4. Průsečná methoda. Pomocné konstrukce

In: Emil Kraemer (author): Perspektiva. (Czech). Praha: Přírodovědecké nakladatelství, 1951. pp. 37–47.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/402928

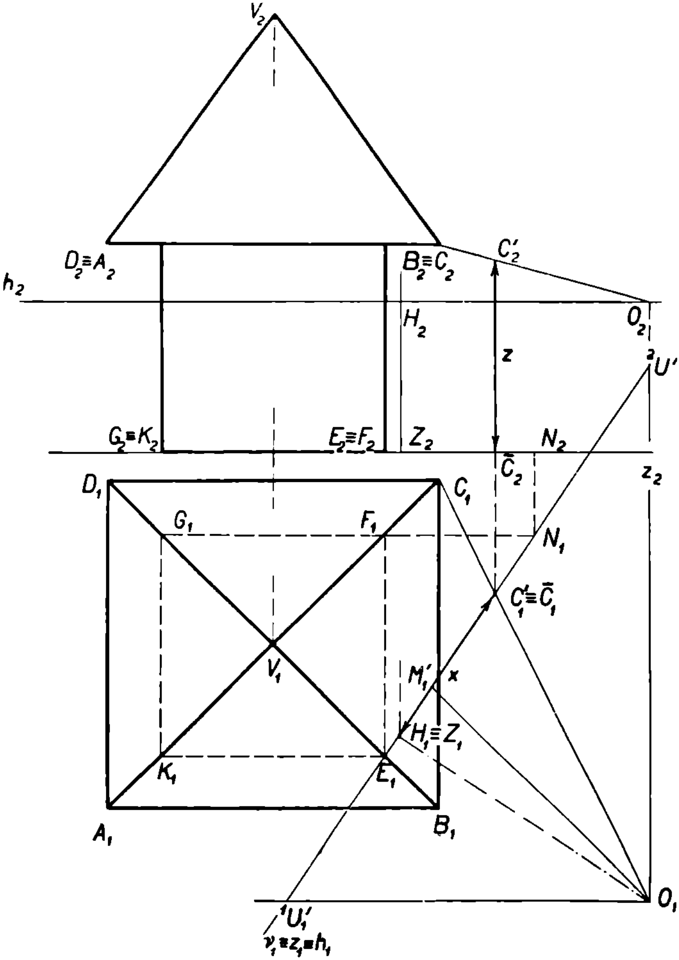
4. PRŮSEČNÁ METHODA. POMOCNÉ KONSTRUKCE

V lineární perspektivě nezobrazujeme obvykle skutečně již existující objekty (jejichž názorné obrazy můžeme rychleji sestrojit fotografováním), nýbrž ty předměty, které jsou teprve navrženy k provedení (projekty). Bývají to nejčastěji objekty stavitelské, jejichž perspektivní obrazy sestrojujeme podle jejich půdorysu a nárysu. *V podstatě jsou dvě základní methody konstrukce perspektivních obrazů: průsečná a přímá.* V průsečné methodě zobrazíme půdorys a nárys daného předmětu, volíme průmětnu i střed promítání a sestrojujeme skutečné obrazy jednotlivých bodů jako průsečíky jejich zorných paprsků se zvolenou průmětnou. Přímou methodou nazýváme postup, při kterém sestrojujeme přímo v nákresně (kde zvolíme základnici, horizont, hlavní bod a distanci) perspektivní obrazy, aniž bychom jednotlivé body hledali jako průsečíky jejich zorných paprsků s průmětnou.

Ukážeme si na jednoduchém příkladě, jak postupujeme při použití průsečné methody.

Úloha. Zobrazte perspektivu (jak stručně říkáme) tělesa složeného z kvádru a pravidelného čtyrbokého jehlanu; jehlan stojí na kvádru tak, že hrany jeho podstavy jsou rovnoběžné s podstavnými hranami kvádru.

