půleno; tak tomu jest při číslech svrchu uvedených: $5 - 3 = \frac{8}{4}$. Je-li však $(N - 2n_1 + 2n_2) : (2n_1 - 2n_2) = 2 : 1$, t. j. $n_1 - n_2 = \frac{1}{6}N$, jest množství rozděleno na $\frac{1}{3}$ a $\frac{2}{3}$; na př. $N = 12$, $n_1 = 6$, $n_2 = 4$, v tomto zvláštním případě lze dokonce docíliti rozdělení na tři stejná množství.

Ukažte, je-li $n_1 - n_2 = \dfrac{N}{2(\nu + 1)}$, že lze docíliti $\dfrac{N}{\nu}$ původního množství. Proveďte podobné vyšetřování pro nádoby o objemu $N$, $n_1 > n_2 > n_3$.

## 8.

## NĚKTERÉ OBRATY S KARTAMI.

O jednoduchý matematický výklad opírají se některé obraty s kartami.

1. Přiřkněme jednotlivým kartám (německé hry) určitou hodnotu, na př. spodek znamenej 2, dáma 2, král 3, eso 4, sedmička sedm, osmička osm, devítka devět, desítka deset. Vyzvěme někoho, aby si volil kterékoliv tři karty a nechť v naší nepřítomnosti vycházeje od přiřčené hodnoty kartě odkládá na ni počítaje do šestnácti vždy po jedné kartě (na př. eso musí doplniti 12 kartami. Nechť nám nyní sdělí, kolik karet mu zbylo (případně kolik karet se mu nedostalo), jsme nyní s to, určiti součet ok na volených kartách. Jest to možno na základě této úvahy: Volené karty mějte hodnotu $a_1, a_2, a_3$, k dopočtení do 16 jest třeba celkem $16 - a_1 + 16 - a_2 + 16 - a_3 = 48 - a_1 - a_2 - a_3$ karet, zbylo tedy celkem $32 - 3 - (48 - a_1 - a_2 - a_3) = a_1 + a_2 + a_3 - 19$ karet, zbylo-li tedy $z$ karet, jest $a_1 + a_2 + a_3 - 19 = z$, odkudž součet ok volených karet $a_1 + a_2 + a_3 = 19 + z$. Stejně vypočteme, nedostalo-li se $r$ karet, že platí $a_1 + a_2 + a_3 = 19 - r$.

Upravte podobný obrat pro $2 \times 32$ karty a pro 4 volené karty, dopočítáváme-li rovněž do 16 $(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = z + 4$, při čemž $z \geq 4)$.

2. Složme 27 karet do tří hromádek po devíti; nechť si někdo pamatuje jednu z karet právě skládaných a nechť označí hromádku, v níž karta leží. Složme nyní hromádky k sobě tak, že hromádka obsahující myšlenou kartu přijde doprostřed; opět rozdělme karty do tří hromádek. Osoba znovu označí hromádku, ve které karta leží, načež hromádky složíme týmž způsobem jako prve. A tento postup opakujeme ještě jednou. Myšlená karta jest pak 14. počítána shora nebo zdola. Vysvětlení pak jest toto: Označme karty nacházející se s volenou kartou v téže hromádce +, ostatní —. Pak po prvním kroku jest ve všech hromádkách toto uspořádání: — — — + + + — — —. Po druhém kroku jest v každé hromádce toto rozdělení karet: — + — — + — — + —, a po třetím: — — — — — — — — — v první, + + + + + + + + + v druhé a — — — — — — — — — v třetí hromádce. Snadným rozborem zjistíme, že po prvním složení karet jest myšlená karta s ostatními kartami v původní hromádce na místě 10.—18., po druhém složení karet jest na místě 13.—15. a po třetím složení karet octne se na místě 14. Podobnou úvahou dokažte, dáváme-li hromádku s myšlenou kartou vždy navrch (vždy vespod), že objeví se na místě 7 (21).

Tato hra jest zvláštním případem hry nazvané po francouzském matematikovi Gergonnovi, který odvodil toto pravidlo: Vložíme-li hromádku s myšlenou kartou postupně na místo $a$-té, $b$-té, $c$-té, objeví se myšlená karta po třetím kroku na místě $9a - 3b + c$. — Jak se upraví tato hra, dáme-li hromádku s myšlenou kartou po prvé navrch a po druhé vespod? Při třetím rozložení karet objeví se myšlená karta nahoře, takže osoba sama si na kartu ukáže.

## 9.

## SLOVNÍ ROVNICE.

Nevyčerpatelným zdrojem matematické zábavy všech časů i národů byly, jsou a jistě i budou úlohy, jež vedou na řešení