

# Nomogramy s jednou průsvitkou

---

## Příklady za cvičení

In: Václav A. Hruška (author): Nomogramy s jednou průsvitkou. (Czech). Praha: Jednota československých matematiků a fysiků, 1947. pp. 68–72.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/402820>

## Terms of use:

© Jednota československých matematiků a fysiků

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:  
*The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## 5. PŘÍKLADY ZA CVIČENÍ

Sestrojte nomogramy s průsvitkou níže uvedených vzorců. Pro vhodné umístění stupnic zaveďte napřed do těchto vzorců vhodné zvolené stálé. Nezapomeňte na klíče!!

1. Pro sférickou vzdálenost  $\sigma$  dvou míst o zeměpisných šířkách  $\varphi_1$  a  $\varphi_2$  a rozdílu  $\lambda$  zeměpisných délek platí

$$\cos \sigma = \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \lambda.$$

Podle čl. 1,7 nebo v polárních souřadnicích podle čl. 1,8:

a) Volte

$$f_1 \equiv \cos \sigma; \quad f_3 \equiv 0; \quad f_{5,6} \equiv -\sin \varphi_1 \sin \varphi_2;$$

$$g_{5,6} \equiv \cos \varphi_1 \cos \varphi_2; \quad \lambda \equiv z_0.$$

b) Nebo uveďte vzorec na tvar

$$10 \log \cos \lambda + \log (\cos \varphi_1 \cos \varphi_2) + \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 = \cos \sigma$$

a volte:

$$f_1 \equiv \log \cos \lambda; \quad f_3 \equiv 0;$$

$$f_{5,6} \equiv \log (\cos \varphi_1 \cos \varphi_2); \quad g_{5,6} = \Phi (\sin \varphi_1 \sin \varphi_2);$$

$$\sigma \equiv z_0.$$

Funkci  $\Phi$  můžete zvoliti libovolně (na př. rovněž  $\Phi = \log$ ). Snažte se, je-li to možno, zvoliti ji tak, aby bylo lze isopléty ( $\varphi_1$ ) a ( $\varphi_2$ ) snadno nakresliti (aby to byly na př. přímky). Tento nomogram měl by však nevýhodu, že by nebylo možno ho použiti pro  $\lambda = 90^\circ$ , ani pro  $\varphi_1 = 90^\circ$ , nebo  $\varphi_2 = 90^\circ$ .

Stejným způsobem se zobrazí rovnice pro výšku  $h$  nad obzorem hvězdy o deklinaci  $\delta$  a hodinovém úhlu  $\tau$  v zeměpisné šířce  $\varphi$

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \tau.$$

2. MISSES-HUBER-HENCKEHOVA podmínka bezpečné pevnosti zní

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 - v_1 v_2 - v_1 v_3 - v_2 v_3.$$

Upravte ji na tvar

$$v^2 = (v_1 - \frac{1}{2}v_2 - \frac{1}{2}v_3)^2 + \frac{3}{4}(v_2 - v_3)^2$$

a volte podle 1,7

$$f_1 \equiv v_1; \quad f_3 \equiv 0;$$

$$f_{5,6} \equiv -\frac{1}{2}(v_2 + v_3); \quad g_{5,6} \equiv \frac{1}{2}(v_2 - v_3) \sqrt{3};$$

$$v \equiv z_0;$$

načež

$$v^2 = M^2 + N^2.17)$$

Průsvitka má 1 posuv proti podkladu. Isopléty ( $v$ ) jsou soustředné kružnice.

<sup>17)</sup> Nomogram viz V. PLESKOT: Technický obzor, 1936, str. 284.

3. Kosinová věta rovinné trigonometrie je:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma.$$

Konstrukci nomogramu provedete podle čl. 1,7 (event. podle čl. 1,8 v polárních souřadnicích).

a) Volte

$$f_1 \equiv c^2; \quad f_3 \equiv 0; \quad f_{5,6} \equiv -(a^2 + b^2);$$

$$g_{5,6} \equiv ab; \quad \gamma \equiv z_9.$$

b) Nebo pište

$$c^2 = 10^{2 \log(a+b)} - 10^{\log ab + 2 \log 2 \cos \frac{1}{2} \gamma}$$

a volte

$$f_1 \equiv 2 \log (2 \cos \frac{1}{2} \gamma); \quad f_3 \equiv 0;$$

$$f_{5,6} \equiv \log ab; \quad g_{5,6} \equiv \log (a + b);$$

$$c \equiv z_9.$$

c) Také můžete kosinovou větu psáti:

$$2 \log c - 2 \log (a + b) = \log \left[ 1 - \frac{4ab}{(a + b)^2} \cos^2 \frac{1}{2} \gamma \right],$$

$$f_1 \equiv 2 \log c; \quad f_3 \equiv 0;$$

$$f_{5,6} \equiv -2 \log (a + b); \quad g_{5,6} \equiv \Phi \left( \frac{ab}{(a + b)^2} \right);$$

$$z_9 \equiv \gamma.$$

Funkci  $\Phi$  můžete libovolně zvoliti. Snažte se zvoliti ji tak, aby isopléty ( $a$ ) a ( $b$ ) se daly snadno nakresliti.

