

# Finanční matematika v českých učebnicích

---

## 5. Finanční matematika na středních školách v období socialismu (devastace finanční matematiky 1945–1989)

In: Martin Melcer (author): Finanční matematika v českých učebnicích. (Od Marchetovy reformy). (Czech). Praha: Matfyzpress, vydavatelství matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze, 2013. pp. 166–243.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/402362>

### Terms of use:

© MATFYZPRESS

© Martin Melcer

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## **5. Finanční matematika na středních školách v období socialismu (devastace finanční matematiky 1945 – 1989)**

V roce 1945 skončila druhá světová válka a lidé ve zdevastovaném světě začali vzhlížet k budoucnosti. Zejména v Evropě bylo zničeno nebo značně poškozeno vše – od dopravních tepen po ekonomiku. Bylo třeba začít plnohodnotně žít, a proto se lidstvo zaměřilo na obnovu, která se týkala všech odvětví, vzdělávání nevyjímaje.

Druhá světová válka zcela změnila politickou situaci ve světě. Svoje postavení ztratily Německo, Itálie a Japonsko. Novými supervelmocemi se staly Spojené státy americké a Sovětský svaz. Svět byl unavený válkou. Na podporu a zabezpečení míru byla v červnu roku 1945 založena Organizace spojených národů. Chápání bezpečnosti však bylo v Sovětském svazu a Spojených státech odlišné. Sovětský svaz rozšiřoval svůj vliv ve východní Evropě a ovlivňoval vlády těchto států k prosovětské orientaci. USA reagovaly antikomunistickou politikou, jejíž směr upřesnil Marshallův plán – program obnovy pro hospodářsky oslabenou Evropu, která se kloní k Západu. Odpovědí bylo rozdělení Německa. Tento politický a ideologický konflikt byl dominantou světové politiky dalších více než čtyř desetiletí.

Naše republika se dostala do vlivu Východu. Vše vyvrcholilo komunistickým pučem 25. února 1948, o němž jsme se kdysi učili jako o vítězství pracujícího lidu nad buržoazií. Nová politická situace začala ovlivňovat všechna odvětví republiky, která se ještě zcela nevzpamatovala z poválečného utrpení. Některé oblasti byly zasaženy bezprostředně (politika, podnikání), v jiných docházelo k postupným proměnám (např. školství). V roce 1948 vstoupil v platnost zákon o jednotné škole, který určoval jednotné základní vzdělání pro všechny děti, odstranil dualistický školský systém a poskytl pokračování ve vzdělání na různých typech středních škol (více viz např. [VK]). Ne všechny vyučovací předměty byly zasaženy stejně intenzivně a stejně rychle. U předmětů s obsahem náchylným na změny došlo k reformám téměř okamžitě – občanská výchova, dějepis, politický zeměpis. Další předměty byly ovlivněny méně, či jejich úpravy byly postupné – mateřský jazyk, přírodní vědy a matematika.

Hlavní změny v matematice se týkaly v první řadě témat používaných ve slovních úlohách. Další tlaky nastaly na některé oblasti matematiky, které nebyly podle vládnoucí komunistické strany potřebné. Rozšiřoval se okruh úloh s brannou tematikou a úlohy operující v duchu minulé doby, například otázky podnikání a financí, byly vytlačovány

úlohami o růstu produktivity práce, růstu výnosů s vidinou komunistické budoucnosti bez potřeby peněz. Nejvíce postiženou částí matematiky byla proto matematika finanční. Velkou měrou se na tom podílela také třetí Československá měnová reforma, která proběhla 1. června 1953. Jejím cílem bylo zabránit znehodnocení měny, odstranění přidělového systému a černého trhu. Reforma však poškodila velké množství drobných i velkých střadatelů, zbylých živnostníků a obchodníků. Rozhořčení obyvatelstva naší republiky podnítilo také tvrzení prezidenta Antonína Zápotockého, který ještě 36 hodin před vyhlášením reformy hlásal, že koruna je pevná a o reformě se neuvažuje. Poměr přepočítávání hotovosti a vkladů, který se pohyboval od 5:1 do 30:1, chápala veřejnost jako krádež. Důsledkem byl další pokles životní úrovně a kupní síly obyvatelstva. Musel se také změnit postoj finančních ústavů, například vklady ve státní spořitelně se snížily z předreformních 9 000 000 Kčs na 930 000 Kčs. Vrcholem všeho byla skutečnost, že měnová reforma byla provedena bez předchozího souhlasu Mezinárodního měnového fondu, což mělo v následujícím roce za následek ukončení členství našeho státu v MMF.

V této kapitole ukážu a analyzuji „vývoj“ výuky finanční matematiky, který odráží dobové učebnice matematiky a sbírky úloh. Lze je rozdělit do dvou skupin. Do první skupiny patří publikace, jež vyšly do roku 1960 a obsahují ještě rozumné, v některých případech s prvorepublikovými učebnicemi srovnatelné procento úloh s finanční tematikou, i když třeba již s přepracovaným zněním. To již nelze tvrdit o publikacích ze druhé skupiny, tj. ze šedesátých až osmdesátých let. Hodnocení této skupiny lze shrnout do jediné věty: **Matematika zůstává, ale peníze mizí.** To znamená, že většina typů úloh zůstává stále součástí středoškolské matematiky, ale kapitál je v nich nahrazen lesem, řepou, traktory apod. Zřídka narazíme alespoň na úlohy, kdy jednotné zemědělské družstvo splácí půjčku. Zcela výjimečně objevíme úlohu o pravidelném střádání, důchodech, anuitách a podobně.

Vybral jsem učebnice a sbírky tak, abych pokryl všechny typy a úrovně zejména našich středních škol. Většinu knih jsem objevil v knihovně Katedry didaktiky matematiky Matematicko-fyzikální fakulty Karlovy univerzity a Národní pedagogické knihovně Jana Ámose Komenského v Praze. Další jsem našel v antikvariátech, některé mi byly doporučeny staršími kolegy z osobních knihoven.

Paralelně s výběrem učebnic je nutno sledovat strukturální změny vzdělávacího systému. K hlavním změnám došlo u škol všeobecného zaměření. V letech bezprostředně následujících po druhé světové válce byl zachován předválečný systém. Začátkem padesátých let byly založeny jedenáctiletky, jejichž třetí, poslední, tříletý stupeň nahradil gymnázia. Začátkem šedesátých let byla místo něho zavedena střední všeobecně

vzdělávací škola se zkratkou SVVŠ. Komunistická strana Československa na svém sjezdu v roce 1958 konstatovala neuspokojivý stav našeho školství. Stěžejním požadavkem bylo prodloužení základního vzdělávání a spojení školy se životem. SVVŠ měly žáka vzdělat teoreticky (základy věd) i prakticky (základy výroby). Vše bylo uzákoněno v roce 1960, kdy byl vydán nový školský zákon – zákon o soustavě výchovy a vzdělávání. Koncem šedesátých let SVVŠ nahradila čtyřletá gymnázia navazující na druhý stupeň základního vzdělání, která existují dodnes (viz [VK]).

### **První skupina:**

- rok 1947: *Příručka kupecké, finanční a pojistné aritmetiky, II. část* (J. Ježek);
- rok 1948: *Sbírka příkladů z matematiky pro střední školy* (J. Vlček);
- rok 1948: *Matematika III. (Učební text pro III. ročník obchodních akademií)* (V. Seliger);
- rok 1949: *Aritmetika pro II. třídu středních škol* (E. Čech);
- rok 1951: *Matematika pro třetí třídu gymnasií* (E. Čech a kolektiv);
- rok 1951: *Aritmetika pro III. třídu gymnázií* (E. Čech a kolektiv);
- rok 1951: *Přehled matematiky* (O. Maška);
- rok 1951: *Aritmetika pro druhou třídu středních škol* (E. Čech a kolektiv);
- rok 1952: *Učební texty pro aritmetiku, III. část* (R. Zelinka);
- rok 1953: *Matematika pro I. ročník strojnických škol* (J. Huka, V. Jozífek);
- rok 1954: *Matematika pro šestý postupný ročník* (J. Kroupa, K. Rakušan, A. Rakušanová, J. Vyšín);
- rok 1954: *Algebra pro devátý až jedenáctý postupný ročník* (J. Holubář a kolektiv);
- rok 1954: *Matematika, II. díl, Učební text pro průmyslové školy (čtyřleté studium)*, (J. Kabele a kolektiv);
- rok 1954: *Matematika pro zemědělské technické školy, II. díl* (O. Hruška, V. Pelant);
- rok 1956: *Algebra pro jedenáctý postupný ročník* (J. Holubář, F. Hradecký, K. Hruša);



- rok 1957: *Algebra pro 9. – 11. postupný ročník všeobecnovzdělávacích škôl* (J. Holubář a kolektiv);
- rok 1957: *Matematika pro mimořádné způsoby studia na průmyslových školách (dvouleté studium)* (V. Jozífek, F. Hradecký, J. Huka);
- rok 1958: *Matematika pro odborná učiliště a učňovské školy I* (V. Hladovec, V. Jozífek, A. Kunc).

### **Druhá skupina:**

- rok 1962: *Matematika pro studium pracujících na SPŠ* (V. Jozífek, F. Hradecký, J. Huka);
- rok 1963: *Opakování středoškolské matematiky* (T. Gál, A. Kamarýt);
- rok 1964: *Algebra pro střední školy pro pracující* (M. Jelínek);
- rok 1964: *Přehled elementární matematiky* (K. Hruša a kolektiv);
- rok 1965: *Matematika pro II. ročník SVVŠ – větev přírodovědná, doplněk k základní učebnici* (E. Kraemer a kolektiv);
- rok 1965: *Matematika pro III. ročník SVVŠ* (E. Kraemer a kolektiv);
- rok 1965: *Matematika – příručka pro přípravu na VŠ* (V. Bruthans, A. Kejzlar);
- rok 1965: *Úlohy z elementární matematiky* (V. B. Lidskij a kolektiv);
- rok 1966: *Sbírka úloh z matematiky pro SPŠ a SZTŠ* (E. Kriegelstein a kolektiv);
- rok 1968: *Sbírka maturitních příkladů z matematiky* (P. Benda, B. Daňková, J. Skála);
- rok 1969: *Sbírka úloh z matematiky pro SVVŠ (gymnasia)* (F. Vejsada, F. Talafous);
- rok 1970: *Matematika pro I. a II. ročník SEŠ* (F. Nimrichter a kolektiv);
- rok 1970: *Programovaná učebnice matematiky (aritmetika a algebra)* (Z. Opava);
- rok 1971: *Matematika pro I. a II. ročník studia absolventů SVVŠ (gymnází) na středních ekonomických školách* (J. Zahradník);

- rok 1971: *Matematika pro II. ročník SPŠ a SZTŠ* (A. Pospíšil a kolektiv);
- rok 1978: *Matematika pro střední zdravotnické školy, II. díl* (V. Melicher, J. Ivanič, I. Lečko);
- rok 1978: *Sbírka úloh z matematiky pro střední ekonomické školy* (F. Nimrichter, L. Schramm, V. Topinka);
- rok 1979: *Matematika pro střední pedagogické školy, III. díl* (J. Müllerová, V. Sýkora, O. Šedivý);
- rok 1979: *Matematika pro gymnázia, sešit 6 – část 2* (V. Sýkora a kolektiv);
- rok 1980: *Matematika pro gymnázia, sešit 8* (J. Šedivý a kolektiv);
- rok 1980: *Matematika pro II. ročník gymnázia* (J. Smida a kolektiv);
- rok 1981: *Zbierka úloh z matematiky pre 2. ročník experimentálnych gymnázií* (L. Boček a kolektiv);
- rok 1983: *Zbierka úloh z matematiky pre 3. a 4. ročník experimentálnych gymnázií* (J. Smida, J. Šedivý);
- rok 1986: *Matematika pro SOŠ a studijní obory SOU, 8. část* (E. Porubská a kolektiv);
- rok 1987: *Matematika pro SOŠ a studijní obory SOU, 6. část* (O. Odvárko a kolektiv);
- rok 1989: *Matematika pro III. ročník gymnázií* (J. Smida);
- rok 1989: *Repetitorium elementární matematiky* (R. Muzikář).

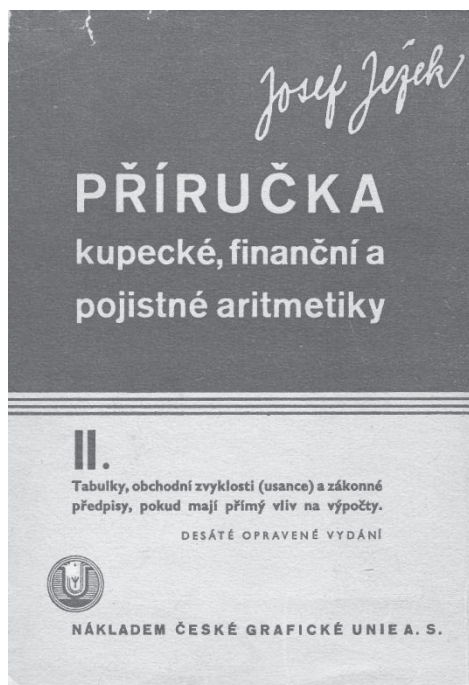
### **Třetí skupina** (základní škola):

- rok 1962 – 1980: *Aritmetika pro sedmý ročník* (J. Taišl, J. Vojáček);
- rok 1958 – 1988: *Sbírka úloh z aritmetiky pro 5. až 7. ročník* (K. Kindl).

## 5.1 První skupina učebnic

### 5.1.1 Příručka kupecké, finanční a pojistné aritmetiky

**Josef Ježek: *Příručka kupecké, finanční a pojistné aritmetiky*, část II., 10. opravené vydání, Česká grafická unie a. s., Praha, 1947, 256 stran.**



Tato dvojdílná příručka byla ve svých ranějších vydáních koncipována jako studijní text pro obchodní učiliště. Její první vydání vyšlo již v roce 1911. Postupně byla rozšiřována, aktualizována a zdokonalována. Během dvacátých a třicátých let dvacátého století „povýšila“ až na praktického pomocníka pro každého, kdo byl nějak spojen s obchodem, peněžnictvím, pojišťovnictvím. V současnosti bychom ji mohli položit na úroveň publikace *Finanční matematika pro každého* autorů Jarmily Radové, Petra Dvořáka a Jiřího Málka (zatím poslední sedmé vydání roku 2009 v nakladatelství Grada Publishing v Praze).

V prvním dílu (třetí vydání v roce 1947) byly zpracovány a přehledně probrány všechny druhy výpočtů, které se vyskytovaly v hospodářské praxi. Byla to látka dobře známá z příslušných prvorepublikových učebnic finanční aritmetiky. Výklad byl rozdělen do dvou hlavních kapitol. V první se nacházely hospodářské výpočty (tj. kupecká aritmetika) a ve druhé politická aritmetika (tj. finanční a pojistná aritmetika). Rozsah a náročnost odpovídaly standardu předválečných učebnic.

Zaměříme se na druhý díl, který svým rozsahem pokrýval nejen vše potřebné ke kupecké praxi, orientaci ve finančnictví a pojišťovnictví, ale obsahoval také základy stěžejních témat klasické středoškolské matematiky a důležité tabulky.

Uveďme obsah, který přehledně vystihuje náplň příručky.

