

Nomogramy s jednou průsvitkou

Kombinované nomogramy s průsvitkou

In: Václav A. Hruška (author): Nomogramy s jednou průsvitkou. (Czech). Praha: Jednota československých matematiků a fysiků, 1947. pp. 25–43.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/402817>

Terms of use:

© Jednota československých matematiků a fysiků

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:
The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

2. KOMBINOVANÉ NOMOGRAMY S PRŮSVITKOU

2,1. Pro praktické používání jsou nejméně vhodné nomogramy s průsvitkou o jednom nebo dvou posuvech a rotaci (čl. 1,2, obr. 2 a čl. 1,6, obr. 7). Důvodem je, že velmi nesnadno docílíme, aby paprsek o kótě z_7 byl rovnoběžný s paprskem o kótě z_8 , jsou-li oba svazky od sebe příliš vzdálené. Tuto nesnáz často odstraníme níže uvedeným způsobem, který živě upomíná na kombinování obyčejných nomogramů průsečíkových nebo spojnicových [str. 87 PLESKOTA cit. v pozn. ¹⁾ v čl. 1,1]. Odtud také jejich název.

2,2. Zobrazovaná rovnice

$$(2,21) \quad \Phi(z_1, \dots, z_6) = 0$$

nechť plyne eliminací pomocného parametru x z rovnic

$$(2,22) \quad F_1(x + f_{1,2}, g_{1,2}; z_3) = 0,$$

$$(2,23) \quad F_2(x + f_{4,5}, g_{4,5}; z_6) = 0.$$

Říkejme tomu stručně, že jsme rovnici (2,21) rozštěpili (franc. dissociation) v rovnice (2,22) a (2,23) zavedením pomocného parametru x . Zobrazme obě rovnice (2,22) i (2,23) nomogramy o jednom posuvu bez rotace, které mají společný podklad i společnou průsvitku, použijte k tomu v každé z těchto rovin jedné a téže soustavy souřadnic (ξ, η) resp. (ξ', η') .

Podle čl. 1,6 a 1,7 jest tedy na nich nakresliti níže uvedené stupnice a soustavy isoplét:

$$(2,24) \quad \begin{array}{ll} (x) & \xi_1 = x, \quad \eta_1 = 0 \\ (O') & \xi'_1 = 0, \quad \eta'_1 = 0 \\ (z_1, z_2) & \xi'_2 = f_{1,2}, \quad \eta'_2 = g_{1,2} \end{array}$$

a voliti $f_7 \equiv f_8 \equiv 0$. Jest tudíž u rovnice (2,22)

$$M = x + f_{1,2}, \quad N = g_{1,2},$$

pročež rovnice isoplét (z_3) zní

$$(z_3) \quad F_1(\xi_2, \eta_2; z_3) = 0.$$

Podobně pro rovnici (2,23) obdržíme

$$\begin{aligned}
 (x) \quad & \xi_1 = x, \quad \eta_1 = 0 \\
 (2,25) \quad (O') \quad & \xi'_1 = 0, \quad \eta'_1 = 0 \\
 (z_4, z_5) \quad & \xi'_2 = f_{4,5}, \quad \eta'_2 = g_{4,5} \\
 & M = x + f_{4,5}, \quad N = g_{4,5}, \\
 (z_6) \quad & F_2(\xi_2, \eta_2; z_6) = 0.
 \end{aligned}$$

Z těchto rovnic vidíme, že stupnice, které máme v těchto nomogramech sestrojiti na ose $\eta = 0$, jsou v obou nomogramech totožné a redukují se na jednu a tutéž stupnici (x). Rovněž obě stupnice, které máme v těchto nomogramech sestrojiti na ose $\eta' = 0$, redukují se na týž bod, totiž na počátek O' . Jelikož však nepotřebujeme znáti hodnotu pomocného parametru x , nemusíme pro něj vůbec sestrojovati pomocnou stupnici (x), a jelikož ke čtení nomogramu nepotřebujeme znáti ani počátek O' , můžeme jej spolu s O a s osami souřadnicovými $\xi = 0$ a $\xi' = 0$ prostě vymazati po sestrojení kombinovaného nomogramu. Osy $\eta = 0$ a $\eta' = 0$ ovšem vymazati nesmíme, jelikož jich použijeme jako přímých indexů I_d a I'_d k vedení průsvítky po podkladě (obr. 13). Nedoporučuje se vymazávati je ani v případě, zajistíme-li toto vedení žlábků na okraji podkladu, uděláme-li tedy z nomogramu zase počítací pravítko, jako jsme to učinili již v čl. 1,7 (obr. 8). „Vyběhání“ těchto žlábků by totiž mělo nepříznivý vliv na přesnost kombinovaného nomogramu, což právě zmíněnými indexy dobře kontrolujeme.

Pokud jde o stupnice (z_1, z_2) a (z_4, z_5), mohou, a zpravidla budou navzájem různé.⁸⁾ Podobně soustavy isoplét (z_3) a (z_6)

⁸⁾ Pouze ve speciálních případech by se mohlo státi, že by stupnice (z_1, z_2) byla totožná se stupnicí (z_4, z_5), na př. kdyby bylo

$$\begin{aligned}
 f_{1,2} &= z_1 + z_2, & g_{1,2} &= z_1 - z_2, \\
 f_{4,5} &= z_4 + z_5, & g_{4,5} &= z_4 - z_5.
 \end{aligned}$$

Na čtení kombinovaného nomogramu to ovšem nemá vlivu. Jednou čteme v této společné stupnici hodnoty z_1, z_2 isoplétou soustavy (z_3) a po druhé hodnoty z_4, z_5 isoplétou soustavy (z_6). Upozornuji na tuto okolnost, která se ostatně někdy vyskytuje i u nomogramů spojnicových (viz na př. cit. V. PLESKOT, str. 120, příklad za cvičení: $ax + by = 1$; $cx + dy = 1$), aby jí začátečník nebyl desorientován.

Kdyby nám však tato okolnost vadila, mohli bychom použitím vhodných konstant podobně jako v čl. 1,5 a 1,7 docíliti i v tomto případě, aby stupnice

budou zpravidla navzájem různé, ačkoliv i ty se mohou ve speciálních případech redukovat na jednu a tutéž soustavu, opět bez jakékoliv změny v užívání kombinovaného nomogramu.