d) Konečně můžete kosinové větě dáti tvar:

$$2 \log c - \log (a^2 + b^2) = \log \left( 1 - \frac{2ab}{a^2 + b^2} \cos \gamma \right)$$

a voliti

$$f_1 \equiv 2 \log c; \quad f_3 \equiv 0; \quad f_{5,6} \equiv -\log (a^2 + b^2);$$

$$g_{5,6} = \Phi \left( \frac{ab}{a^2 + b^2} \right); \quad z_9 \equiv \gamma.$$

4.

$$P = 2(ab + ac + bc)$$

jest povrch kváдру o hranách  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

a) Pište tento vzorec ve tvaru

$$\frac{1}{2}P - a(b + c) - bc = 0$$

a volte podle čl. 1,7 (event. podle čl. 1,8 v polárních souřadnicích)

$$f_1 = \frac{1}{2}P; \quad f_3 = 0; \quad f_{5,6} = -bc;$$

$$g_{5,6} = b + c; \quad z_7 = a,$$

načez

$$M = \frac{1}{2}P - bc; \quad N = b + c, \quad M = aN.$$

Isopléty ( $a$ ) jsou vesměs přímky, rovněž isopléty binární stupnice ( $b, c$ ) a průsvítka má jeden posuv proti podkladu.

b) Nebo jej pište ve tvaru

$$\frac{1}{2}P = 10^{\log a + \log(b+c)} + 10^{\log bc}$$

a volte opět podle čl. 1,7 (event. podle čl. 1,8 v polárních souřadnicích)

$$f_1 = \log a; \quad f_3 = 0; \quad f_{5,6} = \log(b+c);$$

$$g_{5,6} = \log bc; \quad P = z_7.$$

Průsvítka má opět jeden posuv proti podkladu.<sup>18)</sup>

c) Nebo jej upravte na tvar

$$P = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2).$$

Volte podle čl. 1,5

$$f_{1,2} = a^2; \quad f_{3,4} = b^2; \quad f_{5,6} = c^2;$$

$$g_{1,2} = a, \quad g_{3,4} = b; \quad g_{5,6} = c; \quad z_7 = P.$$

Průsvítka má 2 posuvy proti podkladu, za to v nomogramu nejsou žádné binární stupnice.

d) Konečně jej můžete upravit na tvar

$$\frac{1}{2}P = \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \cdot 10^{\log a + \log b + \log c}$$

a voliti opět podle čl. 1,5:

$$f_{1,2} = \frac{1}{a}; \quad f_{3,4} = \frac{1}{b}; \quad f_{5,6} = \frac{1}{c};$$

$$g_{1,2} = \log a; \quad g_{3,4} = \log b; \quad g_{5,6} = \log c;$$

$$z_7 = P.$$

Isopléty ( $P$ ) jsou transcendentní křivky a průsvítka má proti podkladu 2 posuvy. Nomogram opět neobsahuje binárních stupnic.

5. 
$$P = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz.$$

Volte

$$f_{1,2} = x^3; \quad f_{3,4} = y^3; \quad f_{5,6} = z^3;$$

<sup>18)</sup> Tento nomogram uveřejnil LUCKEY: Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, sv. 5., str. 262. V podstatě stejné funkce užil STAHL: Maschinenbau, 1923, seš. 5., str. 115 k vyšetření výrobní ceny poštovních schránek při proměnlivých cenách materiálu, mezd, atd.

$$g_{1,2} \equiv \log x; \quad g_{3,4} \equiv \log y; \quad g_{5,6} \equiv \log z;$$

$$z_7 \equiv P,$$

$$M = x^3 + y^3 + z^3; \quad N = \log xyz.$$

Podle čl. 1,5.

