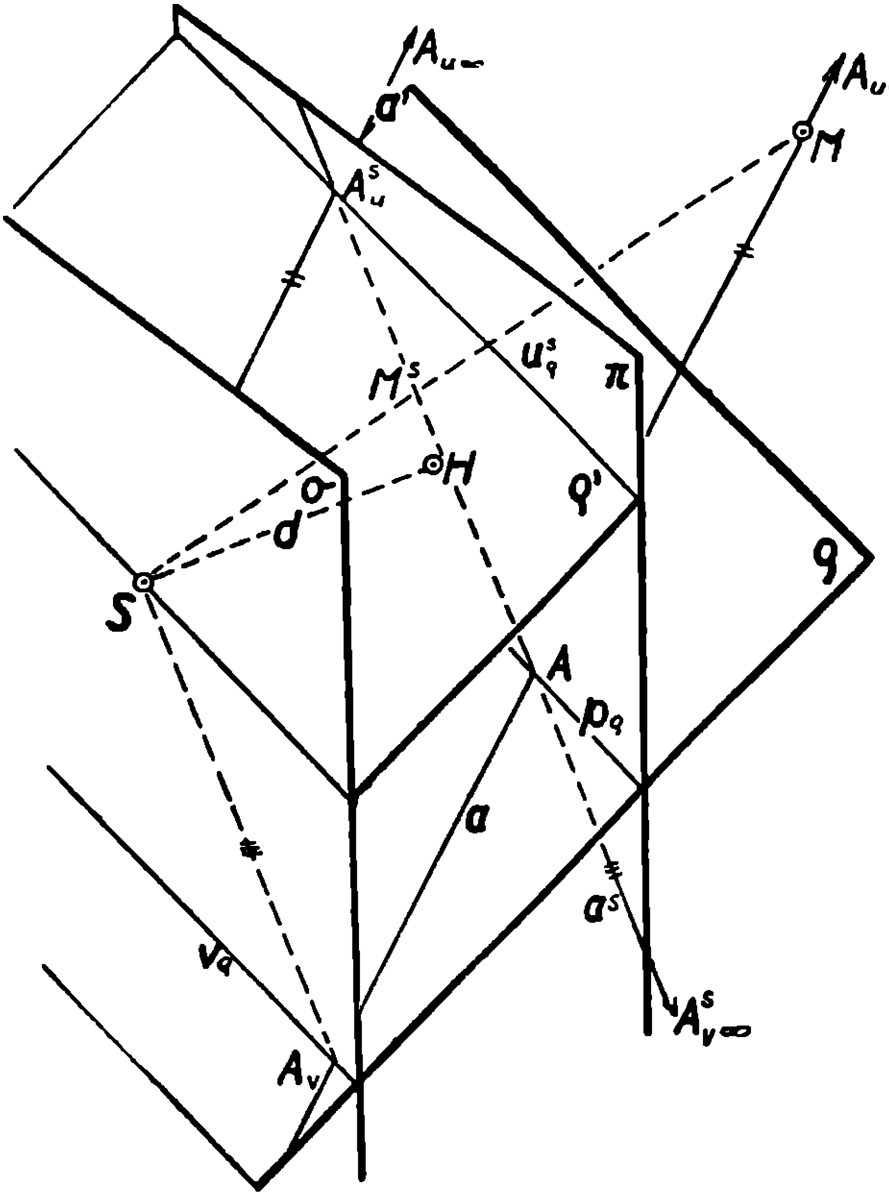
toru, s nimiž se dnes setkáváme v deskriptivní geometrii. Mimo různá promítání jsou ukázány též hlavní vlastnosti některých zobrazení, jež nejsou průměty.

2. STŘEDOVÉ PROMÍTÁNÍ

Základním promítáním je promítání středové, které je v podstatě zjednodušeným viděním jedním okem. Promítací paprsky vycházejí z jednoho bodu S (obr. 1); mimo *střed* S volíme rovinu π, obvykle ve svislé poloze, na niž promítáme a kterou proto jmenujeme *průmětnou*.