Těleso je zobrazeno v půdoryse a náryse na obr. 12; dolní část je kvádr se čtvercovou podstavou $EFGK$, horní jehlan $VABCD$. Perspektivní průmětnu ν volíme — jako obvykle — svislou; je výhodné ji proložit jednou svislou hranou kvádru,

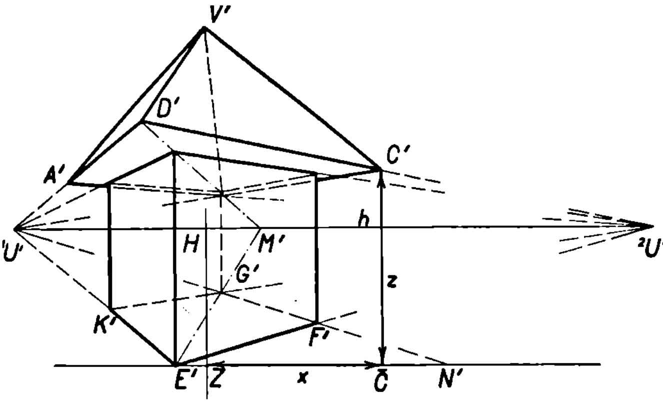

V_2
$D_2 \equiv A_2$
$B_2 \equiv C_2$
C_2'
h_2
H_2
O_2
z
$^2U'$
$G_2 \equiv K_2$
$E_2 \equiv F_2$
Z_2
N_2
$\bar{C}_2$
z_2
D_1
C_1
G_1
F_1
N_1
$C_1' \equiv \bar{C}_1$
V_1
M_1'
x
$H_1 \equiv Z_1$
K_1
E_1
A_1
B_1
O_1
$^1U_1'$
$\nu_1 \equiv z_1 \equiv h_1$

Obr. 12.

na př. hranou vycházející z vrcholu E. Protože je rovina ν kolmá k půdorysně, jest jejím půdorysem přímka ν_1 procházející půdorysem E_1 vrcholu E. Rovina ν protne první průmětnu v základnici z ($z_1 \equiv \nu_1$, z_2 splývá s nárysem první průmětny, t. j. s osou x). Zvolíme oko O tím, že zvolíme jeho sdružené obrazy O_1, O_2, a sestrojíme půdorys a nárys základního bodu Z a hlavního bodu H. Oko O volíme nejlépe tak, aby půdorys přímky OH procházel středem V_1 půdorysu daného útvaru. (Protože jest rovina ν svislá, jest přímka $OH \perp \nu$ vodorovná a je tedy $O_1H_1 \perp \nu_1$, $O_2H_2 \parallel z_2$.) Přímka O_2H_2 je nárysem horizontály h.

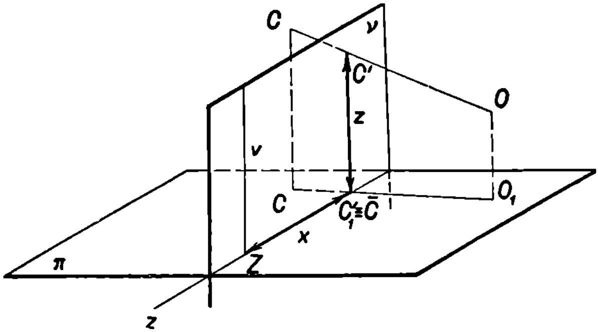
Perspektivu tělesa můžeme sestrojit tak, že sestrojíme perspektivní obrazy všech jeho vrcholů a patřičně je spojíme. Konstrukci průmětů bodů vyložíme třeba pro vrchol C. Promítací paprsek OC bodu C protíná průmětnu ν v průmětu C' bodu C. Protože půdorys celé roviny ν je přímka ν_1, jest půdorys C_1' bodu C' v průsečíku přímek O_1C_1, ν_1; jeho nárys C_2' jest s půdorysem C_1' na ordinále a na nárysu O_2C_2 přímky OC. Stejně můžeme sestrojit sdružené obrazy průmětů ostatních vrcholů tělesa. Avšak ani v půdoryse ani v náryse nedostaneme středový průmět tělesa ve skutečné velikosti. Tuto skutečnou velikost však dostaneme, položíme-li průmětnu ν do nákresny. Postupujeme při tom tak, že zvolíme vodorovnou základnici z, na ní základní bod Z a jím proložíme vertikálu $v \perp z$; na vertikále leží bod H ($\overline{ZH} = \overline{Z_2H_2}$). Hlavním bodem H prochází horizontála $h \parallel z$ (obr. 13). K přenesení průmětu C' bodu C do nového obrazu stačí odměřit dvě úsečky. Víme totiž (podle věty C z odst. 3), že svislá přímka CC_1 se promítá centrálně opět do svislé přímky, která protíná základnici z v půdoryse C_1' bodu C' (obr. 14). Označíme-li $\overline{ZC_1'} = x$, $\overline{C_1'C'} = z$, pak úsečky x, z nazýváme *souřadnicemi* bodu C' v rovině ν vzhledem k osám z, v. První souřadnice $x = \overline{ZC_1'}$ leží na základnici z, t. j. v první průmětně, a tedy je v půdoryse (obr. 12) ve skutečné velikosti $x = \overline{Z_1C_1'}$. Druhá souřadnice $z = \overline{C_1'C'}$ je na svislé přímce a tedy je v náryse (obr. 12) ve skutečné velikosti $z = \overline{C_2C_2'}$. Odměříme tedy kružítkem v obr. 12 souřadnici $x = \overline{Z_1C_1'}$ a přeneseme ji do obr. 13 na základnici z od bodu Z vpravo (neboť také v obr. 12 je bod C_1' vpravo od bodu Z_1); tím dostaneme bod $\overline{C}$. (V obr. 13 užijeme raději označení $\overline{C}$, neboť znakem C_1' se označuje perspektivní průmět půdorysu C_1 bodu C. Tento bod C_1' by na obr. 14 byl v průsečíku přímek OC_1, $\overline{C}C'$.) Bod C' leží na svislé přímce $\overline{C}C' \parallel v$ ve vzdálenosti $z = \overline{\overline{C}_2C_2'}$ od bodu $\overline{C}$; souřadnici z nanesme nad základnici, neboť také v obr. 12 je bod C_2' nad přímkou z_2. Aby konstrukce byla jasně viditelná, jsou souřadnice x, z ve všech třech obrázcích vyznačeny šipkami.

