

Praktická geometrie

5. Výkonné měříčství

In: Pavel Potužák (author): Praktická geometrie. Část první. (Czech). Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 1945. pp. 52–85.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/403120>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

5. VÝKONNÉ MĚŘICTVÍ

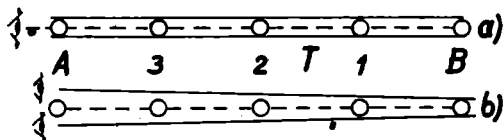
5.1. Základní výkony. Vytyčení bodu. Vytyčením bodu se rozumí ve skutečnosti vytyčení svislé přímkou v daném bodě. Na trigonometrických bodech slouží k tomu svislé tyče pyramid nebo měřických věží, osy hromosvodů, továrních komínů atd. Polygonové a jiné měřické body, jakož i body určené k zaměření se vytyčují na dobu měření výhradně výtyčkami.

Vytyčení přímkou. Pod tímto pojmem se rozumí vytyčení svislé roviny procházející dvěma body přímkou. Přímkou v praktické geometrii je spojnice dvou bodů na mapě nebo na plánu a nákresu. V území je taková spojnice pomyslnou a její průmět na zemském povrchu je čára jako průsečnice svislé roviny s územím. Na geoidické a elipsoidické ploše je to nejkratší spojnice dvou bodů a jmenuje se geodetickou čarou. Vytyčením přímkou určené dvěma body je nutno rozuměti tedy vytyčení dvou nebo několika bodů (výtyčkami) ve svislé rovině procházející danými body.

Přímka se vytyčuje buď od oka nebo kukátkem a nejpřesněji dalekohledem úhломěrného stroje. Mezilehlé body se označí buď jen výtyčkami zabodnutými do země nebo důležitější body se zajistí kolíky, případně i s hřebíky v hlavách, na něž se výtyčka postaví.

Vytyčení přímkou od oka (obr. 59a). Tohoto způsobu se užije při vytyčování části přímkou asi do 100 m. Záleží tu na viditelnosti a osvětlení bodů. Koncové body úsečky jsou označeny buď mezníky nebo kolíky a na ně se postaví výtyčky upevněné svisle ve stojáncích podle olovnice. Mezi oba koncové body A a B se vytyčí do směru v určitých vzdálenostech od sebe mezilehlé body takto: Měřič se postaví 3 nebo 5 kroků za výtyčku v bodě A nebo B , ale vždy směrem k lépe osvětlené výtyčce, aby měl slunce a vítr za sebou. Nato zařizuje pomocníka s výtyčkou do směru počínaje s nejvzdálenějším bodem I . Pomocník drží výtyčku v horní polovině mezi prsty, tím výtyčka zaujme svislou polohu a pohybuje se kol-

mo ke směru AB . Jakmile je výtyčka ve směru výtyček v bodech A a B , je nalezena poloha bodu I . Přitom se dává pomocníkovi znamení, jak se má pohybovati, zda vlevo nebo vpravo a děj se opakuje, dokud výtyčka není kryta výtyčkou v bodě A . Podobně se postupuje v bodě 2, 3 a dalším. Jde-li o důležitější body, zarazí se v nalezeném místě kolík, do kterého se po přezkoušení správného směru zarazí hřebík. Ten



Obr. 59. Vytyčení přímky.

určuje správnou polohu mezilehlého bodu. Kontrolou správného vytyčení je, že výtyčky postavené svisle na mezilehlých bodech musí být v zákrytu a kryty výtyčkou v bodě A , případně v B .

Obvyklá znamení užívaná při vytyčování směru jsou: Vodorovná paže znamená pohyb pomocníka tam, kam ukazuje paže. Šikmo zdvižená paže značí pomalý pohyb ve stejném směru a svislá paže znamená, že výtyčka je ve směru a mávnutí jednou nebo dvěma pažemi dolů oznamuje správnou polohu výtyčky.

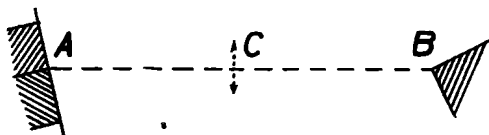
Správnost vytyčení lze přezkoušet též tím, že se díváme ve směru tečné roviny k výtyčkám z levé nebo z pravé strany.

Vytyčení přímky kukátkem (obr. 59b). Dvojitým kukátkem přiloženým k výtyčce tak, aby byly oba dalekohledy souměrně umístěny (podle svislé roviny určené body A , B), pozoruje měřič, je-li výtyčka v bodě I postavena v rovině souměrnosti obou tečných rovin výtyčky B , které procházejí středy objektivů. Podobně je tomu v dalších bodech. Stejně postupujeme při vytyčování oběma očima.

Kukátkem lze vytyčovati části přímky až do vzdálenosti 300—400 m.

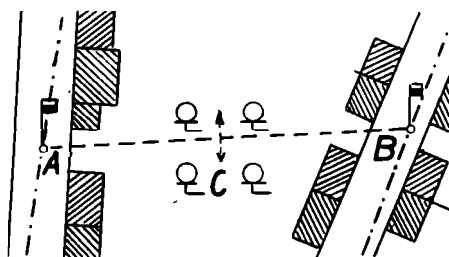
Vytyčení přímky vytyčovací pomůckou úhlovou (obr. 60 a 61). Správně seřízené soupravy pro vytyčování úhlů 180°

(200^g) lze užití k vytyčování bodů na přímce. Postupuje se tak, že v mezilehlých bodech se zkouší poloha bodu nejdříve vzhledem ke směru *AB* (pohled vpřed) a pak ke směru *BA* (pohled vzad). Při správně seřízené pomůcce se obdrží jeden bod, jinak dva body, jichž vzdálenost je nutno půlit. Tak se postupuje ve všech mezilehlých bodech; začíná se zpravidla uprostřed délky.



Obr. 60. Vytyčení přímky křížovým zrcátkem.

Vytyčovací pomůcky se užije zvláště výhodně při určování směrových bodů mezi nepřístupnými body nebo když není s jednoho bodu na druhý vidět. S vytyčovací soupravou



Obr. 61. Vytyčení přímky v nepřehledném území.

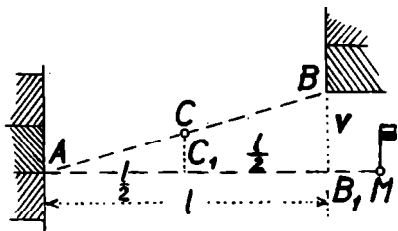
se měřič postaví mezi oba body tak, aby je viděl a pozoruje současně obrazy obou vytyček (počáteční i koncové). Přitom se pohybuje kolmo na směr přímky až oba obrazy přijdou nad sebe do téže svislé roviny. Tím nalezl polohu hle-

daného bodu. Další mezilehlé body se hledají obdobně. Není-li s dalšího mezilehlého bodu vidět na oba koncové body přímky, užije se k dalšímu vytyčování některého vytyčeného mezilehlého bodu a vždy toho vzdálenějšího.

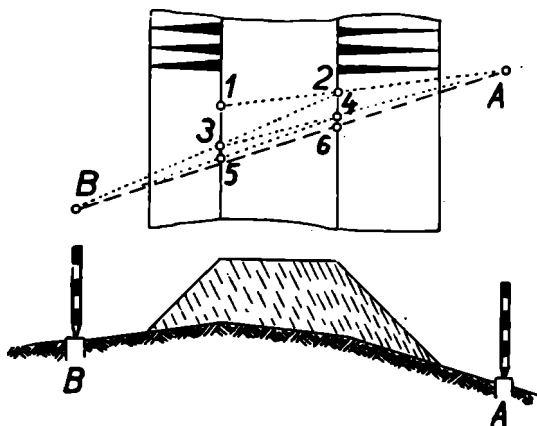
Vytyčení přímky mezi nepřístupnými body nebo když není s bodu na bod vidět (obr. 62). Bodem A se vede pomocná přím-

ka AM , k níž se spustí kolmice s bodu B do B_1 . Změří se $\overline{AB_1}$, $\overline{BB_1}$ a vzdálenost $\overline{AB_1}$ se rozpůlí. Tím se obdrží bod C , ve kterém se vztyčí kolmice a na ni odměří délka $\overline{CC_1} = \frac{1}{2}\overline{BB_1}$. Bod C je na spojnici bodů A a B .

Při vytyčování několika bodů na přímce AB se zvolí na pomocném směru AM body v libovolných vzdálenostech nebo v určitém poměru se zřetelem k délce AB_1 . Vzdálenosti zvolených bodů od bodu A se odměří a stanoví se podíl $\overline{BB_1} : \overline{AB_1}$ čili $v : l$. Po



Obr. 62. Vytyčení přímky mezi nepřístupnými body.