2,1. Středový průmět bodu a přímky. Středový průmět libovolného bodu M je v průsečíku M^s *promítacího* paprsku MS s průmětnou π. Všechny body v prostoru až na střed S mají tak zcela určitý středový průmět. Střed S je zvláštním, nebo říkáme též singulárním bodem tohoto promítání, ježto jeho středovým průmětem je kterýkoliv bod průmětny π. V dalším vzhledem k zvláštní povaze bodu S nebudeme uvažovati o středovém průmětě bodu S. Každý bod pak má zcela určitý jediný středový průmět, ale neplatí to obráceně. K určitému středovému průmětu na př. M^s v průmětně π přísluší jako originál každý bod promítacího paprsku SM^s. Není tudíž bod svým středovým průmětem určen. Ukážeme, že mnohem výhodnější je zde bráti za základní útvar prostoru přímku. Mějme na př. obecně položenou přímku a, t. j. neprocházející středem promítání S. Promítací paprsky všech bodů této přímky vyplňují t. zv. promítací rovinu (S, a) přímky a a její průsečnice a^s s průmětnou π je středovým průmětem přímky a. Každý bod M přímky a má středový průmět M^s na jejím středovém průmětu a^s. Středovým průmětem přímky je obecně zase přímka. Kdyby přímka procházela středem promítání S, pak by průměty všech jejích bodů, až ovšem na S, byly v jejím průsečíku s průmětnou. Přímky jdoucí středem promítání mají za středové průměty body. Jestliže středovým průmětem přímky je opět přímka, není přímka svým středovým průmětem určena. Aby přímka při středovém promítání byla stanovena, sestrojujeme středové průměty dvou jejích význačných bodů a to průsečíků jejích s průmětnou π a s úběžnou rovinou ω_∞ prostoru. Tyto body na př. pro přímku a jmenujeme a označujeme: stopník $A \equiv (\pi, a)$ resp. úběžný bod $A_{u\infty} \equiv (a, \omega_\infty)$. Středový průmět (obr. 1) prvého je $A^s \equiv A$ a středový průmět $A_u{}^s$ druhého jmenujeme *úběžník přímky* a; dostane se promítacím paprskem $a' \parallel a$ jdoucím středem promítání S (a' nazývá se *paprskem směrovým*). Na středovém průmětu a^s dostáváme dva body a to stopník A a úběžník $A_u{}^s$ přímky a. Známe-li tyto body, je přímka a jednoznačně určena, ježto jde stopníkem A rovnoběžně s promítacím paprskem $SA_u{}^s \equiv a'$. Přímku v středovém průmětě lze tudíž určiti bodovým párem roviny π, z nichž jeden je stopníkem a druhý úběžníkem. Je patrno, že je tu určení přímky jednodušší než bodu. Množství přímek prostoru zobrazuje se tu v množství párů bodových v průmětně π; obě tato množství jsou čtyrrozměrná. Přímky kolmé k průmětně π mají úběžník v t. zv. *hlavním bodě* H průmětny, který je v patě kolmice spuštěné se středu S na průmětnu π. (Vzdálenost $\overline{SH} = d$ jmenuje se *distancí* středového promítání.) U promítacích přímek, jež tvoří trs o středu S, splývá stopník s úběžníkem. Tomuto určení přímek stopníkem a úběžníkem se vymykají přímky, jež jsou rovnoběžné s průmětnou, nebo, jak říkáme, které protínají úběžnou přímku p_∞ průmětny π. U těchto přímek stopník a úběžník splývají v úběžném bodě přímky, který je na přímce p_∞. Jestliže přímka je promítací, je určena svým stopníkem, je-li rovnoběžná s průmětnou a má-li vzdálenost od ní rovnou distanci, pak je určena jedním svým bodem a stopníkem; každá jiná přímka rovnoběžná s průmětnou se určuje jedním svým bodem a svým středovým průmětem, který je rovnoběžný s originálem. Přímky, které svírají s průmětnou π úhel α, mají své úběžníky na kružnici, opsané kol bodu H jako středu poloměrem $\varrho = d$.



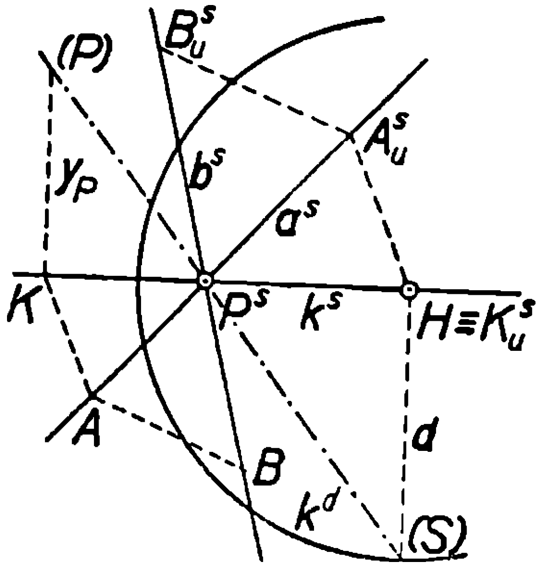
Obr. 1. Základní pojmy středového promítání.

. cotgα, protože paprsky směrové jsou povrchovými přímkami rotačního kužele o vrcholu S a ose SH.

2,2. Středový průmět roviny. Promítací paprsky bodů roviny ϱ (obr. 1), která neprochází středem promítání, tvoří trs paprsků a jejich průsečíky s průmětnou π vyplňují celou průmětnu. Průmětem roviny je tu obecně celá průmětna. Abychom rovinu určili v středovém promítání, promítáme dvě její význačné přímky a to její stopu $p_\varrho \equiv (\varrho, \pi)$ a její úběžnou přímku $u_\varrho \equiv (\omega_\infty, \varrho)$. Středový průmět stopy p_ϱ splývá s touto stopou a středový průmět u_ϱ^s dostaneme v průsečnici průmětny s rovinou $\varrho' \parallel \varrho$ jdoucí středem promítání S (ϱ' nazývá se *rovinou směrovou*). Průmět u_ϱ^s jmenuje se *úběžnice* roviny ϱ. Vždy je $u_\varrho^s \parallel p_\varrho$. Naopak, dány-li rovnoběžné přímky u_ϱ^s, p_ϱ v průmětně π, je tím rovina ϱ v prostoru jednoznačně určena, jde totiž stopou p_ϱ rovnoběžně s rovinou $\varrho' \equiv (S, u_\varrho^s)$. Prochází-li rovina středem promítání S, tu promítací paprsky jejích bodů tvoří svazek a průmětem této t. zv. *promítací* roviny je přímka. Stopa a úběžnice tu splývají. Tomuto určení roviny stopou a úběžnicí vymykají se roviny rovnoběžné s průmětnou π; takovou nutno určiti jedním bodem. Úběžnice rovin kolmých k průmětně procházejí hlavním bodem H. Roviny svírající s průmětnou π úhel α mají úběžnice tečnami kružnice o středu H a poloměru $\varrho = d \operatorname{cotg}\alpha$, ježto příslušné roviny směrové jdoucí S (v obr. 1 rovina ϱ') obalují rotační kuželovou plochu o středu S a ose SH, jejíž tvořící přímky svírají s rovinou π úhel α.

