10. PLOCHY ŠROUBOVÉ

10,0. Vytvoření a základní pojmy. Zvolíme-li libovolnou křivku k, rovinnou nebo prostorovou a vykonáme-li s ní šroubový pohyb okolo osy o, to jest spojíme-li její rovnoměrné otáčení okolo o se současným postupem rovněž rovnoměrným směrem osy o, vytvoří každý bod křivky k šroubovici o ose o a výšce závitu v (stejné pro všechny tyto křivky). Všechny tyto šroubovice vyplní jako soustava souosých šroubovic plochu šroubovou η. Libovolný bod křivky k proběhne šroubovici, kterou můžeme označiti jako *řídící křivku,* protože určuje šroubový pohyb útvaru k, který plochu vytvořuje. Vyhledáme-li průsečíky všech šroubovic plochy η s rovinou $\pi \perp o$, získáváme křivku n, jejímž šroubovým pohybem určeným řídící šroubovicí, vytvoří se tatáž plocha η. Křivku n jmenujeme *kolmým* nebo *normálním řezem* šroubové plochy η.

Všechny normální řezy plochy šroubové tvoří soustavu křivek plochy a to křivek mezi sebou shodných.

Obdobně průsečíky všech povrchových šroubovic plochy η s libovolnou rovinou α jdoucí osou o vyplňují určitou křivku a a jejím šroubovým pohybem, daným řídící šroubovicí, vytvoří se rovněž tatáž plocha šroubová η. Je tedy zřejmé, že:

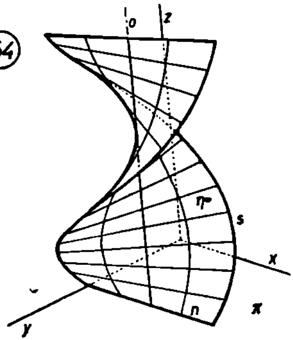
Všechny osové řezy plochy η jsou mezi sebou shodné.

Osový řez šroubové plochy sestává z nekonečně mnohých větví, mezi sebou shodných, které po jedné straně osy následují po sobě ve vzdálenosti rovné výšce v závitu, s druhé strany pak jsou o půl výšky závitu směrem osy proti prvým posunuty.

Plochy šroubové pro závitovou výšku $v = 0$ přecházejí do rotačních ploch, osový řez pak splývá s poledníkem plochy. Pro návitkovou výšku nekonečně velkou přejde šroubová plocha do plochy válcové; povrchové šroubovice stanou se povrchovými přímkami, normální řez základní křivkou plochy válcové.

Šroubovice položené na η a mající ve svém okolí největší nebo nejmenší poloměr, jsou obdobné rovníkům a hrdlům rotační plochy a označují se jmény *rovníkové*, *meridiánní šroubovice* a *hrdla*. Hrdlo může přejíti i do osy o dané plochy šroubové.

