# Perspektiva

## 6. Perspektiva kružnic

In: Emil Kraemer (author): Perspektiva. (Czech). Praha: Přírodovědecké nakladatelství, 1951. pp. 72–78.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/402930

# 6. PERSPEKTIVA KRUŽNICE

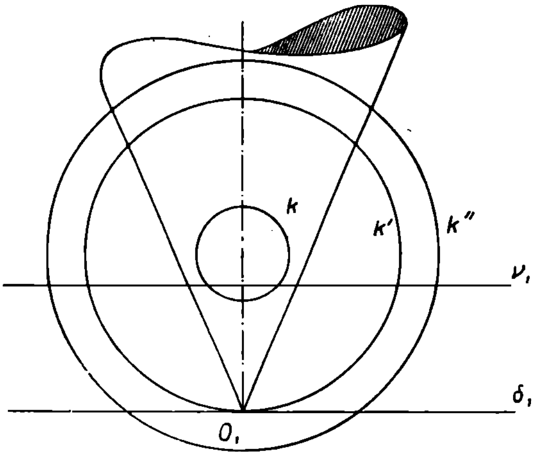
---

Ze zkušenosti víme, že vidíme kruhové hrany na rozličných předmětech v různé podobě podle toho, z jakého místa se na ně díváme. Tvar středového průmětu kružnice také skutečně závisí na tom, jak je položena rovina $\varrho$, v níž kružnice leží. Tato rovina je s distanční rovinou $\varrho$ rovnoběžná anebo ji protíná v přímce $d$. Průsečíky kružnice $k$ s distanční rovinou $\delta$ mohou ležet jedině na této přímce $d$; protože přímka protíná kružnici nejvýše ve dvou bodech, protíná i distanční rovina $\delta$ kružnici nejvýše ve dvou bodech.

Neprotíná-li kružnice $k$ vůbec distanční rovinu $\delta$, potom podle věty 2 (odst. 1) se promítne každý její bod do vlastního bodu průmětny a tedy se dá celý průmět kružnice $k$ narýsovat (při dostatečně veliké průmětně). Protíná-li však kružnice $k$ distanční rovinu $\delta$ v bodě $D$, je průmětem tohoto bodu úběžný bod průmětny; přibližuje-li se bod $P$ po kružnici $k$ k bodu $D$, vzdaluje se jeho průmět $P'$ po průmětu $k'$ do nekonečna. Už z této úvahy opírající se o názor vidíme, že v tomto případě bude zřejmě průmět $k'$ kružnice $k$ křivka, která bude míti úplně jiný vzhled než kružnice. Podrobným zkoumáním různých druhů středového průmětu kružnice se zabývá deskriptivní geometrie; k tomu je však třeba hlubších znalostí geometrie. Proto se omezíme na to, že vyslovíme bez důkazu tuto základní větu:

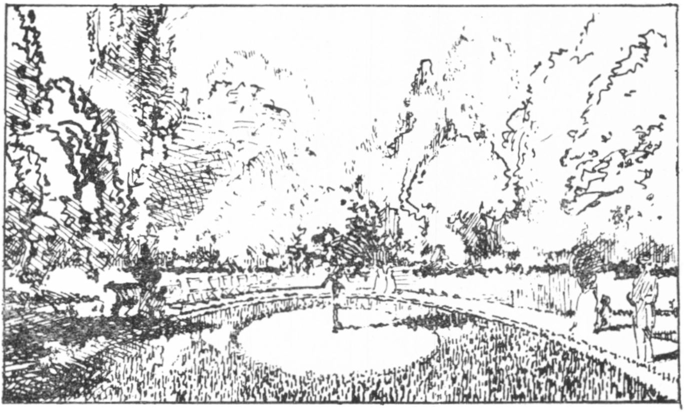
*Prochází-li rovina $\varrho$ kružnice $k$ středem promítání, je průmětem této kružnice $k$ stopa roviny $\varrho$ nebo dvě polopřímky ležící na této stopě anebo úsečka ležící na této stopě.* —

*Leží-li kružnice k v rovině, která neprochází středem promítání, je jejím průmětem k' elipsa (speciálně kružnice) nebo parabola nebo hyperbola. Průmět k' je elipsa (eventuálně kružnice) tehdy, jestliže kružnice k nemá s distanční rovinou ani jeden společný bod). Průmět k' je parabola tehdy, jestliže kružnice k se dotýká distanční roviny v jediném bodě. Průmět k' kružnice k je hyperbola tehdy, jestliže kružnice k protíná distanční rovinu ve dvou bodech.*

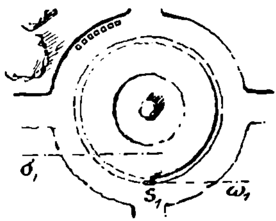



Obr. 39.