2,3. Středová rovina. Zvláštní postavení mezi rovinami rovnoběžnými s průmětnou π má rovina σ jdoucí středem promítání S (obr. 1). Vše co je v této t. zv. *středové rovině* má svůj středový průmět v úběžné přímce p_∞ průmětny π. Tak na př. přímka a protíná rovinu σ v bodě A_v, jejž jmenujeme též protiúběžník přímky a, jeho středový průmět je v úběžném bodě spojnice SA_v a proto středový průmět $a^s \parallel SA_v$. Obecná rovina ϱ protíná rovinu středovou σ v protiúběžnici v_ϱ a je $v_\varrho{}^s{}_\infty \equiv p_\infty$.

2,4. Incidence základních prvků. Dva ze základních prvků bod, přímka a rovina jsou incidentní, když jeden leží v druhém, nebo prochází druhým. Je-li přímka a v rovině ϱ (obr. 1), tu její stopník je na stopě a úběžník na úběžnici roviny ϱ; tento vztah platí též obráceně. Bod P není určen svým středovým průmětem P^s (2,1); proto jej určujeme ještě průmětem přímky, která jím jde; každou takovou přímku jmenujeme *nositelkou* bodu P. Toto určení bodu je provedeno v obr. 2, kde průmětna π splývá s nákresnou. Hlavní bod je H, kružnice k^d, zvaná *distanční kružnicí*, je opsaná kolem hlavního bodu jako středu poloměrem d. Bod P je zde určen svým středovým průmětem P^s a nositelkou a, jejíž středový průmět a^s jde bodem P^s; přímka a určena stopníkem A a úběžníkem $A_u{}^s$. Bod P má ovšem celý trs nositelek. Tak v obr. 2 zvolena další nositelka b, jejíž průmět b^s jde bodem P^s; zvolíme-li stopník B, dostaneme již úběžník $B_u{}^s$ ze vztahu $A_u{}^sB_u{}^s \parallel AB$, ježto přímky a, b určují rovinu o stopě AB a úběžnici $A_u{}^sB_u{}^s$. V obr. 2 zvolena ještě nositelka $k \perp \pi$ bodu P, jejíž úběžník $K_u{}^s \equiv H$. Z konstrukce patrno, že pole $A_u{}^s, B_u{}^s, K_u{}^s, \ldots$ úběžníků a pole $A, B, K, \ldots$ příslušných stopníků nositelek bodu P jsou homothetická pro střed P^s a poměr $\overline{P^sA_u{}^s} : \overline{P^sA}$. Sklopíme-li nositelku k kolem stopy k^s její středově promítací roviny do průmětny a označíme-li vzdálenost bodu P od průmětny π písmenem y, jež je kladná, je-li bod P se středem S na téže straně od průmětny π, tu je poměr podobnosti $\overline{P^sA_u{}^s} : \overline{P^sA} = \overline{P^sK_u{}^s} : \overline{P^sK} = d : y_p$.



Obr. 2. Bod P a jeho nositelky ve středovém průmětu. Homothetie o středu P^s.

Body v prostoru uvažované jako středy trsů přímek zobrazují se v středovém promítání jako homothetičnosti.

Střed promítání S zobrazuje se takto v identitu. Body na př. t. zv. protější roviny, jež je rovnoběžná s průmětnou π

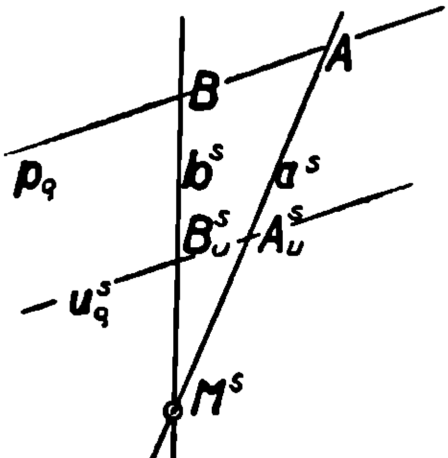
a má od této vzdálenost $-d$, zobrazují se v středové souměrnosti.

[Uvažujte o jiných vzláštních polohách bodu P a jeho obrazech; na př. leží-li v π nebo v rovině ω_∞ ale nikoliv na p_∞ atd.]