Obr. 63. Vytyčení přímky přibližováním.

vynásobení měřených vzdáleností vypočteným podílem se obdrží délky kolmic, jež se ve zvolených bodech na sestrojené kolmice odměří. Koncové body kolmic musí být na přímce AB .

Není-li s jednoho bodu na druhý vidět a po ruce jsou jen výtyčky, lze postupovat takto:

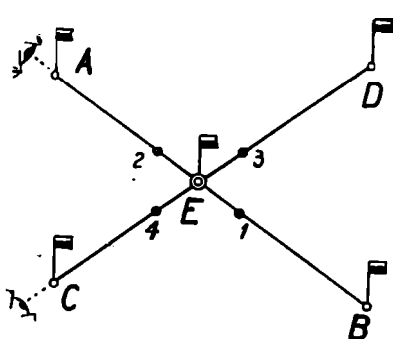
(Obr. 63.) Mezi přístupnými body A a B je vysoký násep, na kterém se zvolí bod I , s něhož je vidět oba body A a B . Bod se zvolí jak možno nejdále od bodu A . Na spojnici IA se zvolí bod 2, opět co nejdále od bodu B . Na spojnici $2B$ se zvolí bod 3, spojí s bodem A a tak dále až se neustálým přibližováním dostanem do bodu 6, který je ve směru AB .

Prodloužení úsečky (obr. 64). Úsečku AB je prodloužiti do bodu C . Úkol se provede od oka tím, že se měřič postaví za



Obr. 64. Prodloužení úsečky.

vytyčovaný bod C a uveďte výtyčky v bodech A , B a C ke krytí. I když jsou výtyčky v bodech A a B přesně postaveny, záleží přesnost vytyčení na měřiči, jak se postaví za bodem C .



Obr. 65. Průsečík dvou přímek.

Nepřesnost v určení bodu C roste se vzdáleností bodů B a C a proto se úsečka prodlužuje pro přesnější měřické práce jen asi o $\frac{1}{4}$ délky AB . Při vytyčování úhlopříčným strojem se dá úsečka prodloužit přesněji a nanejvíce o celou délku. Hlavním důvodem k tomu je zobrazení měřených hodnot, neboť zobrazovací

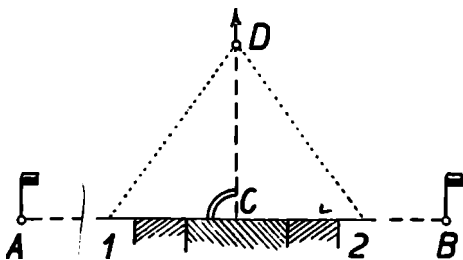
(vynášecí) pomůcky nelze k zobrazeným daným bodům přiložit s tou přesností, aby nedošlo k vychýlení směru při prodlužování.

Průsečík dvou přímek (obr. 65). Jeden měřič vytyčí s pomocníkem průsečík takto: Poblíže průsečíku určí na přímce AB body 1 a 2. Nato vytyčí body 3 a 4 na přímce CD . Body 1 až 4 musí být blízko sebe, aby napnutím motouzu mezi body 1—2 a 3—4 mohl být určen průsečík obou přímek.

Jsou-li dva měřiči a jeden pomocník, postaví se jeden měřič za bod A , druhý za bod C a pomocník s výtyčkou se postaví přibližně do průsečíku E . Směrem přes A je pomocník vyřizován do směru přímky AB a podobně ve směru CD druhým měřičem tak dlouho, až pomocník drží výtyčku přesně v hledaném bodě E .

5.2. Jednoduché vytyčovací úlohy. Po ruce jsou pásma nebo latě, výtyčky, kolíky, vytyčovací souprava se stálým úhlem a případně úhlová hlavice.

1. úloha (obr. 66). Má se vztyčiti kolmice v bodě C k dané přímce AB . Nejjednodušeji se úloha řeší hranulkem nebo

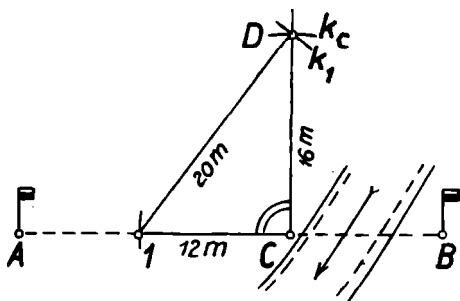


Obr. 66. Vztyčení kolmice pásmem.

zrcátkem, ale v našem případě užijeme pásma na vidlici a výtyček. Na přímce AB odměříme od bodu C směrem k bodu A i k B určitou délku, na př. 8 m do bodů 1 a 2. Jeden pomocník podrží nulu pásma v bodě 1, druhý konec 20metrového pásma v bodě 2, měřič uchopí pásmo v polovici, napne je a u čísla 10 je bod D . Spojnice CD je hledanou kolmicí.

Táž úloha se dá řešit vytyčováním pravoúhlého trojúhelníka, jehož strany odpovídají celým číslům nebo násobkům

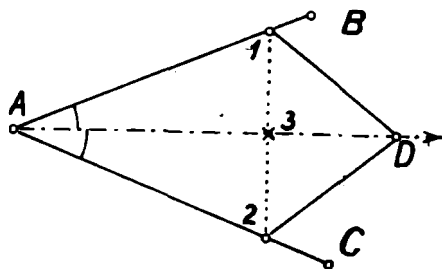
čísel 3, 4 a 5. Výhodným trojúhelníkem je v našem případě ten, jehož přepona měří 20, jedna odvěsna 12 a druhá 16 m (obr. 67). Od bodu C odměříme směrem k bodu A 12 m a



Obr. 67. Vztyčení kolmice podle pravoúhlého trojúhelníka.

též jiných trojúhelníků o délkách stran 5, 12, 13 nebo 8, 15, 17. Podobně lze spouštět kolmice.

2. úloha (obr. 68). Rozpůliti úhel přímkem. Na ramena úhlu AB a AC nanese se stejné délky $\overline{AI} = \overline{A2} = 20$ m. Jeden



Obr. 68. Rozpůlení úhlů pásmem.

řešiti též tak, že spojíme body 1 a 2 a jejich vzdálenost rozpůlíme. Obdržíme bod 3 ležící na ose úhlu.

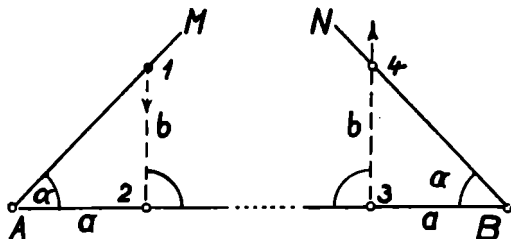
obdržíme bod 1. Kolem bodu 1 opíšeme pásmem kružnici k_1 o poloměru 20 m (oblouk v okolí bodu D) a kolem bodu C kružnici k_C o poloměru 16 m až protne prvou kružnici k_1 . V průsečíku obou kružnic je hledaný bod D .

Je možno užiti

Jeden pomocník podrží nulu pásma v bodě 1 a druhý konec pásma v bodě 2. Měřič uchopí pásmo v polovici a napne. Číslo 10 na pásmu udává polohu bodu D ležícího na ose souměrnosti úhlu.

Úlohu je možno

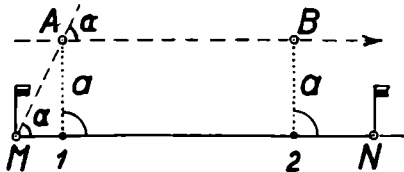
3. úloha (obr. 69). Přenéstí daný úhel. Taková úloha se vyskytne při vytyčování souměrných staveb. Úhel α chceme přenéstí do vrcholu B . S bodu I na přímce AM spustíme kolmici na stranu AB a obdržíme její patu v bodě 2. Změříme délku $\overline{A2}$, odměříme ji od bodu B směrem k bodu A do bodu 3, takže $\overline{A2} = \overline{B3}$. V bodě 3 vztyčíme kolmici a na ni odměříme délku $\overline{34} = \overline{I2}$. Spojením bodu B s bodem 4 obdržíme hledané rameno úhlu.



Obr. 69. Přenesení úhlu.

Kdyby šlo o vytyčení úhlu určité velikosti v bodě A i B , pak postupujeme takto: V tabulkách goniometrických funkcí (přirozené hodnoty) najdeme k danému úhlu jeho tangentu. Délku a od bodu A i B zvolíme dostatečně a výhodně velikou, na př. $a = 30$ m. Délka kolmice b se vypočte podle vzorce $b = a \cdot \operatorname{tg} \alpha$, tu odměříme v bodech 2 a 3 do bodů 1 a 4. Spojnice $A1$ a $B4$ jsou hledanými rameny vytyčovaného úhlu.