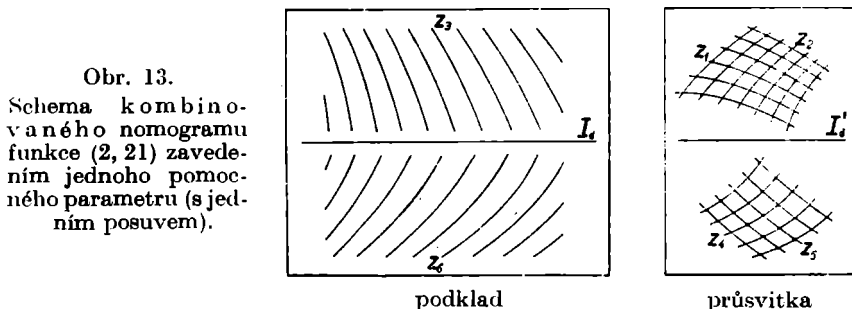
Nomogram je načrtnut v obr. 13 a má klíč

$$O' \xi' \equiv O \xi \text{ [nebo } U(I'_d) \equiv I_d], \quad P'_{1,2} \equiv L_3, \quad P'_{4,5} \equiv L_6.$$

Na příklad, mějme opět zobraziti funkci (1,52)

$$(2,26) \quad t = -\frac{p}{\beta E} + \frac{a^2 z^2 \gamma^2}{24 \cdot 10^6 \cdot p^2 \cdot \beta}$$

nomogramem o jednom posuvu. Jelikož v ní máme více proměnných, než tyto nomogramy jsou schopny zobraziti, snižme jejich počet zavedením nových proměnných⁹⁾



Obr. 13.

Schema kombinovaného nomogramu funkce (2, 21) zavedením jednoho pomocného parametru (s jedním posuvem).

(z_1, z_2) byla sice shodná s (z_1, z_2) , nikoliv však s ní totožná. Stačilo by k tomu místo výše uvedené volby zavést v 2,24

$$\xi'_2 = \bar{f}_{1,2} = f_{1,2} + a, \quad \eta'_2 = \bar{g}_{1,2} = g_{1,2} + b,$$

v nichž stálé a, b by nebyly současně rovny nule. Pak by bylo

$$M = x + \bar{f}_{1,2} = x + f_{1,2} + a, \quad N = x + \bar{g}_{1,2} = x + g_{1,2} + b,$$

a kanonický tvar rovnice (2,22) by zněl

$$F_1(M - a, N - b; z_3) = 0,$$

což by mělo pouze ten vliv, že rovnice isoplét (z_3) by nyní zněla

$$F_1(\xi_2 - a, \eta_2 - b; z_3) = 0$$

místo

$$F_1(\xi_2, \eta_2; z_3) = 0 \quad \text{atd.}$$

⁹⁾ Modul pružnosti E , specifická váha γ a koeficient tepelné roztažnosti β vystupují v rovnici (2,26) pouze ve spojeních βE a $\gamma^2 : \beta$. Proto nově zavedené veličiny A a B závisí výhradně na zvoleném materiálu jako je tomu s β, E a γ a plně charakterisují jeho vlastnosti, pokud jich potřebujeme při řešení našeho problému [viz konec pozn. ⁸⁾ na str. 11].

$$A = \beta E, \quad B = \gamma^2 : \beta,$$

$$0,08 \leq A \leq 0,3, \quad 0,3 \cdot 10^6 \leq B \leq 5 \cdot 10^6;$$

dále zavedme do ní vhodné konstanty $\alpha > 0$, ε , b_1 , b_2 , b_3 a užitím pomocného parametru x rozštěpme ji ve dvě rovnice

$$(2,27) \quad x - x \log b_1 \frac{A^{\varepsilon-1}}{p^{\varepsilon-3}} + x \log b_1 - x \log \left[tb_2^{\varepsilon-1} \left(\frac{p}{b_2 A} \right)^{\varepsilon-1} + \right. \\ \left. + b_2^\varepsilon \left(\frac{p}{b_2 A} \right)^\varepsilon \right] = 0,$$

$$(2,28) \quad x - x \log b_3 B z^2 + \alpha \log b_3 - 2x \log \frac{a}{10^3 \sqrt[24]{a}} = 0,$$

z nichž (2,26) vychází zřejmě naopak eliminací x .

Obě rovnice (2,27) a (2,28) jsou na prvý pohled tvaru (2,22) a (2,23), klademe-li v nich

$$f_{1,2} = -x \log b_1 \frac{A^{\varepsilon-1}}{p^{\varepsilon-3}}, \quad g_{1,2} = \delta \log \frac{p}{b_2 A}$$

$$F_1(\xi_2, \eta_2; t) =$$

$$(2,29) \quad = \xi_2 + x \log b_1 - x \log [tb_2^{\varepsilon-1} \cdot 10^{n_s(\varepsilon-1);d} + b_2^\varepsilon \cdot 10^{n_s \varepsilon; d}]$$

$$f_{4,5} = -x \log b_3 B z^2,$$

$$F_2(\xi_2, \eta_2; a) = \xi_2 + \alpha \log b_3 - 2x \log \frac{a}{10^3 \sqrt[24]{a}}.$$

Číslo δ jest další konstanta, kterou spolu s ostatními později vhodně zvolíme.

Dokonce při této volbě $f_{1,2}$, $g_{1,2}$ a $f_{4,5}$ v (2,28) chybí $g_{4,5}$ a můžeme proto tuto funkci také libovolně zvoliti. Volme ji

$$g_{4,5} = \sigma \log b_4 B' z$$

tak, aby užíjeme-li rovnic (2,25), isopléty v binární stupnici

$$(B, z) \quad \sigma r \xi'_2 + \alpha \eta'_2 = \alpha \sigma (1 - 2r) \log z + \alpha \sigma \log (b_4 : b_3^r)$$

$$\sigma \xi'_2 + 2x \eta'_2 = \alpha \sigma (2r - 1) \log B + \alpha \sigma \log (b_4^2 : b_3)$$

byly přímky. Také v binární stupnici

$$(A, p) \quad \delta \xi'_2 - \alpha(\varepsilon - 1) \eta'_2 = -2x\delta (\log p - \log \sqrt{b_2^{\varepsilon-1} : b_1})$$

$$\delta \xi'_2 - \alpha(\varepsilon - 3) \eta'_2 = -2x\delta (\log A - \log \sqrt{b_2^{\varepsilon-3} : b_1})$$

isopléty jsou přímky.

Isopléty (a) jsou kolmice k ose $\eta_2 = 0$

$$(a) \quad \xi_2 = 2x \cdot (\log a - \log \sqrt[24]{24 \cdot 10^3 \cdot \sqrt[3]{b_3}}),$$

kdežto isopléty

$$(t) \quad \xi_2 + \alpha \log b_1 = x \log [t \cdot b_2^{\varepsilon-1} \cdot 10^{7\alpha(\varepsilon-1):\delta} + b_2^\varepsilon \cdot 10^{7\alpha:\delta}]$$

jsou křivky typu (6,68) o společné asymptotě

$$T \equiv \xi_2 - \frac{\alpha\varepsilon}{\delta} \eta_2 + \alpha \log b_1 \cdot b_2^{-\varepsilon} = 0, \quad \eta_2 > 0,$$

která jest také isoplétou $t = 0$. Kromě toho isopléty $t > 0$ mají asymptotu

$$T_1 \equiv \xi_2 - \frac{\alpha(\varepsilon-1)}{\delta} \eta_2 - x (\log t - \log b_1 b_2^{1-\varepsilon}) = 0, \quad \eta_2 < 0$$

a isopléty $t < 0$ mají asymptotu

$$T_2 \equiv \eta_2 - \delta [\log (-t) - \log b_2] = 0, \quad \xi_2 < 0.$$

Sestrojovaly by se podle čl. 6,6.