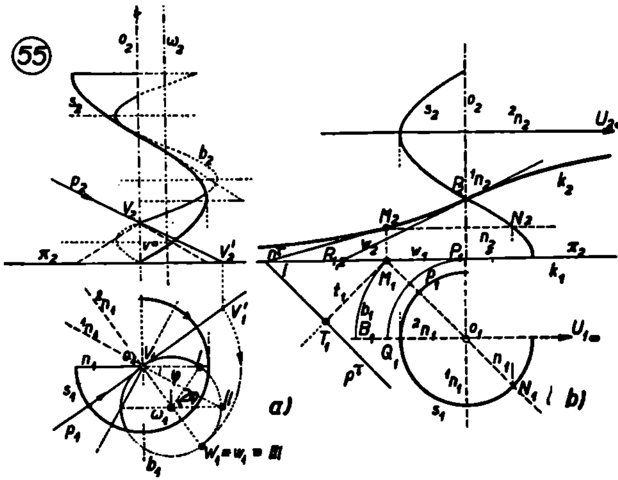
54



10,1 Šroubové plochy o normálních řezech přímočarých. V obr. 54 je zobrazena v axonometrickém promítání šroubová plocha η, jejíž normální řez n protíná osu o. Plocha je určena jako zborcená osou o, šroubovicí s a řídící rovinou π, je to tedy *přímý šroubový konoid*. Abychom vyšetřili jeho některé vlastnosti, vraťme se k obrazci 47b. Tam byla vyšetřována šroubová plocha o normálním řezu kruhovém b a na tomto řezu vyhledán bod I meze stínu vlastního tak, že ze světelného pólu W byla na b spuštěna kolmice a její pata I byla hledaným bodem meze. Veďme libovolnou křivku ${}^1b$, která se b v bodě I dotýká! Vinutý sloup vytvářený šroubovým pohybem normálního řezu b a šroubová plocha ${}^1\eta$ vytvářená křivkou ${}^1b$ musí míti v bodě I touž tečnou rovinu, která je určena tečnou v bodě I ke šroubovici tímto bodem jdoucí a společnou tečnou křivek b a ${}^1b$ v bodě I. Je proto bod I i bodem meze vlastního stínu plochy ${}^1\eta$ pro dané rovnoběžné osvětlení. Je zřejmo, že platí věta:

Dotyková křivka opsané plochy válcové nebo mez vlastního stínu pro dané rovnoběžné osvětlení při šroubové ploše je vyplněna oněmi body normálních řezů, jejichž normály protínají světelnou osu nebo procházejí světelným pólem.

55



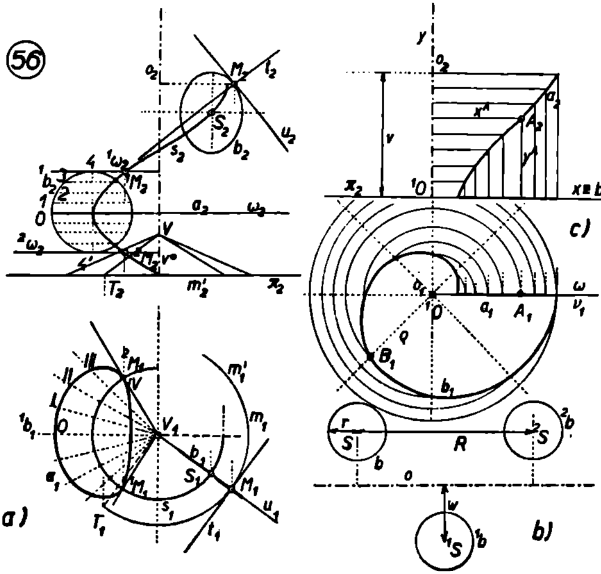
Zvolme v obr. 55a šroubový konoid přímý a směr světelných paprsků v přímce p! Na osu o konoidu nanesme nad π redukovanou výšku návitku $v^0 = v : 2\pi$ do bodu V, sestrojme jeho vržený stín V' na π a otočme ve směru stoupání řídící šroubovice s o $90°$ do bodu W; do světelného pólu! V půdoryse paty kolmic spuštěných z W_1 na paprskový svazek o středu o_1 vyplní kružnici b_1 nad $o_1 W_1$ jako nad průměrem opsanou. Vytkněme tři body I, II, III křivky b_1! Úhel $\sphericalangle\, I\omega_1\, II = 2 \sphericalangle\, I\, o_1\, II$ a obdobně úhel $\sphericalangle\, II\, \omega_1\, III = 2 \sphericalangle\, II\, o_1\, III$. Je patrno, že okolo přímky ω, která jde středem kružnice b_1 kolmo k π se body I, II, III otáčejí dvojnásobnou rychlostí jako přímky n, ${}^1n$, ${}^2n$ okolo osy o. Vytvoří proto body I, II, III rovnoměrně podél o vystupující, ale současně se kolem osy ω dvojnásobnou rychlostí rovnoměrně otáčející křivku šroubovou, která má v ω svou osu a má poloviční výšku návitkovou, jaká přísluší řídící šroubovici s. Tedy:

Na ploše šroubového konoidu je soustava šroubovic souosých o ose o a výšce závitu v a soustava šroubovic, které protínají osu o, s níž mají rovnoběžnou osu a mají poloviční výšku závitu. Libovolným bodem plochy jde jedna šroubovice první soustavy a nekonečně mnoho šroubovic soustavy druhé.