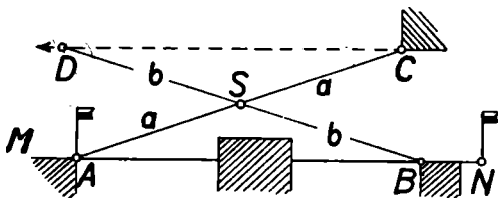
4. úloha (obr. 70). Bodem A vésti rovnoběžku k přímce MN . Není správné přenášeti úhel α , neboť by šlo o vytyčení dlouhého ramene od krátkého. Účelné je spustiti kolmici s bodu A k přímce MN , změřiti délku $a = \overline{A1}$,



Obr. 70. Vytyčení rovnoběžky k dané přímce.

v libovolném bodě 2 vztyčiti kolmici a na ni odměřit délku a . Tak se najde bod B , který je na hledané rovnoběžce.

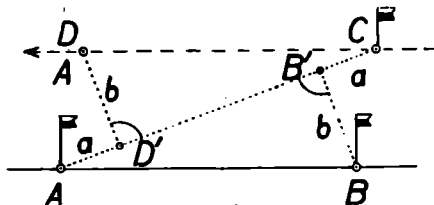
V případě, kdy není s bodu na bod vidět, postupuje se podle obr. 71. Na přímce MN , na které nelze přímo měřit, se



Obr. 71. Vytyčení rovnoběžky užitím úhlopříček rovnoběžníka.

zvolí body A a B . Má-li se bodem C vésti rovnoběžka k přímce MN , spojí se bod C s bodem A , jejich vzdálenost se rozpůlí bodem S . Bod B se spojí s bodem S a prodlouží. Na prodloužený směr se odměří délka $\overline{SD} = \overline{SB} = b$. Spojnice CD je hledanou přímkou.

5. úloha (obr. 72). Vytyčení rovnoběžky k dané přímce lze provést přesněji tak, že se bod A spojí s bodem C a na získa-



Obr. 72. Vytyčení rovnoběžky užitím vzdáleností od úhlopříčky rovnoběžníka.

nou spojnicí se spustí kolmice s bodu B . Změří se $a = \overline{CB'}$, $\overline{B'B} = b$ a od bodu A směrem k bodu C se odměří délka a , sestrojí se kolmice a na ni se odměří délka b . Tím se získá bod D . Spojnice CD je hledanou rovnoběžkou.

5.3. Měření délek. U nás se měří délky pásmem nebo latí nebo opticky. V cizině se k měření užívá též invarových drátů. Je to rychlejší a přesnější měření než latěmi. Délky se měří na centimetry a méně důležité na decimetry.

Před měřením se délka měřidla přezkouší kontrolními metry, jak o tom byla zmínka vpředu. Trvá-li měření delší dobu, provede se srovnání též během měření a po jeho ukončení.

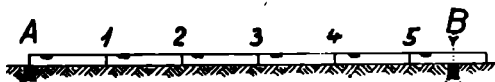
K měření určená úsečka se napřed vytyčí v krajních i mezilehlých bodech výtyčkami. Vzdálenost mezilehlých bodů se volí obyčejně dvakrát tak velká, jako je délka dvacetimetrového pásma, tudíž kolem 40 metrů. Též povaha území tu rozhoduje. V rovinatém území může být vzdálenost výtyček větší než v kopcovitém. Při měření délek jde o určení vodorovných vzdáleností a proto se měření koná tak, aby se vodorovná vzdálenost dala buď přímo měřit nebo vypočítati.

Měření v rovinatém území. Pásmo nebo lat' se klade na zem ve směru měření. Při prvním položení měřidla musí zadní pomocník dbát, aby měřidlo přiložil přesně na počáteční bod. Lat' se dává do směru buď podle její podélné osy nebo podle hrany a zvolený způsob se musí dodržovat. Dávání do směru se děje podle výtyček na mezilehlých bodech a kontroluje se šňůrou olovnice. Šňůra, hrana nebo osa latě a výtyčky se musí krýt. Totéž kontroluje i přední pomocník, jakmile byla provedena dvě a více položení měřidla, ovšem podle výtyček vzadu. Měřič sám jen polohu měřidla přezkouší. Na konci měřidla se zarážejí do země jehly kolmo ke směru měření, ale šikmo k povrchu území. Střed jehly musí udávat konec měřidla. Svislé zarážení jehel ztěžuje přikládání měřidla při dalším položení, zvláště při provažování olovnice. Při druhém a každém dalším položení se přiloží počátek měřidla na střed jehly a to vždy v místě, kde jehla vyčnívá ze země. Olovnice se konec měřidla provažuje tak, aby hrot olovnice ukazoval na zemi místo, kam se jehla zapíchne. Při hrubě nerovném povrchu se drží počátek měřidla u šňůry olovnice visící přesně nad bodem, kde jehla vyčnívá ze země.

Pásmo se musí při měření stejnoměrně napínat při každém položení. Počet položení je dán počtem jehel, které má zadní pomocník na svém kroužku. Při měření značně dlouhé délky

musí zadní pomocník dávat pozor, kolikrát předal svůj kroužek s plným počtem jehel dopředu. Zbytek délky kratší než je délka měřidla se pečlivě na měřidle odečte. Celá délka se rovná počtu n jehel krát délka měřidla a zbytku. Po změření délky se jehly navléknou na kroužek předního pomocníka a přezkouší se jejich počet.

Mnohdy se měří též tak, že se k měření užije současně dvou nebo tří latí. Pomocníci přenášejí latě a přiřadí je postupně k latím ležícím na zemi. Nejdříve se položí prvá latě počátkem v bodě a druhý konec se dá do směru měřené přímky. Druhá latě se přiřadí tak, aby její počátek se dotkl konce první latě a usměrní se do přímky. Stejným způsobem se položí do přímky třetí latě. Po položení třetí latě přejde pomocník s prvou latí vpřed a děj se opakuje. Počet položených latí se zapisuje do zápisníku čárkami a celková délka se rovná počtu čárek krát délka latí a zbytku odečtenému při doměření v posledním bodě (obr. 73).



Obr. 73. Měření latí v rovinatém území.

Důležité délky se měří dvakrát, nejlépe jednou ve směru tam a po druhé zpět čili jednou od bodu A k B a po druhé od B k A .

Měření ve svahovitém území. a) *Měření latí* (obr. 74). Latě se klade po svahu na zemi ve směru přímky jako v území rovinatém a svahoměrem se změří úhel sklonu buď každého položení latě nebo jen při druhém, třetím nebo jiném položení latě. To závisí na nepravidelnosti sklonu. Šikmá délka se přepočte na vodorovnou. Je-li l délka latě, l' její vodorovný průmět, α úhel sklonu, pak $l' = l \cos \alpha$. Rozdíl mezi délkou latě po sklonu a jejím vodorovným průmětem je dán vzorcem

$$\begin{aligned} \Delta l &= l - l' = l - l \cos \alpha \\ &= l (1 - \cos \alpha) = 2l \sin^2 \frac{1}{2} \alpha. \end{aligned}$$

Celá vodorovná délka mezi krajními body úsečky se rovná součtu všech vodorovných průmětů latí l' , jež označme $[l']$. Je-li sklon po celé délce stejný, stačí násobiti $[l]$, t. j. šikmou délkou, kosinem úhlu sklonu α

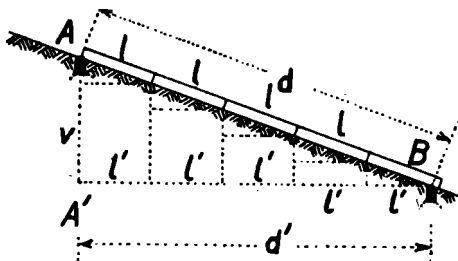
$$d' = [l'] = [l] \cos \alpha = d \cos \alpha.$$

K výpočtu vodorovné vzdálenosti d' lze užít místo úhlu sklonu výškového rozdílu v mezi počátečním a koncovým bodem úsečky. Výškový rozdíl se určí na př. nivelací. Z obr. 74 plyne:

$$\begin{aligned} [l] - d' &= \Delta l = d - d' = \\ &= d - \sqrt{d^2 - v^2} = d - d \left(1 - \frac{v^2}{d^2} \right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Rozvineme-li odmocninu v řadu a omezíme-li se na její první dva členy, obdržíme

$$\Delta l = d - d \left(1 - \frac{v^2}{2d^2} \right) = \frac{v^2}{2d}.$$



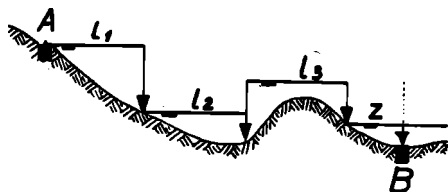
Obr. 74. Měření latí po svahu.