Při rozsahu $40 \leq a \leq 500$ volme $x = 10$ cm tak, aby isopléty $a = 490$ a $a = 500$ byly od sebe asi 0,2 cm vzdálené. Volme $\varepsilon = 1$, takže isopléty (p) budou kolmé k ose $\eta' = 0$ a vzdálenost isoplét $p = 65$ a $p = 70$ bude asi 0,32 cm. Konečně volme $\delta = 12$ cm, aby isopléty (A) o směrnici $-0,6$ nesvíraly příliš ostrý úhel s isoplétami (p). Směrnice isopléty $t = 0$ bude 1,2 a směrnice druhých asymptot isoplét $t > 0$ bude ∞ , kdežto směrnice druhých asymptot isoplét $t < 0$ bude 0. Volme $b_1 = 1:9$, $b_2 = 8$ tak, aby nejnižší bod ($p = 3$; $A = 0,3$) stupnice (A, p) měl souřadnice (0; 1,16 cm). Volme dále $\sigma = 12$ cm, $r = -0,5$, $b_3 = 3,81 \cdot 10^{-6}$ a $b_4 = 90$ tak, aby isopléty stupnice (B, z) měly směrnice $-0,6$ a $+0,6$, aby její nejvyšší bod měl souřadnici $\eta'_2 \approx -1$ cm a aby střed této stupnice ležel právě pod středem stupnice (A, p). Soustava isoplét (t) se volbou $\varepsilon = 1$ zjednoduší a sestrojuje se zase tak jako v čl. 1,5. Podle tohoto návodu sestrojte tento nomogram za cvičení!

2,3. Podobně, vznikne-li rovnice

$$(2,31) \quad \Phi(z_1, z_2, \dots, z_6) = 0$$

eliminací x z rovnic

$$(2,32) \quad F_1(f_{1,2} \cos x - g_{1,2} \sin x, f_{1,2} \sin x + g_{1,2} \cos x; z_3) = 0,$$

$$(2,33) \quad F_2(f_{4,5} \cos x - g_{4,5} \sin x, f_{4,5} \sin x + g_{4,5} \cos x; z_6) = 0,$$

zobrazme obě funkce podle čl. 1,8 dvěma rotačními nomogramy o téže průsvitce i témž podkladě. Klademe-li $f_7 = x$, $f_8 = 0$, svazek kótovaných paprsků pro z_8 se redukuje na přímý index $I'_d \equiv \equiv \eta' = 0$. Oba nomogramy sestrojíme pak podle rovnic:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= 0, & \eta_1 &= 0, \\ \xi'_1 &= 0, & \eta'_1 &= 0, \\ \xi'_2 &= f_{1,2}, & \eta'_2 &= g_{1,2}, \\ x &= x, & \alpha' &= 0, \\ F_1(\xi_2, \eta_2; z_3) &= 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_1 &= 0, & \eta_1 &= 0, \\ \xi'_1 &= 0, & \eta'_1 &= 0, \\ \xi'_2 &= f_{4,5}, & \eta'_2 &= g_{4,5}, \\ x &= x, & \alpha' &= 0, \\ F_2(\xi_2, \eta_2; z_6) &= 0. \end{aligned}$$

Tvar nomogramu je načrtnut v obr. 14 a jeho klíč je

$$O' \dashv \dashv O, \quad P'_{1,2} \dashv \dashv L_3, \quad P'_{4,5} \dashv \dashv L_6.$$

Jelikož nepotřebujeme znáti pomocný parametr x , nekreslíme zase pro něj stupnici, ani index I'_d (v obr. 14 obé je proto tečkované).

Pohodlněji však upravujeme funkci (2,31) na tvar dvou rovnic

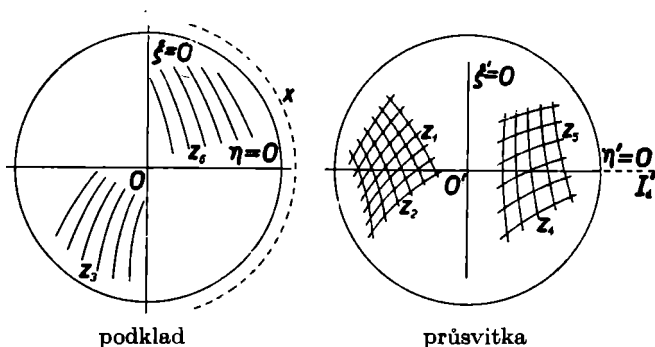
$$(2,34) \quad F_1(x + f_{1,2}, g_{1,2}; z_3) = 0, \quad F_2(x + f_{4,5}, g_{4,5}; z_6) = 0,$$

kteří opět zobrazíme podle vzorců (1,82) až (1,84) v polárních souřadnicích dvěma rotačními nomogramy o společném podkladu i průsvitce

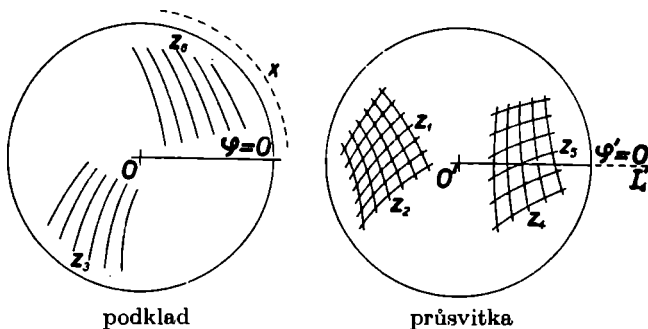
$$(2,35) \quad \begin{aligned} \varphi_1 &= x, & \varrho_1 &= k = \text{konst.} \neq 0, \\ \varphi'_1 &= 0, & \varrho'_1 &= k, \\ \varphi'_2 &= f_{1,2}, & \varrho'_2 &= g_{1,2}, \\ F_1(\varphi_2, \varrho_2; z_3) &= 0, \end{aligned}$$

$$(2,36) \quad \begin{aligned} \varphi_1 &= x, & \varrho_1 &= k = \text{konst.} \neq 0, \\ \varphi'_1 &= 0, & \varrho'_1 &= k, \\ \varphi'_2 &= f_{4,5}, & \varrho'_2 &= g_{1,5}, \end{aligned}$$

$$F_2(\varphi_2, \varrho_2; z_6) = 0.$$



Obr. 14. Schema pro sestavení kombinovaného nomogramu v pravoúhlých souřadnicích zavedením jednoho pomocného parametru x s rotací průsvitky a bez posuvu.



