

Praktická geometrie

6. Výpočet výměr

In: Pavel Potužák (author): Praktická geometrie. Část druhá. (Czech). Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 1949. pp. 86–107.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/403238>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

6. VÝPOČET VÝMĚR

Měření pozemků se vztahuje též na zjištění výměry. Výměrou se rozumí plošný obsah zaměřeného obrazce v určitých plošných jednotkách. U nás se výměra vyjadřuje v hektarech, arech a čtverečných metrech a plocha velkých jednotek správních se udává též ve čtverečných kilometrech. V hospodářsko-obchodních jednáních se užívá často též sáhové míry a výměra se udává v jitrech, korcích (strychách), měrách a čtverečných sáhách. Podle katastrálních předpisů se rozumí výměrou pozemku výměra parcely, jež je zapsána v pozemkovém katastru. Tato výměra byla vypočtena na katastrální mapě a vyrovnána vzhledem k výměře většího souboru parcel a celého mapového listu. Tím není výměra parcely vypočtena jen z rozměrů obrazce, nýbrž se tu přihlíží k řadě okolností, jež mají vliv na geometrické zobrazení a výměru. Výměru pozemku katastrální zákon nezná a v pozemkovém katastru se proto nevede.

Se zřetelem ke skutečnosti budeme v dalším výkladu rozeznávat

- a) výměru povrchové plochy pozemku jako přirozeného povrchu,
- b) výměru pozemku jako průmětu náhradního prostorového mnohoúhelníka ve vodorovné rovině,
- c) výměru parcely jako plochy geometrického zobrazení na katastrální mapě.

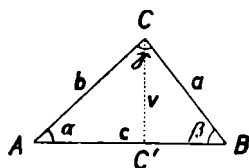
Výměra pozemku jako přirozeného povrchu — nepravidelně zprohýbané, strmé, sklonité, nerovné — je složitou úlohou a má význam jen v některých případech technických, jako při vyšetřování množství vody, která se při dešti vypaří a pod.

Výměra pozemku jako průmětu náhradního prostorového mnohoúhelníka se stanoví z délek měřených ve smyslu vodorovném. I tu jde o dvojí možnost, buď vodorovné délky mě-

řené v určité nadmořské výšce přímo použijeme nebo je redukuje na hladinu mořskou. Výměra průmětu pozemku na mořské hladině bude tím menší, čím bude nadmořská výška pozemku větší. Promítneme-li část zemského povrchu o výměře asi 60 km² s výše 1000 m do mořské hladiny, obdržíme odchylku ve výměře asi 1,7 ha, což je vzhledem k celé výměře nepatrná odchylka. Proto lze výměru pozemku o menší výměře počítati přímo z polních měr vodorovně měřených bez redukce na mořskou hladinu.

Výměry pozemků i parcel lze vy počítati různým způsobem podle toho, které veličiny byly měřeny a jaký početní způsob se zvolí.

6.1. Přehled vzorců pro výpočet výměr jednoduchých obrazců. a) Trojúhelník (obr. 52). Výpočet výměry trojúhelníka se provede z daných prvků:



Obr. 52. Určující prvky trojúhelníka.

1. ze základny c a výšky v :

$$2P = c \cdot v,$$

2. ze tří stran a , b a c podle Heronova vzorce

$$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},$$

kde $2s = a + b + c$,

3. ze dvou stran a , b a sevřeného úhlu γ :

$$2P = ab \cdot \sin \gamma,$$

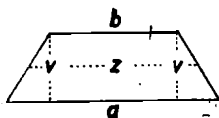
4. ze strany c a přilehlých úhlů α , β :

$$2P = c^2 \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}$$

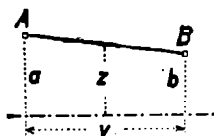
nebo

$$2P = \frac{c^2}{\cotg \alpha + \cotg \beta}.$$

Podle vzorců se počítá vždy dvojnásobná výměra a teprve výsledek se dělí dvěma. Vzorce uvedeného pod 3. se užije při výpočtu výměr pozemků zaměřených polární metodou.



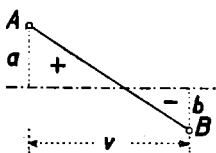
Obr. 53. Určující prvky lichoběžníka.



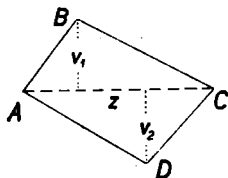
Obr. 54. Kolmicový lichoběžník.

b) *Lichoběžník* (obr. 53). Výměra lichoběžníka je dána výrazem

$$2P = (a + b) \cdot v \text{ nebo } P = z \cdot v, \text{ kde } z = (a + b) : 2.$$



Obr. 55. Zvrhlý lichoběžník.



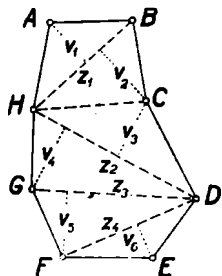
Obr. 56. Rozdělení čtyřúhelníka na trojúhelníky.

Při výpočtu výměr se často vyskytují kolmicové lichoběžníky ve tvaru vyznačeném v obr. 54, kde rovnoběžné strany jsou délky kolmic (pořadnic) a výškou rozdíl úseček staničních bodů *A* a *B*. Jsou-li body *A* a *B* každý na jiné straně měřické přímky, vzniká zvrhlý lichoběžník (obr. 55). Pořadnice se počítají na jedné straně kladně a na druhé záporně. Zvolíme-li kolmici bodu *A* za kladnou, musí být kolmice bodu *B* zápornou. Výměra zvrhlého lichoběžníka se rovná rozdílu ploch obou trojúhelníků, z nichž je složen zvrhlý lichoběžník.

