

# Různé způsoby zobrazování v deskriptivní geometrii

---

## 7. Rovnoběžný průmět

In: Josef Klíma (author): Různé způsoby zobrazování v deskriptivní geometrii. (Czech). Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 1944. pp. 41–46.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/403091>

### Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

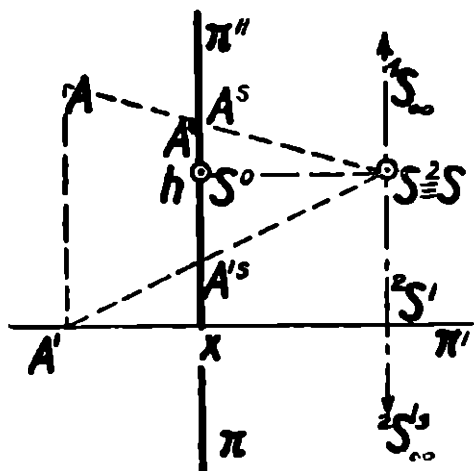


This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

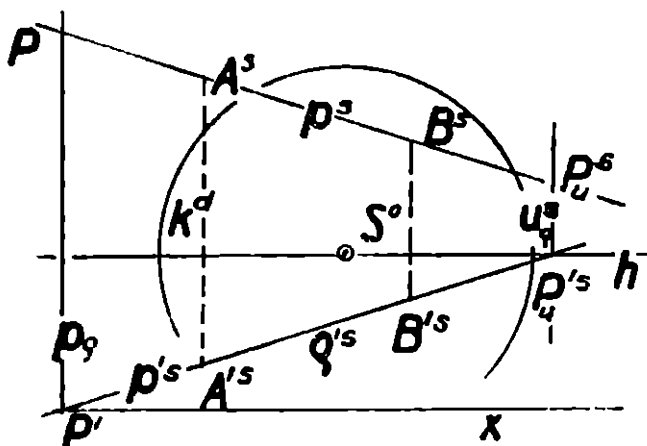
vztahy jsou základem t. zv. *stereofotogrammetrie* v zeměměřičství.

## 7. ROVNOBĚŽNÝ PRŮMĚT

Je-li při středovém promítání střed promítání v nekonečnu, jako úběžný bod daného směru  $s$ , dostáváme rovnoběžný (paralelní) průmět a to *pravoúhlý*, je-li směr  $s$  kolmý k průmětně  $\pi$ , jinak *kosoúhlý*. Při rovnoběžném promítání zůstává zachován (je invariantní) dělicí poměr bodu na přímce nebo paprsku ve svazku a rovnoběžnost. Přímký rovnoběžné mají rovnoběžné průměty, pokud nemají za průměty body.



Obr. 26. Vznik středového průmětu a středového půdorysu.

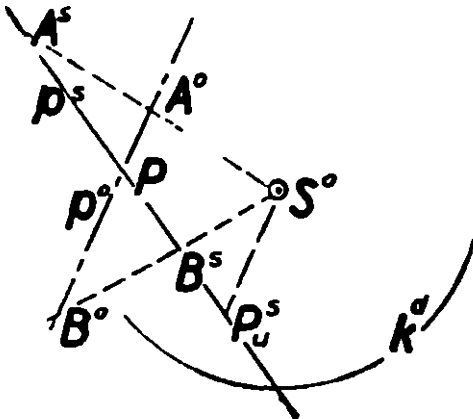


Obr. 27. Střed. průmět a střed. půdorys přímky  $AB$ .

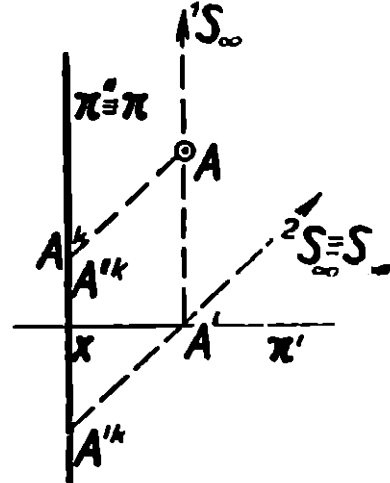
7,1. Středový obraz se středovým obrazem půdorysu. V obr. 26 je schematicky znázorněn případ dvojobrazového zobrazení tak, že průmětny  $\pi'$ ,  $\pi''$  zvoleny k sobě kolmé a sice  $\pi'$  vodorovná a příslušný střed promítání  $^1S$  v úběžném bodě kolmic k průmětně  $\pi'$  a střed promítání  $^2S$  v konečnu. Nákresna  $\pi$  je identická s průmětnou  $\pi''$  a střed promítání  $S \equiv ^2S$ . Průmět

$A'$  je první průmět bodu  $A$  a jeho středový obraz  $A'^s$  jmenujme stručně středový půdorys; středový obraz  $A^s$  bodu  $A$  je v  $A''$ . Oba uzly  $^1S_\infty$  a  $^2S'_\infty$  splývají v úběžném bodě kolmic k základnici  $x$ .