Obr. 15. Schema pro sestavení kombinovaného nomogramu v polárních souřadnicích zavedením jednoho pomocného parametru x s rotací průsvitky bez posuvu.

Nomogram je znázorněn v obr. 15. Tečkovanou stupnicí pro x a index $I'_d \equiv \varphi' = 0$ opět nekreslíme. Klíč ke čtení nomogramu je jako dříve v obr. 14.

$$O' \text{ --- } O, \quad P'_{1,2} \text{ --- } L_3, \quad P'_{4,5} \text{ --- } L_6.$$

Na příklad funkci (2,26)

$$t = -\frac{p}{A} + \frac{a^2 z^2 B}{p^2 \cdot 24 \cdot 10^6}, \quad A = \beta E, \quad B = \gamma^2 : \beta,$$

zase převedeme nejprve na tvar rovnic (2,34) stejným způsobem jako jsme ji v čl. 2,2 upravili na rovnice (2,27) a (2,28). Klademe-li pak podle (2,35) a (2,36) opět

$$\varphi'_2 = f_{1,2} = -\alpha \cdot \log b_1 \frac{A^{\varepsilon-1}}{p^{\varepsilon-3}}, \quad \varrho'_2 = g_{1,2} = \delta \cdot \log \frac{p}{b_2 A},$$

$$\varphi'_2 = f_{4,5} = -\alpha \cdot \log b_3 B z^2, \quad \varrho'_2 = g_{4,5} = \sigma \cdot \log b_4 B^r z,$$

isopléty binární stupnice (p, A) jsou nyní Archimedovy závitnice

$$(p, A) \quad \delta \varphi'_2 - \alpha(\varepsilon - 1) \varrho'_2 = -2\alpha\delta(\log p - \log \sqrt{b_2^{\varepsilon-1} : b_1})$$

$$\delta \varphi'_2 - \alpha(\varepsilon - 3) \varrho'_2 = -2\alpha\delta(\log A - \log \sqrt{b_2^{\varepsilon-3} : b_1})$$

stejně jako isopléty

$$(z, B) \quad \sigma r \varphi'_2 + \alpha \varrho'_2 = \alpha \sigma (1 - 2r) \cdot \log z + \alpha \sigma \cdot \log b_4 : b_3^r,$$

$$\sigma \varphi'_2 + 2\alpha \varrho'_2 = \alpha \sigma (2r - 1) \cdot \log B + \alpha \sigma \cdot \log b_4^2 : b_3$$

binární stupnice (z, B) . Isopléty (a) jsou paprsky počátkem

$$(a) \quad \varphi_2 = 2\alpha \cdot (\log a - \log \sqrt{24 \cdot 10^3} \sqrt{b_3})$$

a isopléty

$$(t) \quad \varphi_2 = \alpha \cdot \log \frac{1}{b_1} (t \cdot b_2^{\varepsilon-1} \cdot 10^{2\alpha(\varepsilon-1):\delta} + b_2^\varepsilon \cdot 10^{e:\delta})$$

blíží se asymptoticky Archimedově závitnici

$$\varphi_2 - \frac{\alpha\varepsilon}{\delta} \varrho_2 + \alpha \log b_1 b_2^{-\varepsilon} = 0, \quad \lim \varrho_2 = +\infty,$$

která je také isoplétou $t = 0$. Isopléty $t > 0$ blíží se kromě toho Archimedově závitnici

$$\varphi_2 - \frac{\alpha(\varepsilon - 1)}{\delta} \varrho_2 - \alpha \log \frac{b_2^{\varepsilon-1}}{b_1} t = 0, \quad \lim \varrho_2 = -\infty.$$

a isopléty $t < 0$ kružnici

$$\varrho_2 = \delta \log \frac{-t}{b_2}, \quad \lim \varphi_2 = -\infty.$$

Derivováním rovnic isoplét (z) a (B) plyne, že jejich úhly s průvodičem jsou resp.

$$\cotg \omega_1 = \frac{1}{\varrho'_2} \frac{d\varrho'_2}{d\varphi'_2} = -\frac{\sigma r}{\alpha \varrho'_2}, \quad \cotg \omega_2 = \frac{1}{\varrho'_2} \frac{d\varrho'_2}{d\varphi'_2} = -\frac{\sigma}{2\alpha \varrho'_2}.$$

Volme je stejné opačných znamení v každém průsečíku některé isopléty (z) s isoplétami (B). To nám poskytne $r = -0,5$.

Ve stupnici (z, B) volme průvodič bodu ($z = 5, B = 3 \cdot 10^5$) nejvzdálenějšího od počátku asi 17,5 cm a asi 7 cm průvodič bodu ($z = 1, B = 5 \cdot 10^6$) počátku nejbližšího. Z toho plyne $\sigma = 8,66$ cm, $b_4 = 14300$.

Volme dále $|\cotg \omega_1| \leq 0,625$ ($|\omega_1| \geq 58^\circ$) v bodě nejvzdálenějším, z čehož plyne

$$\frac{\sigma}{\alpha} \leq 21,875, \quad \text{t. j.} \quad \alpha = \frac{8,66}{21,875} \approx 0,4.$$

Šířka stupnice (z, B) tedy pak bude

$$z = 5; \quad B = 5 \cdot 10^6, \quad \varphi'_2 = -\alpha \log b_3 \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot 25$$

$$z = 1; \quad B = 0,3 \cdot 10^6, \quad \varphi'_2 = -\alpha \log b_3 \cdot 0,3 \cdot 10^6$$

$$\bar{\varphi}'_2 - \varphi'_2 = \alpha \log \frac{125}{0,3} = 2,620 \alpha = 1,048,$$

t. j. asi 60° . Úhel ω_2 v bodě počátku nejbližším pak bude

$$\cotg \omega_2 = \frac{8,66}{0,8 \cdot 7} \approx 1,54; \quad \omega_2 \approx 33^\circ.$$

Isopléty (z, B) se tedy protínají pod úhlem 66° až 116° a isopléty (a) je pak protínají pod úhlem polovičním. Šířka svazku isoplét (a) obnáší

$$\bar{\varphi}_2 - \varphi_2 = 0,8 \log \frac{500}{40} = 0,878,$$

t. j. asi 50° .