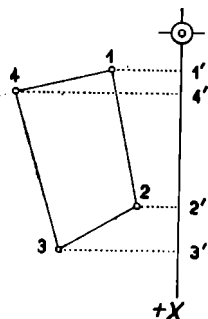
e) *Čtverec a obdélník*. Výměra je dána součinem obou rozměrů čili

u čtverce $P = a^2$, kde a je stranou čtverce,

u obdélníka $P = a \cdot b$, kde a je základnou a b výškou.



Obr. 57. Rozdělení mnohoúhelníka na trojúhelníky.



Obr. 58. Souřadnicové řešení výměry obrazce.

d) *Čtýrúhelník* (obr. 56). Je-li čtyřúhelník zaměřen na úhlopříčku $z = AC$ úsečkami a pořadnicemi čili výškami v_1 a v_2 , je jeho výměra dána výrazem

$$2P = z \cdot (v_1 + v_2),$$

což je výměra součtu ploch obou trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle ACD$.

e) *Mnohoúhelník* (obr. 57). Úhlopříčkami rozdělíme mnohoúhelník na trojúhelníky a na úhlopříčky zaměříme vrcholy obrazce úsečkami a kolmicemi. Pro výpočet výměry se dají často dva sousední trojúhelníky spojit ve čtyřúhelník a se zřetelem k tomu obdržíme pro výměru výraz:

$$2P = z_1(v_1 + v_2) + z_2(v_3 + v_4) + z_3 \cdot v_5 + z_4 \cdot v_6.$$

Jsou-li změřeny též oměrné (obvodové) míry, lze výměru mnohoúhelníka vypočísti podle Heronova vzorce.

Výpočet výměr ze souřadnic (obr. 58). Jsou dány souřadnice vrcholů obrazce 12341 v pravouhlé soustavě souřadnicové a vypočítá se jeho výměra. — Výměra čtyřúhelníka se rovná součtu ploch lichoběžníků omezených osou X , stranami čtyřúhelníka a pořadnicemi y . Zachovávajíc směr chodu ručiček hodinových po obvodu obrazce, bude jeho výměra se zřetelem ke znaménkům dána výrazem:

$$P = -11'2'2 - 22'3'3 + 344'3' + 411'4'$$

a po dosazení souřadnic se uplatní znaménko plus a minus přímo, takže

$$2P = (x_2 - x_1)(y_2 + y_1) + (x_3 - x_2)(y_3 + y_2) + (x_4 - x_3)(y_4 + y_3) + (x_1 - x_4)(y_1 + y_4) \quad (1)$$

a pro n vrcholů lze psát obecný vzorec

$$2P = [(x_{n+1} - x_n)(y_{n+1} + y_n)], \quad (2)$$

nebo

$$2P = [\Delta x_n (y_{n+1} + y_n)]. \quad (2')$$

Vynásobíme-li členy v rovnici (1) a součiny seřadíme jednou podle x a po druhé podle y , obdržíme:

$$\begin{aligned} 2P = & x_2y_2 - x_1y_2 + x_2y_1 - x_1y_1 \\ & + x_3y_3 - x_2y_3 + x_3y_2 - x_2y_2 \\ & + x_4y_4 - x_3y_4 + x_4y_3 - x_3y_3 \\ & + x_1y_1 - x_4y_1 + x_1y_4 - x_4y_4 = \begin{aligned} & + x_1(y_4 - y_2) + \\ & + x_2(y_1 - y_3) + \\ & + x_3(y_2 - y_4) + \\ & + x_4(y_3 - y_1) \end{aligned} \end{aligned}$$

nebo obecně

$$2P = [x_n (y_{n+1} - y_{n-1})] = [\Delta y_n \cdot x_n] \quad (3)$$

a po uspořádání podle y

$$2P = y_1(x_2 - x_1) + y_2(x_3 - x_1) + y_3(x_4 - x_2) + y_4(x_1 - x_3)$$

čili obecně

$$2P = [y_n (x_{n-1} - x_{n+1})] = [\Delta x_n \cdot y_n]. \quad (4)$$

Obdobně, jak se obdrží rovnice (1), odvodí se podobná rovnice utvořením lichoběžníků vzhledem k ose Y . Nejvýhodnější a nejužívanější rovnice pro výpočet výměr je rovnice (3) a (4).

Rovnici (3) lze vyjádřit slovně: Úsečku každého vrcholu vynásobíme rozdílem pořadnic obou sousedních vrcholů. Rozdíl utvoříme tak, že od pořadnice následujícího bodu se odečte pořadnice předcházejícího bodu. Znaménko se uplatní správně, když dodržujeme postup po obvodě obrazce ve smyslu číslování hodin.

Rovnici (4) vyjádříme: Pořadnici každého bodu vynásobíme rozdílem úseček obou sousedních bodů. Rozdíl utvoříme tak, že od úsečky bodu předcházejícího odečteme úsečku následujícího bodu.