Vodorovná délka je dána výrazem

$$d' = d - \Delta l.$$

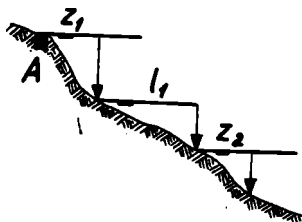
Měření po svahu se zřídka užívá a přednost se dává způsobu měření užívanému v území rovinatém, aby se v poli získaly délky vodorovné a odpadlo přepočítávání. Lat se klade vodorovně, urovná se podle libely, při čemž se jeden konec latě klade na zem a to ten, u kterého je libela (obr. 75). Druhý volný konec se po urovnání a usměrnění provází olovnicí na zemi a tam se označí jehlou. Lat se poponese vpřed, její po-

čátek se přiloží ke středu jehly a děj se opakuje. Není-li možno pro překážku držet počátek latě v bodě na zemi, drží se lať nad zemí ve vodorovné poloze nad překážkou a provažují se oba konce latě olovnicemi. Jeden pomocník provažuje počátek latě na střed jehly, druhý pomocník provažuje konec



Obr. 75. Měření vodorovnou latí v kopcovitém území.

latě a promítnutý bod na povrchu zemském označí jehlou. S výhodou lze při měření latí po svahu užití výtyčky; jednak k určování směru latě, jednak jako opory pro její volný konec při provažování. V každém případě musí být lať při provažování ve směru měření a vodorovná.



Obr. 76. Měření latí v silně sklonitém území.

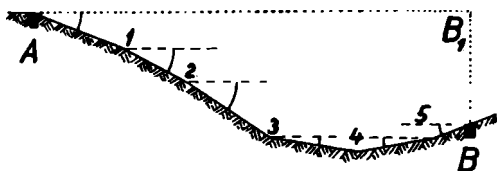
K držení latě ve vodorovné poloze lze užití též svislé latě, dělené na centimetry s posuvnou objímkou (běžcem) a držadlem pro lať. Je to profilovací laťová souprava, o níž byla již zmínka na str. 47 (obr. 50).

Měření po svahovitém území s vodorovným měřidlem se říká měření ve stupních nebo schůdkování.

V území velmi sklonitým, kde pro velký spád přední pomocník nedosáhne na konec latě, drží zadní pomocník v počátečním bodě ten konec latě, kde je libela a přední pomocník podpírá lať v místech, kam ještě dosáhne. Při urovnané a usměrněné lati provází se jen její část, nejlépe dílek příslušející celému metru nebo půlmetru a jeho průmět se označí na zemi jehlou. Délku části promítnuté latě je nutno zapsati ihned do zápisníku (obr. 76). Měření vyžaduje velké opatrnosti, aby se nevloudila hrubá chyba do výsledku při sčítání úseků.

Je-li lať opatřena kroužkem k provlečení šňůry olovnice a rýhou na svém konci, lze promítnouti při dostatečně dlouhé šňůře celou délku latě i ve velmi značném sklonu. Podmínkou při tom je, aby se lať nechvěla a olovnice byla klidná.

(Obr. 77.) Měří-li se šikmá délka po svahu, hodí se k měření lať s tupým ukončením. Použije-li se soupravy několika latí,



Obr. 77. Měření latí po svahu s nepravidelným sklonem.

musí to být latě s břitovým ukončením, neboť latě tupě ukončené se nedají k sobě správně přiřazovat. Na břit vodorovně položený se přiřadí svisle břit druhé latě a děj se střídavě opakuje.

b) *Měření pásmem.* Pásmem se měří obdobně jako latí jen s tou výjimkou, že se musí stejnoměrně napínat po celou dobu měření, aby se zabránilo značnému prohnutí pásma. Pomocník na počátku drží pásmo pevně v bodě nebo nad ním u šňůry olovnice a pomocník vpředu (u konce pásma) napíná pásmo ve směru měření. Napíná-li se pásmo při měření toutéž silou jako tomu bylo při stanovení délky kontrolními metry, nezpůsobuje prohnutí pásma velké chyby v měření. Při nestejném napínání je pásmo pokaždé jinak prohnuté a vliv prohnutí se projeví ve výsledku.

Ve svahovitém území se drží pásmo vodorovně od oka, neboť odchylka od vodorovného směru o 10 až 20 cm u dvaceti-metrového pásma nezpůsobuje znatelnou chybu. Při větším sklonu užijeme hranůlku s olovnicí, jak ukazuje obr. 78. Měřič urovnává pásmo od toho konce, který je níže a promítá obraz olovnice ve vodorovně drženém hranůlku na druhý konec pásma. Nato se pásmo zdvihne do výše hranůlku a napne.



Obr. 78. Měření pásmem ve svahovitém území.

Nevystačí-li první pomocník svojí výškou těla k napnutí celého pásma ve vodorovném směru, rozdělí se jeho délka na dvě nebo na více částí a každá se promítne postupně na povrch území až celá délka pásma je vyčerpána. Nejdříve se promítne konec první části u některého celého metru, promítnutý dílek pásma se podrží na zemi ve středu jehly a promítne se konec druhé části atd. Tím se nemusí počítat jednotlivé úseky, nýbrž jen celé pásmo. Při provažování částí pásma se užije k označování průmětů na zemi jehel zadního pomocníka, kdežto při provázení konce pásma označí průmět přední pomocník svojí jehlou.

Je-li měřená délka kratší než délka pásma, podrží se jeho počátek v bodě a koncem pásma se pohybuje nahoru a dolů podél nitě olovnice držené nad druhým bodem. Nejmenší čtení u nitě olovnice dává vodorovnou vzdálenost.

Zapísování délek. Měřené hodnoty délek zapisujeme do zápisníku. Každou důležitou délku měříme aspoň dvakrát a pokud možno ne hned po sobě, nýbrž po určitém časovém přerušení. Při tom lze doporučiti i použití jiných pomocníků.

1		2		3		4		5		6		7		8		9	
Délka		Počet měřicích		Zbytek latě, pásma		Délka		Průměr S		Oprava z porovnání O		Výsledná délka $D = S + O$		Poznámka			
od bodu	k bodu	latí	pásem													m	m
číslo																	
34	35		3	17,35	77,35												1)
			3	17,39	77,39			77,37	-0,02		77,35						
35	36	14		0,97	70,97												1)
		14		0,95	70,95			70,96	+0,03		70,99						
36	37	16		3,05	83,05												1)
		16		3,09	83,07			83,07	+0,03		83,10						
16	17		5	17,79	117,79												1)
			5	17,71	117,71			117,75	-0,03		117,72						
17	18		6	18,08	138,08												2)
			6	18,18	138,18			138,13	-0,04		138,09						
25	26	7	4	-3,98	118,98					+0,01							
		7	4	3,90	118,90			118,94	-0,02		118,93						

1) Měřil dne... Po srovnání měřidel s kontrolním metrem shledána délka latě č. 1 = 5,002 m, pásma č. 3 = 19,994 m.

2) Měřeno po zarostlé mokré louce.

Poznámky k zápisníku č. 1. Do 1. sloupce se zapisují čísla bodů, mezi kterými se koná měření. Do 2. sloupce se zapisuje počet celých latí a do 3. sloupce počet celých pásem. Ve 4. sloupci se zapíše odečtený zbytek délky na měřidlo a v 5. sloupci výsledná délka z každého měření. Ze dvou nebo několika měření téže délky se utvoří v 6. sloupci aritmetický průměr. Do sloupce 7 se zapisují opravy z nesprávné délky měřidla a v 8. sloupci se zapíše výsledná délka po opravě. V poznámkovém sloupci se uvádí datum měření, výsledky porovnání měřidel s kontrolními metry, počasí během měření a všechny okolnosti, mající vliv na přesnost měření jako je měření po silnici, po dláždění nebo po mokré

louce, měření přes křovi a jiné překážky. Tak třídíme poměry, za jakých bylo měření konáno, na příznivé, střední a nepříznivé.

Žádá-li se odečítání na centimetry, zaokrouhluje se milimetry podle tohoto pravidla: Zbytek menší než 5 mm se zanedbává, větší než 5 mm se zaokrouhluje na nejbližší centimetr a hodnotu rovnou právě 5 mm zaokrouhlíme na nejbližší vyšší centimetr jen tenkrát, když zaokrouhlením vznikne sudý centimetr, jinak se zanedbává. Na př. délku 56,775 m zaokrouhlíme na 56,78 m, neboť poslední centimetr je sudý. Délku 87,565 m zaokrouhlíme na 87,56 m, zaokrouhlením na nejbližší vyšší centimetr vznikl by centimetr lichý a proto 5 mm zanedbáváme. Totéž pravidlo dodržujeme při tvoření průměrů ve sloupci 6 uvedeného zápisníku.