### **Obsah příručky**

- A. Tabulky k aritmetice kupecké (12 stran);
- B. Tabulky k finanční aritmetice (24 stran);
- C. Tabulky k aritmetice pojistné (12 stran);
- D. Tabulky logaritmické pětimístné (26 stran);
- I. Míry a váhy (16 stran);
- II. Peněžní jednotky (24 stran);
- III. Drahé kovy (4 strany);
- IV. Mince (2 strany);
- V. Cizozemská platidla (1 strana);
- VI. Eskont směnek (8 stran);
- VII. Devisy (8 stran);
- VIII. Cenné papíry (11 stran);
- IX. Zboží světového obchodu (21 stran);
- X. Námořní dopravné (2 strany);
- XI. Počet procentový (1 strana);
- XII. Počet úrokový (5 stran);
- XIII. Počet lhůtný (2 strany);
- XIV. Úroky z vkladů na knížky (1 strana);
- XV. Kontokorenty (18 stran);
- XVI. Algebra (15 stran);
- XVII. Finanční aritmetika (15 stran);
- XVIII. Pojistná aritmetika (3 strany);
- XIX. Planimetrie (3 strany);
- XX. Stereometrie (2 strany);
- XXI. Základy trigonometrie (5 stran);
- XXII. Základy analytické geometrie v rovině (4 strany).

Veškerá látka byla zpracována ve formě velmi přehledných tabulek a souborů vzorců. Jednotlivé kapitoly umožňovaly rychlou a snadnou orientaci v dané oblasti a vyhledání potřebné teorie i vzorců, které člověk při delším nepoužívání mohl zapomenout. V této přehledné a stručné příručce mohl každý čtenář pohodlně nalézt potřebné informace.

### Základní charakteristiky kapitol

První čtyři kapitoly obsahovaly tabulky, s nimiž se setkáváme běžně v učebnicích a sbírkách matematiky již ve druhé polovině devatenáctého století. Zde byly všechny pohromadě. V kapitole A nalezneme převodní tabulky metrických i anglických měr a vah, převody cen zboží podle obchodních vah (např. převod ceny zboží v librách sterlingů v šilincích a pencích za hundredweight (= 50,802 kg) na cenu v librách sterlingů za 100 kg). Kapitola B, jež byla zaměřena na finanční aritmetiku, obsahuje tabulky úročitelů, odúročitelů, střadatelů, zásobitelů a umořovatelů při dekursivním (polhůtním) a anticipativním (předlhůtním) úročení. Tyto tabulky dnes čtenář příliš neocení, neboť využívá k výpočtům kalkulačky nebo tabulkového procesoru. V kapitole C se nacházela úmrtnostní tabulka z meziválečného období (1929 až 1932) a tabulka charakteristických čísel (např. hodnota jednotkového aktivního důchodu, doživotního důchodu, počet aktivních osob). V kapitole D byly tabulky logaritmů známých jako Briggsovy pětimístné logaritmy a logaritmy některých důležitých čísel (např.  $e$ ,  $\pi$ ,  $\sqrt{2}$ ).

V úvodu každé kapitoly byl vždy vysvětlen význam značek, zkratek a číselných hodnot následně užitých v tabulkách. V kapitole A nalezneme názvy a zkratky všech používaných jednotek, což postrádám u jiných publikací. Mnoho autorů to vzhledem k frekvenci užívání považovalo za samozřejmost.

Kapitola B v úvodu obsahovala i motivační příklady, což podtrhuje důraz, který autor na tuto oblast kladl. Podívejme se na jeden z nich.

*Dlužník si vypůjčil Kčs 30.000,- a zavázal se, že po 40 let koncem každého pololetí bude platiti Kčs 900,- na úrok a úmor, čímž se celý dluh zaplatí. Kolik % úroků platil?  $n = 80$*

*Dlužník zaplatí celkem  $80 \cdot 900 = 72.000,-$ ; za 1 Kčs dluhu tedy zaplatí 2,4.*

*Z tab. VII. (str. 38) nalezneme, že 2,4 při 2 % je mezi  $n = 104$  a 105, při 4 % mezi  $n = 52$  a 53. Prokladem tabulky pro 2 % nalezneme  $n_2$ :*

104 ..... 2,3840

$n_2$	.....	2,4000
105	.....	2,4001

$$(n_2 - 104):(105 - 104) = (2,4 - 2,3840):(2,4001 - 2,3840);$$

odtud  $n_2 = 104,994$ .

Podobně prokladem tabulky pro 4% nalezneme  $n_4$ :

52	.....	2,3911
$n_4$	.....	2,4000
53	.....	2,4231

$$(n_4 - 52):(53 - 52) = (2,4 - 2,3911):(2,4231 - 2,3911);$$

odtud  $n_4 = 52,309$ .

$$p = \frac{4(n_2 - n_4)}{n + n_2 - 2n_4} = \frac{4(104,994 - 52,309)}{80 + 104,994 - 104,618} = 2,6219 \%$$

Dlužník platil 2,6219 % úroků pololetně. ([JJ], str. 17)

Vidíme, že se jednalo téměř o „kuchařku“, v níž nebyla předpokládána žádná matematická úroveň uživatele. V uvedeném příkladu se využívala Achardova tabulka, která obsahovala pro daný počet splátek od jedné do dvou set příslušné sloupce pro 2 % a 4 %, jež použijeme v prokládacím postupu.

### VII. Achardova tabulka.

$n$	$n : \alpha_{\overline{n} }$		$n$	$n : \alpha_{\overline{n} }$		$n$	$n : \alpha_{\overline{n} }$	$n$	$n : \alpha_{\overline{n} }$
	2 $\%$	4 $\%$		2 $\%$	4 $\%$		2 $\%$		2 $\%$
1	1,0200	1,0400	51	1,6044	2,3592	101	2,3362	151	3,1799
2	1,0301	1,0604	2	1,6177	2,3911	2	2,3521	2	3,1976
3	1,0403	1,0810	3	1,6310	2,4231	3	2,3680	3	3,2154
4	1,0505	1,1020	4	1,6444	2,4553	4	2,3840	4	3,2332
5	1,0608	1,1231	5	1,6579	2,4877	5	2,4001	5	3,2510
6	1,0712	1,1446	6	1,6714	2,5203	6	2,4161	6	3,2689
7	1,0816	1,1663	7	1,6850	2,5530	7	2,4323	7	3,2867
8	1,0921	1,1882	8	1,6986	2,5859	8	2,4484	8	3,3046
9	1,1026	1,2104	9	1,7123	2,6189	9	2,4647	9	3,3226
10	1,1133	1,2329	60	1,7261	2,6521	110	2,4809	160	3,3405
1	1,1240	1,2556	1	1,7399	2,6855	1	2,4972	1	3,3585
2	1,1347	1,2786	2	1,7538	2,7190	2	2,5136	2	3,3765
3	1,1455	1,3019	3	1,7677	2,7526	3	2,5300	3	3,3946
4	1,1564	1,3254	4	1,7817	2,7864	4	2,5464	4	3,4126
5	1,1674	1,3491	5	1,7957	2,8204	5	2,5629	5	3,4307
6	1,1784	1,3731	6	1,8098	2,8544	6	2,5793	6	3,4488
7	1,1895	1,3974	7	1,8240	2,8887	7	2,5959	7	3,4670
8	1,2006	1,4219	8	1,8382	2,9230	8	2,6125	8	3,4851
9	1,2119	1,4466	9	1,8524	2,9575	9	2,6291	9	3,5033
20	1,2231	1,4716	70	1,8667	2,9922	120	2,6458	170	3,5215

([JJ], str. 38)

V současnosti řešíme tuto úlohu aproximací použitím standardního vzorce:

$$a = D \cdot \frac{i}{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n} \quad \Rightarrow \quad 900 = 30000 \cdot \frac{i}{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^{80}}.$$

Při požadované přesnosti pěti platných číslic dostáváme:  $i = 0,026215 = 2,6215\%$ . Vzhledem k rozsahu Acharodovy tabulky, byla jejich přesnost nad očekávání vysoká. Využití tabulek bylo spolu s matematickým aparátem podrobněji popsáno v kapitole XVII. (viz níže).

V kapitole C nacházíme základní charakteristiky pojistné matematiky, mezi něž patřil počet  $x$ -letých osob žijících z původního počtu 100 000 narozených osob; pravděpodobná hodnota 1 Kčs, která bude vyplacena dědicům osoby nyní  $x$ -leté koncem toho roku, ve kterém zemře; pravděpodobnost, že  $x$ -letý aktivní člověk do roka zemře jako aktivní; počet osob  $x$ -letých invalidních; hodnota nároku  $x$ -leté osoby na rentu 1 Kčs předem splatnou od nastoupení invalidity do smrti.

Kapitola D obsahovala stručný popis Briggsových logaritmů, definici logaritmu a způsob výpočtu a oprav hodnot logaritmu čísla. Pak následovaly tabulky logaritmů od čísla 1 do 9 999 při využití oprav s krokem 0,1. Dále byly přiloženy logaritmy dekursivních úročitelů a anticipativních odúročitelů, což jsou logaritmy  $\log(1 + p/100)$  a  $\log(1 - p/100)$  pro potřeby finanční matematiky, jež v současné době kalkulátorů a počítačů již neoceníme.

Další kapitoly byly již číslovány. Celkem bylo uvedeno dvacet dva kapitol, které můžeme podle zaměření rozdělit do třech skupin: kupecká, finanční a čistě matematická.

Do kupecké části lze zahrnout kapitoly I. až X. V nich byly rozepsány převody jednotek délky, plochy, objemu, hmotnosti a některých dalších fyzikálních jednotek. Vzhledem k tomu, že v polovině dvacátého století nebyla ještě všeobecným standardem metrická soustava, byly uvedeny jednotky více než sedmdesáti států. Podrobně byly popsány jednotky užívané ve Velké Británii, Číně, bývalé Rakousko-Uherské monarchii, Spojených státech amerických a Sovětském svazu. Obdobný rozsah měl výklad o peněžních jednotkách; u hlavních měn byl uveden kurs podle stavu k 15. březnu 1947. V dalších kapitolách následovala charakteristika drahých kovů a především objasnění ryzosti. Navíc bylo poznamenáno, že směnitelnost bankovek za zlato byla již ve všech státech zrušena a drahé kovy (především zlato) jsou soustřeďovány ve státních bankách jednotlivých států. Velmi podrobně byly popsány zlaté mince některých států. Zvláštní pozornost byla věnována eskontu směnek a popisu standardů výpočtu doby, jež zbývá do vyplacení, v jednotlivých státech (pro Československo se měsíce počítají podle kalendáře, rok má 360 dní, banky si počítají 2 % na



provizi a pokrytí výdajů). Vysvětleny byly také základní funkce deviz a cenných papírů.

Pro obchodníky byl neocenitelný rozpis zboží světového obchodu, kde byla uvedena jednotka měny za jednotku míry (např. pence za libru netto). Mezi zboží světového obchodu byla zahrnuta bavlna, cukr, káva, kovy, líh, obilí a mouka, petrolej, příze, vlna. Na tuto kapitulu navazovalo námořní dopravné, které se počítalo v závislosti na rychlosti lodí a míry (tj. objemu) nebo váhy zboží.

Kapitoly XI. až XV. a kapitola XVII. byly věnovány finanční matematice. Nejprve byly zopakovány základy procentového počtu (tj. procentový základ, procentová míra, procentová část a všechny tvary vzorců), které byly v následující kapitole aplikovány na úrokování. Připomenuty byly pojmy základní kapitál, úroková míra, úrok, počet roků, měsíců a dnů. Byly probrány všechny základní výpočty (např. výpočet úroků za určitý počet dní). Navíc byly zdůrazněny anglické metody výpočtu úroků pomocí úrokových čísel a dělitelů či pomocí úroku vypočítaného za finanční rok (360 dní). Od tohoto úroku musela být odečtena  $1/73$ , abychom dostali úrok pro rok s 365 dny. V kapitole *Počet lhůtný* byly objasněny zejména výpočty střední platební lhůty několika kapitálů s různou splatností.

Jako základní vzorec byl použit

$$x = \frac{K_1 d_1 p_1 + K_2 d_2 p_2 + K_3 d_3 p_3 + \dots}{d_1 p_1 + d_2 p_2 + d_3 p_3 + \dots},$$

kde  $K_n$  byly jednotlivé kapitály,  $d_n$  doby splatnosti a  $p_n$  úrokové míry.

Další dvě kapitoly byly věnovány výpočtům úroků na nejčastějších produktech bank – vkladních knížkách a účtech. Vklady na knížkách se úročily podle stanovené úrokovací míry a úrokovací doby. Čtenář zde našel jednoduchý postup pro výpočet úrokovací doby. Dalším popisovaným produktem bank byl účet s možností kontokorentu, neboli účet s povolenou možností jeho přečerpání. Přečerpání bylo vlastně druhem úvěru a jeho vlastník byl povinen zaplatit příslušné úroky z přečerpané částky. Na účtech se tedy počítal kreditní úrok z prostředků vložených (nejčastěji 1 % per annum s obratovou provizí 1 ‰). Při přečerpání účtu se musel vypočítat debetní úrok, který si banka z účtu odebrala (nejčastěji  $4\frac{3}{8}$  % per annum včetně úvěrové provize, obratová provize činila opět 1 ‰). Výše úroku byla vázána na typ účtu. Obvykle závisela na tom, zda byl účet veden ve volných či vázaných korunách.

V kapitole XVII. nazvané *Finanční matematika* bylo hlavním tématem složené úrokování a dlouhodobé střádání. Jednotlivé podkapitoly *Počet úrokový složený*, *Porovnávání úrokových měr*, *Dlouhodobé střádání*,



*Počet důchodový a umořovací, Umořovací plány a Skutečná úroková míra při obligátních půjčkách* obsahovaly základní pravidla a zákonitosti spoření a úvěrů spojených s bankovními ústavy. Byly vyloženy užívané symboly a základní vzorce, pro polhůtní i předlhůtní úrokování, porovnání úrokových měr na základě intenzity úrokování (tj. podle frekvence připsování úroků). Výklad dlouhodobého střádání, tvorby důchodů a umořování dluhu byl přehledný, nenáročný na výpočty (autor se odvolával na využívání tabulek v kapitole A) a dával každému čtenáři nástroje k vlastnímu plánování finančních operací. Za velmi cenné považuji návody na tvorbu umořovacích plánů pro úvěry úročené předlhůtně i polhůtně. Podívejme se na jeden z nich.

<i>Pololetí</i>	<i>Zbytek dluhu počátkem pololetí</i>	<i>p% úrok do konce pololetí</i>	<i>Splátka koncem pololetí</i>	<i>Řádka do konce</i>
1	$D_n$	$u_n = D_n \cdot i$	$\sigma_n = \alpha - u_n$	$n$
2	$D_{n-1}$	$u_{n-1} = D_{n-1} \cdot i$	$\sigma_{n-1} = \alpha - u_{n-1}$	$n - 1$
...	...	...	...	...
$n$	$D_1 = \alpha \cdot r^{-1}$	$u_1 = D_1 \cdot i$	$\sigma_1 = D_1$	1

([JJ], str. 226)

V tabulce vidíme umořování dluhu  $D_n$  v  $n$  pololetích při dekurzivním úročení. Splátka koncem pololetí  $\sigma_n$  byla vlastním úmorem dluhu,  $\alpha$  – anuita,  $u_n$  – úrok za dané pololetí,  $i$  znamenalo  $p\%$  úrok zapsaný desetinným číslem a  $r = (1 + i)^{-1}$ .

Samostatná osmnáctá kapitola se vztahovala ke kapitole C, která obsahovala tabulky z pojistné matematiky. Byly v ní vyloženy koeficienty využívané při pojištění – tj. pojištění kapitálu na dožití, pojištění kapitálu splatného po smrti pojištěné osoby a pojištění renty.

Ostatní kapitoly (XVI., XIX., XX., XXI. a XXII.) obsahovaly základní vzorce příslušných matematických témat (viz obsah této příručky) a není nutné je podrobněji rozebírat.

### **Hodnocení příručky**

Jsem přesvědčen, že tato publikace byla velmi hojně využívána. Hovoří o tom i počet jejích vydání. Měla ucelený charakter a zahrnovala látku z více oblastí, které spolu souvisely – obchod, finance, pojištění a nutná matematika. Spousta lidí dnes ve finančních transakcích nevidí a nechce nevidět matematiku a z toho pak vzniká řada fatálních problémů.