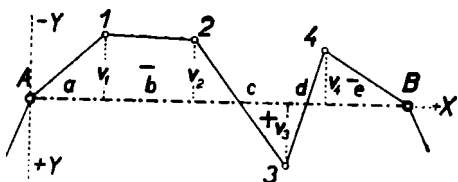
Sloučice kladné i záporné součty součinů obdržíme dvojnásobnou výměru obrazce. Rozdíly souřadnic jsou vždy malá čísla, kdežto úsečky i pořadnice bývají velká čísla. Pro počítání s malými čísly se zmenší souřadnice o určitou celou hodnotu tak, aby zbytky souřadnic byly malá čísla. Souřadnice bodů jsou uvedeny na dvě desetinná místa metru a výměra se pak vypočte na čtyři desetinná místa, která se teprve po sečtení a stanovení jednoduché výměry zaokrouhlí na celé metry.

V praxi se užívají k výpočtu výměr rovnice (3) a (4) a jedna je kontrolou druhé. Výsledky obou se musí shodovat, neboť výpočet se koná po záměně z těchže čísel. K počítání lze užít různých tabulek násobkových, ale nejvýhodnější je počítací stroj, na němž lze výpočet provést různými způsoby.

Výrazů (3) a (4) se užívá též k výpočtu výměr pozemků nebo jejich částí, jež byly zaměřeny k měřické přímce úsečkami a pořadnicemi. Je-li pozemek nepravidelného tvaru zaměřen ke stranám základního obrazce, rozloží se plošný výpočet na výpočet výměry základního obrazce a výměr přírůstků nebo úbytků. Přírůstkem nebo úbytkem je plocha obsažená mezi stranou základního obrazce a obvodem pozemku.

Případ 1 (obr. 59). Na spojnici AB byla zaměřena část plochy pozemku $A1234B$. Jde o výpočet výměry, kterou je nutno k výměře základního obrazce připočíst. — Označíme-li kolmice písmenem v a úseky mezi kolmicemi a, b, c, d a e , možno výměru přírůstku vypočísti z trojúhelníků a lichoběžníků. K výpočtu se užije výraz

$$2P = a \cdot v_1 + b(v_1 + v_2) + c(v_2 + v_3) + d(v_3 + v_4) + e \cdot v_4. \quad (5)$$



Obr. 59. Přírůstky a úbytky.

Po vynásobení a uspořádání podle v obdržíme

$$2P = v_1(a + b) + v_2(b + c) + v_3(c + d) + v_4(d + e). \quad (6)$$

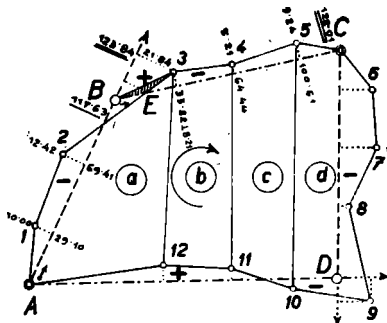
Výsledky z obou rovnic musí být úplně stejné.

Případ 2 (obr. 59). Jsou-li při měření stopy kolmic průběžně zastaničeny, označíme spojnice AB za osu $+X$ s počátkem v bodě A a kolmice za pořadnice y_n . Výpočet výměry se provede podle rovnic (3) a (4). Poněvadž místo skutečných souřadnic považujeme za souřadnice měřené hodnoty, musíme souřadnicím přisoudit určitá znaménka. Pořadí bodů volíme buď ve směru nebo proti směru chodu ručiček hodinových, leč směr, který zvolíme musíme dodržet. Pro jednotné počítání se dodržuje zásada, že se při výpočtu postupuje ve směru číslování hodin. Úsečky x se volí kladné, postupuje-li výpočet ve směru staničení (od bodu A k B) a záporné, když by staničení bylo protisměrné (od bodu B k A).

Výpočet výměry pozemku ze souřadnic (obr. 58).

Označení bodu	Souřadnice		$\Delta y_n =$		$\Delta x_n =$		$y_n \cdot \Delta x_n$		$x_n \cdot \Delta y_n$		
	y_n		$y_{n+1} - y_{n-1}$		$x_{n-1} - x_{n+1}$						
	±		±		+	-	+	-	+	-	
1	2	3	4	5	6	7					
1	0,0	+	0,0								
2	15,6	+	16,6								
3	6,2	+	35,2	23,8	6,2		35,2	549,12		102,92	
4	8,2	+	44,0		12,2		27,4	169,88			
5	18,4	+	75,9	7,3			40,7		333,74	536,80	
6	15,5	+	98,6	47,5		10,8	54,6	1004,64		554,07	
7	29,1	+	65,1	12,2		49,9		167,40		4683,50	
8	27,7	+	48,7		10,6			1452,09		794,22	
9	18,5	+	19,4		27,7			1265,89		516,22	
1	0,0		0,0		34,1	2,8		900,95		537,38	
2	15,6	+	16,6								
			$\Sigma =$	90,8	90,8	157,9	157,9	5509,97	333,74	6869,55	1693,32
				0		2P	=	5176,23		5176,23	
						P	=	2588,12	$\doteq 25 \text{ a}$	88 m ²	

Naznačeným způsobem se postupuje jak při výpočtu výměry základního obrazce, tak při výpočtu přírůstků a úbytků. Do sloupce I se zapíše ve skutečnosti jen čísla označených bodů. Nejsou-li body označeny, není třeba je označovat ani v I. sloupci. Musí však být označeny body, mezi nimiž se přírůstek nebo úbytek počítá. Při předpisování souřadnic je třeba jen dbáti toho, aby po zvolení počátečního bodu na obvodu obrazce byl dodržen směr číslování hodin až se dojde ke koncovému bodu.



Obr. 61. Zaměření pro číselný výpočet výměry souboru pozemků.

