadnicích $x_1 = -10 + u$, $x_2 = 35 - u$, $x_3 = -15$, $x_4 = u$, kde u je libovolné číslo; danou soustavu řešte tím způsobem, že položíte $x_4 = u$ a zbývající tři souřadnice x_1, x_2, x_3 vypočtete jako řešení soustavy daných tří rovnic. *4,11.* $S(1; -2; 4; 0)$. *4,12.* $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 2x_1 + 4x_2 - 8x_3 + 17 = 0$; $r = 2$. *4,13.* Jde o řešení soustavy čtyř rovnic v úloze daných, z nichž tři jsou lineární a jedna kvadratická; vycházejí dva průsečíky $(-2; 0; 0; 0)$ a $(1; 1; 1; 1)$. *4,14.* Vychází jediný průsečík přímky s nadkoulí, totiž bod $(1; 1; 1; 1)$; přímka je tudíž tečnou nadkoule.

5,1. $v = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2}$. *5,2.* $B(-a_1; -a_2; \ldots; -a_n)$. *5,3.* Souřadnice dané rovnicemi (5,2) stačí dosadit do rovnice (5,3), jejíž koeficienty mají tvar (5,4). *5,4.* a) Přímka; b) rovina. *5,5.* a) Kružnice; b) plocha kulová. *5,6.* a) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 1$; b)

$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 - 2x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 8x_4 - 3 = 0$. *5,7.* $S(2; 1; -3; 5; -1; 1)$, $r = 4$. *5,8.* $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + 2x_1 - 10x_3 + 6x_4 - 4x_5 + 5 = 0$, $r = AS = \sqrt{34}$. *5,9.* — $S(a; 0; 0; \ldots; 0)$, $r = a$. *5,10.* Jediný bod $(1; 0; 3; -2; 2)$. *5,11.* Soustava daných šesti rovnic nemá řešení; vynecháme-li např. první rovnici, má zbývajících pět jediné řešení $x_1 = x_2 = x_3 = x_5 = 1$, $x_4 = 2$, ale toto řešení nevyhovuje rovnici první. *5,12.* a) $n - 2$; b) $n - 1$.

6,1. 32 — viz obr. 8. *6,2.* Nerovnost $|x_i| \leq 1$ je shodná s nerovností $-1 \leqq x_i \leqq +1$. Délka tohoto intervalu je 2, tedy hrana této krychle má délku 2. *6,3.* Je to 2^n bodů, jejichž souřadnice jsou vesměs rovny $+1$ nebo -1. *6,4.* $2\sqrt{n}$.