Pro mě jako člověka, který se nevěnuje obchodu, obsahuje příručka obrovské množství nových informací z této oblasti. Navíc uvádí spoustu zajímavostí z nedávné historie peněžnictví. Zákonitosti finanční matematiky jsou platné i přes časový odstup. Její jednotlivé části jsou vyloženy přehledně s důrazem na možné praktické aplikace. Teorii a matematické vědomosti čtenáře staví autor do méně významné pozice. Většina zpracovaných témat je stále aktuálních či po listopadové revoluci 1989 nabyly znovu na významu. Změny způsobené časovým odstupem nebrání pochopení podstaty problému a následnému použití v současném světě financí.

Osobně mohu tuto příručku doporučit k prostudování každému zájemci o finanční tematiku. Budoucí zaměstnanci bankovních ústavů by se s jejím obsahem měli seznámit v rámci rozšiřování znalostí dějin finančnictví.

V této době se již nejedná o tradiční školní učebnici, ale o učební pomůcku pro veřejnost. Z prostudovaných vydání je možné vyzdvihnout v pořadí sedmé z roku 1928 (rozsah 234 stran). Poznamenejme, že v roce 1938 vyšlo druhé rozšířené vydání první části nazvané *Soustavný přehled* (rozsah 557 stran). Tento přehled shrnoval, jak jsem již zmínil, veškeré vzorce používané v kupecké, finanční a pojistné aritmetice.

### **5.1.2 Učebnice, sbírky a přehledy matematiky určené pro střední školy**

Československý stát od svého vzniku velmi dbal na vzdělávání. V prvních poválečných letech se matematika na našich školách vyučovala převážně podle upravených učebnic, které vyšly ještě před válkou nebo v jejím průběhu. Některé učebnice byly převzaty beze změn tak, jak se používaly ve třicátých letech. Nové učebnice matematiky se začaly pomalu objevovat již od konce roku 1945; jednalo se především o aritmetiky, sbírky úloh a matematické přehledy pro obecné, měšťanské a střední školy. Od roku 1945 do roku 1952 vyšlo několik desítek nově upravených či zcela nových učebnic a sbírek. České verze sepsali Jan Bílek (1907–1972), Bohumil Bydžovský (1880–1969), Eduard Čech (1893–1960), Otokar Maška (1886–1977) a Metoděj Ostrý (1888–1974); slovenské publikovali Anton Dubec (1906–1975), Josef Kroupa (1910–1975) a Ján Štalmašek (1905–1965).

Autoři většinou pracovali v týmech pod patronací výzkumných ústavů, mnoho učebnic bylo přeloženo z českého jazyka do slovenského nebo naopak.

**Josef Vlček: *Sbírka příkladů z matematiky pro střední školy*,  
2. vydání, Komenium, učitelství nakladatelství, Brno, 1948, 72 stran.**

Byl to devatenáctý svazek příručky ke zkouškám „dospělých osob“ z učiva střední školy a k opakování učiva pro žáky. První vydání z roku 1947 neslo název *Sbírka příkladů z matematiky pro měšťanské školy*. Příručka obsahovala základní typy příkladů bez uvedení výsledků. Rozdělena byla na čtyři kapitoly: *Aritmetika (Nácvik a Užití)*; *Algebra*; *Smíšené příklady*; *Geometrie (Nácvik a Užití)*.

V první kapitole v části *Nácvik* jsou dvě stručné podkapitoly každá o rozsahu jedné strany věnující se úrokování: XXII. A *Počet úrokový jednoduchý*; XXII. B *Počet diskontový*. Uveďme jeden typický příklad.

*Živnostník má na svém běžném účtu tyto záznamy: 15/7 vloženo 3500 Kčs; 1/9 vybráno 900 Kčs; 15/9 vloženo 2000 Kčs; 4/10 vybráno 1500 Kčs; 10/12 vloženo 4000 Kčs. Vypočítejte zůstatek vyúčtovaný k 31/12 při 4½% úrokování při srážce 7 Kčs 20 h zúčtovaných výloh! ([VL], str. 17, výsledek: 64,60 Kčs)*

Z uvedeného příkladu je zřejmé, že sbírka rozvoj finanční gramotnosti příliš neovlivnila.

**Václav Seliger: *Matematika III. (Učební text pro III.ročník obchodních akademii)*, 1. vydání, Státní nakladatelství, Praha, 1948, 57 stran.**

Jednalo se o třetí díl třídílné sady učebnic matematiky určených pro obchodní akademie. Jednotlivé díly nebyly rozsáhlé, nepřekročily rozsah sta stran. Učebnice byla schválena výnosem ministerstva školství a osvěty ze dne 16. srpna 1948 č. A-171668/48-IV/2 a byla zcela věnována finanční aritmetice. Při poměrně malém rozsahu (pouhých 57 stran) obsahovala 22 typových příkladů (ve většině kapitol se jednalo o skupinu příkladů) s podrobným řešením, komentářem i zkouškou a 245 příkladů na procvičení, bohužel bez uvedení výsledků.

Přiblížme nyní obsah učebnice (u každé významnější kapitoly uvedu pro názornost jeden příklad).

**Část I. Opakování.**

**Část II. Složené úrokování polhůtné.**

3. Úrokování jednoduché a složené.

6. Úrokování za celá úrokovací období.

116. Jak vzroste dluh Kčs 50 000 za 15 let a) při  $6\frac{1}{2}\%$  p. a., b) při  $3\frac{1}{8}\%$  p. s.? ([SE], str. 9)

7. Úrokování za část úrokovacího období.

125. Nač vzroste jistina Kčs 24 765 za 6 let, 10 měsíců a 20 dní a) při 1 % p. q., b) při 2% p. s., c) při 4% p. a.? ([SE], str. 10)

8. Odúrokování za celá úrokovací období.

127. Vypočítejte počáteční hodnotu kapitálu Kčs 64 639,80 spl. za 10 let při  $1\frac{3}{4}\%$  p. s.! ([SE], str. 11)

9. Odúrokování za část úrokovacího období.

10. Výpočet doby

145. Dlužník má zaplatiti Kčs 24 765 hotově a Kčs 25 000 za 5 let; kdy může zaplatiti celou částku najednou při  $1\frac{1}{2}\%$  p. q.? ([SE], str. 15)

11. Výpočet úrokové míry.

159. Pohledávka se za 20 let ztrojnásobila; při které úrokové míře a) pololetní, b) čtvrtletní se to stalo? ([SE], str. 17)

12. Rovnomocná míra úroková.

160. K úrokové míře  $2\frac{1}{2}\%$  p. s. vypočítejte rovnomocnou úrokovou míru a) roční, b) čtvrtletní! ([SE], str. 18)

13. Dlouhodobé střádání.

14. Výpočet úspory a vkladu.

179. Kolik si nastřádáme za 5 let měsíčními počátečními vklady po Kčs 100 při 1 % p. q.? ([SE], str. 21)

15. Výpočet doby při střádání.

16. Výpočet úrokové míry při střádání.

202. Při které úrokové míře roční vznikla za 10 let úspora Kčs 89 156,32 měsíčními polhůtnými vklady po Kčs 600? ([SE], str. 24)

**Část III. Počet důchodový při úrokování polhůtném.**

17. Důchod stálý.

18. Stálý důchod odložený.

212. Vypočítejte čtvrtletní stálý o 5 let odložený důchod založený jistinou Kčs 74 300 při 1 % p. q.! ([SE], str. 27)

19. Důchod dočasný.

236. Při které úrokové míře roční byl vyplácen z jistiny Kčs 400 000 bezprostřední roční 25letý důchod Kčs 30 000? ([SE], str. 31)

20. Dočasný důchod odložený.

#### **Část IV. Počet umořovací při úrokování polhůtném.**

21. Umořování půjček anuitních.

266. Dlužník si vypůjčil hotově Kčs 200 000 na  $3\frac{1}{4}$  % p. s.; jak velké pololetní anuity platí, chce-li dluh umořiti za 19 let? ([SE], str. 35)

22. Umořovací plány.

23. Umořovací plány s neúplnou anuitou.

280. Za kolik let byl umořen dluh Kčs 300 000 ročními 6% anuitami při úrokové míře 5 % p. a.? Vypočítejte neúplnou anuitu a sestavte umořovací plán za první a poslední 3 roky! ([SE], str. 40)

24. Umořování dílčích úpisů.

286. Dluh Kčs 100 000 rozdělený na 500 stejných dluhopisů má být umořen v 5 letech ročními anuitami při 6 % p. a.; sestavte umořovací plán (celý!) a) s propočítáním zbytků, b) se zaokrouhlenými anuitami! ([SE], str. 44)

#### **Část V. Složené úrokování předhůtné.**

25. Základní rovnice.

290. Nač vzroste dluh hotově vyplacený a) Kčs 5 542 za 7 let při 1,75 % p. s. ant., b) Kčs 16 932,45 za 32 roky při 4 % p. a. ant.? ([SE], str. 47)

26. Rovnomocné míry úrokové.

#### **Část VI. Počet umořovací při úrokování předhůtném.**

27. Základní rovnice.

311. Jak velký dluh byl umořen za 25 let ročními polhůtnými anuitami Kčs 22 869,05 při 6 % p. a. ant.? ([SE], str. 53)

28. Umořovací plány; kontrolní výpočty.

29. Umořovací plány s anuitami úplnými.

325. Dluh Kčs 400 000 jmenovité hodnoty má být úplně umořen za 25 let při 6 % p. a. ant.; vypočítejte roční anuitu a sestavte umořovací plán za poslední 3 roky splácení! ([SE], str. 56)

### 30. Umořovací plány s neúplnou anuitou.

Z výčtu témat a znění úloh se domnívám, že dnešní absolvent gymnázia by měl s řešením většiny z nich nepřekonatelné problémy. Dokud by si správně neuvědomil okamžiky úrokování a diskontování, nemohl by se vůbec dobrat ke správnému řešení.

### Hodnocení učebnice

Z obsahu učebnice je patrné její odborné zaměření. Absolvent obchodní akademie měl být zběhlý při práci s finančními problémy a měl ovládat všechny drobné rozdíly způsobů úrokování. Učebnice nebyla určena běžnému občanovi a nebyla tedy pro střední školy všeobecně vzdělávacího charakteru. Pokrývala všechny standardní varianty spoření, vyplácení a splácení. Zmatek při číslování podkapitol 3 a 6 lze připsat tiskové chybě.

Student v učebnici našel definice všech základních pojmů, standardní značení veličin, odvození vzorců i ukázky jejich použití před předložením množství neřešených příkladů, které více než dostatečně pokrývaly základní témata finanční aritmetiky (zejména pokud hovoříme o předlůhnutím a polhlůhnutím úrokování).

Konstatuji, že se jednalo o velmi kvalitní a podrobně rozpracovaný průvodce finanční aritmetikou s velkou základnou úloh na procvičení.

### **Eduard Čech: *Aritmetika pro II. třídu středních škol*, částečně změněný dotisk 1. vydání, Státní nakladatelství, Praha, 1949, 98 stran.**

První vydání této učebnice vyšlo v roce 1943 a bylo schváleno výnosem ministerstva školství ze dne 14. května 1943 (čís. 44 782/43-II/2) jako učebnice pro II. třídu českých středních škol (podrobně viz [CE2] v předešlé kapitole). Učebnice byla rozdělena do šesti základních paragrafů. Z hlediska finanční matematiky nás zajímá jen předposlední paragraf s názvem *Procenta. Úroky* (rozsah 18 stran).

Částečně změněný poválečný dotisk prvního vydání byl povolen pro školní rok 1949/50 výnosem ministerstva školství, věd a umění ze dne 13. ledna 1949, č. 111010/49-I/1. V té době již byla týmem autorů vedeným Eduardem Čechem z Výzkumného ústavu J. A. Komenského připravována zcela nová třídílná řada učebnic *Aritmetika pro střední školy*. Její příslušný díl pro druhou třídu je analyzován níže (viz [BC]).

Tento poválečný dotisk se na našich školách používal jen jeden rok. Jeho struktura byla velmi podobná válečnému vydání; pouze první

opakovací paragraf byl rozdělen na dvě části – *Procvičování učiva I. třídy a Dělitelnost*.

Výše zmíněný paragraf *Procenta. Úroky* byl rozšířen pouze o část *Procvičování počtu procentového* (rozsah 21 stran). Nejvíce změn bylo provedeno v textu úloh, neboť autor vynechal a nahradil úlohy poplatné době německé okupace.

### **Rozbor podkapitol pracujících s úroky**

Počítání úroků se týkaly čtyři podkapitoly v rozsahu deseti stran:

- Úrok;
- Výpočet úroku úsudkem;
- Výpočet úroku vzorcem;
- Obrácené úlohy úrokového počtu.

Jednalo se o první ucelenější seznámení žáků s problematikou úroků; tomu odpovídala úroveň a náročnost úloh. Prvořadým cílem bylo představit žákům nové téma a seznámit je se základními pojmy – jistina, úrokování, úrok. Vyložená teorie byla objasněna v sedmi řešených příkladech, vedle nichž bylo na procvičení uvedeno šest úloh s mnoha variantami zadání. Úlohy nebyly příliš náročné. Uveďme pro představu dvě z nich.

*Příklad 1. Vypočtete úrok z jistiny 4 758 Kčs za 7 měsíců při úrokové míře  $5\frac{3}{4}$  %.* ([EC], str. 81, výsledek: 159,60 Kčs)

*311. Pomocí vzorce vypočtete úrok j) Ze 21 734 Kčs za dobu od 17. června do 5. září při 5 %.* ([EC], str. 84, výsledek: 232,40 Kčs)

Množství variant nabízených na samostatné procvičení obvykle přesahovalo deset. Tento počet vedl ke zmechanizování postupu výpočtů a tím k snazšímu pochopení témat v dalších školních letech, kdy se žáci setkávali s náročnějšími úlohami zahrnutými do kapitol o posloupnostech – dlouhodobé střádání, vyplácení důchodu, splácení dluhu, apod. Učebnice jako celek byla žákům dobrou pomůckou.

**Eduard Čech a kolektiv: *Matematika pro III. třídu gymnasií*,  
1. vydání, Státní nakladatelství učebnic, Praha, 1951, 177 stran.**

Učebnice se skládala ze dvou základních částí – *Aritmetika* (podkapitoly: *Posloupnosti, Limity, Kombinatorika, Počet pravděpodob-*

nosti) a *Geometrie* (podkapitoly: *Základy analytické geometrie*, *Užití analytické geometrie*, *Trigonometrie*). Byla schválena výnosem č. 65 499/50-1/1 ministerstva školství, věd a umění ze dne 26. října 1950 jako učebnice pro gymnasia.

Autoři zdůraznili její nové pojetí i způsob zpracování. Zejména v aritmetické části kladli důraz na úvahy, neuváděli výsledky úloh sloužících k procvičení, neboť kontrolu správnosti řešení považovali za součást celé úlohy. Domnívali se, že takové pojetí aritmetiky přispěje nejen k lepšímu a rychlejšímu pochopení významu matematiky, ale také přírodních jevů a společenského dění.

Finanční matematice byla věnována pouze čtvrtá podkapitola první kapitoly *Posloupnosti* nadepsaná *Užití geometrických posloupností*.

### **Rozbor a hodnocení podkapitoly *Užití geometrických posloupností***

Celá podkapitola měla rozsah pouhých šest stran z celkových dvaceti dvou stran kapitoly *Posloupnosti*. Navíc uvedené úlohy nebyly věnovány pouze „peněžům“. Ty byly ukázány jen jako jedna z možností aplikace aritmetické posloupnosti při jednoduchém úrokování a geometrické posloupnosti při složeném úrokování. Hlavním cílem „peněžních“ úloh bylo objasnit, kdy se jistina chová jako člen aritmetické, resp. geometrické posloupnosti.