Výpočet výměry skupiny (souboru) pozemků (obr. 61). Jsou dány souřadnice bodů A , B , C a D , na jejichž spojnice byl zaměřen obvod skupiny pozemků a , b , c , d . U bodů B a D bylo nutno měřické přímky prodloužit, aby bylo možno zaměřit lomové body 3 a 9 k oběma měřickým přímkám, bodem B a D jdoucím. Úlohou je vypočísti výměru souboru i jednotlivých pozemků.

Výpočet se rozdělí na dvě části. V první části se vypočte výměra základního obrazce $ABCD$ z daných souřadnic a v druhé se provede výpočet přírůstků a úbytků. Při předpisování souřadnic bodů přírůstků a úbytků se musí dbáti trojúhelníků v rozloh skupiny, aby část, která nepatří do skupiny a je zahrnuta ve výměře jednoho přírůstku byla

odečtena od výměry druhého přírůstku. Pro přehled se takové plošky v obrazci vyčárkují. Předpis souřadnic bodů v zápisníku bude:

- u základního obrazce: $ABCDAB$ s výměrou P' ,
- u přírůstku podél strany AB : $A123BA1$ s výměrou p_1 ,
- u přírůstku podél strany BC : $B345CB3$ s výměrou p_2 ,
- u přírůstku podél strany CD : $C6789DC6$ s výměrou p_3 ,
- u přírůstku podél strany DA : $D9101112AD9$ s výměrou p_4 .

Malý trojúhelníček vyčárkovaný ve vrcholu B nepatří do skupiny, je však při výpočtu přírůstku podél strany AB od výměry odečten a při výpočtu výměry přírůstku podél strany BC opět připočten a tím se jeho výměra vzhledem k celku ruší.

Výměra celé skupiny P se rovná

$$P = P' + p_1 + p_2 + p_3 + p_4.$$

Při výpočtu výměr přírůstků a úbytků jsou znaménka kolmic napravo od měřické přímky (do skupiny) kladná a nalevo záporná. Výměry vyjdou s opačným znaméním.

Pro výpočet výměry je nutno lomové body u vrcholů základního obrazce zaměřovati na obě měřické přímky vrcholem jdoucí. Komu dělá potíže určovati, která část ve vrcholech základního obrazce patří do skupiny a která nikoli, vyhne se tomu tím, že při měření si stanoví průsečík měřické přímky s hranicí pozemku nebo souboru a zaměří jej. Označíme-li průsečík hranice s měřickou přímkou u vrcholu B písmenem E , který lze v mnohých případech též odměřit na mapě (v měřítku mapy), bude předpis bodů pro výpočet výměr:

podél strany AB : $A12EBA1$ a

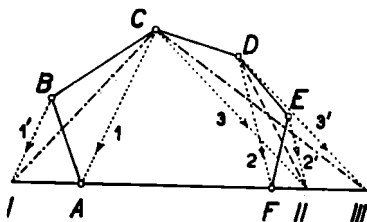
podél strany BC : $BE345CBE$.

Pořadnice bodu E na straně BC je rovna nule.

Výměry pozemků ve skupině se vypočtou obvyklými způsoby počtářskými (graficky, planimetricky a z polních měř) jako výměry parcel na mapě nebo na plánu a jejich výměry se vyrovnají na výměru skupiny. Jsou-li ve skupině pozemky tvaru obr. 52 až 57, vypočte se výměra každého pozemku z polních měř. Vlivem nevyhnutelných chyb při měření nebude se součet výměr pozemků rovnat výměře skupiny. Rozdíl však musí být malý a nesmí překročit přípustné odchylky, jež jsou měřickými návody stanoveny. Odchylka se rozdělí úměrně výměrám pozemků.

6.2. Výpočet výměr parcel na mapě nebo na plánu.

Geometrické zobrazení na mapě nebo na plánu se jmenuje parcela. Výměry parcel se mohou počítat úplně stejně jako výměry pozemků s tím rozdílem, že se potřebné délky v měřítku zmenšují na mapě odměří. Parcelu je možno tužkou rozdělit na řadu trojúhelníků, lichoběžníků, základní obrazce, přírůstky a úbytky. U nepravidelných parcel je to práce zdouhavá a nákladná a proto se užívá různých pomůcek a přístrojů k určování ploch.

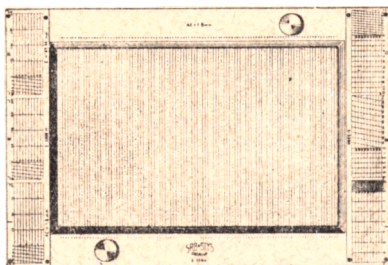


Obr. 62. Proměna obrazce.

Proměňování mnohoúhelníka (obr. 62). Proměňování mnohoúhelníků na trojúhelníky nebo čtyřúhelníky se provádí na základě poučky, že trojúhelník nemění svoji výměru, když se nemění základna a výška. — V našem případě je úkolem proměnění šestiúhelníka $ABCDEF$ na trojúhelník o stejné ploše. Proměňování lze provést počínaje od jednoho bodu postupně k dalším nebo z obou stran současně tak, abychom obdrželi výslední obrazec vhodného tvaru. — Spojme bod C s bodem A a vedme bodem B rovnoběžku až protne prodlouženou stranu AF v bodě I . Spojnice IC je náhradní stranou a ze šestiúhelníka byl získán stejnoplošný pětiúhelník $ICDEFI$.