6. Specifická hmota  $\sigma$  vzduchu při teplotě  $t$  (stupňů) a tlaku  $b$  (milimetrů Hg) je

$$\sigma = \frac{12\,932 \cdot 10^{-7}}{1 + 0,00367 t} \cdot \frac{b}{760};$$

korekce  $k$  na vážení ve vzduchoprázdnu je pak

$$(V + k) 12\,932 \cdot 10^{-7} \cdot b = k \cdot s \cdot (1 + 0,00367 t) \cdot 760,$$

kde  $Vg$  je váha tělesa o spec. hmotě  $s$  ve vzduchu. Logaritmujte a volte podle čl. 1,7 (event. podle čl. 1,8 v polárních souřadnicích)

$$f_1 \equiv \log \frac{b}{760}; \quad f_3 \equiv -\log (1 + 0,00367 t);$$

$$f_{5,6} \equiv \log \frac{V + k}{k} \cdot 12\,932 \cdot 10^{-7}; \quad z_9 \equiv s.$$

V rovnici schází  $N \equiv g_{5,6}$ , isopléty ( $s$ ) jsou kolmice na  $\eta = 0$ .  $g_{5,6}$  můžete voliti libovolně tak, aby se isopléty  $V$  a  $k$  snadno nakreslily a aby nomogram byl při tom dobře čitelný. Zkuste různé volby pro  $g_{5,6}$ . Zkuste i jiná přeskupení, na př. aby bylo  $z_9 \equiv b$  nebo  $z_9 \equiv t$ .

$$7. \quad L_2 = \frac{l^2(s_1 - s_2)}{2(h_1 + 2\sqrt{h_1 h_2} + h_2)} \quad .^{19)}$$

Logaritmujte a rozštěpte zavedením parametru  $x$

$$\log L_2 - \log (s_1 - s_2) = x = 2 \log l - 2 \log (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}) \sqrt{2}.$$

a) Podle čl. 2,2 položte v první rovnici

$$f_{1,2} \equiv \log (s_1 - s_2); \quad L_2 \equiv z_3.$$

Jelikož v rovnici schází  $g_{1,2}$ , budou isopléty ( $L_2$ ) kolmicemi k  $\eta = 0$ . Volte  $g_{1,2}$  tak, aby isopléty binární stupnice ( $s_1, s_2$ ) se snadno kreslily a byly dobře čitelné. — V druhé rovnici kladte obdobně

$$f_{1,2} \equiv 2 \log (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}) \sqrt{2}, \quad l \equiv z_3.$$

V rovnici schází opět  $g_{1,2}$  a můžete je zase vhodně zvoliti. Isopléty ( $l$ ) jsou také kolmicemi k  $\eta = 0$ .

b) Na základě stejného rozštěpení zobrazte rovnici podle čl. 2,8 rotačním nomogramem v polárních souřadnicích.

<sup>19)</sup> Viz Technický Obzor, roč. 50 (1942), str. 257.

8. Dvoužilný kabel délky  $l$  km o poloměru obalu  $R$  cm, vzdálenosti středů obou žil  $d$  cm a poloměru žil  $\varrho$  cm má kapacitu (mikrofarad)

$$C = \frac{l\varepsilon}{36 \lg \frac{d(4R^2 - d^2)}{\varrho(4R^2 + d^2)}}$$

je-li  $\varepsilon$  dielektrická konstanta izolace<sup>20)</sup> a značí-li  $\lg$  přirozený logaritmus.

Zavěďte přímo měřené  $2R = D$  a normalisovaný obsah průřezu drátu  $s$  mm<sup>2</sup> místo  $\varrho = \sqrt{s : 100\pi}$ . Vzorec upravte zavedením parametrů  $x$ ,  $y$  a násobením modulem logaritmu dekadických  $M = 0,434 \dots$  na 3 rovnice s dekadickými logaritmy

$$-18 \log (s : 100\pi) + 36 \log d \frac{D^2 - d^2}{D^2 + d^2} = x,$$

$$\log l + \log \varepsilon - \log C = y,$$

$$x = M \cdot 10^y.$$

Zobrazte podle čl. 2,5. V první rovnici položte

$$f_{1,2} = 36 \log d \frac{D^2 - d^2}{D^2 + d^2}; \quad z_3 = s.$$

Jelikož v ní schází  $y + g_{1,2}$ , isopléty ( $s$ ) jsou přímky  $\perp \eta = 0$ . Můžete  $g_{1,2}$  zvoliti libovolně tak, aby isopléty ( $D$ ) a ( $d$ ) se snadno kreslily a aby nomogram byl dobře čitelný.

V druhé rovnici volte na př.

$$g_{4,5} = -\log l - \log \varepsilon; \quad z_6 = C.$$

Schází v ní  $x + f_{4,5}$ , isopléty ( $C$ ) jsou proto přímky  $\perp k \xi = 0$ . Volte  $f_{4,5}$  tak, aby isopléty ( $l$ ), ( $\varepsilon$ ) byly též přímky. Index  $I_0$ , po němž se posunuje počátek  $O'$  průsvitky, jest exponenciální křivka.

9. Pokuste se o sestrojení nomogramu rovnice čtvrtého stupně

$$az^4 + bz^2 + cz + d = 0$$

podobným způsobem jako v čl. 4,2.

<sup>20)</sup> A. ŠUBRT: Teorie slaboproudých vedení, Technické příručky ministerstva pošt a telegrafů č. 2, Praha 1929, str. 31.