Teoretický výklad byl veden nejprve zcela obecně bez číselných hodnot. Procento vzrůstu nebylo spojeno s finančnictvím, ale jeho spjatost s dobou jednoho roku byla zdůrazněna. Rovněž byla zmíněna důležitost znalosti práce s logaritmy, bez kterých se student při vyjadřování neznámých ze základního vzorce pro časový horizont větší než jeden rok neobešel.

Byly předvedeny pouze dva řešené příklady. První se věnoval pravidelnému zvyšování hodnoty výroby dílny. Po rozboru a vyřešení příkladu následoval odstavec připomínající finanční aplikace posloupností:

*Nejčastěji se vyskytující úlohy tohoto druhu jsou úlohy peněžní. Je-li nějaká jistina  $a_0$  uložena na  $p$  %, vynese za každý rok úrok, který, není-li vyzvednut, se připočítá k jistině, a za druhý rok už máme vedle úroku z původní jistiny také ještě úrok z úroku. Po  $n$  letech ... ([CP], str. 19)*

Následovalo zavedení pojmů úročitel, odúročitel a velmi podrobně vyřešený příklad dlouhodobého střádání (pravidelné ukládání stejné částky počátkem roku po dobu dvaceti let). Teorie byla ukončena otázkou, jež žákům dělala, dělá a pravděpodobně bude dělat velké problémy:



*Jestliže číslo  $b$  vznikne z čísla  $a$  zmenšením o  $p$  procent, vznikne číslo  $a$  z čísla  $b$  zvětšením. O kolik procent? ([CP], str. 20)*

Celá úvaha byla zapsána symbolicky pomocí vzorců, hledaný počet procent byl označen  $x$ :

$$b = a \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right); \quad a = b \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right).$$

Porovnáním ekvivalentních výrazů pro  $b$  a pomocí algebraických úprav bylo vyjádřeno  $x$ :

$$x = \frac{100 \cdot p}{100 - p}.$$

Hodnota tohoto výrazu je evidentně větší než hodnota  $p$ . Což byl závěr, jenž žákům činil největší problémy.

V závěru podkapitoly bylo uvedeno 20 úloh k procvičení. Finanční problematice se věnovala přesně polovina. Jednalo se o běžné úlohy o spoření, o splácení dluhu, o výpočtu ceny pohledávky, o zajištění fondu či důchodu. Jedna úloha se však značně lišila nejen od ostatních v této učebnici, ale i od ostatních ve většině učebnic tohoto období. Posuďte sami:

*55. Je-li nějaký obnos uložen ve spořitelně pouze po část roku, počítá se úrok jen za tu část roku, po kterou byl obnos uložen (a to zaokrouhlenou sestupně na poloviny měsíců). Uložím-li kapitál  $K$  na  $p$  % uprostřed roku, počítá se úrok do konce roku za zbývajících  $m$  měsíců takto: Nejprve vypočteme, jaký kapitál  $x$  třeba uložit počátkem roku, aby za  $12 - m$  měsíců od počátku roku vzrostl (jednoduchým úrokováním) na hodnotu  $K$ . Potom vypočteme hodnotu  $y$ , na kterou vzroste kapitál  $x$  za jeden rok. Rozdíl  $y - K$  je hledaný úrok. Proveďte výpočet a stanovte vzorec, podle něhož se vypočte úrok z vkladu vloženého uprostřed roku do konce roku za zbývajících  $m$  měsíců. (Poznámka: Kdyby nebylo tohoto opatření, mohl bych zvýšit úrok nad zákonem stanovenou míru. Kdybych totiž uložil na počátku roku třeba 10 000 Kčs na 2 % a vklad vyzvedl koncem pololetí, dostal bych  $i$  s úrokem 10 100 Kčs. Kdybych vyzvednuté peníze ihned zase vložil jako nový vklad, dostal bych do konce roku 101 Kčs úroků. Úroky by tedy činily celkem  $100 + 101 = 201$  Kčs, t. j. o 1 Kčs více než stanovená 2 %.) ([CP], str. 21)*

Tato úloha není dnes příliš aktuální, neboť současné finanční instituce se brání řadou poplatků, které při nedodržení výběrových podmínek mohou překročit i hodnotu úroku, jenž je navíc zdaněný.

Podívejme se na matematickou podstatu úlohy. Necháme-li stranou změnu úrokovacího období, kterou obsahovala, lze dané podmínky poměrně snadno zapsat do vzorců.

- úročení do okamžiku vkladu  $K$ :  $K = x \cdot \left( 1 + \frac{12-m}{12} \cdot \frac{p}{100} \right)$ ;
- úročení do konce roku:  $y = x \cdot \left( 1 + \frac{p}{100} \right)$ .

V popisu řešení jsem zachoval původní značení.

Hodnotu hledaného úroku ( $y - K$ ) pomocí známých hodnot  $K$ ,  $m$  a  $p$  vypočteme ze vzorce, který získáme z výše uvedených vztahů pomocí ekvivalentních úprav rovnic a algebraických úprav výrazů. Obdržíme vzorec:

$$y - K = K \cdot \frac{1 + \frac{p}{100}}{1 + \frac{12-m}{12} \cdot \frac{p}{100}} - K = K \cdot \frac{m \cdot p}{12 \cdot 100 + 12 \cdot p - m \cdot p},$$

jenž udává hodnotu úroku, kterou podle pravidel zmíněných v úloze můžeme nárokovat, jestliže dosadíme hodnotu vkládaného kapitálu  $K$ , úrokové míry  $p$  a počet měsíců zbývajících do konce roku  $m$ .

Citovaná úloha by v dnešní době mohla být zajímavým zpestřením např. výběrového matematického semináře. Uvedená poznámka nemá v dnešní době význam, neboť již neodpovídá platným skutečnostem.

Učebnice nebyla svým rozsahem příliš objemná. Postrádal jsem větší množství řešených příkladů. Teorie byla zpracována dobře a přehledně. Množství úloh k procvičení bylo dostatečné, ale některé z nich musel, podle mého názoru, řešit žák s výraznou pomocí učitele, proto tato učebnice nebyla vhodná k samostudiu.

Neřešené úlohy pokrývaly všechny základní problémy finanční matematiky, s nimiž se mohl tehdejší žák v praxi setkat. Avšak úlohy se žákům mohly zdát uměle vytvořené a spojení s praxí zůstalo skryto. Příspěvek této učebnice ke vzdělanosti v oblasti finančnictví proto nebyl příliš významný.

**Eduard Čech a kolektiv: *Aritmetika pre III. triedu gymnázií*,  
1. vydání, Štátne nakladateľstvo, Bratislava, 1951, 79 stran.**

Jednalo se o slovenský překlad první části nazvané *Aritmetika* výše zmíněné učebnice Eduarda Čecha [CP], který provedl Vojtech Illenčík. Schválilo jej Povereníctvo školstva, vied a umení výnosem č. 4236/1951-II/2 ze dne 6. února 1951 jako učebnici pro třetí třídu gymnázií.

Nebyl to však obvyklý zcela doslovný překlad. V podkapitole nazvané *Použitie geometrických postupností* (v české verzi *Užití geometrických posloupností*) jsem našel tři zajímavé rozdíly.

Prvním rozdílem bylo umístění poznámky, která uzavírala výkladovou část v české verzi. Ve slovenské verzi se tato poznámka nacházela před prvním řešeným příkladem. Důvodem mohla být snaha po ucelené teorii „nerušené“ konkrétními příklady.

Druhým rozdílem bylo znění prvního řešeného příkladu. V české verzi se hledal procentuální nárůst výroby, zatímco ve slovenské rostl počet obyvatel města. Číselně se příklady lišily jen v počtu obyvatel města a hodnotě výroby dílny. Počet procent i další číselné hodnoty uvedené v otázkách byly shodné.

Třetím rozdílem bylo vynechání vysvětlující poznámky v úloze číslo 55, jejíž znění je uvedeno a komentováno výše.

Na hodnocení obsahu finanční matematiky, která se nacházela v této podkapitole a které je uvedeno výše, tyto odlišnosti vliv nemají.

**Otokar Maška: *Přehled matematiky*,  
Nové vydání upravené Borisem Gruberem  
Jednota československých matematiků a fysiků, Přírodovědecké  
nakladatelství, Praha, 1951, 232 stran.**

Jak je z názvu patrné, jednalo se o přehled středoškolské matematiky sepsaný Otokarem Maškou. Jeho nové vydání v roce 1951 upravil asistent ČVUT Boris Gruber podle dřívějších dvojdílných přehledů matematiky tohoto autora, které byly vydávány v Brně již ve dvacátých a třicátých letech. První díl – *Algebra a aritmetika*, první vydání 1925, druhý díl – *Geometrie*, první vydání 1926, vyšly v nakladatelství Dědictví Havlíčkovo, Brno. Původní rozdělení publikace na dva díly bylo zachováno. První nazvaný *Aritmetika a algebra* obsahoval pět kapitol dále členěných na padesát jedna paragrafů, druhý *Geometrie* obsahoval padesát paragrafů

v šesti kapitolách, z nichž jedna byla věnována základům infinitezimálního počtu.

Pro orientaci krátce nahlédněme do obsahu.

### Obsah publikace

Díl první

Aritmetika a algebra

- I. Základní početní výkony (44 strany);
- II. Rovnice (22 stran);
- III. Řady a úrokování (9 stran);
- IV. Kombinatorika (10 stran);
- V. Základy statistiky (6 stran).

Díl druhý

Geometrie

- I. Planimetrie (38 stran);
- II. Stereometrie (11 stran);
- III. Rovinná trigonometrie (25 stran);
- IV. Sférická trigonometrie (9 stran);
- V. Analytická geometrie v rovině (27 stran);
- VI. Základy infinitezimálního počtu (17 stran).

Z pohledu finanční matematiky byla tato publikace zajímavá především tím, že přehledně uváděla pravidla úrokování. V porovnání s pozdějšími publikacemi zde byl znatelný rozdíl – pravidla úrokování byla zařazena do obecného přehledu středoškolské matematiky. Nahlédneme-li do knihy autora Josefa Poláka *Přehled středoškolské matematiky*, v současné době nejrozšířenější ekvivalentní publikace, a sledujeme-li výskyt finanční matematiky u jednotlivých vydání, zjistíme zásadní rozdíl až mezi čtvrtým vydáním z roku 1983 (viz [PJ4]) a pátým vydáním z roku 1991, tj. vydání nejbliže předcházejícím a vydání nejbliže následujícím revolučnímu roku 1989. Od pátého přepracovaného vydání z roku 1991 (rozsah 608 stran), jež vychází beze změn až do osmého vydání v roce 2005 (viz [PJ]) nacházíme na straně 277 v kapitole o posloupnostech a řadách jeden řešený příklad na složené úrokování. V prvním vydání Polákova *Přehledu* z roku 1972 (rozsah

627 stran) až zmiňovaném čtvrtém vydání tento či podobný příklad nenalezneme.

Zcela odlišná situace je však u Maškova přehledu, v němž se zaměříme jen na třetí kapitolu prvního dílu nazvanou *Řady a úrokování*. Tato kapitola je rozdělena do pěti paragrafů:

§ 33. *Aritmetické řady*;

§ 34. *Geometrické řady*;

§ 35. *Složená řada*;

§ 36. *Úrokový počet*;

§ 37. *Střádání, důchod, úmor*.

### Charakteristika jednotlivých paragrafů

Veškeré definice, pravidla a vlastnosti pojmů autor zapsal a vysvětlil nejprve s maximálním využitím symbolů a teprve pak popsal slovně. Pro názornost připojil také jednoduché příklady, čímž značně usnadnil studium a pozdější použití získaných vědomostí. Příklady pomáhaly čtenáři hlouběji pochopit smysl jednotlivých pouček.

V § 33. *Aritmetické řady* a § 34. *Geometrické řady* byly uvedeny a objasněny základní vlastnosti příslušných číselných řad. Zvláštní symboly byly následně pojmenovány a popsány v poznámkách pod čarou. Uveďme jednu z nich.

$\Sigma$  (*sigma*) je velké *S* řecké abecedy. ([OM], str. 75)

Třicátý pátý paragraf byl věnován speciálním složeným řadám. Byly popsány aritmeticko-geometrické řady, které vznikají násobením stejnohlých členů aritmetické a geometrické řady, tj.  $n$ -tý člen složené řady vznikne jako součin  $n$ -tého členu aritmetické a  $n$ -tého členu geometrické řady.

Následující dva paragrafy byly již věnovány finanční matematice.

Ve třicátém šestém paragrafu byly zdůrazněny stěžejní pojmy finanční matematiky a bylo uvedeno jejich značení: *jistina* čili *kapitál* ( $J$ ), *úroková míra* čili *procento* ( $p$ ), *úrok* za určitou dobu ( $u$ ) a *doba* v letech ( $t$ ). Bylo vyzdvíženo základní rozdělení úloh podle typu úrokování. Pro oba typy úrokování byly uvedeny a vysvětleny základní vzorce.

U jednoduchého úrokování byla zdůrazněna konstantní výše kapitálu a jednorázové přičtení úroků. Pro výpočet těchto úroků byly uvedeny dva vzorce, které se liší časovou jednotkou; bylo zdůrazněno, že se otázka

nemusí vždy týkat jen úroků, ale i ostatních veličin. Pro úplnost uveďme oba vzorce:

$$u = \frac{J \cdot p \cdot t}{100} \text{ za } t \text{ let nebo } u = \frac{J \cdot p \cdot \frac{d}{360}}{100} = \frac{J \cdot p \cdot d}{36000} \text{ za } d \text{ dní.}$$

([OM], str. 79)

U výkladu složeného úrokování byly zdůrazněny dvě základní otázky. První, která se ptala na budoucí hodnotu současného kapitálu, pracovala s úročitелеm  $r^n$ , a druhá, která se ptala na současnou hodnotu budoucího kapitálu, pracovala s odúročitелеm  $r^{-n}$ . Veličina  $r$  byla v těchto příkladech desetinné číslo  $(1 + p/100)$  a  $n$  byl počet úrokovacích období. Hodnota úročitele i odúročitele byla nalezena v tabulkách a po vynásobení danou veličinou byl získán výsledek, tj. hledaný kapitál. Vše bylo ukázáno na třech řešených příkladech. Ve třetím příkladu byla uvedena i možnost změny doby připisování úroků, jednalo se tedy o „zdvojený“ příklad. Zatímco ve třicátém šestém paragrafu byly vyloženy a popsány základní veličiny a vzorce finanční matematiky, v závěrečném, třicátém sedmém paragrafu se nacházely řešené úlohy vztahující se k dlouhodobému střádání, důchodu a úmoru. Ve výkladu byly zdůrazněny zákonitosti geometrické řady, navíc nebylo opominuto ani uvedení příslušných pojmů z finančnictví v souvislosti s danou situací – tj. střadatel při dlouhodobém střádání, zásobitel při zakládání důchodu a umořovatel při splácení čili umořování dluhu, jejichž tabulky byly studentům k dispozici.

Uveďme znění řešených příkladů, na kterých autor objasňoval základy finanční matematiky.

I. Úředník ukládá po 10 let vždy počátkem roku 500 Kčs při 4% celoročním úrokování. Kolik nastrádá do konce 11. roku?

II. Jaký obnos musíme dnes uložit, aby nám vždy koncem roku po 20 let byla vyplacena renta 10 000 Kčs (při 4% celoročním úrokování)?

III. 1. Dluh 50 000 Kčs má být splacen dvaceti splátkami začátkem každého pololetí. Jaké budou tyto splátky při 5% pololetním úrokování (první splátka za půl roku)?

III. 2. Jak dlouho se bude splácet 100 000 Kčs ročními splátkami 6 000 Kčs koncem roku a jak velká bude poslední splátka? ( $4\frac{1}{2}$  % celoročně.)

([OM], str. 80–83)

## Hodnocení publikace

Tento přehled matematiky považuji za cenný především proto, že ukazuje možnost vyložení podstaty finanční matematiky na velmi malém prostoru devíti stránek malého formátu (12 cm x 17 cm).