Popsaným způsobem můžeme sestrojit perspektivní obrazy ostatních bodů. Avšak je mnohem přesnější a výhodnější použíti při konstrukci úběžníků a stopníků prodloužených hran daného tělesa. Na zobrazovaném tělese jsou dvě skupiny vodorovných, spolu rovnoběžných hran ($AB \parallel CD \parallel \ldots$ a dále $AD \parallel BC \parallel \ldots$). Přímky, na kterých leží hrany první



Obr. 13.

skupiny, protínají průmětnu, a tedy podle věty 7 (odst. 1) mají společný úběžník ${}^1U'$, který sestrojíme jako průsečík průmětny s přímkou $O{}^1U' \parallel AB$; je tedy ${}^1U_1'$ průsečík přímek ν_1, $O_1{}^1U_1' \parallel A_1B_1$. Podle věty B (odst. 3) leží tento úběžník na horizontále h. Stejně sestrojíme úběžník ${}^2U'$ přímek druhé



Obr. 14.

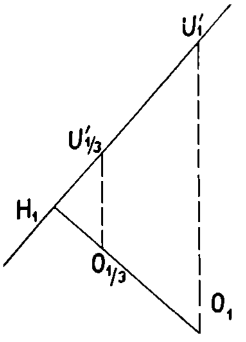
skupiny a úběžník M' uhlopříček $EG \parallel BD$. Tyto tři úběžníky přeneseme do obr. 13 ($\overline{H{}^1U'} = \overline{H_1{}^1U_1'}$, $\overline{H{}^2U'} = \overline{H_1{}^2U_1'}$, $\overline{HM'} = \overline{H_1M_1'}$). Potom lehce narýsujeme perspektivní obraz daného tělesa. Sestrojíme na základnici z výše popsaným způsobem bod E' ($\overline{ZE'} = \overline{Z_1E_1}$) a stopník N' přímky FG ($\overline{ZN'} = \overline{Z_1N_1}$). Potom bod F' je průsečík přímek $E'{}^2U'$, $N'{}^1U'$, bod G' je průsečík přímek $E'M'$, $N'{}^1U'$ a konečně bod K' leží v průsečíku přímek $E'{}^1U'$, $G'{}^2U'$. Svislé hrany kvádrů se promítají jako svislé. Při tom hrana vycházející z bodu E leží v průmětně, takže podle věty 4 (odst. 1) splývá se svým průmětem; její délka je v perspektivním obraze ve skutečné velikosti a odměří se na obr. 12 v nárysu. Pomocí úběžníků ${}^1U'$, ${}^2U'$, M' lehce sestrojíme obraz horní podstavy kvádru. Při konstrukci obrazu jehlanu stačí sestrojit obrazy C', D', V' bodů C, D, V; zbývající dva vrcholy podstavy sestrojíme pomocí úběžníků ${}^1U'$, ${}^2U'$, M'. Obdobným způsobem postupujeme v každé úloze; při tom si pamatujeme:

Sestrojujeme-li perspektivu nějakého předmětu průsečnou methodou, sestrojíme vždy (pokud jsou v nákresně) úběžníky přímek, ve kterých leží jeho hrany; s výhodou používáme také průsečíků těchto přímek s perspektivní průmětnou.

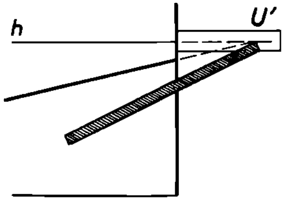
Poznámka. Sestrojujeme-li perspektivu tělesa právě popsaným způsobem, můžeme ji při tom současně libovolně zvětšit nebo zmenšit. Zvětšíme-li na př. dvakrát každou úsečku, kterou přenášíme z obr. 12 do obr. 13, dostaneme obrázek zvětšený proti obr. 13. v poměru 1 : 2.

Na obr. 13 je obraz tělesa dost skreslen; to je způsobeno tím, že jsme zvolili malou distanci. Proto také obraz neleží uvnitř zorného pole, t. j. uvnitř kružnice opsané kolem hlavního bodu H poloměrem rovným asi třetině distance. Podle zásad, které jsme uvedli v odst. 3, by měla být distance aspoň dvakrát větší, než je tomu v obr. 12 a 13. Zvolíme-li však tak velikou distanci, vyjde na obr. 12 půdorys úběžníku ${}^2U'$ mimo nákresnu. K určení úběžníku však nepotřebujeme ani jeho půdorys; stačí nám, když zjistíme jeho vzdálenost od hlavního bodu. Obr. 15 ukazuje, jak můžeme tuto délku zjistit. Sestrojíme na úsečce H_1O_1 bod $O_1/3$, který má od bodu H_1 vzdálenost rovnou na př. třetině distance; je tedy $\overline{H_1O_1/3} = \frac{1}{3}\overline{H_1O_1}$. Tímto bodem vedeme přímku rovnoběžnou s přímkou O_1U_1' a sestrojíme její průsečík $U_1'/3$ s přímkou ν_1. Potom jest — jak se dokazuje v geometrii — $\overline{H_1U_1'/3} = \frac{1}{3}\overline{H_1U'_1}$. Je-li tedy velká distance, sestrojíme na úsečce O_1H_1 bod $O_1/3$ (říkáme, že *redukujeme* distanci na třetinu), proložíme tímto bodem přímku rovnoběžnou s příslušnou hranou tělesa a určíme její průsečík $U_1'/3$ s půdorysem ν_1 průmětny ν. Potom vzdálenost úběžníku U' od hlavního bodu je rovna trojnásobku úsečky $H_1U_1'/3$. Podle potřeby můžeme redukovat distanci na polovinu nebo čtvrtinu a pod.

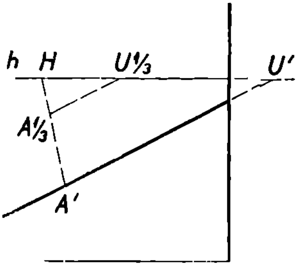
Jestliže však v nákresně, kde sestrojujeme perspektivu tělesa (obr. 13), vychází některý úběžník mimo nákresnu, pomáháme si různým způsobem. Architekti často používají velmi jednoduché pomůcky. Na rýsovací desku přiklepnou zespodu pod horizontálu *h* laťku, na kterou prodlouží hori-



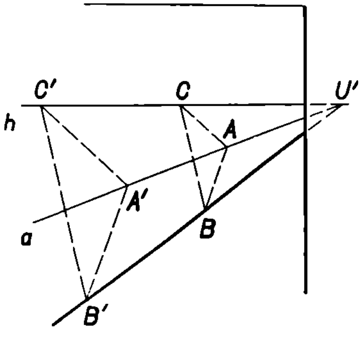
Obr. 15.