Provádí-li se měření latí po svahu, měříme sklonoměrem úhly sklonu každého položení latě nebo při stejném sklonu několika latí společně. Vodorovnou vzdálenost stanovíme početně, jak bylo vpředu uvedeno. Hodnoty měřené a vypočtené se zapisují do zápisníků, jichž úprava může být různá.

Zápisník délek měřených po svahu.

Číslo 2.

1	2	3	4	5	6
Délka	Počet latí	Měřená délka d	Sklon α°	Vodorovná délka d'	Po- známka
25—27	5	25	12	24,454	1)
	3	15	13	14,616	
	6	30	14	29,109	
	5	25	9	24,692	
	4	20	5	19,924	
	0	+ 4,55	6	4,525	
25—27				117,320	2)

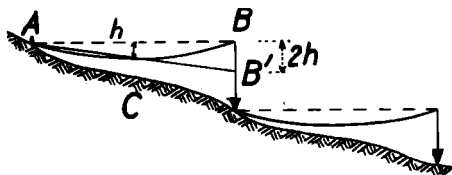
1) Měřil dne... Po srovnání latě s kontrolními metry nalezena délka latě č. 3 = 5,000 m.

2) = 117,32 m.

Podobně jako se měří po svahu latí, měří se i pásmem. Po- něvadž na pásmu položeném na zemi nelze spolehlivě měřit

úhel sklonu, užije se k tomu prkénka, které se položí podél pásma ve středu jeho délky a na něm změříme sklon svahoměrem.

Prohnutí pásma (obr. 79). Vodorovně napjaté pásmo má tvar řetězovky a místo tětivy \overline{AB} měříme oblouk \widehat{ACB} a naměříme více. Je třeba určit, jaký vliv má průhyb čili prohnutí pásma na měřenou délku. Poloviční oblouk \widehat{AC} lze prak-



Obr. 79. Vliv prohnutí pásma.

ticky nahraditi tětivou \overline{AC} a rovněž oblouk \widehat{CB} je možno nahraditi úsečkou $\overline{CB'}$, kterou obdržíme jako prodloužení úsečky \overline{AC} . Průhyb v polovině pásma označme h a na konci pásma $\overline{BB'} = 2h$. Obdobně jako je tomu při zjišťování rozdílu mezi délkou vodorovnou a délkou měřenou po svahu stanoví se rozdíl mezi tětivou \overline{AB} a úsečkou $\overline{AB'}$:

$$\Delta l = \frac{4h^2}{2l} = \frac{2h^2}{l}$$

nebo přesněji podle vzorce

$$\Delta l = \frac{8h^2}{3l}$$

Prosesení čili průhyb pásma h závisí na váze V délkového metru měřidla a na napínací síle P podle rovnice

$$h = \frac{Vl^2}{8P},$$

po dosazení do horního vzorce obdržíme

$$\Delta l = \frac{V^2 l^3}{24P^2}.$$

Je-li pásmo vyrobeno z oceli o specifické váze 7,8 (pro dm^3 v kg), má jeden metr pásma o průřezu $12 \times 0,4$ mm váhu $\check{V} = 10 \cdot 0,12 \cdot 0,004 \cdot 7,8 \text{ kg} = 0,037 \text{ kg}$. (Všechny délkové údaje byly převedeny na decimetry.) Napínáme-li takové pásmo 20 m dlouhé silou

$P = 10 \text{ kg}$, činí průhyb $h = 0,185 \text{ m}$ a zkrácení pásma = 4,6 mm,

$P = 20 \text{ kg}$, činí průhyb $h = 0,092 \text{ m}$ a zkrácení pásma = 1,1 mm.

Chyba v průhybu znehodnocuje délku stále v témže smyslu a tím je menší, čím napínáme pásmo větší silou. Napíná-li se pásmo silou 10 kg, zmenší se chyba zaviněná průhybem velmi znatelně. Pásmo se nesmí opět přepínati, neboť by se mohlo protahovati a naměřilo by se méně.

Je řada pramenů chyb při měření délek jako jsou chyby vzniklé vybočením měřidla ze směru, šikmou polohou měřidla, nebo zaviněné změnou délky měřítka vyvolané změnou teploty u pásem nebo změnou vlhkosti u latí nebo protažením pásma při jeho přepětí; dále vznikají chyby nepřesným přiřadováním měřítek k sobě nebo ke středům jehel, vadným provažováním olovnicí za větru, zanedbáváním tloušťky šňůry u olovnic nebo jehel a pod. Většina těchto chyb způsobuje, že naměřená délka je větší než skutečná. Proto je třeba dbáti všech opatrností, aby měřidla byla kladena přesně do směru ve vodorovné poloze a pásma, aby byla stejnoměrně napínána, jak při měření v rovině, tak po svahu nebo přes překážky. O jednotlivých chybách a jejich povaze lze se dočísti podrobnosti v odborné literatuře.

Posuzování přesnosti měřených délek. Výsledek prvního měření se bude zřídka shodovat s výsledkem druhého měření a oba se budou lišit vlivem nevyhnutelných chyb pracovních, vlivem používaných pomůcek a to i tehdy, když měření je prováděno stejným měřicem a týmiž měřidly. Vlivem různých pramenů chyb vyplývá omluvitelnost rozdílů mezi dvojitým měřením téže délky. Některé vady se opakují pravidelně a jsou téhož znamení. Tak vznikají systematické chyby. Jejich velikost klademe úměrnou měřené vzdálenosti. Jiné vady se opakují nepravidelně, nahodile a jejich velikost klademe úměrnou druhé odmocnině měřené vzdálenosti. Kromě toho jsou tu ještě stálé vady, které jsou na délce nezávislé, avšak jsou závislé na způsobu označení bodu a odečtení pásma. Označíme-li měřenou délku s , tu celková odchylka mezi prvním a druhým měřením je dána výrazem

$$\Delta s = as + b\sqrt{s} + c.$$

Veličiny a , b a c se dají určití na základě řady měření vyrovňovacím počtem, ale dají se též stanoviti empiricky (na základě zkušenosti). Pro katastrální měření je u nás stanoveno, že rozdíl mezi dvojitým měřením téže délky nesmí překročiti hodnotu danou rovnicí

$$\Delta s = 0,00015s + 0,005\sqrt{s} + 0,015,$$

kterýžto výraz platí pro měření konané za středních poměrů. Pro měření konané za příznivých okolností platí tytéž odchylky zmenšené o 25% a za nepříznivých okolností zvětšené o 25%.

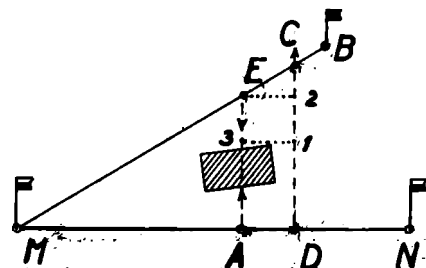
Pro výkonnou službu měřickou jsou podle shora uvedené rovnice sestaveny maximální přípustné odchylky mezi dvojitým měřením délek. Podle hodnot v tabulce uvedených se porovnávají rozdíly mezi dvojitým měřením v zápisníku č. 1. Zjistí-li se větší rozdíl, musí býti měření opakováno.

Maximální přípustné odchylky mezi dvojím měřením dělek.

Délka strany s v metrech	Δs cm	Délka strany s v metrech	Δs cm	Délka strany s v metrech	Δs cm	Délka strany s v metrech	Δs cm
1		88		262		475	
	2		8		14		20
4		113		295		513	
	3		9		15		21
14		140		329		551	
	4		10		16		22
27		168		365		591	
	5		11		17		23
45		198		401		631	
	6		12		18		24
65		229		437		671	
	7		13		19		25
88		262		475		712	

5.4. Jednoduché měřické úlohy. K měření a řešení úkolů se užije pouze výtýček, pásem nebo latí a úhломěrných pomůcek se stálým úhlem (zrcátko, hranulek, pentagon).

1. úloha (obr. 80). Vztyčiti v bodě A kolmici k přímce MN a prodloužiti ji za překážku. — Bodem M se vede libovolná



Obr. 80. Vztyčení kolmice za překážku.

přímka MB za překážkou a na ní se zvolí bod C tak, aby se z něho dala spustit kolmice k přímce MN . Pata kolmice budiž D . Změří se délky MD , MC , CD a MA . Poněvadž jde vesměš o délky v pravoúhlém trojúhelníku, vypočte se

snadno délka kolmice AE a přepona ME .