Tečnou rovinu v bodě stanovíme pohodlně příslušnou povrchovou přímkou a tečnou k šroubovici o ose o, tím bodem procházející. V obr. 55b vyhledán je řez k plochy šroubové η s nárysnou γ. Tečná rovina bodu M — stanovená přímkou n a tečnou t šroubovice b, která jde bodem $M(\overline{M_1T_1} = \widehat{M_1B_1})$, protíná ν v tečně n^τ křivky k v bodě M. Normální řez ${}^1n \perp \nu$ má nárysnou stopu P, která je inflekčním bodem křivky k. Její tečna RP je tečnou šroubovice p v bodě P — $\widehat{P_1Q_1} = \overline{P_1R_1}$. Normální řez ${}^2n \parallel \nu$ protíná γ v úběžném bodě. V tomto bodě tečná rovina daného konoidu, jeho *asymptotická rovina* je kolmá k ose o a protíná ν v *asymptotě křivky k*. Křivka k je obecná *tangentoida* o nekonečně mnohých, mezi sebou shodných větvích s inflexemi na přímce o_2 a majícími nekonečně mnoho asymptot, kolmých k o_2 a následujících po sobě ve vzdálenostech $\frac{1}{2}v$.

Zvolíme-li normální řez v přímce, která neprotíná osu řídící šroubovice, získáváme t. zv. *otevřenou plochu šroubovou pravoúhlou.* Tečná rovina v libovolném bodě je tu obdobně jako při šroubovém konoidu dána povrchovou přímkou a tečnou šroubovice, která daným bodem prochází. Obě uvedené šroubové plochy vyskytují se ve stavitelství silničním, ve stereotomii při schodech, které mají šroubovici jako čáru výstupní a v architektuře jako motiv ozdobný.

10,2. Plocha sv. Jiljí. Povšimněme si nyní šroubové plochy, jejímž osovým řezem je kružnice (obr. 56a)! Buď dána šroubovice s probíhaná středem S osového řezu b plochy η! Jed-



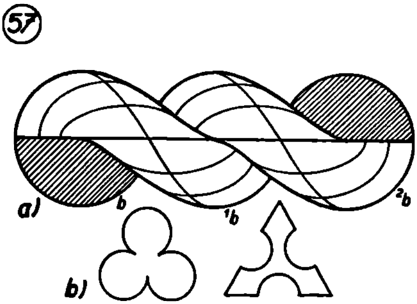
noduchým způsobem sestrojíme tu tečnou rovinu v bodě M plochy. Je dána tečnou u k řezu b a tečnou t k šroubovici plochy, která bodem M probíhá. Všechny povrchové šroubovice plochy mají společnou osu o a společnou redukovanou výšku $v^0 = v : 2\pi$, kde v je výška návitku. Všechny tečny šroubovice m procházející bodem M jsou rovnoběžny s povrchovými přímkami kuželové plochy řídící o vrcholu V ve výšce v^0 nad π a mající v m_1 řídící křivku. Sestrojíme snadno tečnu t; t_1 je tečnou kružnice m_1 v M_1, s t vedeme VT rovnoběžně na řídící ploše kuželové. V_2T_2 je nárysem této rovnoběžky a s ním je t_2 jdoucí bodem M_2 rovnoběžné. Normální řez v rovině ω sestrojíme snadno takto: K příslušnému osovému řezu ${}^1b$ vedeme tečné roviny ${}^1\omega \parallel {}^2\omega \parallel \pi$ a vyšetříme jejich průsečíky ${}^1M$, ${}^2M$ se šroubovicí s. Otočí-li se normální řez o úhel $\sphericalangle {}^1M_1V_1{}^2M_1 = \varphi$, vystoupí současně směrem osy o o délku $v' = {}^1M_2{}^2M_2$. Rozdělíme-li v' na osm stejných dílů a vedeme-li dělícími body rovnoběžky s τ_2 protínající ${}^1b_2$ v bodech *0*, *1*, *2*, *3*, *4*, ... a rozdělíme-li i úhel $\sphericalangle {}^1M_1V_1{}^2M_1$ na týž počet stejných dílů, máme v půdoryse polohy osových řezů, které odpovídají posunu ve směru osy o o délky uvedené v nárysе. Nanášíme-li nyní na paprsky svazku o středu V_1 od s_1 do bodů *0*, *I*, *II*, *III*, *IV*, ... vzdálenosti bodů *0*, *1*, *2*, *3*, *4*, ... v ${}^1b_2$ od průměru *4 4'*, získali jsme již řadu bodů normálního řezu a v rovině ω.