Podobně δ volme tak, aby počátku nejbližší bod ($p = 3; A = 0,3$) stupnice (p, A) měl průvodič $\varrho'_2 \approx 7$ cm a aby nejvzdálenější její bod ($p = 70; A = 0,08$) měl průvodič $\varrho'_2 \approx 17,5$ cm. Z toho plyne $\delta \approx 5,4$ cm a $b_2 \approx 0,5$. Úhly isoplét (p) a (A) s průvodičem jsou

$$(p) \quad \cotg \omega_1 = \frac{1}{\varrho'_2} \frac{d\varrho'_2}{d\varphi'_2} = \frac{1}{\varrho'_2} \frac{\delta}{\alpha(\varepsilon - 1)} = \frac{13,5}{\varrho'_2(\varepsilon - 1)}$$

$$(A) \quad \cotg \omega_2 = \frac{1}{\varrho'_2} \frac{d\varrho'_2}{d\varphi'_2} = \frac{1}{\varrho'_2} \frac{\delta}{\alpha(\varepsilon - 3)} = \frac{13,5}{\varrho'_2(\varepsilon - 3)}$$

Kdybychom volili opět $\varepsilon = 1$, bude $\omega_1 = 0$, t. j. isopléty (p) budou průvodiče

$$\varphi'_2 = -0,8 \log p/\sqrt{b_1},$$

z nichž krajní $p = 3$ a $p = 70$ tvoří zase vhodný úhel asi 60° . Isopléty (A) tvoří s průvodiči také vhodné úhly:

$$\text{v } \varrho'_2 = 17,5 \text{ cm je } \cotg \omega_2 \approx -0,38; \quad |\omega_2| \approx 70^\circ,$$

$$\text{v } \varrho'_2 = 7 \text{ cm je } \cotg \omega_2 \approx -0,95; \quad |\omega_2| \approx 48^\circ.$$

Isopléty $t > 0$ budou pak míti za druhé asymptoty průvodič

$$\varphi_2 = \alpha \log \frac{t}{b_1}, \quad \lim \varrho_2 = -\infty.$$

Volme nyní ještě b_1 a b_3 tak, aby stupnice (p, A) a (z, B), které jsou obě na průsvitce, nezasahovaly do sebe navzájem, nejlépe tak, aby na př. (z, B) byla přibližně souměrně sdružená k průvodiči $\varphi'_2 = 0$, z čehož plyne $b_3 = 1,633 \cdot 10^{-7}$ a aby (p, A) byla přibližně souměrně sdružená k $\varphi'_2 = \pi$, z čehož plyne $b_1 = 6,73 \cdot 10^{-11}$.

Soustava isoplét (t) na podkladě a vytíná opět na každé kružnici $\varrho_2 = \text{konst.}$ stupnici funkce tvaru

$$\varphi_2 = \alpha \log (Rt + S), \quad (R, S \text{ stálé})$$

a, vzhledem k volbě $\varepsilon = 1$, vytíná i na každém průvodiči podobnou stupnici, které opět sestrojujeme podle čl. 1,5, resp. podle Dodatku čl. 6,6. Isopléty (A), (z), (B), které jsou Archimedovy závitnice, sestrojujeme podle čl. 1,8. Sestrojení nomogramu je zřejmě mnohem obtížnější než nomogramu téže funkce v čl. 2,2, jelikož místo přímých isoplét máme nyní Archimedovy závitnice. Přesvědčte se o tom za cvičení sestrojením tohoto nomogramu podle výše uvedeného návodu.

2,4. Nomogramem o dvou posuvech lze zobraziti rovnice

$$(2,41) \quad \Phi(z_1, z_2, \dots, z_n) = 0,$$

které vzniknou eliminací parametrů x, y z rovnic

$$(2,42) \quad \begin{aligned} F_1(x + f_{1,2}, y + g_{1,2}; z_3) &= 0, \\ F_2(x + f_{4,5}, y + g_{4,5}; z_6) &= 0, \\ F_3(x + f_{7,8}, y + g_{7,8}; z_9) &= 0. \end{aligned}$$

Zobrazme všechny tři rovnice nomogramy o společném podkladě i průsvitce (obr. 16) podle rovnic

$$(2,43) \quad \begin{aligned} \xi_1 &= x, & \eta_1 &= y, \\ \xi'_1 &= 0, & \eta'_1 &= 0, \\ \xi'_2 &= f_{1,2}, & \eta'_2 &= g_{1,2}, \\ \alpha &= 0, & \alpha' &= 0, \\ F_1(\xi_2, \eta_2; z_3) &= 0. \end{aligned}$$

$$(2,44) \quad \begin{aligned} \xi_1 &= x, & \eta_1 &= y, \\ \xi'_1 &= 0, & \eta'_1 &= 0, \\ \xi'_2 &= f_{4,5}, & \eta'_2 &= g_{4,5}, \\ \alpha &= 0, & \alpha' &= 0, \\ F_2(\xi_2, \eta_2; z_6) &= 0. \end{aligned}$$

$$(2,45) \quad \begin{aligned} \xi_1 &= x, & \eta_1 &= y, \\ \xi'_1 &= 0, & \eta'_1 &= 0, \\ \xi'_2 &= f_{7,8}, & \eta'_2 &= g_{7,8}, \\ \alpha &= 0, & \alpha' &= 0, \\ F_3(\xi_2, \eta_2; z_9) &= 0. \end{aligned}$$

Binární stupnici (x, y) pro pomocné parametry opět nekreslíme.

Neužíváme-li nějakého mechanického zařízení k vyloučení rotace průsvitky proti podkladu (čl. 1,5), nakreslíme na průsvitce přímý index $I'_d \parallel \eta' = 0$ a na podkladě dosti hustou osnovu rovnoběžek I_d s $\eta = 0$. Snadno pak docílíme, aby I'_d byl stále rovnoběžný s $\eta = 0$.

Klíč k užívání nomogramu je

$$U(I'_d) \parallel I_d, \quad P'_{1,2} \parallel L_3, \quad P'_{4,5} \parallel L_6, \quad P'_{7,8} \parallel L_9.$$

Na příklad, měli bychom tímto způsobem zobraziti funkci

$$(2,46) \quad f_{7,8} = f_{1,2} + f_{4,5}.$$

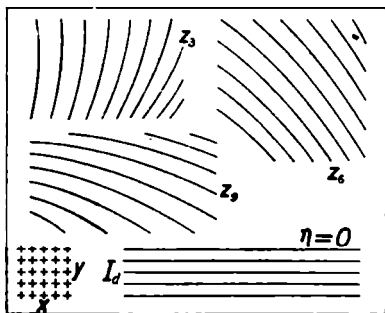
Rozložme ji takto v rovnice (2,42)

$$(2,47) \quad \begin{aligned} F_1 &\equiv x + 2f_{1,2} + y\sqrt{3} = 0, \\ F_2 &\equiv x + 2f_{4,5} - y\sqrt{3} = 0, \\ F_3 &\equiv x + f_{7,8} = 0, \end{aligned}$$

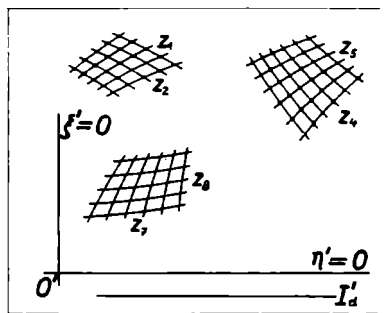
z nichž eliminací x, y vychází skutečně (2,46).