Díváme-li se však z oka $O$ na kružnici $k$, vidíme ji celou jedině tehdy, když leží uvnitř zorného kužele (odst. 3). Protíná-li však distanční rovinu, neleží celá uvnitř tohoto kužele a nemůžeme ji tedy celou z oka $O$ vidět. (Kružnice může ovšem ležet také celá vně zorného kužele.) *Je tedy v případě parabolického nebo hyperbolického průmětu kružnice jejím správným perspektivním obrazem nejvýše nějaký oblouk této paraboly nebo hyperboly.* Názorně to vidíme na obr. 39, ve kterém jsou narýsovány půdorysy tří kružnic $k$, $k'$, $k''$, ležících v základní rovině $\pi$, půdorys $\nu_1$ perspektivní průmětny $\nu$ a půdorysy $\delta_1$, $O_1$ distanční roviny $\delta$ a oka $O$. V obrázku je také naznačen půdorys zorného kužele. Z obrázku jasně vidíme, že větší části kružnic $k'$, $k''$ (z nichž jedna má s distanční



Obr. 40a.




Obr. 40b.

rovinou společný jeden a druhá dva body) leží vně zorného kužele a nemohou tudíž býti z oka $O$ viditelné.

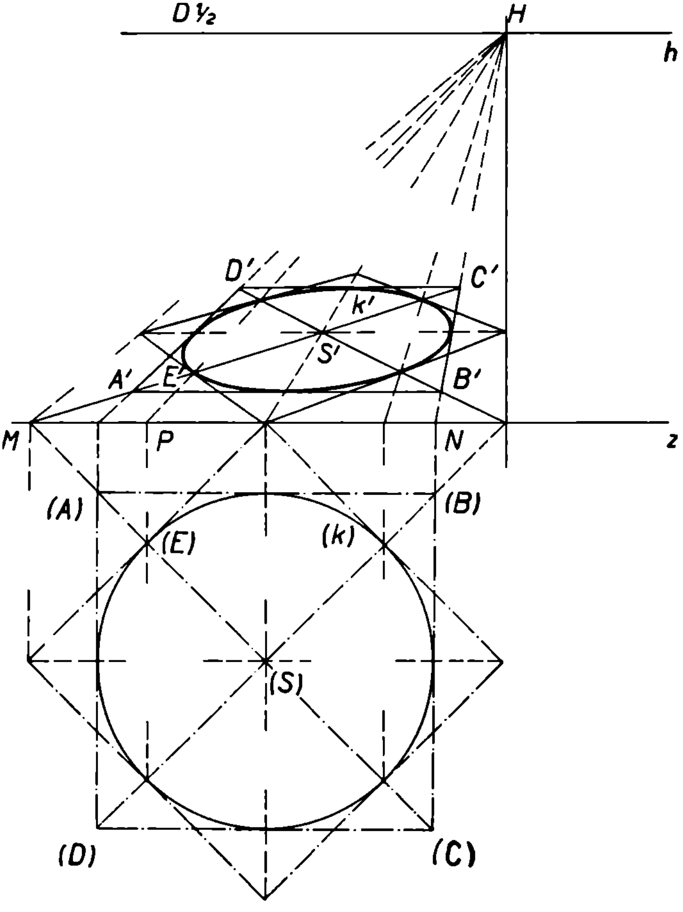
Vyskytne-li se tedy v perspektivě případ, kdy je průmětem kružnice parabola nebo hyperbola, leží v zorném poli jenom nějaký oblouk této křivky, který sestrojíme jednoduše jako spojnici obrazů několika bodů. V obr. 40a je perspektivní obraz několika soustředných kružnic Z obr. 40b, kde je vyznačeno stanoviště $S_1$ a půdorys distanční roviny $\omega_1$, je vidět, které z těchto kružnic se promítají do elips, která do paraboly a které do hyperboly.

Zbývá tedy probrat případ, kdy perspektivním obrazem kružnice je kružnice nebo elipsa. Ukážeme si konstrukci tohoto obrazu jenom pro případy, které se v praxi nejvíce vyskytují, t. j. kdy rovina kružnice je průčelná, vodorovná nebo kolmá k základnici $z$.

*1. Perspektiva kružnice ležící v průčelné rovině* (čili v rovině rovnoběžné s průmětnou) se sestrojí velmi snadno. Je možné totiž dokázat, že v tomto případě je průmětem kružnice $k$ kružnice $k'$, jejíž střed $S'$ je průmětem středu kružnice $k$. — Sestrojíme tedy průmět $S'$ středu $S$ kružnice $k$ a průmět $P'$ jejího libovolného bodu $P$; potom průmět $k'$ kružnice $k$ je kružnice se středem $S'$ a poloměrem rovným délce úsečky $S'P'$.