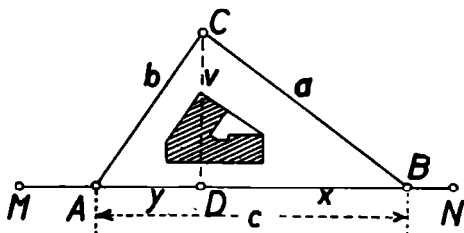
$$\overline{ME} = \overline{MC} \cdot \frac{\overline{MA}}{\overline{MD}}, \quad \overline{AE} = \overline{CD} \cdot \frac{\overline{MA}}{\overline{MD}} = \overline{CD} \cdot \frac{\overline{ME}}{\overline{MC}}.$$

Délkou ME je určena poloha bodu E na přímce MB .

Kolmici AE a její průsečky s překážkou lze vytyčiti tak, že se v bodě D vztyčí kolmice DC a změří se úsek AD . Kolmice DC se považuje za novou přímku, na ní se zvolí vhodné polohy pat kolmic, v nich se vztyčí kolmice k DC . Odměřením délky AD obdržíme body E a \mathcal{Z} , jichž spojnici prodloužíme od bodu E až na překážku. V bodě A se vztyčí kolmice přímo až k překážce.

2. úloha. S bodu se má spustiti kolmice k dané přímce přes překážku. K měření se použije pouze výtyček a pásma. Tu je několik řešení.

Řešení 1 (obr. 81). Na přímce MN se zvolí vhodné body A a B , k nim se zaměří poloha bodu C , s něhož je spustit kol-



Obr. 81. Spuštění kolmice přes překážku.

mici k přímce MN . Změří se délky $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ a $\overline{BC} = a$. Bod D je hledanou patou kolmice; jeho polohu je třeba vypočísti. V pravouhlých trojúhelnících $\triangle ADC$ a $\triangle BDC$ je strana $\overline{CD} = v$ společnou. Označíme-li úseky $\overline{AD} = y$, $\overline{BD} = x$, lze psáti:

$$b^2 - y^2 = v^2 = a^2 - x^2 \text{ čili } x^2 - y^2 = a^2 - b^2,$$

po rozvedení

$$(x - y)(x + y) = (a + b)(a - b)$$

odtud

$$x - y = \frac{(a + b)(a - b)}{x + y} = \frac{(a + b)(a - b)}{c} = n.$$

Ze součtu $x + y = c$ a rozdílu $x - y = n$ se vypočtou oba úseky x a y :

$$x = (c + n) : 2, \quad y = (c - n) : 2.$$

Řešíme-li rovnice $b^2 - y^2 = v^2$ a $a^2 - x^2 = v^2$ samostatně, obdržíme výrazy:

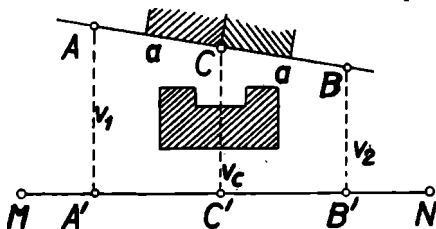
$$x = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2c}, \quad y = \frac{c^2 - a^2 + b^2}{2c}.$$

Délku kolmice lze vypočísti dvakrát

$$v = \sqrt{b^2 - y^2} = \sqrt{a^2 - x^2}.$$

V poli se odměří délka y od bodu A a délka x od bodu B směrem k bodu D a musí se dospět k témuž bodu. Vznikne-li nějaká odchylka vlivem nevyhnutelných chyb v měření, rozdělí se úměrně úsekům x a y .

Řešení 2 (obr. 82). Bodem C se vede libovolná přímka nebo je-li už taková přímka dána, zvolíme na ní dva body A a B ve



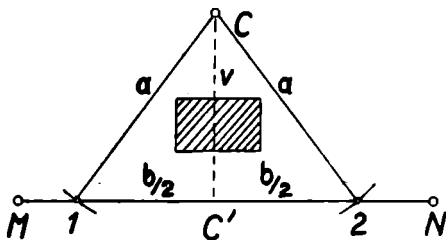
Obr. 82. Stanovení stopy a délky kolmice jdoucí přes překážku.

stejně vzdálenosti od bodu C tak, aby z nich bylo možno spustit kolmice k přímce MN . Paty obou buďtež A' a B' . Délka kolmice CC' se vypočte jako průměr délek obou kolmic AA' a BB' .

$$\overline{CC'} = v_C = \frac{1}{2}(\overline{AA'} + \overline{BB'}) = \frac{1}{2}(v_1 + v_2).$$

Stopa kolmice C' je uprostřed mezi body A' a B' .

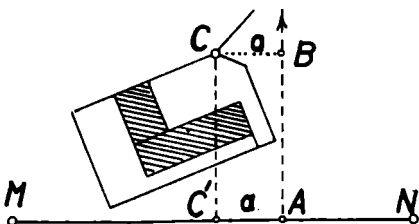
Řešení 3 (obr. 83). Kolem bodu C se opiše kružnice o polo-
měru délky pásma tak, až protne přímku MN v bodech 1 a 2.



Obr. 83. Stanovení paty kolmice pásmem.

Po vytyčení bodů 1 a 2 obdrží se rovnoramenný trojúhelník $IC2$ a rozpůlením délky $\overline{I2}$ pata kolmice C' . Délka kolmice se vypočte z jednoho nebo obou pravoúhlých trojúhelníků.

Řešení 4 (obr. 84.) Má-li se spustit kolmice s bodu C za překážkou k přímce MN , vztyčí se nejdříve kolmice v bodě

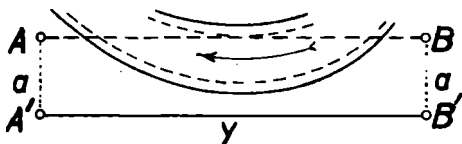


Obr. 84. Určení délky kolmice jdoucí přes překážku.

A poblíže bodu C' . Sestrojenou kolmici považujeme za novou měřickou přímku, na niž se spustí kolmice s bodu C . Vzdálenost $\overline{MC'} = \overline{MA} - \overline{BC}$ a délka kolmice $\overline{CC'} = \overline{AB}$.

5,5. Nepřímé měření (určování) délek. Vyskytnou se úlohy, kdy je nutno určit vzdálenosti, jichž nelze přímo měřit. Buď jsou oba body nepřístupné nebo není s jednoho na druhý vidět nebo je mezi nimi nepřekročitelná překážka atd. Po ruce jsou jen výtččky, vytyčovací pomůcky, pásmo nebo lať.

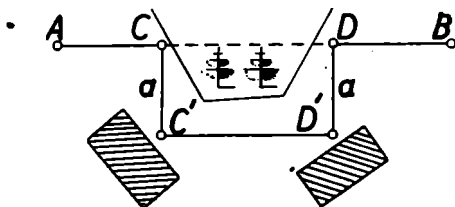
1. úloha (obr. 85). Určiti délku AB , již nelze přímo měřit, ale u které je vidět s bodu A na bod B . (Přímka vede přes



Obr. 85. Nepřímé měření délky.

rybník nebo přes ohbí řeky a pod.) V bodech A a B se ke spojnici obou bodů vztyčí stejně dlouhé kolmice $\overline{AA'} = \overline{BB'} = a$. Tak obdržíme body A' a B' , jichž spojnice je rovnoběžná k úsečce AB a stejně dlouhá. Tu změříme přímo.

(Obr. 86.) Nelze-li v bodech A a B vztyčiti kolmice, vytyčí se na přímce AB dva body C a D , v nich se sestrojí kolmice



Obr. 86. Nepřímé měření délky po úsecích.

$\overline{CC'} = \overline{DD'} = a$. Spojnice $C'D'$ je mimo překážku a rovnoběžná k přímce AB . Úsek $\overline{CD} = \overline{C'D'}$ a celá délka $\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{C'D'} + \overline{DB}$. Všechny tři úseky se změří přímo.

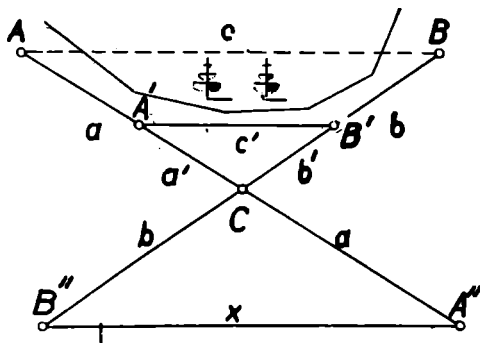
2. úloha. Určiti délku $\overline{AB} = c$, je-li mezi nimi překážka a není vidět s bodu A na bod B .