Obr. 16.



Obr. 17.



Obr. 18.

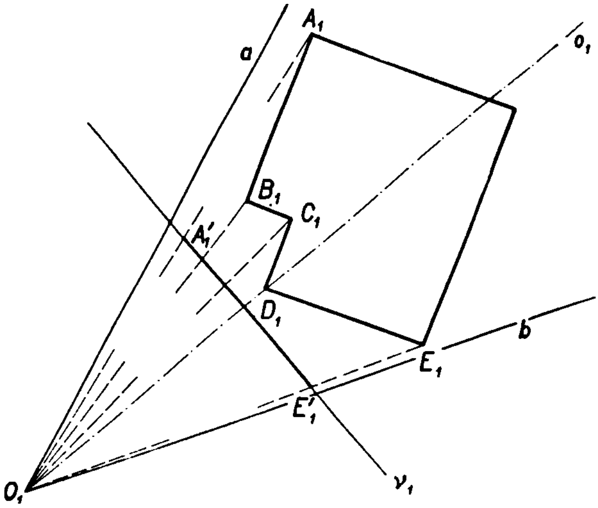
zontálu a vyznačí na ní příslušný úběžník U'. Do tohoto bodu zarazí hřebíček, ke kterému přikládají pravítko (obr. 16).

Také můžeme použíti známých pouček z geometrie. Sestrojíme-li na př. na horizontále h bod $U'/3$, vzdálený od hlavního bodu H o třetinu délky HU', můžeme bod A' spojit s nepřístupným úběžníkem U' takto (obr. 17): Spojíme bod A' s hlavním bodem H a úsečku HA' rozdělíme na tři stejné díly. Označíme-li $A'/3$ ten dělící bod, který leží blíž k hlavnímu bodu H, jest — jak se dokazuje v geometrii — přímka $A'U'$ rovnoběžná s přímkou $A'/3\,U'/3$. Známe-li již dvě přímky, které procházejí nepřístupným úběžníkem U', na př. horizontálu h a přímku a, spojíme další bod B' s úběžníkem U' na př. touto konstrukcí (obr. 18): sestrojíme trojúhelník $A'B'C'$, který má vrchol A' na přímce a, další vrchol v daném bodě B' a třetí vrchol C' na horizontále h. Potom sestrojíme druhý trojúhelník ABC tak, aby měl vrchol A v libovolně zvoleném bodě na přímce a, vrchol C na horizontále h a strany rovnoběžné se stranami trojúhelníka $A'B'C'$ (t. j. $AC \parallel A'C'$, $CB \parallel C'B'$, $AB \parallel A'B'$). Potom přímka BB' prochází také bodem U'. — Při konstrukci používáme této věty z geometrie: jsou-li strany trojúhelníka ABC rovnoběžné se stranami trojúhelníka $A'B'C'$ ($AB \parallel A'B'$, $AC \parallel A'C'$, $BC \parallel B'C'$) a nejsou-li tyto trojúhelníky shodné, potom přímky AA', BB', CC' procházejí jedním bodem U'.

Praktikové užívají při rýsování přímek procházejících nepřístupným bodem i různých přístrojů; velmi užitečným takovým přístrojem je t. zv. *Nicholsonovo trojpravítko,* které sestrojil již před rokem 1797 stavitel Petr Nicholson a které později zdokonalil německý profesor Schilling. (Bližší viz v Kadeřávkově Perspektivě na str. 72 nebo v I. díle učebnice deskriptivní geometrie pro vysoké školy technické, sepsané profesory Kadeřávkem, Klímou a Kounovským.)

Průsečná methoda se v praxi různě upravuje. Zvolíme-li na př. perspektivní průmětnu ν přímo v druhé průmětně (takže potom v obr. 12 splyne přímka ν_1 s nárysem podstavné roviny kvádru), můžeme obr. 13 sestrojit přímo do obr. 12, tedy bez jakéhokoliv přenášení úseček. Nevýhodou tohoto postupu, zejména při sestrojování perspektivy složitějšího útvaru, jest hromadění čar v náryse.

Různé praktické úpravy průsečné methody uvádí ve své Perspektivě profesor Kadeřávek (str. 34—36). Byly dokonce sestrojeny i přístroje, které rýsují z daného půdorysu a ná-



Obr. 19.

rysu předmětu jeho perspektivní obraz; nazývají se *perspektografy*.