*2. Perspektiva kružnice ležící ve vodorovné rovině.* (Omezíme se na případ, kdy je průmětem kružnice elipsa.) Rovinu $\pi$ kružnice $k$ zvolíme za základní rovinu, takže její stopa $z$ bude základnicí. Rovinu s kružnicí $k$ sklopíme kolem základnice $z$ do průmětny; tak dostaneme v průmětně kružnici $(k)$. K rychlému a dosti přesnému narýsování elipsy $k'$ užíváme obyčejně t. zv. *osmibodové konstrukce* (obr. 41). Sklopené kružnici $(k)$ opíšeme průčelný čtverec $(A)(B)(C)(D)$, sestrojíme jeho úhlopříčky a v jejich průsečících s kružnicí $(k)$ sestrojíme k této křivce tečny. Tím dostaneme na kružnici $(k)$ osm bodů a osm tečen, sestrojíme jejich perspektivní obrazy a tak dostaneme pro elipsu $k'$ také osm bodů a osm tečen.

Perspektivu čtverce $ABCD$ snadno sestrojíme, neboť dvě jeho strany jsou přímky hloubkové a druhé dvě přímky




Obr. 41.

průčelné. Perspektivní obrazy stran $AB \parallel CD$ leží podle věty 6 (odst. 1) na přímkách $A'B' \parallel C'D' \parallel z$; úběžník stran $AD \parallel BC$ je podle věty A (odst. 3) hlavní bod $H$. Stačí sestrojit podle 1. základní úlohy (odst. 5) perspektivu jediného bodu, na příklad vrcholu $C$. Potom je obraz $A'$ bodu $A$ v průsečíku úhlopříčky $MC'$ s obrazem hloubkové přímky bodu $A$; přitom $M$ je stopník úhlopříčky $AC$, t. j. průsečík přímky $(A)(C)$ se základnicí $z$. Obrazy $B'$, $D'$ bodů $B$, $D$ sestrojíme jako průsečíky hloubkových přímek těchto bodů s přímkami $A'B' \parallel C'D' \parallel z$. Z obrázku je také patrna konstrukce obrazu druhé úhlopříčky i konstrukce bodů elipsy ležících na přímkách $A'C'$, $B'D'$.

Protože úhlopříčky čtverce $ABCD$ svírají se základnicí úhly 45°, mají úběžníky v pravém a levém distančníku (věta D z odst. 3). Těchto bodů nemůžeme však při konstrukci použít, neboť oba vycházejí mimo nákresnu.

*3. Perspektiva kružnice, která leží v rovině kolmé k základnici* $z$ se sestrojí obdobným způsobem jako perspektiva kružnice vodorovné. Rovinu $\varrho$ kružnice $k$ sklopíme i s touto kružnicí kolem její svislé stopy $n_\varrho$ do průmětny, sklopené kružnici $(k)$ opíšeme zase čtverec, který má dvě strany svislé a dvě v hloubkových přímkách, a elipsu $k'$ sestrojíme zase osmibodovou konstrukcí.

*Poznámka.* Je snad zajímavé připomenout, kdy byl prvně sestrojen správný perspektivní obraz kružnice ležící v neprůčelné rovině. Konstrukci obrazu takové kružnice naznačil ve svém spise o malířství již dříve jmenovaný Leone Battista Alberti. Avšak přesně sestrojil po prvé perspektivní obraz kružnice Sandro Botticelli (1447—1518); užil při tom do kružnice vepsaného pravidelného šestnáctiúhelníka.

Kromě konstrukce, kterou jsme popsali, se užívá při sestrojování perspektivy kružnice ještě různých jiných konstrukcí; řadu jich uvádí na příklad ve své Perspektivě profesor Kadeřávek (str. 42—44).

*Cvičení*

21. Zobrazte perspektivu kružnice, která leží v rovině $\varrho$ kolmé k základnici $z$, má střed $S$ (—6,5; —6; 6) a poloměr 4,5. - Oko $O$ (0; 24; 7).

22. Zobrazte perspektivu vrcholu věže, jejíž zděná (dolní) část má podobu rotačního válce a jejíž střecha má tvar pravidelného čtyrbokého jehlanu. Zdivo je ukončeno ve vodorovné rovině, která prochází středem podstavy válce $S$ (—5; —6; 8); poloměr válce je 4. Jehlan je v poloze průčelné, má podstavnou hranu 12 a výšku 6. — Oko $O$ (0; 30; 3).

23. Zobrazte perspektivu vrcholu věže, jejíž zděná část má podobu rotačního válce a jejíž střecha má tvar rotačního kužele. Zdivo je ukončeno ve vodorovné rovině, která prochází středem horní podstavy válce $S$ (—3; —5; 7); poloměr válce je 3. Rotační kužel má poloměr podstavy 5 a výšku 9. — Oko $O$ (0; 8; 4).