Je nepopíratelné, že publikace není postačující ke studiu celého spektra finanční matematiky, což ovšem nebylo jejím cílem. Jedná se totiž o přehled matematiky a jako takový slouží k opakování či oživení již dříve nastudované látky. Napadá mě přirovnání, že jde o záchranný kruh na lodi vědění, po kterém může každý v okamžiku nouze sáhnout, pokud se ovšem již dříve naučil, jak s ním zacházet.

**Jan Bílek, Eduard Čech, Karel Hruša, Vítězslav Jozífek, Karel Prášil,  
Karel Rakušan: *Aritmetika pro druhou třídu středních škol*,  
2. vydání, Státní nakladatelství učebnic, Praha, 1951, 132 stran.**

Cílem autorů bylo sepsat matematickou učebnici, kterou by mohli využívat učitelé všech typů středních škol. *Aritmetiku* schválilo svým výnosem č. 16 781/51-I/1 ministerstvo školství, věd a umění dne 21. března 1951 jako učebnici pro střední školy.

Druhé vydání se nijak neodlišovalo od prvního, pouze jeden rok starého vydání (schváleno výnosem č. 57 897/50-I/1 ministerstva školství, věd a umění ze dne 5. května 1950 jako učebnice pro střední školy).

Jednalo se o celorepublikově rozšířenou a užívanou středoškolskou učebnici ze čtyřdílné sady – *Aritmetika pro první, druhou, třetí a čtvrtou třídu středních škol*, které vycházely beze změn až do roku 1953. Velké procento budoucích maturantů z ní mohlo studovat; její obsah patřil do základního okruhu maturitního učiva. Za jistý nedostatek učebnice lze považovat, že neobsahovala složené úrokování. Jednoduché úrokování bylo naopak vyloženo do nejnítěrnějších detailů ve čtvrté podkapitole nazvané *Úrok*, která byla součástí šesté kapitoly *Procenta. Úrok*.

### Charakteristika podkapitoly *Úrok*

Dvanácti stránková podkapitola spolu se základní teorií obsahovala řadu řešených příkladů a neřešených úloh. Teorie byla popsána velmi podrobně a také komentáře řešených úloh byly poměrně rozsáhlé.

V úvodu byl student seznámen s pojmem *úrok* a s jeho vztahem k základní dvojici finanční matematiky *věřitel – dlužník*. Pojednáno bylo

o výhodách vkladů do peněžních ústavů a o výhodách i nevýhodách půjček, které tyto ústavy poskytovaly.

Byla vyzdvížena společenská důležitost vkladů, které peněžní ústav dále investoval do budování veřejného hospodářství. Vkladateli bylo zdůrazněno, že jeho vklad přispívá k výstavbě továren, divadel, škol, bytů apod., za který mu peněžní ústav vyplácí poplatek za tuto možnost investování a ten byl nazván *úrokem*. Povinnost placení úroků byla vysvětlena pro obě možnosti, tedy jak pro případ, že občan peníze do ústavu vložil, tak pro případ, že si je od ústavu půjčil. Citujme předložený výklad:

*Vložíte-li peníze do peněžního ústavu, dáváte mu tím právo hospodařiti s vašimi penězi a za toto právo vám peněžní ústav vyplácí poplatek, zvaný **úrok**. Peněžní ústav použije vašich peněz na budování veřejného hospodářství. ... Vklad u peněžního ústavu zůstává vaším majetkem, ústav vám jej na vaše přání vrátí. Vy jste peníze jen půjčili peněžnímu ústavu, jste tedy jeho **věřitelem** a ústav je vaším **dlužníkem** ...*

*Peněžní ústavy nejen přijímají vklady, ale též poskytují **půjčky**. Vypůjčíte-li si u peněžního ústavu peníze, potom je ústav vaším věřitelem a vy jste dlužníky ústavu. Za právo hospodařiti s penězi ústavu platíte ústavu úrok zase vy ...*

*Úroková míra pro vklady je vždy nižší, nežli je úroková míra pro půjčky. Proč? Má-li peněžní ústav zisk, je ho použito v prospěch veřejného zřízení ... ([BC], str. 101–102)*

V podkapitole rozdělené podle náročnosti výpočtu do dvou částí se objevovalo jen jednoduché úrokování. Složené úrokování bylo připomenuto pouze v jednom odstavci s poznámkou, že úroky vkladů nebylo nutno vždy vybírat, ústav je připočetl na konci roku ke vkladu a v dalším roce úročil takto navýšenou částku.

Výklad učiva předpokládal jen znalost počítání s procenty a znalost kalendáře pro zjištění počtu dnů uložení vkladu.

a) *Výpočet úroku úsudkem*

Znění řešených úloh nám ukáže jejich nenáročnost. Na ukázkou plně stačí dvě úlohy.

1. *úloha* *Kolik Kčs úroku dá jistina 3 600 Kčs při úrokové míře 3 %:*

*a) za jeden rok? b) za 4 roky? c) za půl roku? d) za čtvrt roku? e) za měsíc?* ([BC], str. 102, výsledky: a) 108 Kčs, b) 432 Kčs, c) 54 Kčs, d) 27 Kčs, e) 9 Kčs)



3. úloha Vypočtete úrok z jistiny 7 264,65 Kčs při úrokové míře  $4\frac{1}{2}\%$  za dobu od 14. března do 12. října. ([BC], str. 103, výsledek: za 207 dnů činí úrok po zaokrouhlení 188 Kčs)

K samostatnému procvičení bylo předloženo dalších dvacet devět úloh s jednoduchým zadáním, které navíc nebyly ani textově příliš bohaté. Základní úkol zněl: *vypočtete úrok*. U některých úloh se měl výpočet provést z paměti, u jiných písemně.

b) *Výpočet úroku vzorcem*

Ve druhé části bylo zavedeno symbolické označení jednotlivých veličin, tj. jistina  $j$ , úroková míra  $p$ , počet roků  $r$  a úrok  $ú$ . V neobvykle podrobném postupu s bohatým komentářem byl odvozen vzorec

$$100 \cdot ú = j \cdot p \cdot r,$$

kteřý byl studentům intuitivně znám již z řešení úloh v části a). Hlavní význam této části spočíval právě v jeho odvození a obecném vyjádření.

V řešených úlohách byly zdůrazněny dva základní kroky postupu, tj. dosazení do vzorce a provedení výpočtu. Jedna řešená úloha náročností z části a) doplněná komentářem zabírala celou jednu stránku. Ve druhé části byly jen dva řešené příklady a devět neřešených úloh na procvičení.

Následující čtyři stránky byly psány písmem menší velikosti; pravděpodobně se jednalo o rozšiřující učivo. Popsány byly další možnosti využití výše uvedeného vzorce. Do této chvíle se v každé úloze počítal úrok, nyní byly vyloženy zbylé tři možnosti, tj. výpočet jistiny, výpočet úrokové míry a výpočet doby, pokud byly známy ostatní tři veličiny. Pro každou možnost byly uvedeny dva řešené příklady s podrobným komentářem.

Na závěr bylo dáno cvičení, v němž se doplňuje tabulka (třináct obměn zadání – řádků a čtyři sloupce). Každý sloupec zastupuje jednu finanční veličinu, tj. jistina, úrok, doba a úroková míra, v jednotlivých řádcích jsou uvedeny hodnoty tří veličin a hodnota čtvrté veličiny se dopočítává.

### **Hodnocení učebnice**

Jednalo se o středoškolskou učebnici matematiky, která finanční matematiku postavila na okraj zájmu a zredukovala ji jen na nejjednodušší problémy, na nichž si studenti mohli pouze procvičit svou zručnost při práci s procenty.

Poznamenejme, že jednoduché úlohy věnující se procentům mají bohatší text, reagují na aktuální události, daleko více odrážejí politické a hospodářské změny. Podívejme se na dvě z nich.

563. *JZD mělo na skladě 384 q pšenice, žita a ječmene. Žita bylo 20% váhy všeho obilí, ječmene 140% váhy žita. Kolik bylo žita a ječmene celkem?*

565. *Alexander Stachanov, slavný sovětský úderník, narubal za směnu 321 t uhlí, při čemž normální výkon byl 14 t. Na kolik procent splnil normu?* ([BC], str. 100, výsledky: 563. 184,32 q; 565.  $2\ 292\frac{6}{7}\%$ )

Přínos této učebnice v oblasti finanční matematiky byl naprosto nepatrný. Student by po prostudování textu měl chápat smysl úroků, půjčky a dluhu, ale výpočty zahrnující složené úrokování by byly pravděpodobně nad jeho síly. Pokud autoři mínili vložit podkapitolu *Úrok* s cílem procvičení procentového počtu, množství základních početních úkonů mohlo vést u studentů ke zmechanizování výpočtů a k excelentním výkonům při práci s procenty.

Vidíme, že s příchodem komunistů k moci a jejich představě společnosti bez potřeby finančních prostředků jako kapitalistického přežitku se velmi rychle měnil obsah úloh s původně finanční tematikou. Týkalo se to nejen aplikací vlastností aritmetické a geometrické posloupnosti, které se textově zcela přesunuly do výroby, ale také základního procentového počtu. Finanční úlohy se proto objevovaly jen zcela výjimečně.

**Rudolf Zelinka: *Učební texty pro aritmetiku, III. část*,  
2. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1952, 190 stran.**

Tyto texty byly sepsány pro státní kurzy, které byly „přípravkami“ pracujících ke studiu na vysokých školách a na školách důstojnického dorostu. Jednalo se o třídílnou sadu učebnic aritmetiky, jež zcela pokrývala rozsah středoškolského učiva a v této podobě vycházely od roku 1951 do roku 1953. Přestože třetí část obsahovala témata vhodná pro zařazení úloh s finanční tematikou, na nichž by se dala ukázat další oblast praktického využití matematických dovedností, nebyla zařazena ani jediná.

**Josef Huka, Vítězslav Jozífek: *Matematika pro I. ročník strojnických škol*, 2. přepracované vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1953, 280 stran.**

Tato učebnice matematiky byla schválena výnosem č. 16 637/52-IV/6 ministerstva školství, věd a umění ze dne 28. července 1952 jako učební text pro první ročník strojnických škol a večerních škol pro pracující.

Její autoři označovali matematiku na strojnické škole za průpravný předmět, který měl poskytnout studentům takové vědomosti, aby mohli řešit úlohy v odborných předmětech a pozdější praxi. Předpokládali, že se studenti s většinou uvedeného učiva již dříve setkali. Vzhledem k charakteru večerních škol pro pracující ovšem nepředpokládali dobrou znalost vykládané látky. Důraz kladli na praktické úlohy se zaměřením na budoucí povolání absolventů. Autoři zdůrazňovali:

*Rozsah učiva je takový, že se dají s pomocí odborných nauk řešit všechny úlohy, které strojnická praxe denně přináší jak v provozu, tak i v jednodušší konstrukci. Bude mít tedy každý příležitost, až se vrátí do výroby jako dělník, rýsovač, postupář, plánovač, úkolář, konstruktér, vedoucí výroby atd., aby využil vědomosti z matematiky ku prospěchu nejen svému, ale i svého národního podniku a tím prospěl mírovému úsilí všech pracujících.* ([HJS], str. 3)

Procentům a úrokům byla věnována patnáctá, pouze třístránková kapitola. Procenta a jednoduché úrokování byly vyloženy na čtrnácti rádcích! Byl zaveden pojem *procento* a *promile*, byl popsán postup výpočtu hodnoty hledané veličiny přes jedno procento. Jednoduchý úrokový počet byl vyložen jako speciální typ procentového počtu závislého na čase. Student byl nabádán k přepočtu každého časového období na roky, což plynulo z pravidla udávat úrokovou míru per annum. Na závěr byly vyřešeny dva jednoduché názorné příklady; jejich komentář byl velmi podrobný.

Kapitola byla uzavřena 25 nenáročnými úlohami, z nichž 13 operovalo s financemi. Uveďme dvě z nich. První byla standardem, tj. textově velmi chudá, druhá byla výjimkou jak v délce textu, tak v počtu výpočtů, které měly být provedeny.

254.  $6\frac{1}{2}\%$  úrok z kapitálu byl 292,50 Kčs. Jaký byl kapitál?

267. Počátkem roku bylo uloženo Kčs 18 200, 5. ledna bylo vloženo Kčs 1 800, 16. února vybráno Kčs 2 200, 1. dubna vloženo Kčs 1 600, 25. dubna vybráno Kčs 900, 19. května vybráno Kčs 2 500 a 20. června vloženo Kčs 1 200. Jaký byl stav vkladu i s úroky koncem června při 2% úrokování? (Vypočtete nejprve úroky ze všech vkladů ode dne vložení do konce června)

*a od nich odečtete úroky ze všech výplat ode dne vybrání do konce června!)*  
([HJS], str. 36, výsledky: 254. 4 500 Kčs; 267. 17 382,80 Kčs)

### Hodnocení učebnice

V úvodu autoři zmiňovali široké spektrum absolventů ve strojnické praxi od dělníka přes plánovače až po vedoucího výroby, kteří by měli získané znalosti využívat v každodenním praktickém životě, proto byla tato učebnice hodně prakticky zaměřená. Veškerá vyložená teorie byla ihned podpořena praktickým využitím, které čtenář našel ve slovních úlohách.

Zaměřím-li se na finanční matematiku, považuji za cenné, že si absolvent dokázal spočítat úrok z vkladu nebo půjčky, i když jen do konce příslušného kalendářního roku. To bylo však pro běžného občana využívajícího legální finanční operace v padesátých letech dvacátého století podstatné. Když opomineme nelegálně provozovanou lichvu, celá nabídka produktů peněžních ústavů se sestávala jen z konkrétních účelových půjček a z vkladů uložených na vkladních knížkách.

**Jozef Kroupa, Karel Rakušan, Anna Rakušanová, Jan Vyšín:**

***Matematika pro šestý postupný ročník,***

**1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1954, 274 stran.**

Publikace z řady učebnic matematiky pro všeobecně vzdělávací školy vyšla za redakce Rudolfa Zelinky, Karla Hruší, Antona Dubce s historickými poznámkami Františka Balady a Karla Koutského. Schválena byla výnosem č. 20 809-1954-A I-1 ministerstva školství ze dne 22. března 1954.

Učebnice byla rozdělena na dvě základní části – aritmetika a geometrie. Kapitola *V. Desetinné zlomky* uvedená v první části obsahovala podkapitolu *10. Úrok* v rozsahu čtyř stran. Úrok byl zde vysvětlen jen s odkazy na práci s procenty; nebyl doplněný teoretickou částí. Student se dozvěděl, že roční úrok se vyjadřuje v procentech jistiny, peněžní ústavy poskytují z vkladů 2 % úroku a z půjčky platíme 4% úrok. Před úlohami na procvičení byly vyřešené a komentované tři jednoduché příklady. Jejich náročnost odpovídala prvnímu seznámení s úroky a celému rozsahu věnovanému finanční matematice. Velmi snadno posoudíme podle následujících úloh.

209. *Vypočtete zpaměti úrok, bylo-li půjčeno: g) 200 Kčs na 1 rok při 4 %.*

211. Vypočtete úrok: e) z 236 Kčs od 17. května do 8. listopadu při 5 %  
([RR], str. 168, výsledek: 209 g) 8 Kčs, 211 e) 5,63 Kčs)

### Hodnocení učebnice

Učebnice patřila ke standardům učebnic studovaného období. Ačkoli byla kvalitní ve většině částí, finanční aritmetiku příliš nepodporovala. Rozsah věnovaný finanční části byl malý, ale ne zanedbatelný. Student se alespoň seznámil se základními pojmy jako byly *úrok*, *vkład* a *půjčka*. Dále ocenil stručný rejstřík s nejdůležitějšími matematickými pojmy. V učebnici však postrádám oddíl s výsledky a také avizované historické poznámky byly malého rozsahu (jen pět stran z celkového rozsahu 274 stran).