Poznámka. Pro sestrojení správného perspektivního obrazu je důležité zvolit vhodně distanci, stanoviště a polohu průmětny vzhledem k danému tělesu. O správné volbě distance jsme se zmínili ve 3. odstavci. Stanoviště a polohu průmětny si můžeme dobře najít t. zv. *perspektivním hledáčkem,* který si lehce sestrojíme.

Protože zorný kužel je rotační kužel s vodorovnou osou

$o \equiv OH$, je jeho půdorysem rovnoramenný trojúhelník, jehož ramena svírají s půdorysem $o_1 \equiv O_1H_1$ osy kužele úhel rovný úhlu jeho povrchových přímek s osou o, t. j. asi 20° (odst. 3). Narýsujeme tedy na průhledný papír polopřímku o_1 (půdorys osy o kužele) s počátkem O_1 (půdorys oka O) a tímto bodem proložíme dvě polopřímky a, b tak, aby každá svírala s polopřímkou o_1 úhel 20° (obr. 19). Na polopřímku o_1 naneseme od bodu O_1 zvolenou distanci do bodu Z, kterým proložíme přímku $\nu_1 \perp o_1$ představující půdorys perspektivní průmětny ν.

Hledáček položíme na daný půdorys (v obr. 19 je to půdorys nějaké budovy) tak, aby celý půdorys ležel uvnitř úhlu polopřímek a, b, a byl v opačné polorovině vyťaté přímkou ν_1 než bod O_1. Položíme-li na př. hledáček tak, jak je tomu na obr. 19, vidíme, že perspektivní obraz celého půdorysu je úsečka $A_1'E_1'$. Zároveň vidíme, že stěny nad $A_1B_1C_1D_1E_1$ budou viditelné, kdežto zbývající dvě budou neviditelné. Protože osa o_1 prochází bodem D_1, bude perspektivní obraz svislé hrany, která vychází z bodu D, splývat s vertikálou. Kromě toho vidíme, že obraz stěny nad A_1B_1 bude velmi úzký obrazec. Chceme-li nechat perspektivní obraz bodu D_1 uprostřed obrazu a získat širší obraz stěny nad A_1B_1, otočíme hledáček okolo bodu D_1 do vhodné polohy, vyznačíme na ryse polohu bodu O_1 i přímky ν_1 a provedeme konstrukci. Můžeme tedy pomocí hledáčku zvolit stanoviště O_1 a průmětnu podle toho, jaký obraz chceme získat.

Cvičení

V každém příkladě postupujte tak, že si sestrojíte sdružené obrazy daného tělesa, zvolíte distanci, stanoviště i perspektivní průmětnu a sestrojíte průsečnou methodou perspektivu tělesa. Je-li těleso příliš velké, sestrojíte jeho půdorys a nárys ve zmenšení (na př. 1 : 2) a perspektivní obraz zvětšíte podle poznámky na straně 42.

11. Pravidelný šestiboký hranol s podstavou v základní rovině; rozměry si zvolte libovolně.
12. Pravidelný šestiboký jehlan s podstavou rovnoběžnou se základní rovinou a s hlavním vrcholem v základní rovině. Rozměry si zvolte libovolně.

13. Pravidelný osmistěn se svislou tělesovou uhlopříčkou $u = 8$ cm, která má dolní krajní bod v základní rovině.
14. Těleso složené z pravidelného šestibokého hranolu a na něm ležící pravidelné šestiboké desky (podoby hranolu); obě tělesa mají společnou svislou osu. Hranol stojí na základní rovině, má podstavnou hranu 3,5 cm a výšku 9,5 cm. Deska má podstavnou hranu dlouhou 5 cm a výšku 1,5 cm. — Volte výšku oka 5,5 cm a distanci asi 24 cm.
15. Těleso složené z pravidelného šestibokého hranolu a na něm stojícího pravidelného čtyrbokého jehlanu; obě tělesa mají společnou svislou osu. Hranol stojí na základní rovině, má podstavnou hranu 3 cm a výšku 10 cm. Jehlan má podstavnou hranu 9 cm a výšku 8 cm. Volte výšku oka 6 cm a distanci asi 24 cm.