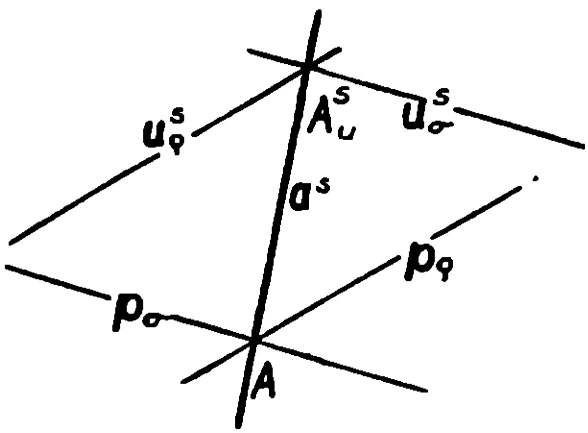
Přímky odpovídající si v homothetičnosti, již určuje podle předchozího bod P v průmětně, jsou úběžnicemi a stopami rovin, jež jdou bodem P. Bod P může býti určen nejen přímkou, jež jím jde, ale též rovinou jím procházející. Jsou-li přímky různoběžné, musí spojnice jejich stopníků býti rovnoběžná se spojnicí jich úběžníků. Přímky, jež jsou incidentní s bodem M a rovinou ϱ, jež jde bodem M, vyplňují svazek přímek o středu M v rovině ϱ a středový jejich průmět (obr. 3) tvoří paprskový svazek $a^s, b^s, \ldots$ o středu M^s a řada úběžníků u_ϱ^s $(A_u^s, B_u^s, \ldots)$ je homothetická s řadou stopníků $p_\varrho(A, B, \ldots)$ pro poměr homothetičnosti $\overline{M^sA_u^s} : \overline{M^sA} = d : y_M$.

[Uvažujte o zvláštních případech, na př. M_∞^s, $\varrho \parallel \pi$ atp.]

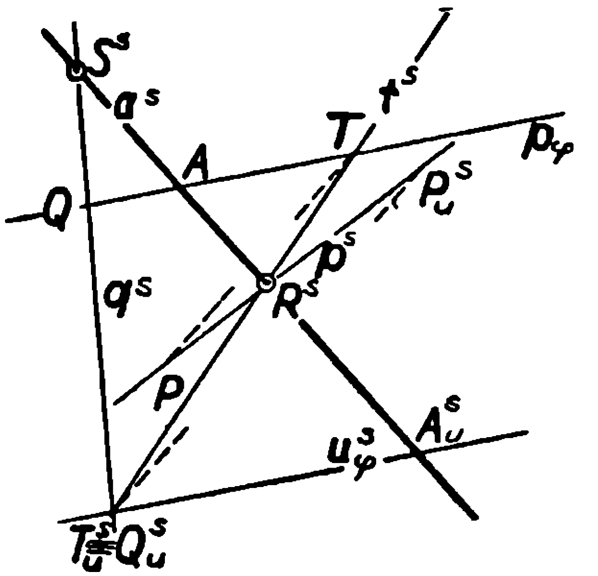
2,5. Úlohy polohy jsou takové úlohy, při nichž se vyskytuje jen incidence základních prvků. Při těchto úlohách nepřicházejí délky ani úhly. Při řešení těchto úloh netřeba znáti hlavní bod ani distanci středového promítání.



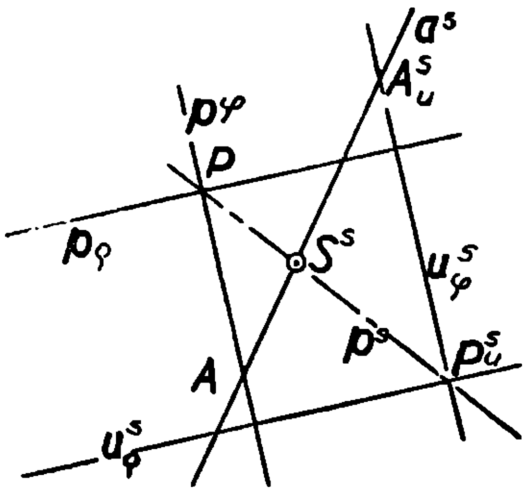
Obr. 3. Bod M na přímce a v rovině ϱ.



Obr. 4. Průsečnice dvou rovin.



Obr. 5. Spojnice a bodů RS.



Obr. 6. Průsečík S přímky a s rovinou ϱ.

Jako první příklad proveďme dvě vzájemně duální úlohy:

a) Sestrojiti *průsečnici a dvou rovin ϱ, σ* (obr. 4), *daných stopami a úběžnicemi*. Stopník A přímky a je bod $A \equiv (p_\varrho, p_\sigma)$ a úběžník $A_u{}^s \equiv$ $\equiv (u_\varrho{}^s, u_\sigma{}^s)$.

a′) Určiti *spojnici a dvou bodů R, S* (obr. 5), dány-li tyto středovými svými průměty R^s, S^s a nositelkami p, q. Nositelku p nahradíme nositelkou t rovnoběžnou s nositelkou q bodu S, takže $T_u{}^s \equiv Q_u{}^s$. (Stopník T obdržíme ze vztahu $P_u{}^s T_u{}^s \parallel PT$ na t^s.) Pak rovina $\varphi \equiv (t, q)$ obsahuje přímku $a \equiv RS$ a tedy na stopě $p^\varphi \equiv TQ$ je stopník A a na úběžnici $u_\varphi{}^s \parallel p_\varphi$ je úběžník $A_u{}^s$ spojnice $a \equiv RS$. Body $A_u{}^s$, A jsou též společným párem homothetičností, v něž se zobrazují body R, S.