Řešení 1 (obr. 87). Zvolíme bod C , s něhož je viděti na oba body A a B . Změříme $\overline{AC} = a$, $\overline{BC} = b$ a sestrojíme podobný trojúhelník, takže na obou změřených stranách vyhledáme body A' a B' , při čemž $\overline{A'C} = a' = \frac{a}{n}$, $\overline{B'C} = b' = \frac{b}{n}$, kde n je celé číslo vhodně volené (na př. 2, 3, ...), a bychom dostali vhodný trojúhelník $A'B'C$. Od bodu C odměříme vypočtené délky a' a b' , změříme stranu $\overline{A'B'} = c'$. Z podobných trojúhelníků ABC a $A'B'C$ plyne

$$c : c' = b : \frac{b}{n} = 1 : \frac{1}{n},$$

čili

$$c = nc'.$$



Obr. 87. Nepřímé určení délky z měřených prvků.

Řešení 2 (obr. 87). Je-li území vhodné k prodloužení stran AC a BC do bodů A'' a B'' tak, aby $\overline{CA''} = \overline{CA}$ a $\overline{CB''} = \overline{CB}$, pak změříme $\overline{A''B''} = \overline{AB} = x$. Tím je úloha řešena.

První řešení je méně přesné, neboť chyba v měření se zvětšuje při výpočtu celé délky n -krát.

Na přímce AC zvolíme nový bod C' ve vzdálenosti $\overline{CC'} = = b' = \frac{b}{n}$, kde $n = 2, 3$ a pod. V bodě C' sestrojíme rovněž úhel $\alpha = \sphericalangle CC'B'$ a stanovíme průsečík jeho ramene $C'B'$ s přímkou CB ; tak obdržíme bod B' . Změříme $\overline{B'C'} = c'$ a vypočteme délku $x = \overline{AB}$ z rovnice

$$x = n \cdot c'.$$

Řešení 2 (obr. 90). V bodě A vztučíme kolmici $AC \perp AB$, vyznačíme bod C — vhodně zvolený — a v něm sestrojíme další kolmici CD k přímce BC . Vyšetříme průsečík D kolmice CD s prodlouženou přímkou \overline{AB} , změříme $a = \overline{AD}$, $b = \overline{CD}$, a $v = \overline{AC}$. V pravoúhlém trojúhelníku BCD platí:

$$v^2 = a \cdot x \text{ čili } x = \frac{v^2}{a}.$$

Lze použítí též rovnice

$$b^2 = (a + x) \cdot a,$$

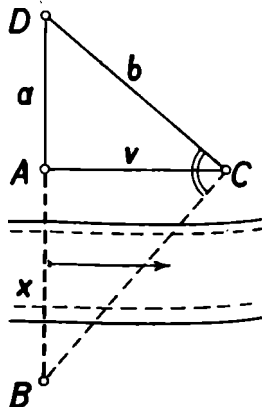
z čehož

$$x = \frac{(b + a)(b - a)}{a}.$$

Tak obdržíme pro délku $\overline{AB} = x$ dvě hodnoty, které musí souhlasit.

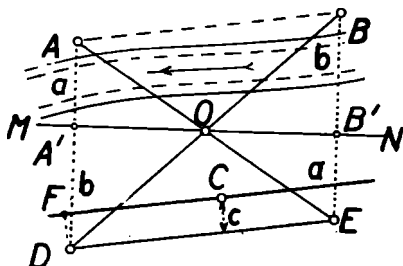
4. úloha. Véstí bodem C rovnoběžku s nepřístupnou spojnici AB (ležící za překážkou).

Řešení 1 (obr. 91). Zvolíme vhodně položenou přímku MN a k ní spustíme kolmice s bodů A a B . Dostaneme paty kolmic A' a B' , jejichž vzdálenost změříme a rozpůlíme, půlící bod označme O . Spojnice bodů AO a BB' , BO a AA' prodloužíme až se protnou v bodech E resp. D . Spojnice DE je rovno-

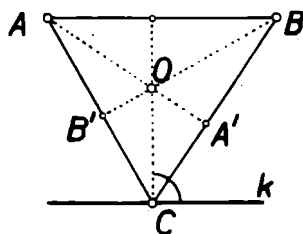


Obr. 90. Nepřímé určení délky ze střední měřické úměrny.

běžná s přímkou AB . K přímce DE spustíme nyní kolmici s bodu C a změříme její délku c . V jiném bodě přímky DE vztyčíme kolmici na tutéž stranu, jako je bod C , na př. v bodě D a odměřením délky c obdržíme bod F . Spojnice CF je rovnoběžná s přímkou AB . Zároveň jsme určili též vzdálenosti bodů A a B od přímky MN , neboť $\overline{AA'} = \overline{B'E}$ a $\overline{BB'} = \overline{A'D}$.



Obr. 91. Vedení rovnoběžky k nepřístupné vzdálenosti.

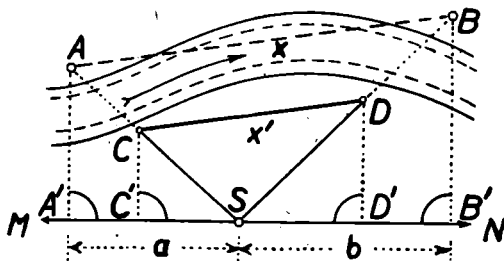


Obr. 92. Vedení rovnoběžky k dané přímce.

Řešení 2 (obr. 92). Sestrojíme kolmice s bodů A a B k přímkám AC a BC . Obě kolmice AA' a BB' se protínají v bodě O , který vyšetříme jako průsečík dvou přímek. Spojnice CO je kolmá k přímce AB a vztyčíme-li k ní kolmici v bodě C , obdržíme přímku k rovnoběžnou k AB .

5. úloha (obr. 93). Určiti nepřístupnou vzdálenost mezi body A a B . Zvolíme si na vhodném místě v území přímku MN a na ni bod S , s něhož je viděti na body A , B . Spustíme kolmice AA' a BB' , změříme $\overline{A'S} = a$ a $\overline{B'S} = b$. Zvolíme celé číslo n (na př. 2, 3, a pod.) a vypočteme délky $\overline{SC'} = \frac{a}{n}$ a $\overline{SD'} = \frac{b}{n}$, které odměříme od bodu S do bodů C' a D' .

V obou bodech vztyčíme kolmice a určíme jejich průsečíky se spojnicemi SA a SB . Tak obdržíme body C a D , jichž spojnice je rovnoběžná s přímkou AB . Změříme délku CD a je zřejmo,



Obr. 93. Určení nepřístupné vzdálenosti.

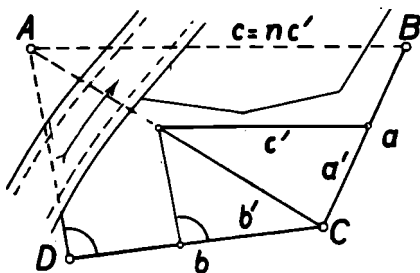
že tu musí opět platit

$$\overline{CD} = x' = \frac{\overline{AB}}{n} = \frac{x}{n},$$

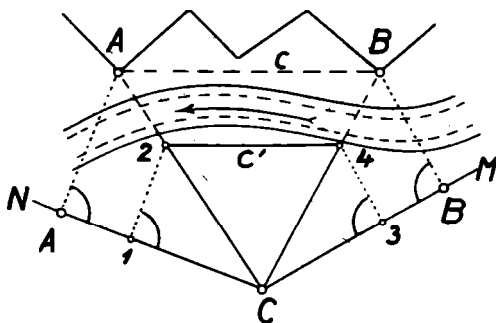
$$\overline{AB} = x = n \cdot x'.$$

Podobně se řeší úlohy, jak je představují obr. 94 a 95, k nimž není třeba dalšího výkladu.

‡ Přesnost v určení hledané délky závisí v uvedených případech na přesnosti měření všech prvků a chyba v délce x' nebo c' se též n -krát zvětší při výpočtu délky x nebo c . Těchto způsobů řešení se užije jen tenkrát, když jiné řešení pro nedostatek pomůcek není možné.

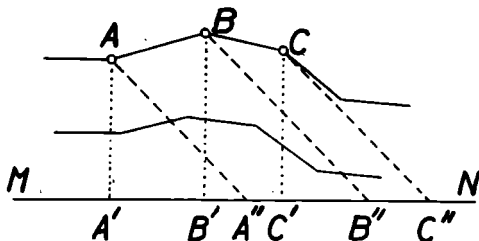


Obr. 94. Určení nepřístupné vzdálenosti.



Obr. 95. Stanovení délky nepřístup. zdiva.