Je zřejmo, že plocha $\triangle ABC$ je rovná ploše $\triangle AIC$. Podobně spojme bod D s bodem F a vedme rovnoběžku bodem E až protne prodlouženou základnu v bodě II . Tak získáme již stejnoplochý čtyřúhelník $ICDII$. Spojme dále bod C s bodem II a bodem D vedme rovnoběžku až protne základnu v bodě III . Tím se obdrží stejnoplochý trojúhelník $ICIII$. Pro výpočet výměry se odměří délka $IIII$ a výška trojúhelníka.

Obdobně se postupuje při proměně jiných obrazců.



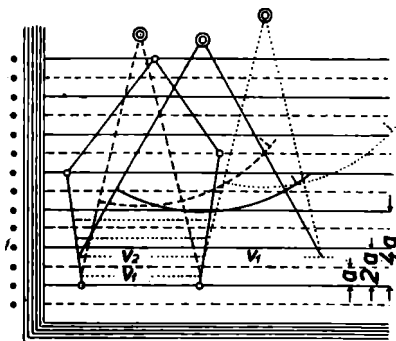
Obr. 63. Aldertiv planimetr nitkový.

Výpočet výměr parcel z měř polních a odměřených na mapě. Někdy je výhodné a také nutné vypočísti výměru parcely z měř polních i odměřených na mapě. Důležité je při tom znáti, které délky je lépe odměřovati na mapě a které měřiti v poli, aby výměra parcely byla zatížena nejmenší chybou. Početně se dá dokázati, že kratší délky je nutno měřiti v poli a delší rozměry odměřovati na mapě. Tím se docílí toho, že rozdíl mezi výměrou parcely a výměrou pozemku je v přípustných mezích. To je důležité zvláště při výpočtu výměr řemenových parcel.

6.3. Planimetrování. Planimetrů se hojně užívá při počítání i ke kontrole výměr parcel a různých obrazců. Jsou založeny na grafické integraci nebo na geometrické proměně parcel. V pozemkovém katastru se u nás užívá téměř výhradně nitkový planimetr Aldertiv a čás-

tečné pojízdný planimetr Corradiho. V inženýrské praxi je užíván polární planimetr, jichž je několik druhů. Pro nedostatek místa budou v dalším uvedeny dva druhy planimetrů.

Nítkový planimetr Alderův (obr. 63). Na spodní straně kovového rámu jsou napjaty žíně ve stejné vzdálenosti od sebe. Žíně se volí barvy černé, bílé, žluté a červené a v tomto pořadí se střídají po délce rámu. Různobarevnost žíní však unavuje oči a proto se dává přednost jen bílým a černým žíním, jež střídavě za sebou následují. Na rámu jsou vyryta příčná



Obr. 64. Planimetrování nítkovým planimetrem.

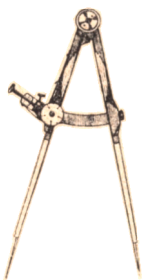
měřítka plošná, odpovídající jednoduché, dvojnásobné a čtyřnásobné vzdálenosti žíní od sebe. V dalším budeme uvažovati jen planimetr s bílými a černými žíněmi.

Žíněmi se rozdělí plocha obrazce na úzké proužky lichoběžníkového tvaru. Při křivočarém omezení obrazce se křivost buď vyrovnává na rovné čáry nebo se v mnohých případech zanedbává. V každém lichoběžníku se měří střední délka, jak ukazuje obr. 64. Plocha každého proužku se rovná $p_n = a \cdot v_n$, kde a je vzdálenost žíní. Sečtením všech délek v

v mezích obrazce a vynásobením součtu vzdáleností žíní a , obdrží se výměra obrazce

$$P = [p] = a \cdot [v].$$

V každém měřítku zmenšení znamená vzdálenost žíní jinou šířku. Obvykle se volí $a = 1,8$ mm u starších nebo 2,0 mm u novějších planimetrů. V měřítku 1 : 1000 představuje $a = 1,8$ mm šířku 1,8 m a v měřítku 1 : 2880 šířku 5,184 m.



Obr. 65. Součtové
kružítka.

K sečítání délek proužků se užívá seřítacího kružítko (obr. 65), které se dá otevřítí jen do určitého rozvoru, odpovídajícího určité výměře v měřítku zmenšení.

Pro měřítko 1 : 1000 a vzdálenost žíní $a = 1,8$ mm představuje plný rozvor kružítko v délce 69,444 mm (od hrotu k hrotu) výměru 125 m², za týchž okolností pro $2a$ výměru 250 m² a pro $4a$ výměru 500 m². Pro měřítko 1 : 2880 a vzdálenost žíní $a = 1,8$ mm odpovídá výměře 1000 m² = 10¹ arů délka proužku a rozvor kružítko 66,9796 milimetrů.

Se zřetelem k tomu lze snadno sestrojiti pro každý planimetr příčné měřítko plošné. Obvykle je rám planimetru opatřen třemi příčnými měřítky plošnými, z nichž jedno odpovídá vzdálenosti dvou sousedních nití (bílé a černé), druhé odpovídá vzdálenosti ob jednu nit (mezi dvěma černými nebo dvěma bílými) a třetí vzdálenosti čtyřnásobné (mezi pěti žíněmi, kdy se planimetruje ob jednu černou nebo ob jednu bílou žíní). Na některých planimetrech jsou vyryta příčná měřítka pro dvě měřítka zmenšení.