Druhým příkladem buďte opět dvě duální úlohy:

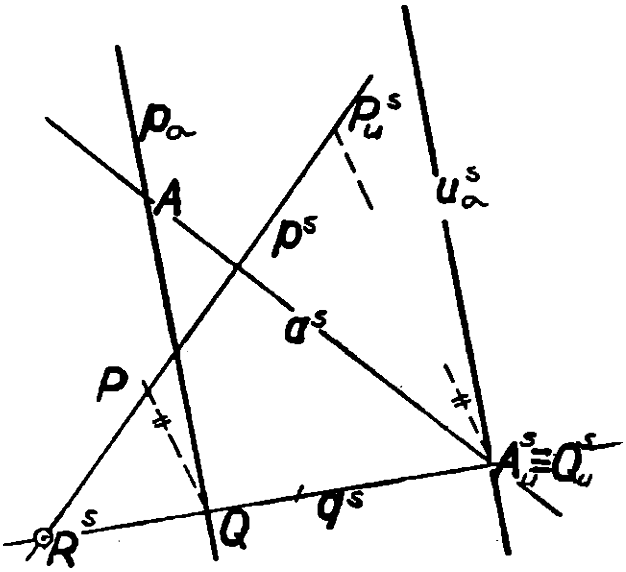
b) Sestrojiti *průsečík S roviny ϱ s přímkou a* (obr. 6). Přímkou a proložíme libovolnou rovinu φ, určíme její průsečnici p s rovinou ϱ a tu $S \equiv (a, p)$.

b′) Určiti *rovinu σ spojující bod R* o nositelce p *s přímkou a* (obr. 7). Nositelku p nahradíme nositelkou $q \parallel a$ ($Q_u{}^s \equiv A_u{}^s$); potom rovina $\sigma \equiv (a, q)$.

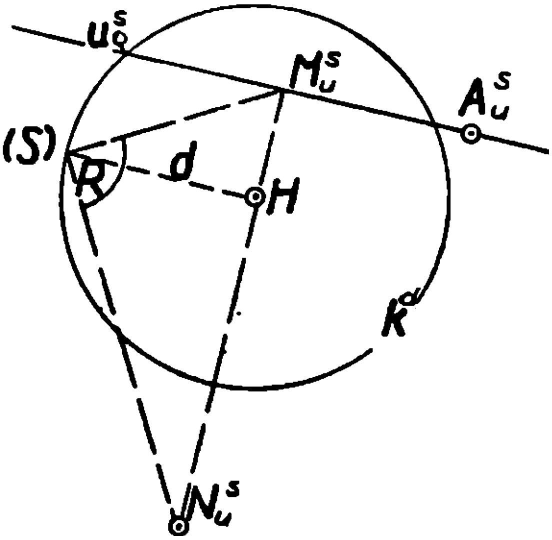
Připojíme-li k těmto úlohám podle dřívějšího snadno řešitelné duální úlohy, určiti průsečík dvou přímek téže roviny a stanovení roviny dvou různoběžek, dají se všechny jiné úlohy polohy pomocí těchto úloh řešiti. Jsou to na př. úlohy týkající se příček dvou, případně tří a čtyř mimoběžek. Dospíváme tak k řešení nejen prostorových úloh, ale i úloh týkajících se homothetičností v rovině.

2,6. Úlohy metrické jsou takové, při nichž se vyskytují velikosti úhlů a délek.

2,61. Předně sem patří *kolmost*. Všechny kulové plochy v prostoru protínají úběžnou, nebo říkáme též nevlastní rovinu ω_∞ v t. zv. abso-



Obr. 7. Rovina σ určená bodem R a přímkou a.



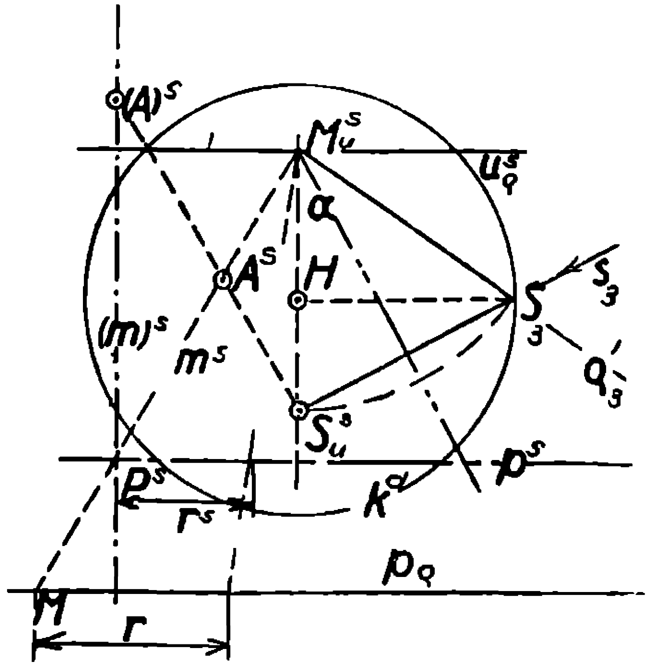
Obr. 8. Úběžník kolmic k rovině.

lutní kružnici i_∞, jež je ovšem imaginární.[1]) Přímky protínající absolutní kružnici i_∞ jmenují se minimální nebo isotropické. Bodem v prostoru, na př. středem promítání S, jde kuželová plocha minimálních přímek, která protíná libovolnou rovinu na př. průmětnu π v imaginární kružnici k^{di}, o středu v patě kolmice spuštěné z bodu S na průmětnu π (t. j. v hlavním bodě H) a jejíž poloměr je di, $(i^2 = -1)$, je-li d distance středového promítání. V úběžné rovině ω_∞ kuželosečka i_∞ definuje polární soustavu, která se promítá ze středu S na průmětnu π v polární soustavu imaginární kružnice k^{di} a tedy v antipolaritu distanční kružnice k^d.[2]) Odpovídající si prvky v polaritě definované kuželosečkou i_∞ promítají se ze středu S prvky vzájemně kolmými.