V obr. 27 v středovém obraze o hlavním bodě  $S^0$ , o distanci dané kružnicí distanční  $k^d$  a o úběžnici  $h$  vodorovné průmětny



Obr. 28. Středový a kolmý průmět přímky  $AB$ .



Obr. 29. Vznik kosohlého průmětu a kosohlého půdorysu.

$\pi'$  o stopě  $x \parallel h$ , dány obrazy bodů  $A$  a  $B$  a středové obrazy jejich půdorysů  $A', B'$  tak, že  $A^s A'^s \parallel B^s B'^s \perp h$ . Body  $A, B$  určují přímku  $p$ , jejíž středový obraz je  $p^s \equiv A^s B^s$  a středový půdorys  $p'^s \equiv A'^s B'^s$ . Abychom dostali stopník a úběžník přímky  $p$ , proložíme přímku  $p$  první promítací rovinu  $\rho$ , jejíž středový půdorys je v přímce  $\rho'^s \equiv A'^s B'^s$ . Stopa  $p_\rho$  a úběžnice  $u_\rho^s$  jdou průsečíky  $P' \equiv (\rho'^s, x)$  a  $P_u'^s \equiv (\rho'^s, h)$  kolmo k ose  $x$  a jejich průsečíky s obrazem  $p^s$  jsou stopník  $P$  a úběžník  $P_u^s$  přímky  $p$ . Takto lze řešení úloh tohoto dvojobrazového zobrazení převést na středový obraz a řešiti podle odst. 2. Tohoto zobrazení užívá se hojně v lineární perspektivě, dán-li půdorys a nárys objektu.

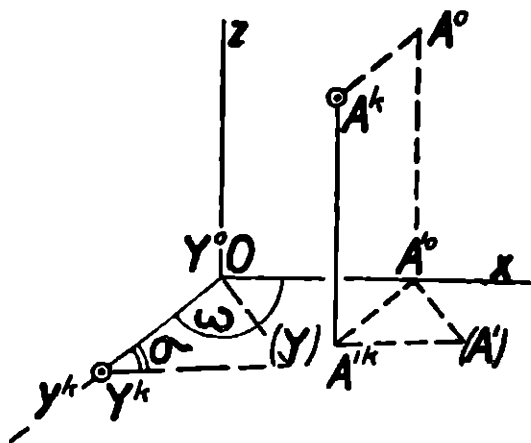
**7.2. Středový a kolmý průmět do téže roviny.** Jestliže v předchozím případě též průmětna  $\pi' \equiv \pi'' \equiv \pi$ , pak střed promí-

tání  ${}^1S_\infty$  je úběžným bodem kolmic k průmětně  $\pi$  a uzel  ${}^1S^s \equiv {}^2S^0 \equiv S^0$  splývá s hlavním bodem  $S^0$  průmětny. V obr. 28 dány dva body  $A, B$  svými středovými obrazy  $A^s, B^s$  a kolmými obrazy  $A^0, B^0$  tak, že spojnice  $A^0A^s, B^0B^s, \dots$  jdou hlavním bodem  $S^0$ . Přímka  $p \equiv AB$  má stopník  $P \equiv (p^s, p^0)$  a úběžník  $P_u^s$  je na rovnoběžce vedené hlavním bodem  $S^0$  s kolmým průmětem  $p^0$ . Tím lze opět úlohy tohoto zobrazení převést na úlohy v středovém promítání. Také tohoto promítání se používá v lineární perspektivě.