**Josef Holubář, František Hradecký, Karel Hruša,  
Ema Kasková, Milan Kolibiar, František Krňan:  
*Algebra pro devátý až jedenáctý postupný ročník,***

**1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1954, 372 stran.**

Souhrnnou učebnici matematiky pro poslední tři ročníky středních všeobecně vzdělávacích škol schválilo ministerstvo školství výnosem č. 28 721/54, A I/1 ze dne 21. dubna 1954 jako učebnici pro výše uvedený typ škol. Recenzována byla například komisí pro učebnice zřízenou při Československé akademii věd, akademikem Otakarem Chlupem, a Výzkumným ústavem pedagogickým v Praze.

Po jejím prostudování měl být student připraven ke složení maturitní zkoušky. Úloh s finanční tematikou nenalezneme mnoho. V části pro jedenáctý ročník v kapitole o posloupnostech a řadách byla otištěna čtvrtá podkapitola nazvaná *Užití geometrických posloupností*, v níž byly na šesti stranách představeny teoretické základy finanční aritmetiky doplněné výčtem základních pěti typů úloh.

$$\text{Člen po } n \text{ změnách je } a_n = a_0 \cdot r^n = a_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \quad (2)$$

Úlohy užívající vzorce (2) můžeme rozdělit do několika skupin:

- Výpočet konečné hodnoty  $a_n$ ,
- výpočet počáteční hodnoty  $a_0$ ,
- výpočet procenta růstu (poklesu)  $p$ ,
- výpočet čísla  $n$ , t. j. počtu změn, jindy počtu období (roků),

- e) *složitější úlohy o růstu (poklesu), které vedou ke geometrickým posloupnostem.* ([HH], str. 280)

Následovalo pět řešených příkladů, které byly postaveny jen na znalosti vlastností geometrických posloupností a řad. „Čisté“ finanční matematice se věnoval pouze příklad pátý, který je uveden níže.

### Charakteristika podkapitoly

Autoři nejprve zmínili důležitost geometrických posloupností. Uvedli, že se v praxi můžeme často setkat se vzrůstem a poklesem číselných údajů, které tvoří geometrickou posloupnost. Vyzdvihli nárůst a pokles o určitý počet procent  $p$  během jednoho roku a odvodili základní vzorec.

Při vzrůstu po  $n$  změnách zapisovali vztah mezi počáteční hodnotou  $a_0$  a konečnou hodnotou  $a_n$

$$a_n = a_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n;$$

při poklesu po  $n$  změnách zapisovali vztah počáteční hodnoty  $b_0$  a konečné hodnoty  $b_n$

$$b_n = b_0 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^n.$$

Připomněli, že se vlastnosti geometrických posloupností využívají k výpočtu složených úroků. Příslušné číslo  $\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$  označili  $r_n$  a nazvali *úročitel* a jeho převrácenou hodnotu *odúročitel*. Zmínili i další využití vzorců, což ukázali v prvním řešeném příkladu, který pojednával o růstu počtu obyvatel ve městě během několika let při konstantním procentuálním ročním nárůstu.

Úlohy týkající se financí autoři rozdělili do pěti skupin: výpočet konečné hodnoty, výpočet počáteční hodnoty, výpočet procenta růstu, výpočet počtu změn čili období a složitější úlohy. Ke složitějším úlohám neuvedli žádné speciální vzorce a odkazovali studenta na jeho znalosti vlastností geometrických posloupností.

Po teoretickém úvodu následovalo pět řešených příkladů; první tři pojednávaly o již zmiňovaném růstu počtu obyvatelstva, odpisování ceny stroje a růstu sklizně. Zajímavé bylo uvedení fyzikální úlohy, v níž se měla vypočítat ztráta intenzity světla při průchodu skleněnou deskou. Pátý příklad ocitujeme v úplném znění:

*Jestliže uložím počátkem každého roku 1 000 Kčs, kolik budu mít při 2%ním úrokování (složeném) po dvaceti letech? ([HH], str. 284, výsledek: 24 781 Kčs)*

Úročitel  $r^{20}$  potřebný k výpočtu našli studenti v tabulce úročitelů. Symbolicky vypadá výpočet takto:

$$s_{20} = a \cdot r^{20} + a \cdot r^{19} + \dots + a \cdot r = a \cdot r \cdot (1 + r + \dots + r^{19}),$$

$$s_{20} = a \cdot r \cdot \frac{r^{20} - 1}{r - 1} = 1000 \cdot 1,02 \cdot \frac{1,4859 - 1}{0,02} = 51000 \cdot 0,4859 = 24780,90.$$

Podkapitulu autoři uzavřeli osmi neřešenými úlohami, z nichž se čtyři vztahovaly k financím a jejichž zaměření a náročnost korespondovala s vyloženou teorií.

### Hodnocení učebnice

V každé kapitole autoři svědomitě vykládali teorii, kterou doplnili řešenými příklady s komentářem. Uzavřeli je rozumným množstvím neřešených úloh různé náročnosti. Jejich cílem bylo, aby byl každý student připraven k maturitní zkoušce z matematiky a přijímacím zkouškám na vysokou školu.

Rád bych vyzdvihl dvě úlohy s finanční tematikou, jež podtrhují praktické využití vlastností geometrických posloupností. V první se jednalo o měsíční důchod pobíraný po deset let a otázkou byla výše původně uložené částky. Ve druhé se uměřoval dluh po dobu patnácti let stejnou částkou splácenou koncem roku a otázkou byla výše této splátky čili anuity. Z mého pohledu se jedná o úlohy pro současného studenta velmi náročné. Ověřují totiž hloubku porozumění vlastnostem geometrických posloupností, případně přímo znalosti finanční matematiky. Student z dob Rakousko-Uherské monarchie či první republiky byl na takový typ úloh zvyklý, ale jednalo se u něho více o početní rutinu z oblasti finančnictví než o hlubší znalost geometrických posloupností.

Vzhledem k náročnosti výpočtů považuji výše citované úlohy za hlavní přínos této učebnice k výkladu finanční problematiky na středních školách v tomto období.

**Jiří Kabele, Jan Kotík, Eduard Kriegelstein, Antonín Pospíšil:**  
***Matematika, II. díl, Učební text pro průmyslové školy (čtyřleté studium),***  
**1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1954, 236 stran.**

Druhý díl třídílné sady učebnic matematiky, který byl určen pro strojnické, stavební, chemické a elektrotechnické průmyslové školy a vycházel do konce padesátých let, schválilo ministerstvo školství výnosem č. 23 801/54-B II/1 ze dne 3. dubna 1954 jako učební text pro obory čtyřletého studia na výše uvedených školách.

Autoři v úvodu zdůraznili význam deduktivního myšlení a výjimečné postavení matematiky v rozvoji technických věd a pokroku vůbec. Petitem odlišili rozšiřující učivo a historické výchovné poznámky od povinného základního učiva. Každou teoretickou část objasňovali na komentovaných řešených příkladech a kapitoly uzavírali větším množstvím neřešených úloh, které uspořádali podle obtížnosti.

V první kapitole se věnovali posloupnostem. V její šesté podkapitole nazvané *Užití geometrických posloupností* se zabývali mimo jiné také základy finanční matematiky.

### **Charakteristika podkapitoly**

Celá podkapitola zaujímala necelých osm stran a finanční oblasti autoři věnovali pět z nich. V teoretickém úvodu podkapitoly vyzdvihli praktické využití geometrických posloupností v některých typech úloh, kde daná či hledaná veličina vzrůstala nebo klesala ve stále stejném poměru, který býval obvykle zadán v procentech. Přednost dávali úlohám spojeným s růstem produktivity výroby, výnosu sklizně, počtu obyvatelstva apod. Finanční aritmetiku představili pomocí úloh, jež pojednávali o úrokování vkladu, sřádnání, umořování dluhu atd.

Teorii doplněnou odvozováním vztahů podporovali graficky, zavedli pojmy *úročitel* a *odúročitel*. Ze tří řešených příkladů byly dva s finanční tematikou. V prvním z nich byla však použita téměř nereálná hodnota úrokování vkladu ve výši 22½ %.

Zaujal mne druhý příklad věnovaný spoření, jenž byl v pořadí třetí řešený, a proto se na něj podívejme podrobně.

*Jakou částku musíme ukládat na počátku každého roku po 20 let při 2% úrokování, abychom tak zajistili fond, který bude možno v dalších deseti letech vyčerpat částkami  $a' = 10\,000$  Kčs, splatnými na konci roku. ([KK], str. 33–34, výsledek: 3 624,20 Kčs)*



Vklady neboli střídané částky označené  $a$  a vybírané částky neboli renty označené  $a'$  autoři převedli na jejich budoucí, respektive minulou hodnotu úrokováním, respektive odúrokováním na konec 20. roku, což byla celková doba spoření. Dostali rovnici:

$$a \cdot q^{20} + a \cdot q^{19} + \dots + a \cdot q^2 + a \cdot q = a' \cdot q^{-1} + a' \cdot q^{-2} + \dots + a' \cdot q^{-9} + a' \cdot q^{-10},$$

kteřou upravili na tvar:

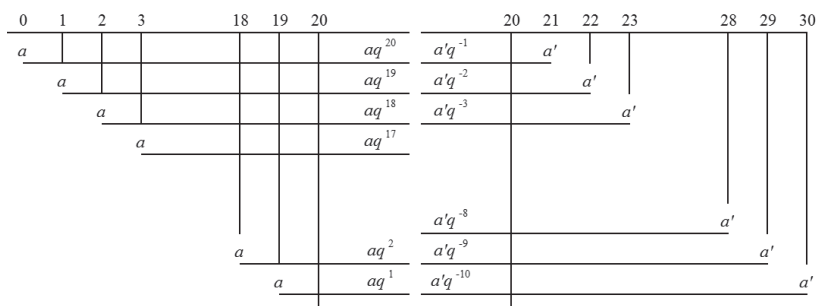
$$a \cdot q \cdot \frac{q^{20} - 1}{q - 1} = a' \cdot q^{-10} \cdot \frac{q^{10} - 1}{q - 1},$$

do něhož dosadili známé hodnoty  $a'$ ,  $q$ , hodnoty  $q^{20}$ ,  $q^{10}$  a  $q^{-10}$  našli v tabulkách úročitelů a odúročitelů. Po dosazení získali rovnici

$$a \cdot 1,02 \cdot \frac{0,48595}{0,02} = 10000 \cdot 0,82035 \cdot \frac{0,21899}{0,02}.$$

Z ní jednoduchými úpravami vypočetli hodnotu vkladu  $a$ , který bylo třeba na počátku každého roku ukládat.

Úlohu jsem vybral ze dvou důvodů. Prvním důvodem bylo, že v ní můžeme nalézt prvky dlouhodobého střídání, důchodu i umořování dluhu zároveň. Druhým důvodem byla zajímavá a neobvyklá grafická podpora. Situace byla zobrazena graficky a užitý vzorec byl z grafu „vyčten“. Podívejme se na obrázek.



([KK], str. 34, obr. 15)

V levé části obrázku vidíme v řádcích nalevo vklady a napravo jejich hodnoty na konci dvacátého roku. V pravé části vidíme v řádcích napravo výběry a nalevo jejich hodnoty na konci dvacátého roku. Jelikož z úročených vkladů získáme výběry, musí být situace na konci dvacátého roku v rovnováze, z čehož plyne výše uvedená rovnice.

Celá podkapitola byla ukončena dvanácti neřešenými cvičeními určenými k procvičení látky; polovina z nich byla věnována finančním problémům.

### Hodnocení učebnice

Učební látka byla v učebnici velmi pečlivě zpracována z teoretického i z praktického hlediska. Podrobná, přehledná a srozumitelná teorie byla doplněna rozumným množstvím řešených příkladů vhodných pro osvojení a prohloubení teoretických poznatků. K dalšímu utvrzení a „zažití“ těchto poznatků bylo určeno větší množství neřešených cvičení.

Podíváme-li se na škálu a objem finanční matematiky určených pro danou skupinu středoškoláků, měli by tito absolventi být schopni s přehledem sestavit spořicí i umořovací plán. Což, jak uvidíme v učebnicích z pozdějších let, bylo světlou výjimkou. I když i zde se nacházela spousta úloh o zvyšování výroby a plnění plánů pětiletky, nebylo to na úkor základů finanční matematiky.

**Otakar Hruška, Václav Pelant: *Matematika pro zemědělské technické školy, II. díl, Aritmetika, Statistika, Praktická geometrie*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1954, 212 stran.**

Jednalo se o učebnici srovnatelné úrovně, rozsahu a náročnosti jako byla předešlá [KK]. Také textové „pozadí“ úloh bylo přibližně stejné. Procentuální nárůst úloh zaměřený na zemědělství a pokles úloh se zaměřením na technickou oblast byl vzhledem k cílové skupině studentů logický. U úloh s finanční tematikou byl však tento rozdíl takřka nepostřehnutelný.

Stejně jako u učebnice [KK] byla také zde první kapitola věnována posloupnostem. Čtvrtá podkapitola *Užití geometrických posloupností* v rozsahu sedmi stran obsahovala standardně vyučovanou část finanční matematiky.

### Charakteristika podkapitoly

Struktura podkapitoly se významně neodlišovala od struktury předešlých učebnic. Zhruba dvoustránkový teoretický úvod obsahoval definice nejdůležitějších pojmů a objasnění základních vztahů (např. kvocient v procentech, pojmy *úročitel*, *diskontová míra*, *odúročitel*). Potřebné vzorce byly odvozeny pro základní, tj. klasické typy úloh.

Poznamenejme, že v učebnici byla také zopakována pravidla logaritmování. Využití tabulek hodnot úročitelů bylo stručně zmíněno, ale student byl upozorněn na jejich určitou nepřesnost, a proto bylo preferováno využívání logaritmických tabulek a logaritmických pravítek.

Po teoretickém úvodu následovalo devět řešených příkladů, z nichž sedm obsahovalo otázky z finančnictví – od složeného úrokování jednoho obnosu po umořování dluhu. Příklady byly doplněny komentářem popisujícím aktuální situaci, s níž by se občan mohl setkat. Uvedme ukázkou komentáře, který byl součástí deváté úlohy.

*Pro všechny druhy zápůjček je zákonem stanovena amortizační lhůta; činí maximálně 10 let. Aby byl dluh v této lhůtě splacen, jsou stanoveny minimální splátky. ([HP], str. 20)*

Rád bych vyzdvihl skupinu příkladů, v nichž se pracovalo s parametry. Jednotlivé údaje nebyly dány číselně, a proto student musel pracovat s „písmeny“. Podívejme se na sedmý příklad:

*Ukládáme-li počátkem každého měsíce obnos  $\alpha$  při  $p\%$  p. a., vzrostou měsíční vklady do konce prvního roku na obnos  $K$  rovný  $12 \cdot \alpha +$  jednoduchý úrok z jednotlivých měsíčních vkladů, tj. na obnos*

$$K = 12 \cdot \alpha + \frac{\alpha \cdot p}{100 \cdot 12} \cdot (12 + 11 + \dots + 2 + 1).$$

*Součet v závorce je součet aritmetické řady, proto*

$$K = 12 \cdot \alpha + \frac{\alpha \cdot p}{100 \cdot 12} \cdot \frac{12}{2} \cdot (1 + 12) = 12 \cdot \alpha + \frac{\alpha \cdot p}{100 \cdot 12} \cdot 6 \cdot 13.$$

*Ukládáme-li tímto způsobem po  $n$  let, je to totéž, jako bychom ukládali koncem každého roku právě vypočtený obnos a počítáme pak podle př. 6. Podobně tomu bude při všech vkladech v kratších lhůtách, než je úrokovací období (dnes jednotně 1 rok). ([HP], str. 19)*

Vidíme, že se autoři zbytečně neopakovali a v maximální možné míře využívali učivo vyložené již v předešlých příkladech.