6. úloha (obr. 96). Mají se určití délky kolmic spuštěných s bodů ležících na druhém břehu řeky k přímce MN . — V tomto případě nám poslouží dobře úhlová hlavice nebo zrcátko pro vytyčování úhlů 45° . Při měření je nutno kromě kolmic AA' , BB' , CC' , ... vytyčiti ještě směry AA'' , BB'' , CC'' , ... pod úhlem 45° k přímce MN . Při měření na přímce MN na př. od bodu M měříme průběžně a na pásmu odčítáme



Obr. 96. Nepřímé stanovení délek kolmic.

polohu každé paty kolmice a bodů A'' , B'' , ... Odečtením měřených délek $\overline{MA''} - \overline{MA'}$, $\overline{MB''} - \overline{MB'}$, ... obdržíme odvěsny $\overline{A'A''} = \overline{AA'}$, $\overline{B'B''} = \overline{BB'}$, ... rovné délkám kolmic.

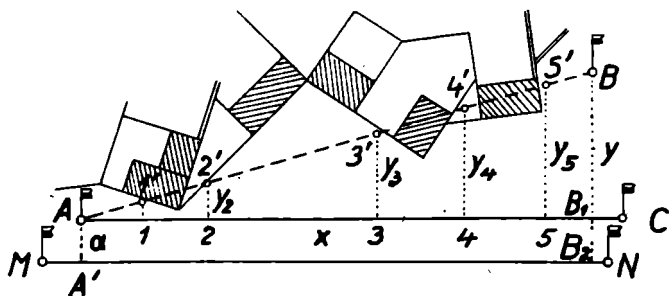
7. úloha (obr. 97). Vytyčiti dlouhou úsečku AB přes překážky a stanoviti její délku. Po ruce je hranůlek, výtyčky, pásmo na kruhu a pásmo na vidlici. Zvolíme si bod C tak, abychom mohli na spojnici AC spustit kolmici s bodu B , změříme $x = \overline{AB_1}$ a $y = \overline{BB_1}$. Délka $\overline{AB} = \sqrt{x^2 + y^2}$. Na přímce AC si zvolíme na vhodných místech body $1, 2, 3, \dots, n$, označíme je kofky nebo hřebíky a při měření je zastaničíme čili změříme vzdálenosti $\overline{A1} = x_1$, $\overline{A2} = x_2$, $\overline{A3} = x_3$, atd. Délky kolmic určujících body $1', 2', 3'$, atd. na přímce AB vypočteme:

$$y_1 = x_1 \frac{y}{x}, \quad y_2 = x_2 \frac{y}{x}, \text{ atd.}$$

a označíme-li podíl $\frac{y}{x} = k$, lze psát

$$\bullet \quad y_1 = kx_1, y_2 = kx_2, \dots, y_n = kx_n.$$

Vypočtené délky kolmic y_n odměříme, $y_1 = \overline{11'}$, $y_2 = \overline{22'}$, $y_3 = \overline{32'}$ atd. Body $1', 2', 3', \dots$ leží na přímce AB . Prodloužením spojnic $A1', 2'3', B5'$ vpřed i zpět, lze stanoviti průsečíky přímky AB s překážkami.



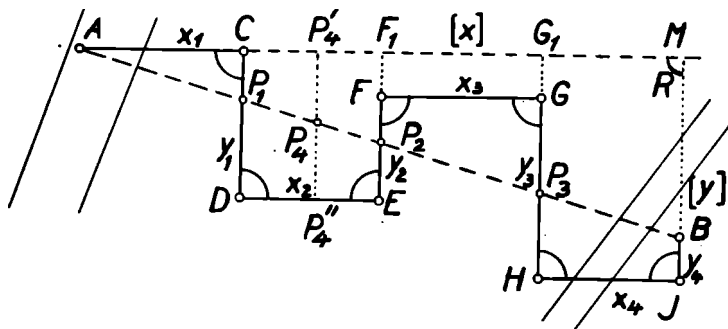
Obr. 97. Vytyčení přímky přes překážky.

Není-li možno vésti pomocnou přímku AC , zvolí se libovolná přímka MN , na níž se zastaví body A a B úsečkami a pořadnicemi. Úsečkami rozumíme délky na přímce MN a pořadnicemi délky kolmic. V tomto případě budou pořadnice čili kolmice y větší o délku $a = \overline{AA'}$. Výpočet zůstává stejný vzhledem k přímce AC rovnoběžné k MN a pro vytyčování kolmic je nutno vypočtené délky kolmic zvětšiti o $a = \overline{AA'} = \overline{B_1B_2}$.

8. úloha (obr. 98). Vytyčení osu lesního průseku nebo cesty mezi body A a B , při čemž není viděti s jednoho bodu na druhý. — Použijeme k vytyčení a řešení pravoúhlého polygonu o přibližně stejných stranách. Nejdříve si stanovíme zhruba směr osy. Vyjdeme na př. od bodu A přibližně směrem AB a zvolíme bod C tak, aby bylo v něm možno vztyčiti kolmici

CD dostatečně dlouhou. Zvolíme bod D , po něm stejným způsobem bod E, F, \dots až poslední kolmice prochází bodem B . Všechny body A, C, D, \dots se vyznačí na místě kolíky. Tak vznikne pravoúhlý polygon $ACDEFGHJB$, jehož strany AC, CD, DE, \dots změříme pásmem. Označme délky písmeny

$$\overline{AC} = x_1, \overline{CD} = y_1, \overline{DE} = x_2, \text{ atd. až } \overline{JB} = y_4.$$



Obr. 98. Vytyčení osy lesního průseku.

Prodloužíme-li první a poslední stranu, protínají se pod pravým úhlem v bodě M . Obdržíme pravoúhlý trojúhelník AMB , jehož odvěsny jsou

$$\overline{AM} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = [x],$$

$$\overline{BM} = y_1 - y_2 + y_3 - y_4 = [y].$$

Délka \overline{AB} je dána vzorcem

$$\overline{AB} = \sqrt{[x]^2 + [y]^2}.$$

K vytyčení osy je nutno stanovit průsečky P -přímky AB se stranami polygonu. Pro určení průsečků uijeme podobnosti trojúhelníků $\triangle ACP_1 \sim \triangle AF_1P_2 \sim \triangle AG_1P_3 \sim \triangle AMB$, z nichž plyne

$$\overline{CP_1} : x_1 = [y] : [x],$$

neboli

$$\overline{CP}_1 = x_1 \frac{[y]}{[x]}$$

a označíme-li zlomek písmenem k , píšeme i pro další neznámé: $\overline{CP}_1 = k \cdot x$, $\overline{F}_1\overline{P}_2 = k(x_1 + x_2)$, $\overline{G}_1\overline{P}_3 = k(x_1 + x_2 + x_3)$. V přírodě odměříme vypočtené hodnoty a to od bodu C směrem k bodu D délku \overline{CP}_1 a bod P_1 označíme kolíčkem. Pro vytyčení bodu P_2 odměříme od bodu F směrem k bodu E délku $\overline{FP}_2 = \overline{F}_1\overline{P}_2 - (y_1 - y_2) = k(x_1 + x_2) - (y_1 - y_2)$ a podobně pro každý další bod:

$$\overline{GP}_3 = \overline{G}_1\overline{P}_3 - (y_1 - y_2) = k(x_1 + x_2 + x_3) - (y_1 - y_2).$$

Kdyby bylo nutno vytyčiti bod P_4 na přímce AB , zvolíme si $\overline{AP}'_4 = \overline{AC} + \overline{DP}'_4$ a délka kolmice $\overline{P}'_4\overline{P}_4$ se vypočte podle vzorce

$$\overline{P}'_4\overline{P}_4 = k \cdot \overline{AP}'_4.$$

K vytyčení bodu P_4 použijeme strany DE , na níž odměříme $\overline{DP}'_4 = \overline{AP}'_4 - \overline{AC}$ a bod označíme kolíčkem. V bodě P'_4 vztýčíme kolmici a odměříme

$$\overline{P}'_4\overline{P}_4 = \overline{CD} - \overline{P}'_4\overline{P}_4 = \overline{CD} - k \cdot \overline{AP}'_4.$$

Podobně lze bod P_4 vytyčit ke straně CD .

Pro vytyčení přímky AB v lese volíme mezilehlé body tak hustě, aby bylo možno poznat, které stromy stojí v cestě, jež se musí odstranit.

Zvolíme-li pravouhlý polygon tak, že některá strana x_n protíná spojnicí AB , určíme její průsek obdobně tím, že vypočteme nového součinitele k' , který je převrácenou hodnotou prvního

$$k' = \frac{[x]}{[y]} = \frac{1}{k}.$$

V každém případě je nutno si měření zobraziti a postupovati při výpočtu podle správného zobrazení nebo náčrtu.