Píšeme-li rovnici

$$F_3 \equiv x + f_{7,8} + 0 \cdot g_{7,8} = 0,$$



podklad



průsvitka

Obr. 16. Schema kombinovaného nomogramu bez rotace, zavedením dvou pomocných parametrů x, y , které značí posuvy.

můžeme $g_{7,8}$ zcela libovolně zvoliti a klásti tedy podle (2,45)

$$(z_7, z_8) \quad \xi'_2 = f_{7,8}, \quad \eta'_2 = g_{7,8},$$

načež soustava isoplét (z_9) se redukuje na přímý index

$$(I_d^{7,8}) \quad \xi_2 = 0.$$

Abychom rovnici $F_1 = 0$ psali ve tvaru (2,42), zavedme do ní rovněž libovolnou funkci $g_{1,2}$

$$F_1 \equiv x + 2f_{1,2} - g_{1,2} \sqrt{3} + \sqrt{3} (y + g_{1,2}) = 0$$

a označme $2f_{1,2} - g_{1,2} \sqrt{3} = \bar{f}_{1,2}$, takže F_1 má pak skutečně tvar (2,42)

$$F_1 \equiv x + \bar{f}_{1,2} + \sqrt{3} (y + g_{1,2}) = 0.$$

Její zobrazení podle (2,43) tedy zprostředkují rovnice

$$(z_1, z_2) \quad \xi'_2 = \bar{f}_{1,2} = 2f_{1,2} - g_{1,2} \sqrt{3}, \quad \eta'_2 = g_{1,2},$$

$$(I_d^{1,2}) \quad F_1 \equiv \xi_2 + \sqrt{3}\eta_2 = 0.$$

A podobně to provedme s rovnicí $F_2 = 0$ zavedením do ní libovolné funkce $g_{4,5}$

$$F_2 \equiv x + 2f_{4,5} + g_{4,5} \sqrt{3} - \sqrt{3}(y + g_{4,5}) = 0,$$

načež její zobrazení zprostředkují rovnice

$$(z_4, z_5) \quad \xi'_2 = 2f_{4,5} + g_{4,5} \sqrt{3}, \quad \eta'_2 = g_{4,5},$$

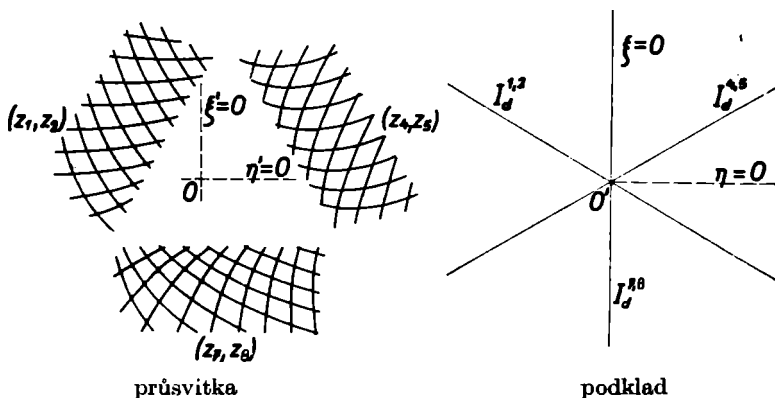
$$(I_d^{4,5}) \quad F_2 \equiv \xi_2 - \sqrt{3}\eta_2 = 0.$$

Obdrželi jsme takto celkem tři binární stupnice (z_1, z_2) , (z_4, z_5) a (z_7, z_6) na průsvitce a tři přímé indexy $I_d^{1,2}$, $I_d^{4,5}$ a $I_d^{7,8}$ na podkladě, které svírají navzájem úhly 60° a procházejí počátkem. Nomogram (obr. 17) je přímé zobecnění hexagonálních nomogramů¹⁰⁾, zaměníme-li podklad a průsvitku. Skutečně, redukují-li se funkce

$$f_{1,2} \equiv f_1; \quad f_{4,5} \equiv f_4; \quad f_{7,8} \equiv f_7 \quad \cdot$$

a volíme-li za libovolné funkce

$$g_{1,2} \equiv \frac{\sqrt{3}}{2} f_1 + a; \quad g_{4,5} \equiv -\frac{\sqrt{3}}{2} f_4 + a; \quad g_{7,8} \equiv 0; \quad a \text{ stálá,}$$



Obr. 17. Schema zobecněného hexagonálního nomogramu (kombinovaný nomogram s průsvitkou o dvou posuvech).

¹⁰⁾ V pozn. ⁶⁾ na str. 13. cit. LÁSKA-HRUŠKA str. 73.

obdržíme stupnici (z_7) na ose $\eta' = 0$, stupnici

$$(z_1) \quad \xi'_2 = \frac{1}{2}f_1 - a\sqrt{3}; \quad \eta'_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}f_1 + a$$

na přímce

$$\eta'_2 = \xi'_2 \sqrt{3} + 4a,$$

jejíž rovnice plyne eliminací f_1 z obou rovnic (z_1) a stupnici

$$(z_4) \quad \xi'_2 = \frac{1}{2}f_4 + a\sqrt{3}, \quad \eta'_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}f_4 + a$$

na přímce

$$\eta'_2 = -\xi'_2 \sqrt{3} + 4a,$$

jejíž rovnice plyne eliminací f_4 z obou rovnic (z_4). Přímky, na nichž leží stupnice (z_1), (z_4) a (z_7) tvoří tedy rovnostranný trojúhelník o výšce $4a$. Nomogram zobrazuje rovnici

$$(2,48) \quad f_7 = f_1 + f_4,$$

na níž se redukuje (2,46).

2.5. Kdyby v rovnicích (2,42) bylo $f_{7,8} \equiv g_{7,8} \equiv 0$ a kdyby F_3 neobsahovala z_9 , rovnice (2,42) by měly tvar

$$(2,51) \quad \begin{aligned} F_1(x + f_{1,2}, y + g_{1,2}; z_3) &= 0, \\ F_2(x + f_{4,5}, y + g_{4,5}; z_6) &= 0, \end{aligned}$$

$$(2,52) \quad F_3(x, y) = 0.$$

Eliminací parametrů x, y obdrželi bychom z nich rovnici mezi 6 proměnnými

$$(2,53) \quad \Phi(z_1, z_2, \dots, z_6) = 0.$$

Podle (2,45) binární stupnice (z_7, z_8) redukovala by se na počátek O' (obr. 18). Systém isoplét $L(z_9)$ pak by se redukoval na index I_0 o rovnici

$$F_3(\xi_2, \eta_2) = 0,$$

plynoucí přímo z (2,52). Při užívání nomogramu jest vésti průsvitku počátkem O' po indexu I_0 tak, aby obě osy $\eta = 0$ a $\eta' = 0$ zůstaly navzájem rovnoběžné. Pro vedení průsvitky nakreslíme na podklad dosti hustou osnovu rovnoběžek I_d a na průsvitku s nimi rovnoběžný index I'_d , pokud k tomu neužijeme opět některého mechanického