Podkapitola byla ukončena osmnácti neřešenými cvičeními, z nichž třináct se věnovalo financím. Úlohy tematicky dobře pokrývaly finanční transakce tehdejšího běžného občana – úročení vkladu, pohledávky, pravidelné střádání, financování fondu (renta), umořování dluhu atd.

## Hodnocení učebnice

Tuto učebnici považují za zcela srovnatelnou s učebnicí předešlou – stejná struktura, rozsah, náročnost, komentáře k řešeným příkladům, množství neřešených cvičení a celkový objem učebnice. Podtrhnout mohou navíc bohatost rozsahu slovních úloh, kde se autoři jednostranně neptali jen na budoucí hodnotu vkladu či půjčky, ale také na současnou hodnotu budoucího fondu či pravidelného strádání.

**Josef Holubář, František Hradecký, Karel Hruša:**  
*Algebra pro jedenáctý postupný ročník, 3. vydání,*  
**Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1956, 124 stran.**

Jednalo se o další vydání učebnice algebry pro střední všeobecně vzdělávací školy. První vydání bylo souborné pro devátý až jedenáctý ročník [HH] a bylo rozebráno výše. Při třetím vydání byla učebnice rozdělena na tři samostatné knihy. Podkapitola *Užití geometrických posloupností* zůstala nezměněna.

**Josef Holubář, František Hradecký, Karel Hruša,**  
**Ema Kasková, Milan Kolibiar, František Krňan:**  
*Algebra pro 9–11 postupný ročník všeobecnovzdělávacích škôl,*  
**2. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Bratislava, 1957, 348 stran.**

Jednalo se o slovenské vydání učebnice algebry pro střední všeobecně vzdělávací školy; konkrétně o překlad české učebnice [HH], jež byla rozebrána výše. Podkapitola *Užití geometrických posloupností* byla bez jakýchkoliv faktických změn či grafických úprav pouze přeložena do slovenštiny.

**Vítězslav Jozífek, František Hradecký, Josef Huka: *Matematika pro mimořádné způsoby studia na průmyslových školách (dvouleté studium),***  
**2. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1957, 320 stran.**

Tato učebnice, přestože obsahovala kapitulu o posloupnostech a řadách, neobsahovala žádnou zmínku o finanční matematice. Rozsah učiva jednotlivých témat byl zčásti omezen, protože byl vybírán s ohledem na studenty, jimž byla učebnice určena. Poznamenejme, že mimořádným

způsobem studia se rozuměly veškeré formy studia při zaměstnání. Teprve od roku 1964 se studium při zaměstnání stalo jednou z forem řádného studia a mimořádným či tzv. jiným způsobem studia byly míněny především kursy, které neměly charakter uceleného studia, tj. nebyly ukončeny například maturitní zkouškou.

**Vratislav Hladovec, Vítězslav Jozífek, Antonín Kunc:**  
***Matematika pro odborná učiliště a učňovské školy I,***  
**3. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1958, 204 stran.**

Tato učebnice byla z řady určené pro odborná učiliště a učňovské školy. Vzhledem k jejich převážně praktickému zaměření můžeme právem předpokládat její nižší náročnost. Přesto by v ní, podle mého názoru, neměly být opomenuty alespoň základní otázky finanční matematiky.

Učebnice obsahovala jen základy teorie posloupností s několika řešenými příklady a byl v ní uveden jediný příklad zabývající se financemi. Podívejme se na jeho znění:

*Účet stoupl připočtením 2,5 % z prodlení na 500,60 Kčs. Na kolik zněl původně? ([HJ], str. 88, výsledek: 488,40 Kčs)*

Vidíme, že se nejednalo o klasický příklad z finanční matematiky, kam obvykle řadíme úrokování, pravidelné střeďování, rentu, umořování dluhu a podobně. Patří bezesporu do skupiny příkladů, na nichž se trénují jen operace s procenty. Tato učebnice tedy nepřinesla studentům vůbec žádné poznatky z finanční matematiky.

## 5.2 Druhá skupina učebnic

**Vítězslav Jozífek, František Hradecký, Josef Huka:**  
***Matematika pro studium pracujících na SPŠ (dvouleté studium),***  
**7. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1962, 320 stran.**

V novém vydání učebnice [JH], obsahující samostatnou kapitolu o posloupnostech a řadách, nenalezneme žádnou zmínku o finanční matematice. V průběhu jejích vydání nedošlo k žádným znatelným úpravám textu výše uvedené kapitoly. Doplňme, že vycházela téměř beze změn každý rok od roku 1956 do sedmého vydání roku 1962. Na počátku šedesátých let byla užívána souběžně s učebnicí *Matematika pro studium pracujících ve 3. a 4. ročníku středních průmyslových škol* (rozsah 445 stran) autorů Františka Kubíčka, Tadeáše Gajdoše a Bohumila Sobotky, která ji po roce 1962 nahradila.

**Tomáš Gál, Antonín Kamarýt: *Opakování středoškolské matematiky,***  
**1. vydání, Státní zemědělské nakladatelství ve spolupráci s Ústavem**  
**vědeckotechnických informací MZLVH, Praha, 1963, 291 stran.**

Tato souhrnná učebnice byla příručkou pro uchazeče o studium na vysokých zemědělských školách a byla schválena výnosem č. j. 13379/62-III/2b ministerstva školství a kultury ze dne 27. března 1962. Myslím si, že po jejím svědomitém prostudování byli uchazeči dobře připraveni k dalšímu studiu. U takového typu učebnic bývá stručná teorie doplněna přehledem nejdůležitějších vzorců, tato publikace však obsahovala navíc 241 řešených příkladů a 596 neřešených úloh s výsledky, které kompletně pokrývaly celou středoškolskou matematiku. Její kapitoly byly rozděleny do dvou skupin – *Algebra* a *Geometrie*.

Podívejme se na přínos učebnice ke vzdělanosti v oblasti financí. Dvanáctá kapitola *Posloupnosti* zahrnovala podkapitolu *Použití geometrických posloupností* se dvěma řešenými příklady. Jeden se týkal růstu počtu obyvatel města a druhý se ptal na procento odpisu ceny zařízení dílny po dobu deseti let. Ani v jednom se nejednalo o klasický příklad z finanční matematiky. Kapitola byla zakončena třinácti neřešenými úlohami, mezi nimiž se nalézaly následující dvě:

145. *Jak velký vklad vzroste za 15 let na 1 346 Kčs při roční úrokové míře 2 %?*

146. JZD si vypůjčilo 100 000 Kčs a zavázalo se, že půjčku splatí dvěma stejnými splátkami, z nichž jedna bude splatná za dva roky a druhá za čtyři roky ode dne vypůjčení. Jak velké budou tyto splátky při 2procentním celoročním složeném úrokování? (Návod. Počítejte hodnoty splátek ke dni vypůjčení.)

([GK], str. 145, výsledek: úloha 145. 1 000 Kčs, úloha 146. 53 050 Kčs)

S oběma typy úloh jsme se mohli setkat v řadě učebnic tohoto období. Lišily se pouze částkou, dobou uložení a úrokovou mírou. Ostatní, tedy dlužník JZD a počet splátek, zůstávalo nezměněno. Ve slovním zadání druhé úlohy musíme ocenit určení úrokovací doby, což nebyvalo standardem, stejně jako uvedení stručného návodu. Vzhledem k tomu, že se jednalo o opakovací učebnici pro absolventy středních škol, lze zařazení těchto úloh považovat za, byť malý, ale přece jen přínos k finanční vzdělanosti.

**Miloš Jelínek: *Algebra pro střední školy pro pracující*  
(*Učebnice pro posluchače televizních kursů matematiky*),**

**1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1964, 324 stran.**

Jednalo se o obsáhlou a dobře zpracovanou učebnici, jejíž cílovou skupinou byli pracující studující při zaměstnání a využívající podporu pravidelných televizních kurzů.

Občan naší republiky měl v té době, jak jsem již uvedl, velmi omezený výběr nabídky bankovních ústavů. Lidé využívali především dlouhodobé ukládání finančních prostředků nebo dlouhodobé pravidelné spoření. V učebnici jsem objevil jedinou úlohu z této oblasti. Na straně 259 byla bez dalšího komentáře uvedena následující úloha:

*Nač vzroste vklad  $a = 7\,560$  Kčs za 7 let při 5% úrokovací míře?* ([JP], str. 259, výsledek: 10 637,70 Kčs)

Jednalo se o složené úrokování, o čemž však čtenář nebyl blíže informován. Úloha pouze procvičovala hledání konkrétního členu geometrické posloupnosti. Z hlediska finanční matematiky bylo zanedbáno také zdanění úroku z vkladu. Ocenit můžeme použití reálné výše úroku běžné v tehdejší době. Kritickým pohledem musím však konstatovat naprosto nulový přínos této učebnice k rozvoji základní finanční gramotnosti.

**Karel Hruša, Emil Kraemer, Jiří Sedláček, Jan Vyšín, Rudolf Zelinka:**  
*Přehled elementární matematiky, 4. nezměněné vydání,*  
**Státní nakladatelství technické literatury, Praha, 1964, 500 stran.**

Tato publikace byla určena studujícím i absolventům středních škol k opakování a doplnění jejich matematických vědomostí. Kniha byla rozdělena na dvě základní části – *Algebra* a *Geometrie*. Byla přehledná, obsahovala definice, věty, úmluvy a několik řešených příkladů a vedla svědomitého studenta krok za krokem každým tématem k pochopení a porozumění příslušné látce.

Ve dvanácté kapitole části *Algebra* byly v rozsahu šestnácti stran vyloženy *Posloupnosti*. Žádné úlohy s finanční tematikou tento přehled neobsahoval, přestože zahrnoval řešené příklady pokrývající obvyklé spektrum středoškolské látky.

K rozvoji vzdělanosti v oblasti finančnictví tato publikace vůbec nepřispěla.

**Emil Kraemer, Pavel Bartoš, Anna Hustá, Jiří Kabele, Jiří Mikulčák,  
Jan Voříšek: Matematika pro II. ročník SVVŠ – větev přírodovědná,  
Doplňěk k základní učebnici, 1. vydání, Státní pedagogické  
nakladatelství, Praha, 1965, 128 stran.**

Je s podivem, že tato učebnice sepsaná pro přírodovědnou větev středních škol, přestože obsahovala kapitolu o posloupnostech a řadách, neuváděla žádnou zmínku o finanční matematice. Je tak pouze dalším důkazem nezájmu společnosti o finanční matematiku a její devastaci. Doplňme, že tato učebnice vycházela v nezměněné podobě až do druhé poloviny sedmdesátých let.

**Emil Kraemer, Pavel Bartoš, Anna Hustá, Jan Voříšek, Michal Zöldy:**  
*Matematika pro III. ročník SVVŠ,*  
**1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1965, 316 stran.**

Ani v této učebnici se samostatnou kapitolou o posloupnostech a řadách nebyla ani jediná zmínka o finanční matematice. To dokazuje úplnou devastaci finanční matematiky na našich středních školách tohoto období. Autoři nepředpokládali, že by všeobecně vzdělaný člověk



potřeboval ovládat základní operace s financemi, a neuvedli praktické využití posloupností z této oblasti.

**Vladimír Bruthans, Antonín Kejzlar:**

***Matematika – příručka pro přípravu na vysokou školu, 1. vydání,***  
**Státní nakladatelství technické literatury, Praha, 1965, 164 stran.**

Tato praktická příručka vyšla v *polytechnické knižnici* ve II. řadě jako 41. svazek díky Československé společnosti pro šíření politických a vědeckých znalostí a Československé vědeckotechnické společnosti.

V každé její kapitole následovala po velmi stručném úvodu rozsáhlá skupina řešených příkladů s komentářem a v závěru skupina neřešených úloh. Podkapitola *Posloupnosti a řady* v rozsahu tří stran byla součástí čtvrté kapitoly *Funkce*. Neobsahovala však žádnou zmínku, příklad ani úlohu z finanční matematiky.

Poznamenejme, že tato příručka bez jakýchkoli změn vyšla ještě v roce 1970.

**Viktor Borisovič Lidskij a kolektiv: *Úlohy z elementární matematiky,***  
**1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1965, 461 stran.**

Při probírání titulů učebnic a sbírek pro střední školy používaných v tomto období narazíme vedle českých a slovenských autorů také na překlady (zejména sbírek) autorů ze „socialistického bloku“. Jejich počet však nebyl příliš velký, uvedme proto pouze jednu charakteristickou ukázkou.

Pod titulem *Úlohy z elementární matematiky* se skrývala sbírka náročnějších úloh z algebry, geometrie a trigonometrie. Z ruského originálu *Zadači po elementarnoj matematike* ji přeložil kolektiv českých autorů (Rudolf Zelinka, Miroslav Fiedler, Petr Liebl, Jaroslav Šedivý a Miroslav Šisler), z nichž většina měla bohaté zkušenosti s psaním vlastních učebnic a sbírek. V resumé sbírky bylo uvedeno, že je výběrem obtížnějších úloh z algebry, geometrie a trigonometrie, k nimž byla uvedena nebo nastíněna řešení. Kniha byla vhodná zejména pro účastníky *matematické olympiády*, učitele matematiky a studenty, kteří se připravovali k přijímacím zkouškám na vysoké školy.

První část sbírky *Algebra* měla rozsah necelých padesáti stran. Předpokládám, že v kapitole nazvané *Slovní úlohy* (rozsah 8 stran) naleznou úlohy z finanční matematiky. Toto zaměření měla jediná úloha

(číslo 214). Byla zadána obecně, aby byl student nucen pracovat s některými proměnnými jako s parametry.

Střadatel uložil základní vklad  $A$  na vkladní knížku s roční úrokovou mírou  $p\%$  (předpokládalo se složené úrokování). Na konci každého roku vybral obnos  $B$ . Otázka zněla: *Po kolika letech bude na vkladní knížce trojnásobek původního vkladu  $A$ ?* Vzhledem k obecnému zadání byl student poslední větou textu úlohy upozorněn, že musí uvažovat podmínky řešitelnosti celé úlohy. Pokusme se vyřešit úlohu prostředky dostupnými středoškolskému studentovi:

Na konci prvního roku po uskutečnění výběru bude na účtu částka:

$$K_1 = A \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) - B,$$

z čehož vyplývá základní podmínka řešitelnosti. Aby byl kapitál na konci prvního roku větší než  $A$ , musí být roční úrok  $A \cdot \frac{p}{100}$  větší než  $B$ . Pokud zajistíme splnění této podmínky, lze zapsat vývoj hodnoty kapitálu následovně

$$\left(\left(\left(A \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) - B\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) - B\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) - B\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) - B \dots = 3 \cdot A,$$

na konci každého roku je tedy hodnota stávajícího kapitálu vynásobena výrazem  $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$  a od výsledku je odečtena hodnota výběru  $B$ . Celý tento proces vede po neznámém počtu let k výsledku  $3 \cdot A$ , tj. trojnásobku původně vloženého kapitálu.