[1]) Viz v této sbírce sv. 10, Dr *L. Seifert*: „Imaginární elementy v geometrii", str. 59 a n.

[2]) *L. Seifert* l. c., str. 42.

Máme-li v obr. 8 dánu rovinu ϱ a hledáme k ní kolmou přímku n, pak úběžník $N_u{}^s$ přímky n a úběžnice $u_\varrho{}^s$ musí býti antipolární k distanční kružnici k^d. Konstrukce antipólu $N_u{}^s$ k přímce $u_\varrho{}^s$ je patrna z obrazce a lze ji vyložiti též snadno prostorově. Přímka $a \perp n$ má úběžník $A_u{}^s$ na úběžnici $u_\varrho{}^s$.

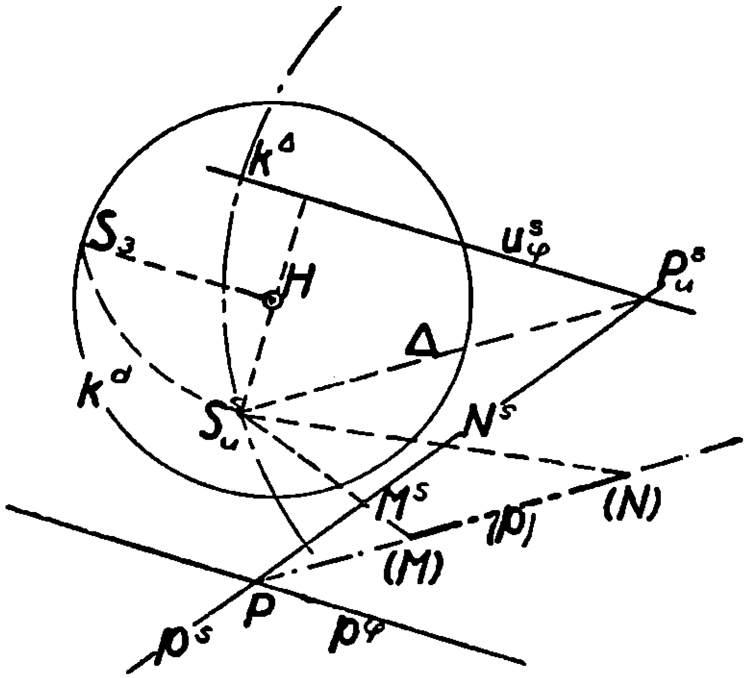


Obr. 9. Otočení roviny ϱ kolem p do polohy rovnoběžné s průmětnou.

2,62. Druhou základní metrickou úlohou je *otáčení roviny* (ϱ) *obecně položené k průmětně* (π) *do polohy rovnoběžné s průmětnou.* Buď v obr. 9 dána rovina ϱ stopou p_ϱ a úběžnicí $u_\varrho{}^s$! Toto otočení lze provésti jen kolem osy otáčení, která je rovnoběžná s průmětnou π, leží v rovině ϱ a je tudíž její hlavní přímkou p; její středový průmět je $p^s \parallel p_\varrho$. Přímka p je také v rovině $\pi' \parallel \pi$. Otočení roviny ϱ do roviny π' lze nahraditi kosoúhlým průmětem, pro směr promítání s, kolmý k jedné z rovin souměrnosti, jdoucích průsečnicí $p \equiv (\varrho, \pi')$ a půlících úhel těchto rovin. Úběžník $S_u{}^s$ jednoho z těchto shodně promítacích směrů dostaneme otočením středu promítání S do průmětny π kolem úběžnice $u_\varrho{}^s$. V obr. 9 sklopena rovina otáčení bodu S do průmětny a sklopené útvary označeny indexem 3. Chceme-li otočiti bod A roviny ϱ do roviny π', vedeme bodem A přímku v rovině ϱ kolmou ke stopě; v obr. 9 je to přímka $m \perp p_\varrho$, jejíž úběžník $M_u{}^s$ je na úběžnici $u_\varrho{}^s$ ($HM_u{}^s \perp$ $\perp u_\varrho{}^s$). Otočená poloha (m) protíná se s přímkou m na ose otáčení p a je $(m) \perp p$. V středovém průmětě je $(m)^s \parallel {}_u{}^sSM_u{}^s$ a přímka $(m)^s$ protíná se s přímkou m^s v bodě P^s osy p^s. Podle konstrukce je patrno:

Středový průmět ϱ^s roviny ϱ a středový průmět její polohy otočené $(\varrho)^s$ kolem hlavní přímky její p do polohy rovnoběžné s průmětnou, jsou ve vztahu středové kolineace pro střed S_u^s a osu p^s.