Plocha zde uvedená byla použita jako lícní plocha stropu nad vinutým schodištěm v klášteře *sv. Jiljí* a proto se jí dostalo tohoto jména.

Vytkneme-li v obr. 56b osový řez této plochy, může býti $R = n.\ 2r$ nebo $R \lesseqgtr n\ 2r$. V prvém případě, pro $n = 1$ dostáváme jednu plochu, která se sama sebe dotýká; pro $n = 2$ můžeme utvořiti dvě plochy, které se navzájem dotýkají atd., kdežto v druhém případě buď plocha se sama ve šroubovicích protíná nebo jde volně, aniž by se část závitu dotýkala druhé části. Je-li $w > r$ získáváme otevřenou plochu šroubovou, která se dotýká ploch válcových popsaných okolo osy o poloměry $w \pm r$. Pro $w = r$ obsahuje plocha osu o. Pro $w = 0$ a $R = 4r$ získáváme zvláštní plochu, kterou Scheffers [viz ([8]) díl II, str. 355 a n.] nazval *kadeř* [die Locke] (obr. 57a).

Plochu sv. Jiljí je možno vytvořiti jako součtovou plochu prstence a souosého přímého konoidu šroubového; směr sčítání je dán společnou osou o, základní rovina je k o kolmá. Plocha zobrazená v obr. 57a je součet šroubového přímého konoidu a plochy kulové, která má střed na ose konoidu.

10,3. Vztah mezi osovým a kolmým řezem obecné plochy šroubové vyšetříme snadno (obr. 56c)! Buď dán v rovině ν osový řez a v mezi určené výškou návitku v! Rozdělme výšku



v na př. na osm stejných dílů a vytkněme na a příslušné k tomu body, pro $\frac{3}{8}v$ je tu v a bod A. Aby bod A přešel šroubovým pohybem o výšce návitku v do roviny π, musíme ho sesunout o $\frac{3}{8}v$ směrem osy o dolů, získáme v π bod A_1 a ten musíme otočiti o $\frac{3}{8}$ úhlu plného do příslušné polohy B. Provedeme-li toto se všemi body křivky a_1 získáme v π křivku b. Vztáhněme křivku a ke dvěma kolmým osám souřadným x, y, které procházejí počátkem ^1o a křivku b k souřadnicím polárním: počátkem buď bod O, osou ω a průvodiče ϱ svírejtež s osou ω úhly měřené směrem kladným, t. j. proti chodu ručiček hodinkových. Bodu A příslušejí souřadnice x, y; bodu B souřadnice ϱ a $\varphi = \sphericalangle A_1OB_1$. Je zřejmé, že tu je $x = \varrho$ a $y : v = \varphi : 360°$, tedy $y = v \cdot \varphi : 360°$. Měříme-li φ délkou oblouku kruhového na kružnici popsané kolem O poloměrem $v^0 = v : 2\pi$, bude $y = v\varphi : 2\pi = v^0\varphi$ a zvolíme-li $v^0 = 1$, bude $y = \varphi$. Tím je dán vztah mezi křivkou osovou a normální [srovnej ([8]) str. 352, díl II].

Plochy šroubové o osových řezech kruhových a normálních řezech přímočarých a kruhových jsou velmi často užívanými motivy ozdobnými. Vytvářejí se za jejich pomoci nejen ozdobné sloupy slohu románského a byzantského [viz na př. (3) str. 291, kde jsou normální řezy takových sloupů; obr. 57b], ale i celé motivy stavební, na př. lucerny pod báněmi, ve slohu východním, jak je patrno z přílohy čís. XIX.

O plochách zborcených šroubových velmi obsažně pojednal Dr J. *Kounovský* [viz (2)], na jehož vzorný spis zde čtenáře upozorňuji. V přílohách XI, XVI, XVII, XVIII, a XX jsou reprodukovány obrazy modelů vypracovaných v stud. roce 1949-50 a 1948-9 posluchači vysoké školy inženýrského stavitelství na Českém vysokém učení technickém v Praze. Takové modely velmi podporují studium složitých ploch, z nárysu a půdorysu těžko představitelných.