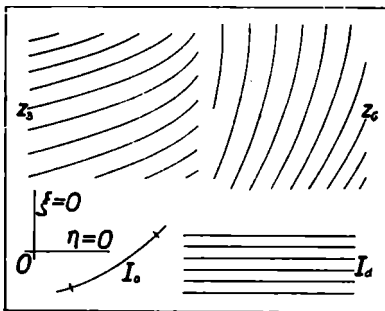
způsobu (čl. 1,5). Počátek O' ovšem teď nesmíme vymazati po sestrojení nomogramu jako v čl. 2,2, neboť ho potřebujeme k čtení nomogramu! Klíč nomogramu tedy je:

$$O' \dashv I_0, \quad U'(I'_d) \dashv I_d, \quad P'_{1,2} \dashv L_3, \quad P'_{4,5} \dashv L_6.$$

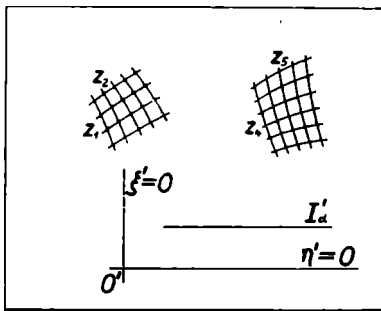
Nomogram funkce v čl. 2,2 (obr. 13) jest speciálním případem nomogramu funkce (2,53), redukuje-li se totiž $F_3(x, y) \equiv y$.

2,6. Nomogramem s průsvitkou o dvou posuvech a rotaci zobrazujeme rovnice mezi dvanácti argumenty

$$(2,61) \quad \Phi(z_1, z_2, \dots, z_{12}) = 0,$$



podklad



průsvitka

Obr. 18. Schema nejobecnějšího kombinovaného nomogramu o jednom stupni volnosti.

které plynou eliminací tří parametrů x , y a u z rovnic

$$(2,62) \quad \begin{aligned} & F_1(x + f_{1,2} \cdot \cos u - g_{1,2} \cdot \sin u, \\ & y + f_{1,2} \cdot \sin u + g_{1,2} \cdot \cos u; z_3) = 0, \\ & F_2(x + f_{4,5} \cdot \cos u - g_{4,5} \cdot \sin u, \\ & y + f_{4,5} \cdot \sin u + g_{4,5} \cdot \cos u; z_6) = 0, \\ & F_3(x + f_{7,8} \cdot \cos u - g_{7,8} \cdot \sin u, \\ & y + f_{7,8} \cdot \sin u + g_{7,8} \cdot \cos u; z_9) = 0, \\ & F_4(x + f_{10,11} \cdot \cos u - g_{10,11} \cdot \sin u, \\ & y + f_{10,11} \cdot \sin u + g_{10,11} \cdot \cos u; z_{12}) = 0. \end{aligned}$$

Všechny čtyři rovnice zobrazme opět podle čl. 1,2 nomogramy se společným podkladem i průsvitkou. Příkladem pro prvou rovnici (2,62) uijeme stupnic, svazků a soustav isoplét

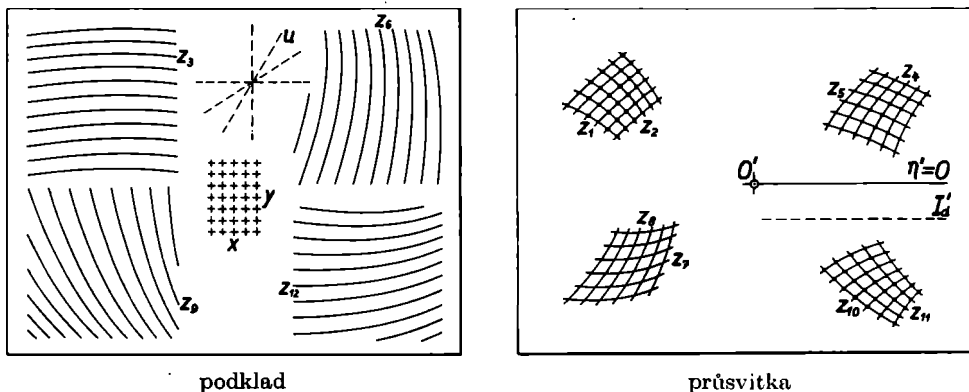
$$(2,63) \quad \begin{aligned} \xi_1 &= x, & \eta_1 &= y, \\ \xi'_1 &= 0, & \eta'_1 &= 0, \\ \xi'_2 &= f_{1,2}, & \eta'_2 &= g_{1,2}, \\ \alpha &= u, & \alpha' &= 0, \\ & & F_1(\xi_2, \eta_2; z_3) &= 0 \end{aligned}$$

atd. rovnice ostatní. Obdržíme nomogram načrtnutý v obr. 19 s klíčem

$$P'_{1,2} \text{---} L_3, \quad P'_{4,5} \text{---} L_6, \quad P'_{7,8} \text{---} L_9, \quad P'_{10,11} \text{---} L_{12},$$

který čteme: Umístíme bod průsvitky (z_1, z_2) na isoplétu z_3 podkladu, bod (z_4, z_5) průsvitky na isoplétu z_6 podkladu a (z_7, z_8) průsvitky na isoplétu z_9 podkladu. Isopléta z_{12} podkladu, jejíž kóta hoví rovnici (2,61), prochází bodem (z_{10}, z_{11}) průsvitky. Pomocnou binární stupnicí (x, y) , svazek isoplét (u) , počátek O' , osu $\eta' = 0$ ani index I'_d opět nekreslíme.