Zvolíme-li za osu otáčení stopu p_ϱ roviny ϱ, pak $(\varrho) \equiv (\varrho)^s$ je skutečná velikost rovinného útvaru ϱ. Jinak $(\varrho)^s$ je podobné s ϱ a sice, je-li přímka p před resp. za průmětnou je poměr podobnosti větší resp. menší než 1. Velikost poměru podobnosti dostaneme, když na přímku



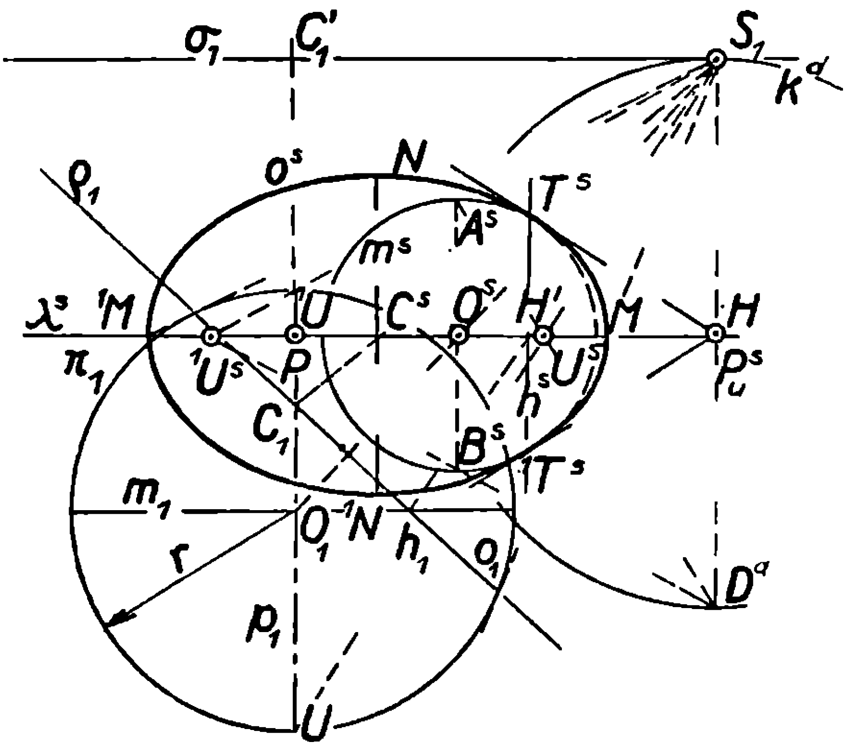
Obr. 10. Sestrojení skutečné velikosti úsečky MN.

p naneseme libovolnou délku r tím, že tuto přeneseme nejdříve na stopu p_ϱ a rovnoběžkami v rovině ϱ tuto přeneseme na přímku p. Je-li délka středového průmětu r^s, tu poměr podobnosti mezi $(\varrho)^s$ a ϱ je $r^s : r$.

Úloha tato slouží k tomu, abychom buď určili skutečnou velikost útvaru v rovině ϱ, známe-li jeho středový průmět, anebo sestrojili středový průmět útvaru v rovině ϱ, známe-li jeho tvar.

2,63. Řešení základních úloh metrických uvedených v předchozím se používá při řešení jiných metrických úloh. Tak v obr. 10 je určena *skutečná velikost úsečky MN*, jež je na přímce p, dané stopníkem P a úběžníkem P_u^s. Lze zde postupovati tak, že přímkou p proložíme libovolnou rovinu φ a tuto otočíme kolem stopy p_φ do průmětny π (říkáme též *sklopíme*), zde se nám objeví skutečná velikost $\overline{(M)(N)}$ úsečky MN. Stopa p_φ a úběžnice u_φ^s byly zvoleny tak, že jsou spolu rovnoběžné; stopa prochází stopníkem P, úběžnice jde úběžníkem P_u^s

přímky p. Úběžník $S_u{}^s$ shodně promítacích paprsků je sklopený střed promítání S kolem úběžnice $u_\varrho{}^s$ do průmětny π. Sklopená poloha (p) přímky p jde stopníkem P rovnoběžně se spojnicí úběžníků $P_u{}^s S_u{}^s$. Použitím kolineačních paprsků $S_u{}^s M^s$, $S_u{}^s N^s$ dostaneme $\overline{(M)(N)} = \overline{MN}$. Měníme-li rovinu φ, vyplňují úběžníky $S_u{}^s$ kružnici k^Δ o středu v úběžníku $P_u{}^s$ a poloměru $\Delta = \overline{P_u{}^s S_u{}^s} = \overline{P_u{}^s S}$ t. zv. *dělicí*



Obr. 11. Obrys koule v středovém promítání.

kružnici přímky p. Úběžník $S_u{}^s$ můžeme pak zvoliti v kterémkoliv bodě kružnice k^Δ a pak stopníkem P vésti přímku $(p) \parallel S_u{}^s P_u{}^s$ atd. Body $S_u{}^s$ na kružnici k^Δ jsou též úběžníky paprsků, jež promítají shodně bodovou řadu na přímce p do průmětny π.