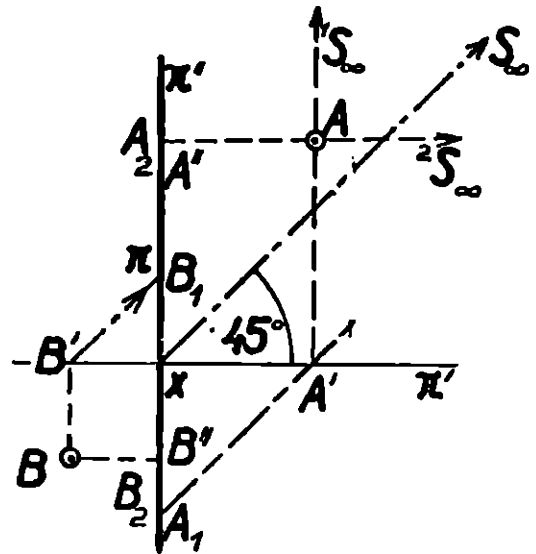
**7,3 Kosoúhlý průmět a kosoúhlý průmět půdorysu nebo nárýsu.** V obr. 29 je opět schematicky znázorněn zvláštní případ zobrazení z odst. 7,1, kdy i střed  ${}^2S \equiv S$  je úběžným bodem směru kosého k průmětně  $\pi'' \equiv \pi$ , takže dostáváme kosoúhlý průmět na průmětnu  $\pi$ , jak originálu tak i jeho prvního průmětu. Uzel je zde úběžným bodem kolmic k základnici  $x$ . Obrazy  $A_2, A_1$  obecného případu (odst. 6,1) jsou zde označeny jako kosoúhlé průměty originálu  $A$  a prvního průmětu  $A'$  stejnými znaky s indexem „ $k$ “ (klinogonální neboli kosoúhlý průmět). I dostaneme obr. 30, kde  $A^k A'^k \perp x$ . Aby bylo toto kosoúhlé promítání určeno (hlavně směr promítacích paprsků), určuje se kosoúhlý průmět  $Y^k$  bodu  $Y$  na ose  $y$  kolmé k průmětně v počátku  $O$  osy  $x$  a vzdálenost  $O(Y)$  bodu  $Y$  od průmětny. V obrazci je sklopen kolmo promítací trojúhelník  $YY^0Y^k$  promítacího paprsku bodu  $Y$  do trojúhelníka  $(Y)Y^0Y^k$ , kde  $\sphericalangle Y^kY^0(Y) = 90^\circ$  a odvěsna  $Y^0(Y)$  je vzdálenost bodu  $Y$  od průmětny  $\pi$ . Kosoúhle promítací paprsky svírají s průmětnou  $\pi \equiv (x, z)$  úhel  $\sigma = \sphericalangle (Y)Y^kY^0$ .

Chceme-li vyšetřiti vzdálenost bodu  $A$  od průmětny  $\pi$ , sestrojíme skutečnou velikost vzdálenosti půdorysu  $A'$  od osy  $y$ , kteréžto vzdálenosti jsou stejné. Narýsujeme trojúhelník  $A'^k A'^0(A')$ , jehož strany jsou rovnoběžny se stejnolehými stranami charakteristického trojúhelníka  $Y^kY^0(Y)$  a tu odvěsna  $\overline{A'^0(A')}$  udává vzdálenost bodu  $A'$  a tudíž též bodu  $A$  od průmětny  $\pi$  a tedy souřadnici  $y_A$ . Souřadnice  $x_A$ ,

$z_A$  se jeví v obraze ve skutečné velikosti a to prvá v délce  $\overline{OA'^0}$  a druhá v  $A'^kA^k$ . Považujeme-li toto zobrazení za kosoúhlé zobrazení předmětu v soustavě souřadnicové, kde průmětna splývá s rovinou souřadnic  $(x, z)$ , je třeba určit kosoúhlý průmět osy  $y$ , který je dán úhlem  $\omega = \widehat{xy^k}$  a poměr



Obr. 30. Kosoúhlé obrazy bodu  $A$ .



Obr. 31. Pravoúhlé promítání jako zvláštní případ dvojobrazového zobrazení.

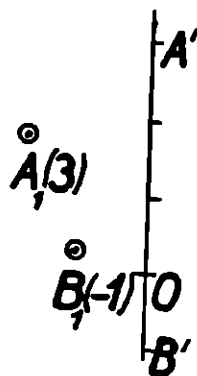
$q = \overline{Y^kY^0} : \overline{Y^0(Y)}$ . Dostáváme tak zvláštní případ kosoúhlé axonometrie, který se jmenuje též někdy kavalírní perspektiva (viz odst. 8,2).

Sestrojíme-li kolmý průmět  $A^0$  bodu  $A$  do průmětny  $\pi \equiv (x, z)$ , tu dvojiny obrazů  $A^k, A^0$  téhož bodu  $A$  jsou na paprscích  $A^kA^0 \parallel Y^kY^0 \parallel \dots$  a určují též bod  $A$ , známe-li charakteristický trojúhelník  $Y^kY^0(Y)$ .

**7.4. Kolmé promítání na dvě k sobě kolmé průmětny (Mongeovo zobrazení).** Schematicky je znázorněno v obr. 31. Průmětny  $\pi', \pi''$  jsou k sobě kolmé, středy  $^1S, ^2S$  jsou v úběžných bodech kolmic k první průmětně  $\pi'$  a k druhé průmětně  $\pi''$ .