2,7. Z předešlého případu přijdeme k nomogramu s jedním posuvem a s rotací, položíme-li $f_{10,11} \equiv g_{10,11} \equiv 0$ a nezávisí-li F_4 na z_{12} . Zobrazená rovnice obsahuje devět argumentů

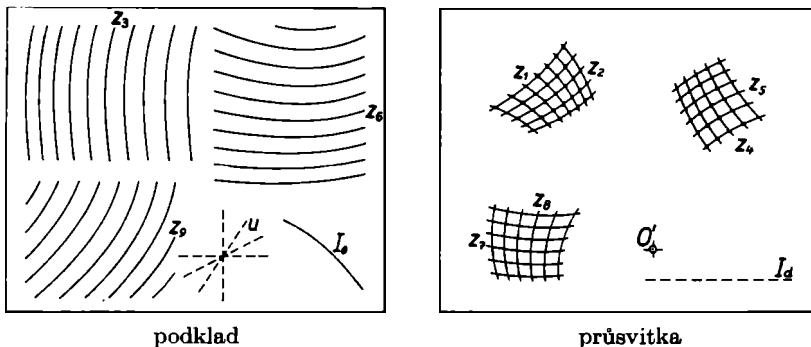


Obr. 19. Schema kombinovaného nomogramu rovnice s dvanácti proměnnými, zavedením tří pomocných parametrů: x, y , které značí posuvy a u , které značí rotaci. Jest to nejobecnější nomogram s jednou průsvitkou a má všechny 3 stupně volnosti.

$$(2,71) \quad \Phi(z_1, z_2, \dots, z_9) = 0$$

a dostaneme ji eliminací x, y, u z rovnic

$$(2,72) \quad \begin{aligned} F_1(x + f_{1,2} \cdot \cos u - g_{1,2} \cdot \sin u, \\ y + f_{1,2} \cdot \sin u + g_{1,2} \cdot \cos u; z_3) &= 0, \\ F_2(x + f_{4,5} \cdot \cos u - g_{4,5} \cdot \sin u, \\ y + f_{4,5} \cdot \sin u + g_{4,5} \cdot \cos u; z_6) &= 0, \\ F_3(x + f_{7,8} \cdot \cos u - g_{7,8} \cdot \sin u, \\ y + f_{7,8} \cdot \sin u + g_{7,8} \cdot \cos u; z_9) &= 0, \\ F_4(x, y) &= 0. \end{aligned}$$

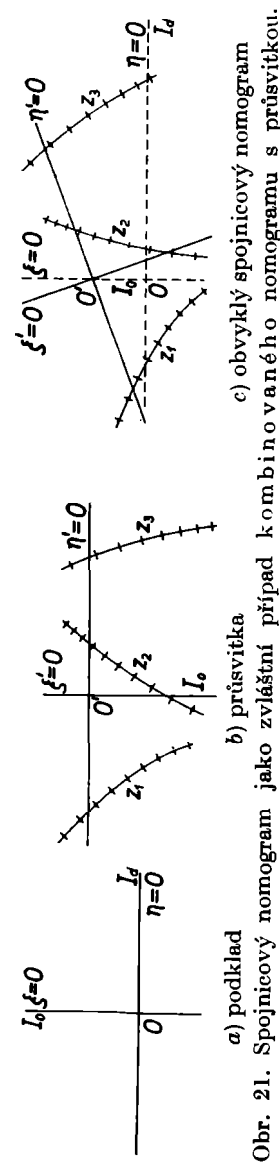


Obr. 20. Schema kombinovaného nomogramu s jedním posuvem a rotací.

Rovnice $F_i = 0$, ($i = 1, 2, 3$) zobrazíme opět podle rovnic (2,63) nomogramy o společném podkladě i průsvitce. Zobrazíme-li podle těchto rovnic také $F_4(x, y) = 0$

$$(2,73) \quad \begin{aligned} \xi_1 &= x, & \eta_1 &= y, \\ \xi'_1 &= 0, & \eta'_1 &= 0, \\ \xi'_2 &= f_{7,8} = 0, & \eta'_2 &= g_{7,8} = 0, \\ x &= u, & \alpha' &= 0, \\ F_4(\xi_2, \eta_2) &= 0, \end{aligned}$$

seznáme podle (1,11), že $\xi_1 \equiv \xi_2$, $\eta_1 \equiv \eta_2$. Pomocná stupnice (x, y) i soustava isoplét $L(z_{12})$ redukuje se na křivku v posledním řádku (2,73). Vytáhneme ji jako nekótovaný index I_0 , po němž posunujeme počátek $O'(\xi' = 0, \eta' = 0)$ průsvitky. Nomogram je načrtnut v obr. 20 a má klíč:



a) podklad
 b) průsvitka
 c) obvyklý spojnicový nomogram
 Obr. 21. Spojnicový nomogram jako zvláštní případ kombinovaného nomogramu s průsvitkou.

$$O' \dashv I_0, \quad P'_{1,2} \dashv L_3, \quad P'_{4,5} \dashv L_6, \\ P'_{7,8} \dashv L_9.$$

Pomocné isopléty u a I'_d není zapotřebí kreslit.¹¹⁾

Jako příklad ukažme, že nejen nomogramy průsečíkové (čl. 1,9) nýbrž i spojnicové jsou speciálním případem nomogramů s průsvitkou. V kanonickém tvaru rovnic schopných zobrazení spojnicovým nomogramem¹²⁾

$$(2,74) \quad \begin{vmatrix} f_1 & g_1 & h_1 \\ f_2 & g_2 & h_2 \\ f_3 & g_3 & h_3 \end{vmatrix} = 0$$

předpokládejme $h_1 h_2 h_3 \neq 0$. Rovnice (2,74) vychází eliminací parametrů u a y z tří rovnic

$$(2,75) \quad F_i \equiv \alpha \frac{f_i}{h_i} \cos u + \beta \frac{g_i}{h_i} \sin u + y = 0, \quad i = 1; 2; 3,$$

v nichž $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$ značí libovolně stálé. Připojíme-li k nim

$$(2,76) \quad F_4 \equiv x = 0$$

a položíme-li

$$f_{-2+3i, -1+3i} \equiv \alpha \frac{f_i}{h_i}, \quad g_{-2+3i, -1+3i} \equiv \beta \frac{g_i}{h_i}, \\ i = 1; 2; 3,$$

převědeme problém na rovnice tvaru (2,72).

Podle (2,63) soustavy isoplét $(z_3), (z_6), (z_9)$ redukují se na tutéž přímku

¹¹⁾ V obr. 20 má na průsvitce býti I'_d místo I_d .
¹²⁾ Viz v čl. 1,1 v pozn. 1) cit. PLESKOTA str. 12.

$$I_d \equiv \eta_2 = 0$$

na podkladě (obr. 21) a binární stupnice na průsvitce redukují se na obyčejné křivé stupnice

$$\xi'_2 = \alpha \frac{f_1}{h_1}, \quad \eta'_2 = \beta \frac{g_1}{h_1},$$

resp.

$$\xi'_2 = \alpha \frac{f_2}{h_2}, \quad \eta'_2 = \beta \frac{g_2}{h_2},$$

a

$$(2,77) \quad \xi'_2 = \alpha \frac{f_3}{h_3}, \quad \eta'_2 = \beta \frac{g_3}{h_3},$$

což jsou skutečně rovnice křivých stupnic spojnicového nomogramu rovnice (2,74). Podle (2,73) a (2,76) index I_0 redukuje se na osu

$$I_0 \equiv \xi_2 = 0,$$

po níž se posouvá počátek O' průsvitky. Klíč

$$O' \dashv I_0, \quad P'_1 \dashv I_d, \quad P'_2 \dashv I_d, \quad P'_3 \dashv I_d.$$

Položíme-li průsvitku na podklad, obdržíme skutečně spojnicový nomogram v obr. 21c).