2,7. Středový průmět koule. Budiž v obr. 11 dána koule svým středem O a poloměrem r. Střed O je určen středovým průmětem O^s a nositelkou p ($p^s \equiv PP_u{}^s$), která je zvolena v kolmici k průmětně, takže $P_u{}^s \equiv H$. Abychom obdrželi t. zv. obrys středového průmětu koule, opíšeme ze středu promítání S kulové ploše rotační kuželovou plochu, jejíž osa je ve spojnici SO a která se dotýká koule podél kružnice o v polární rovině ϱ středu promítání S. Kružnice o je reálná, když střed S je vně koule (jako v obr. 11). Rovinu λ kolmou k průmětně π a obsahující osu SO, a tudíž též nositelku p středu O koule, zvolme za pomocnou průmětnu kolmého promítání; poněvadž v obr. 11 je vodorovná, neboť předpokládáme, že průmětna π je svislá, jsou kolmé průměty označeny indexem 1. Průmět p_1 nositelky p jde stopníkem P kolmo k přímce λ^s a kolmý průmět středu koule je $O_1 \equiv \equiv (p_1, S_1O^s)$. Obrys prvního průmětu kuželové plochy opsané kouli ze středu S středového promítání je v tečnách sestrojených z S_1 k obrysu prvního průmětu koule, což je kružnice opsaná ze středu O_1 poloměrem r. Řez této kuželové plochy s průmětnou π je t. zv. *zdánlivým* obrysem o^s středového průmětu koule. Je tedy obrys kuželosečkou a to elipsou, parabolou nebo hyperbolou, podle toho, zda středová rovina σ reálně neprotíná, dotýká se, nebo reálně protíná dotykovou (obrysovou) kuželovou plochu. Ohniska zdánlivého obrysu o^s jsou podle věty Queteletovy-Dandelinovy v středových průmětech U^s, ${}^1U^s$ oněch bodů koule, v nichž tečné roviny jsou rovnoběžné s průmětnou π. Hlavní osa $\overline{M^1M}$ elipsy o^s je vyťata na průmětu π_1 obrysem 1. průmětu dotykové kuželové plochy; je tedy elipsa o^s určena.

Kuželosečku o^s lze určiti, aniž používáme kolmého průmětu na rovinu λ; takové konstrukce je zvláště potřebí v *perspektivním promítání* (které je v podstatě promítáním středovým, vhodně upraveným). Zobrazíme nejprve středové průměty U^s, ${}^1U^s$ bodů kulové plochy, v nichž jsou tečné roviny koule rovnoběžné s průmětnou π, neboli krajních bodů průměru koule, který je kolmý k průmětně π, čímž dostaneme ohniska obrysu o^s. Půlicí bod C^s úsečky $\overline{U^{s1}U^s}$ je středem kuželosečky o^s. Střed C^s je středovým průmětem pólu C roviny středové σ ke kulové ploše, který leží na průměru $p \equiv U^1U$ a je harmonicky sdružen k průsečíku $C' \equiv (p, \sigma)$ vzhledem k bodům U, ${}^1U$. Bod C je též v rovině ϱ skutečného obrysu o. K omezení hlavní osy obrysu o^s určeme středový průmět hlavní kružnice m kulové plochy, jejíž rovina je rovnoběžná s průmětnou π. Průmět m^s má střed O^s a její průměr A^sB^s omezí se na základě toho, že $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OU} = \overline{O^1U}$. Spojnice A^sU^s, $B^{s1}U^s$ procházejí tudíž úběžníkem D^d, jehož spojnice s hlavním bodem H je rovnoběžna s A^sB^s. V obrazci zvolen průměr $AB \perp \pi$ a proto příslušný úběžník je na distanční kružnici k^d; je to t. zv. dolní *distančník* D^d. Podél hlavní kružnice m se dotýká koule válcová rotační plocha kolmá k průmětně π a proto její tvořící přímky mají úběžník v hlavním bodě H. Obrysové přímky této válcové plochy mají tudíž středové průměty v tečnách ke kružnici m^s vedených z hlavního bodu H, jejichž dotykové body T^s, ${}^1T^s$ s kružnicí m^s jsou též na poláře h^s hlavního bodu H k této kružnici m^s. Tyto tečny HT^s, H^1T^s jsou též tečnami obrysu o^s a sice dotýkají se jej také v bodech T^s, ${}^1T^s$ jako kružnice m^s, ježto v bodech kružnice m má válcová plocha s kulovou plochou tytéž tečné roviny, jež v bodech T, ${}^1T$ jdou středem promítání S. Přímka h^s je též polárou hlavního bodu H k obrysu o^s a proto protíná hlavní osu ${}^1U^sU^sH$ v sdruženém bodě H' k bodu H a proto $\overline{C^sM} = \overline{C^{s1}M} = \sqrt{\overline{C^sH} \, . \, \overline{C^sH'}}$. K omezení hlavní osy ${}^1MM$ obrysu o^s mohli bychom též užíti tečen HT^s, H^1T^s, ježto známe ohniska U^s, ${}^1U^s$, ale předchozí konstrukci třeba dáti přednost ježto lze jí užíti vždy, i když hlavní bod H padne dovnitř kružnice m^s.

3. GNÓMONICKÝ A STEREOGRAFICKÝ PRŮMĚT KULOVÉ PLOCHY

3,1. Poloha středu promítání a průmětny. Jestliže střed promítání S je uvnitř kulové plochy, pak průmětem plochy je celá průmětna π. Pro kartografii a mineralogii je důležitý t. zv. *gnómonický průmět* kulové plochy, což je její středový průmět pro střed promítání v jejím středu S na libovolnou průmětnu π, jež neprochází středem S. Význačná vlastnost tohoto průmětu je ta, že hlavní kružnice kulové plochy, t. j. ty, jichž roviny jdou středem kulové plochy, se promítají do přímek. Ježto pak nejkratší vzdálenost dvou míst A, B kulové plochy měřena na kulové ploše je v menším oblouku hlavní kružnice, jež jde těmito body,[3]) promítne se tato vzdálenost v gnómonickém průmětě do úsečky $\overline{A^sB^s}$; toho se po-

[3]) V případě, že body A, B jsou krajními body průměru kulové plochy, nebo říkáme též diametrálně protilehlé, je jejich sférická vzdálenost rovna polovině hlavní kružnice kulové plochy.