Kolmé průměty do roviny  $\pi'$  a  $\pi''$  promítáme šikmo do průmětny  $\pi \equiv \pi''$  z úběžného bodu  $S_\infty$  přímek svírajících s průmětnami  $\pi'$  a  $\pi''$  úhly  $45^\circ$  a kolmých k ose  $x \equiv (\pi', \pi'')$ . Obrazu  $A_1$  prvního průmětu říkáme *půdorys* a obrazu  $A_2$  druhého průmětu říkáme *nárys*, patrně  $A_2 \equiv A''$ . Kosouhlý průmět z bodu  $S_\infty$  prvního průmětu lze též dostatí otočením první průmětny  $\pi'$  kolem osy  $x$  do druhé průmětny  $\pi''$ , nebo jak též říkáme, *sdužením* první průmětny  $\pi'$  s druhou  $\pi''$ . Uzel je tu v úběžném bodě kolmic k základnici  $x_{1,2}$ , takže půdorys a nárys téhož bodu jsou na ordinále, jež je kolmá k základnici. Toto zobrazení je nejvíce prakticky používáno a též je hlavním obsahem vyučování deskriptivní geometrie na našich středních školách.

Většinou si myslíme předměty, jež zde zobrazujeme, ve čtvrti první, t. j. nad první průmětnou  $\pi'$  a před druhou průmětnou  $\pi''$  (v obr. je to bod  $A$ ), takže jejich půdorys je pod nárysem. V Americe však si představují promítané předměty ve třetí čtvrti (v obr. je to bod  $B$ ); pak půdorys je nad nárysem. V obou případech uzlové paprsky splývají s kolmicemi k základnici  $x_{1,2}$ .



Obr. 32.  
Promítání  
kótované.

**7.5. Promítání kolmé na jednu průmětnu (kótované).** Velice názorné a často používané promítání je kolmé promítání na jedinou průmětnu  $\pi$ , kde se bod určuje svým půdorysem  $A_1$  a vzdáleností  $\overline{AA_1}$  od průmětny  $\pi$ , kterou si myslíme vodorovnou. Vzdálenost  $AA_1$  měřenou jednotkami připojeného měřítka zapisujeme číslicí do závorky vedle půdorysu  $A_1$  (v obr. 32 je to na př. 3 u bodu  $A$  a  $-1$  u bodu  $B$ ); toto číslo je t. zv. kóta bodu. Body nad průmětnou mají kóty kladné a pod průmětnou záporné.

Kótu můžeme též určití na číselné ose splývající s měřítkem délkou  $\overline{OA'}$  pro bod  $A$  a  $\overline{OB'}$  pro bod  $B$ . Pak je patrné, že v tomto promítání se zobrazuje bod vlastně půdorysem

a obrazem na číselné ose (u bodu  $A$  body  $A_1$  a  $A'$ ); zobrazení je tedy též dvojobrazové.

## 8. AXONOMETRIE

Bod v prostoru určujeme nejčastěji třemi souřadnicemi v pravoúhlé soustavě souřadnic, určené třemi osami  $x, y, z$ , jež tvoří pravoúhlý trojhran o vrcholu  $O$ , který je počátkem souřadnic. K měření souřadnic je třeba zvoliti si jistou jednotku  $j$ , kterou přeneseme na osy  $x, y, z$  a sice do délek  $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = j$  a dostáváme tak pravoúhlý rovnoramenný trojhran tvořící tři hrany krychle vycházející z téhož vrcholu  $O$ . Promítneme-li nyní tuto soustavu souřadnic do obecné průmětny  $\pi$ , o níž v dalším předpokládejme, není-li jinak řečeno, že není rovnoběžná se žádnou osou souřadnic, dostaneme kolmou, kosoúhlou a středovou *axonometrii*, podle toho zda promítání na průmětnu  $\pi$  je kolmé, kosoúhlé nebo středové. Obrazy, které tak dostaneme, jsou velmi názorné. Ve zvláštním případě může průmětna splýnouti s některou rovinou souřadnic, jako jsme měli již v odst. 7,3 (obr. 30).

Bod v axonometrii bude opět určen dvěma obrazy a to axonometrickým obrazem originálu a axonometrickým obrazem jeho kolmého průmětu do některé roviny souřadnic; (nejčastěji používáme průměty do roviny  $(x, y)$ , jehož axonometrický obraz je t. zv. axonometrickým půdorysem). Oba tyto obrazy jsou na přímkách, jež jsou obrazy rovin dvojnázob promítacích a to jak axonometricky tak kolmo do příslušné roviny souřadnic.

**8,1 Kolmá axonometrie.** V obr. 33 je ukázán postup zobrazení bodu v kolmé axonometrii. Obrazy os  $x^0, y^0, z^0$  možno zvoliti libovolně, jen musí býti obraz kterékoliv z os v tupém úhlu obrazů zbývajících dvou os. Na př. osy  $x, y$  určují rovinu, jejíž stopa na axonometrické průmětně  $\pi$  je v spojnici  $XY$  stopníků  $X$  a  $Y$  os  $x$  a  $y$  na průmětně  $\pi$ . Stopa  $XY$  musí