Má-li se užít planimetru k zjištění výměry obrazce zobrazeného v jiném měřítku zmenšení než udává příčné měřítko na planimetru, vyhotoví se příslušné příčné měřítko plošné na papíru nebo se výměra převede do jiného měřítka. Není-li na planimetru udána vzdálenost žíní a má se sestrojiti příčné měřítko v určitém poměru zmenšení, stanoví se vzdálenost žíní tím, že se změří větší počet mezer najednou, ku př. padesáti a délku odečtenou v milimetrech dělíme padesáti. Tím obdržíme průměrnou šířku jedné mezery mezi žíněmi. Vzdálenost lze měřiti též přímo v daném měřítku zmenšení.

Při převádění výměry z měřítka do měřítka se užije úměry. Ku př. při převádění výměry zjištěné v měřítku 1 : 1000 do měřítka 1 : 2880 platí

$$P_{1000} : P_{2880} = 1000^2 : 2880^2.$$

Tento případ nastane, když se planimetruje parcela zobrazená v měřítku 1 : 2880 planimetrem s vyrytým příčným měřítkem 1 : 1000, na němž byla výměra P_{1000} odečtena.

Postup při planimetrování ukazuje obr. 64. Za předpokladu, že se bude planimetrovat uprostřed žiní, odměří se součtovým kružítkem délka v_1 . Nato se kružítko přeneso do osy druhého proužku tak, aby přední hrot kružítko byl na počátečním bodu délky v_2 . Zadní hrot se opře v ose a přední hrot se posune na konec délky v_3 . Tím jsme kružítkem sečetli délky $v_1 + v_2$. Kružítko se opět přeneso do osy třetího proužku tak, aby přední hrot dopadl na začátek délky v_3 a zadní hrot se zapíchne. Přední hrot se nato posune na konec délky v_3 , atd. Nestací-li rozvor kružítko, otočí se kružítko kolem předního hrotu a zbytek délky se doměří kružítkem. Tím jsme obdrželi jedno kružítko a část obsaženou mezi hroty kružítko. Tak se postupuje dále, při čemž se počítají plně rozevřená kružítko a na konec se odečte zbytek na příčném měřítku plošném. Počet celých rozevření kružítko se násobí výměrou příslušející plnému rozvoru kružítko a k výsledku připočteme zbytek, odečtený na měřítku. Tak se obdrží výměra celého obrazce.

Výměra každého obrazce se planimetruje dvakrát a to vždy v různých polohách planimetru, nejlépe k sobě kolmých. Při kladení planimetru se dbá toho, aby bílá nebo černá žině se kryla s některou hranicí parcely nebo aby procházely vrcholy obrazce, při čemž se dbá, aby nevznikaly plošky, které by bylo těžko planimetrem určovat.

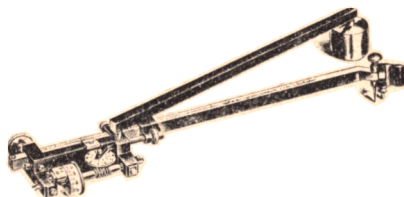
Parcely s nepravidelným obvodem se planimetrují tak, že se sečítají délky proužků o šířce a . U parcel s pravidelným obvodem a menšího rozsahu se užije proužků mezi žiněmi o vzdálenosti $2a$ (planimetruje se jen podle černých nebo jen podle bílých žiní). Velké parcely se planimetrují mezi žiněmi o vzdálenosti $4a$ (ob jednu bílou neb ob jednu černou žiní).

Práce s nitkovým planimetrem sice unavuje, ale planimetr poskytuje ze všech ostatních nejnuspokojivější výsledky.

Polární planimetr (obr. 66). Polární planimetry se vyrábějí v různých úpravách a jsou důležitými pomůckami v inženýrské praxi. Dají se jimi rychle a pohodlně zjišťovati výměry

různých obrazců, příčných profilů, strojnických diagramů, výměr lesních porostů a pod.

Obr. 67 podává schematické znázornění polárního planimetru se dvěma rameny, pólovým PO a pojízdným OH .



Obr. 66. Polární planimetr.

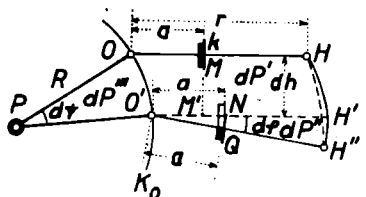
Pólové rameno se otáčí kolem pólu P , který musí být pevný a je dán buď ostrým hrotem nebo kloubem zapadajícím do ložiska v těžkém závaží kruhového nebo obdélníkového tvaru. K pojízdnému rameni OH jsou připevněna ložiska točné osy kolečka k . V našem případě je osa kolečka totožná s osou ramene OH , jinak je k ní rovnoběžná. Okrajový zaoblený břit kolečka k spočívá při planimetrování na papíru. S kolečkem je spojen dělený bubínek se stodílnou stupnicí, proti níž je umístěn vernier. S osou kolečka je prostřednictvím nekonečného šroubu spojeno počítadlo otáček. Při pohybování pojízdného ramene OH se kolečko otáčí a dráha jím ujetá se odečte na počítadle (celé otáčky) a na bubínku podle vernieru (část otáčky). Odčítání se dá provádět na tisícinu otáčky přesně a tato tisícina je měrnou jednotkou pro vyjadřování projeté dráhy.

Kolečko k může být upevněno nad i pod pojízdným ramenem nebo po straně, před i za bodem O . Podmínkou správného planimetru je, aby osa kolečka byla rovnoběžná s osou ramene OH .

Označíme-li délku pojízdného ramene $OH = r$, délku pólového ramene $PO = R$, vzdálenost zaobleného břítu kolečka od bodu O písmenem a a poloměr měřicího kolečka k písmenem ρ , lze stanovit základní vzorce pro výpočet výměr polárním planimetrem.

Planimetr se klade na mapu nebo na plán tak, aby pól byl vždy pevný. Objíždíme-li hrotem H po hranici parcely, opíše hrot při nepatrném pohybu malou dráhu z polohy H do H'' .

Pohyb hrotu lze pro další výpočty rozložit ve dva pohyby, které považujeme za nekonečně malé. Při prvním pohybu se otočí celý planimetr kolem pólu P tak, že bod O přejde do polohy O' a pólové rameno se otočí o malý úhel $d\psi$, kdežto pojízdné rameno je k své původní poloze rovnoběžné a hrot přejde do polohy H' . Druhý pohyb koná jen pojízdné rameno, které se otočí o úhel $d\varphi$ kolem bodu O' do polohy $O'H''$.



Obr. 67. Planimetrování polárním planimetrem.

malý úhel $d\psi$, kdežto pojízdné rameno je k své původní poloze rovnoběžné a hrot přejde do polohy H' . Druhý pohyb koná jen pojízdné rameno, které se otočí o úhel $d\varphi$ kolem bodu O' do polohy $O'H''$.

Během celkového pohybu proběhne měřicí kolečko k dráhu dU , která se vyšetří jako součet drah při obou pohybech. Při prvním pohybu přejde kolečko z bodu M do bodu M' . Na kolečku se odvine dráha odpovídající ploše proužku dP' o šířce dh . Z bodu M' do N se kolečko nemůže otáčet, neboť pohyb se děje v ose kolečka a toto po papíru klouže. Tím se odvinutá dráha v tomto směru rovná nule. Z bodu N do Q se kolečko k otočí o dráhu $a \cdot d\varphi$. Celková odvinutá dráha kolečka k se rovná součtu drah jednotlivých

$$dU = dh + a \cdot d\varphi$$

a z toho

$$dh = dU - a \cdot d\varphi. \quad (1)$$

Výměra malého obrazce $POHH'H'O'P \doteq POHH'O'P = dP$ se dá rozložit ve tři části

$$dP = dP' + dP'' + dP''' = r \cdot dh + \frac{1}{2}r^2 \cdot d\varphi + \frac{1}{2}R^2 \cdot d\psi. \quad (2)$$

Vynásobením rovnice (1) poloměrem r obdržíme

$$r \cdot dh = r \cdot dU - a \cdot r \cdot d\varphi$$

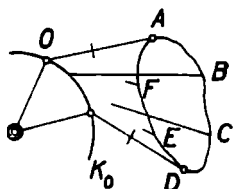
a po dosazení do rovnice (2) se změní výraz na

$$dP = r \cdot dU + \frac{1}{2}(r^2 - 2a \cdot r) d\varphi + \frac{1}{2}R^2 \cdot d\psi.$$

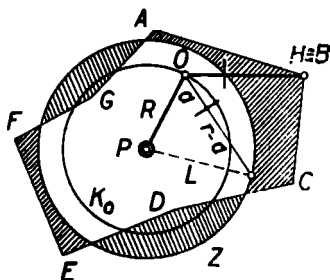
Podle integrálního počtu obdržíme

$$\int dP = r \cdot \int dU + \frac{1}{2}(r^2 - 2a \cdot r) \int d\varphi + \frac{1}{2}R^2 \int d\psi. \quad (3)$$

Rovnice (3) se upraví podle toho, zda pól je uvnitř nebo vně parcely.



Obr. 68. Planimetrování s pólem vně.



Obr. 69. Planimetrování s pólem uvnitř.

a) *Pól je vně parcely* (obr. 68). Při naprosto pevném pólu se hrot H vrátí při objíždění obvodu obrazce do téhož výchozího bodu — v našem případě od bodu A přes B, C atd. zpět do bodu A . Tím přejde pólové i pojízdné rameno opět do své původní polohy. Bod O se pohybuje po kružnici K_0 o poloměru R . Součet výkyvů obou ramen — pólového i pojízdného — se rovná nule a tím

$$\int d\varphi = 0, \quad \int d\psi = 0.$$

Po dosazení do rovnice (3) obdržíme

$$\int dP = r \cdot \int dU \text{ čili } P = r \cdot U. \quad (4)$$

U znamená odvinutou dráhu kolečka k , kterou v jednotkách vernieru odečteme. Plocha uzavřeného obrazce se pak rovná součinu z délky pojízdného ramene r a dráhy U .

b) *Pól je uvnitř parcely* (obr. 69). Při pevném pólu objíždí bod O kružnici K_0 . Hrot H by opisoval kružnici Z , když by rovina břitu kolečka k procházela stále pólem P . Této kružnici se říká základní. Hrot H je v tomto případě vzdálen od pólu o délku L , jejíž velikost se rovná

$$L^2 = R^2 - a^2 + (r - a)^2 = R^2 + r^2 - 2a \cdot r. \quad (5)$$

Při objíždění hrotu H po obvodě parcely od bodu A počínaje přes B, C, \dots, F a u něho opět konče, dosáhne celkový výkyv obou ramen úhrnné hodnoty 360° čili 2π . Pak

$$\int d\varphi = 2\pi \text{ a } \int d\psi = 2\pi.$$

Po dosazení do výrazu (3) a po integraci obdržíme

$$P = r \cdot U + (R^2 + r^2 - 2a \cdot r) \cdot \pi. \quad (6)$$

Poněvadž $R^2 + r^2 - 2a \cdot r = L^2$, přejde poslední výraz na tvar

$$P = r \cdot U + \pi L^2 = r \cdot U + C. \quad (7)$$

Při planimetrování parcely s pólem uvnitř je nutno k výměře udané planimetrem připočísti ještě výměru C základního kruhu omezeného kružnicí Z .

Se zřetelem k menší přesnosti výsledků při planimetrování s pólem uvnitř, užívá se planimetrování s pólem vně. Kvůli tomu se větší parcely rozdělí na řadu menších a každá se planimetruje samostatně. Celková výměra se rovná součtu výměr jednotlivých částí.

Plné otáčky kolečka se odečtou na počítadle. Dráha U se dá vyjádřiti v tisícinách otáčky kolečka. Obvod kolečka

o poloměru ϱ odpovídá jedné otáčce a dráha jedné otáčky je $2\pi\varrho$. Jedné tisícině odpovídá $\frac{2\pi\varrho}{1000}$ a celá dráha U se rovná n tisícinám otáčky

$$U = n \cdot \frac{2\pi\varrho}{1000}. \quad (8)$$

Po dosazení do výrazu (4) obdržíme po úpravě

$$P = r \cdot U = n \cdot \frac{2\pi \cdot \varrho \cdot r}{1000} = n \cdot \pi_0, \quad (9)$$

kde π_0 je hodnota zlomku a vyjadřuje plošku odpovídající jedné tisícině otáčky měřicího kolečka čili jedné jednici vernieru. Tento výpočet však platí pro poměr 1 : 1. V měřítku 1 : M je zobrazená plocha M^2 větší a tím

$$P = n \cdot \pi_0 \cdot M^2. \quad (10)$$

Roložíme-li

$$\pi_0 \cdot M^2 = \frac{2\pi \cdot \varrho \cdot r \cdot M^2}{1000} = p_0, \quad (11)$$

obdržíme výraz

$$P = n \cdot p_0. \quad (12)$$

U mnohých planimetrů se dá délka pojízdného ramene měnit prodlužováním nebo zkracováním podle značek vyřytých na rameni. Tím se dosáhne toho, že r vyhovuje určité jednotce plošné p_0 ve zvoleném měřítku zmenšení. Plošná jednotka je volena vždy zaokrouhleně na 2, 10, 50 m² atd. Délky r při průběžném dělení pojízdného ramene a jim příslušející plošky π_0 a p_0 pro vernierovou jednici sděluje továrna na tabulce přiložené k planimetru. Takový planimetr se dá užít pro různá měřítka zmenšení. Nedá-li se délka ramene měnit, planimetruje se v měřítku, pro které je planimetr vyhotoven a získaná výměra se převede na výměru v měřítku zobrazení.

Jednoduchý planimetr polární má vadu, že osa kolečka nebývá přesně rovnoběžná s osou ramene pojízdného a tím

povstávají chyby jednostranně působící, neboť u jednoduchého planimetru nelze přejít pojízdným ramenem na druhou stranu pólového ramene. Tomuto nedostatku čelí kompenzační planimetr polární, který umožňuje přecházení pojízdného ramene s jedné strany pólového ramene na druhou. Tak lze planimetrovati jednou s pojízdným ramenem vpravo a po druhé vlevo od pólového ramene. Z obou výsledků se užije aritmetický průměr za nejpravděpodobnější hodnotu, v níž je vliv šikmosti obou os vyloučen.

Užití polárního planimetru při určování obsahů. Nejdříve se přesvědčíme, zda lze určit obsah celého obrazce najednou nebo po částech, aby pól byl vně. Nato se zkusmo objede obvod parcely nebo její části, zda kolečko nevyběhne přes okraj papíru nebo desky. Zvolí se bod na obvodu obrazce za počátek a tam se nasadí hrot pojízdného ramene. Kolečko se nadzvedne a otáčí se jím až se čte nula nebo údaj blízký nule a tento údaj se zapíše. Nato se hrotem objede celý obvod obrazce až hrot přijde zpět do počátku. Odečte se údaj na bubínku a na vernieru. Pro kontrolu se opíše obvod obrazce ještě jednou. Označíme-li první údaj n_1 , druhý n_2 a třetí n_3 , tu musí platit

$$(n_2 - n_1) \cdot p_0 = (n_3 - n_2) \cdot p_0.$$

Vlivem nevyhnutelných chyb nebudou oba výrazy stejné. Je-li rozdíl značný, provede se další výpočet. Z výsledků, jež jsou v přípustných mezích, se užije aritmetický průměr.

Při kompenzačním planimetru se objíždí obvod jednou ve směru číslování hodin, po druhé proti směru. Oba výsledky musí být v přípustných mezích a rozdíl mezi oběma je měřítkem přesnosti pracovního postupu.

Podle katastrálních předpisů se zjišťuje výměra dvakrát, při čemž planimetr musí být vzhledem k obrazci vždy v jiné poloze. K získání lepších výsledků se na dobu objíždění hrotem po obvodě zatají dech, aby dýchání neovlivňovalo tolik otřesy ruky. — Popisy mnohých planimetrů, určování a odstraňování chyb u polárných planimetrů a jejich užití jsou uvedeny v odborné literatuře.