Pomocí algebraických úprav, znalostí vlastností geometrických posloupností a logaritmů upravíme nejprve levou stranu rovnice a získáme tvar:

$$A \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n - B \cdot \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n - 1}{\frac{p}{100}} = 3 \cdot A.$$

Poté vyjádříme závorku s hledaným exponentem a obdržíme rovnici:

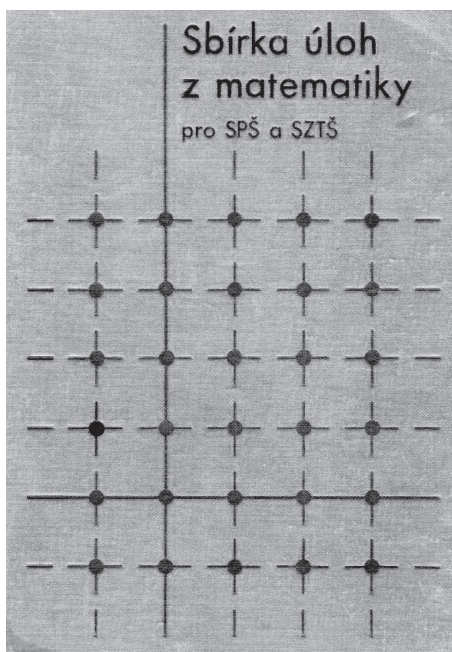
$$\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = \frac{\frac{p}{100} \cdot 3 \cdot A - B}{\frac{p}{100} \cdot A - B}.$$

Po jejím zlogaritmování a zjednodušení nalezneme počet úrokovacích období (roků):

$$n = \frac{\log\left(\frac{P}{100} \cdot 3 \cdot A - B\right) - \log\left(\frac{P}{100} \cdot A - B\right)}{\log\left(1 + \frac{P}{100}\right)}$$

Ve srovnání s dalšími sbírkami té doby, byla úloha velmi neobvyklá. Byla význačná zejména vstupní podmínkou řešitelnosti a svým obecným odvozením, při kterém žák musel využít znalosti dalších témat matematiky. Radí se tak k úlohám s vyšší náročností. Při posouzení praktičnosti úlohy a reálnosti popisované situace, nás zarazí hledání trojnásobku na rozdíl dvojnásobku, na který ve sbírkách a učebnicích poměrně často narazíme. Rozsahem, záběrem a zpracováním se jednalo o velmi kvalitní sbírku úloh z matematiky, jež ocenil každý student připravující se k maturitní zkoušce. Avšak z pohledu finanční matematiky jsem kromě výše zmíněné úlohy neobjevil žádný její další přínos k výuce tohoto tématu.

**Eduard Kriegelstein a kolektiv: *Sbírka úloh z matematiky pro střední průmyslové školy a střední zemědělské technické školy, 2. upravené vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1966, 364 stran.***



Toto druhé vydání poměrně rozsáhlé sbírky vyšlo v edici *Pomocné knihy pro žáky*; neslo doložku výnosu č. 51 825/64-II/1 ministerstva školství a kultury ze dne 18. prosince 1964 z prvního vydání a bylo označeno jako doplňková kniha pro střední průmyslové školy a střední zemědělské technické školy.

Sbírka svým rozsahem (více než 2 000 úloh) byla dobrým pomocníkem pro učitele i žáky. Osmnáctá kapitola nazvaná *Posloupnosti* zahrnovala celkem 66 úloh; osmnáct z nich se nacházelo v závěrečné podkapitole nazvané *Pravidelný vzrůst a pokles*.

Právě v ní jsem našel spolu s úlohami budovatelskými a fyzikálními také sedm úloh s finanční tematikou. Obsahovaly výpočet ceny pohledávky v závislosti na době splatnosti, splácení dluhu daným počtem splátek nebo danou výší splátky a pravidelné spoření. Uveďme dvě z nich.

První pracuje s odúrokováním ceny pohledávky při použití složeného úrokování.

*18.54 Jakou cenu má dnes pohledávka 50 000 Kčs splatná a) za rok; b) za pět let? Úrokování je 3 %.* ([KRI], str. 213, výsledek: a) 48 543,69 Kčs; b) 43 130,44 Kčs)

Ve většině současných i minulých sbírek a učebnic narážíme na tiskové chyby početního i věcného charakteru. Ani tato sbírka nebyla výjimkou. Chybu jsem našel při řešení položky b) uvedené úlohy. Ve výsledcích byla uvedena hodnota 45 757,085 Kčs (nezvykle zaokrouhloeno na polovinu haléře), která odpovídá splatnosti za tři roky. Ověřme údaj výpočtem:

$$\text{splatnost za jeden rok: } \frac{50\,000}{1,03} = 48\,543,689 \text{ Kčs;}$$

$$\text{splatnost za tři roky: } \frac{50\,000}{1,03^3} = 45\,757,083 \text{ Kčs;}$$

$$\text{splatnost za pět let: } \frac{50\,000}{1,03^5} = 43\,130,439 \text{ Kčs.}$$

Tuto chybu lze vysvětlit různými způsoby. Jako nejpravděpodobnější se nabízí tisková chyba – v zadání varianty b) mělo být uvedeno za tři roky, nebo přehlédnutí během řešení a korektur řešení – výpočet byl proveden se záměnou čísla 5 v počtu let s číslem 3 v počtu procent.

Druhou úlohu jsem zvolil proto, že byla početně nejnáročnější, neboť spojovala jednoduché i složené úrokování, a navíc měla nezvyklou hodnotu úrokové míry uvedenou ve tvaru složeného čísla.

*18.60 Za jak dlouho nastrádáme 28 500 Kčs, jestliže ukládáme na počátku každého měsíce 500 Kčs při úrokování na  $2\frac{7}{8}$  %. Měsíční splátky úrokujte ke konci roku jednoduchým úrokováním.* ([KRI], str. 214, výsledek: 4,4 roku)

Rozpracujme úlohu podrobněji:

Úrokovou míru převedeme na zlomek v základním tvaru:  $p = 2\frac{7}{8} \% = \frac{23}{800}$ .

Částka na konci prvního roku je  $a = 500 \cdot \left(12 + \frac{78}{12} \cdot \frac{23}{800}\right) = 6\,093,4375$  Kčs.

Zlomek  $\frac{78}{12}$  jsme získali ze součtu dob uložení jednotlivých vkladů, jedná se o součet prvních dvanácti členů aritmetické posloupnosti, v níž je první člen  $a_1 = 1$  a diference  $d = -\frac{1}{12}$ . Částka  $a$  se další roky úrokuje celá podle pravidel složeného úrokování.

Částka na konci druhého roku je

$$K_2 = a \cdot \left(1 + \frac{23}{800}\right) + a = 12\,362,0613 \text{ Kčs.}$$

Nyní se hodnota celkového kapitálu  $K$  chová jako součet určitého počtu členů geometrické posloupnosti s prvním členem  $a_1 = a$  a kvocientem  $q = \left(1 + \frac{23}{800}\right)$ . Můžeme využít známého vzorce pro částečný součet členů geometrické posloupnosti. Zaměříme se na hodnotu po čtyřech a pěti letech, neboť chceme zjistit, kdy budeme mít naspořeno 28 500 Kčs.

Částka na konci čtvrtého roku je:

$$K_4 = a \cdot \left( \left(1 + \frac{23}{800}\right)^4 - 1 \right) \cdot \frac{800}{23} = 25\,445,1592 \text{ Kčs.}$$

Částka na konci pátého roku je:

$$K_5 = a \cdot \left( \left(1 + \frac{23}{800}\right)^5 - 1 \right) \cdot \frac{800}{23} = 32\,270,1450 \text{ Kčs.}$$

Odtud je zřejmé, že hledaný okamžik nastane v průběhu pátého roku. Vzhledem k hodnotám  $K_4$  a  $K_5$  vypočítáme částku připravenou k výběru na konci pátého a šestého měsíce pátého roku. Jednotlivé vklady pátého roku úročíme podle pravidel jednoduchého úrokování.

Částka na konci pátého měsíce v pátém roce je:

$$K_{4+5} = K_4 \cdot \left(1 + \frac{5}{12} \cdot \frac{23}{800}\right) + 500 \cdot \left(5 + \frac{15}{12} \cdot \frac{23}{800}\right) = 28\,267,9400 \text{ Kčs.}$$

Částka na konci šestého měsíce v pátém roce je:

$$K_{4+6} = K_4 \cdot \left(1 + \frac{6}{12} \cdot \frac{23}{800}\right) + 500 \cdot \left(6 + \frac{21}{12} \cdot \frac{23}{800}\right) = 28\,836,0896 \text{ Kčs.}$$

Požadovanou částku tedy nastrádáme až na počátku šestého měsíce pátého roku, kdy vložíme šestý vklad, jenž v součtu s již uloženou částkou překročí hodnotu 28 500 Kčs. Porovnejme přesnou odpověď s hodnotou, kterou získáme logaritmováním vzorce pro částečný součet členů geometrické posloupnosti. Po dosazení zadaných hodnot se neznámá  $x$  (udávající celkovou dobu uložení) nachází v exponentu:

$$28500 = a \cdot \left( \left(1 + \frac{23}{800}\right)^x - 1 \right) \cdot \frac{800}{23}.$$

Po algebraických úpravách a zlogaritmování vyjádříme neznámou  $x$  ve tvaru:

$$x = \frac{\log\left(\frac{28500}{a} \cdot \frac{23}{800} + 1\right)}{\log\left(1 + \frac{23}{800}\right)} = 4,4511 \text{ roku,}$$

čímž získáváme dostatečnou přesnost i při zanedbání rozdílného chování jednoduchého a složeného úrokování v pátém roce. Odpověď by však neměla být 4,4 roku, jak je uvedeno ve výsledcích ve sbírce, ale 4,5 roku. Ani tak odpověď není přesná, jak je zřejmé z prvního postupu, podle kterého to je první den šestého měsíce pátého roku.

Jednalo se o nejnáročnější úlohu z této podkapitoly. Domnívám se, že byla řešena pravděpodobně kratší, v pořadí druhou uvedenou metodou.

### Hodnocení učebnice

Sbírka mě zaujala širší vyložené látky, počtem a textovou rozmanitostí úloh. Neobsahuje však žádné řešené příklady, což svědčí o jejím pomocném charakteru.

Zahrnovala všechny základní typy úloh finanční matematiky až na úlohy pracující s tvorbou a vyplácením důchodu. Přesto ji hodnotím kladně. Jejím svědomitým propočítáním se student dostatečně seznámil s mnohými tehdejšími aplikacemi z finančního světa.

**Petr Benda, Berta Daňková, Josef Skála:**  
***Sbírka maturitních příkladů z matematiky, 4. upravené vydání,***  
**Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1968, 188 stran.**

Sbírka byla určena studentům středních všeobecně vzdělávacích škol a později gymnázií k souhrnnému opakování učiva. Poprvé byla vydána v roce 1962 a další vydání následovala až do konce osmdesátých let (např. deváté vydání 1983).

Téma financí bylo zahrnuto ve dvou úlohách v kapitole nazvané *Geometrická posloupnost*. Jednalo se o dvojici úloh, které se s pouhou obměnou číselných hodnot opakovaly ve většině učebnic a sbírek z tohoto období. Jejich podrobný rozbor je uveden výše v analýze učebnice [GK].

S touto sbírkou jsem se poprvé setkal jako student, ale příliš mě nezaujala ani strukturou, ani volenými úlohami. Jako učitel jsem názor nezměnil. Z hlediska finanční matematiky musím konstatovat, že nebyla a není přínosem k rozvoji finanční gramotnosti studentů.

**František Vejsada, František Talafous:**  
***Sbírka úloh z matematiky pro SVVŠ (gymnasia),***  
**1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1969, 688 stran.**

Rozsáhlá sbírka úloh byla sepsána pro studenty středních všeobecně vzdělávacích škol (později gymnázií). Obsahovala více než čtyři tisíce úloh, z nichž necelých 300 bylo vzorově řešeno. Struktura, volba úloh a jejich množství byly vhodné také k souhrnnému opakování a přípravě k dalšímu studiu. Od standardních úloh byly odlišeny úlohy náročnější a také úlohy náležitější do rozšiřujícího učiva. Jednalo se o kvalitní sbírku, která se bohužel nedočkala příliš mnoha vydání.

V desáté kapitole nazvané *Posloupnosti*, která obsahovala 232 úloh (rozsah 28 stran), jsem našel téměř dvě desítky úloh z finanční matematiky od nejjednodušších až k početně velmi náročným. Některé z nich obsahovaly krátký návod řešení, jedna byla vyřešena a okomentována. Jejich hlavním cílem bylo ukázat praktické využití matematických dovedností.

Přibližme dvě standardní úlohy z finanční matematiky:

149.\* *Jakou částku, vloženou počátkem roku, se zajistí důchod ročních 1 000 Kčs, splatných vždy koncem každého roku a trvajících 10 let při 2% celoročním složeném úrokování? [Návod: Počítejte hodnoty jednotlivých částek k počátku prvního roku.]*



151. Zaměstnanec podniku si nastřádal za osm let 42 000 Kčs na zakoupení auta. Jakou částku ukládal průměrně koncem každého roku? (3 % p. a.)  
Poznámka: Značka p. a. znamená celoroční slož. úrokování.  
([VT], str. 260, výsledky: úloha 149. 8 983 Kčs; úloha 151. 4 723 Kčs;  
\* označovala náročnější úlohu)

Vzhledem k nedostatečné výuce finanční matematiky na středních školách lze předpokládat, že i přes průměrnou náročnost výše uvedených úloh mělo s jejich řešením velké procento maturantů značné problémy. Každá úloha z finanční matematiky uvedená ve sbírce měla pro studenta bezesporu přínos, neboť vybízela k zamyšlení nad praktickým uplatněním matematiky v každodenním životě.

### Hodnocení učebnice

S touto sbírkou jsem se poprvé setkal během studia na gymnáziu, neboť z ní často čerpal náš učitel, přestože pro nás jako pro žáky „nové koncepce“ vycházela řada nových učebnic a sbírek. Později jsem v antikvariátu získal její výtisk a mohl jsem ji plně ocenit. Užívám ji dodnes, když zadávám svým studentům rozšiřující či jen zajímavé úlohy k probíraným tématům.

Od doby jejího prvního vydání uplynulo více než čtyřicet let, avšak dodnes, přestože za tu dobu vyšla řada jiných sbírek, jsem neobjevil žádnou stejné nebo vyšší úrovně. Stále v ní nacházím další a další podnětná témata, úkoly a otázky vhodné pro středoškoláky.

**František Nimrichter, Irena Hubáčková, Ladislav Schramm, Václav Topinka: *Matematika pro I. a II. ročník středních ekonomických škol*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1970, 534 stran.**

První české vydání učebnice slovenských autorů přeložil Jaromír Dubský. Knihu schválilo ministerstvo školství výnosem č. 16 809/68-II/1 ze dne 23. 5. 1968 jako učebnici pro první a druhý ročník středních ekonomických škol.

V tématech určených studentům druhého ročníku se nacházela kapitola *Posloupnosti* s podkapitolou *Užití aritmetické a geometrické posloupnosti*, v níž byla v rozsahu devíti stran obsažena základní teorie a řešené příklady z finanční matematiky.



## Charakteristika podkapitoly a její hodnocení

Učebnice byla určena studentům středních ekonomických škol, a proto není překvapením, že autoři finanční matematice věnovali celou podkapitolu. V jejím úvodu zdůraznili význam úloh o úrokování jistiny, střídání a umořování dluhu. Nejprve seznámili studenta se základními pojmy finančnictví. Pak vyložili jednoduché a složené úrokování, odvodili příslušné vzorce a zavedli výrazy úročitel a odúročitel. Teorii rozvrhli na 4 strany a oba druhy úročení pomocí grafů přirovnali k lineární funkci pro jednoduché úrokování, respektive k exponenciální funkci pro složené úrokování. Na zbylých 5 stranách podrobně vyřešili 9 úloh pokrývajících všechny základní otázky finanční aritmetiky, které by měly patřit do rejstříku problémů řešitelných středoškolačkem.

Uveďme jeden z řešených příkladů, který se svou obecností vymyká:

*Jaký dluh je možno amortizovat (umořit)  $n$  anuitami stejné velikosti po  $a$  Kčs při  $p$  %  $p$ . a., jsou-li anuity splatné na konci úrokovacích období?*

*Řešení: Dluh označme  $D_n$ . Jeho hodnota se skládá ze součtu diskontovaných hodnot jednotlivých anuit, tj.*

$$D_n = a \cdot r^{-1} + a \cdot r^{-2} + a \cdot r^{-3} + \dots + a \cdot r^{-n} = a \cdot (r^{-1} + r^{-2} + r^{-3} + \dots + r^{-n}).$$

*V závorce je součet členů geometrické posloupnosti, která má  $n$  členů a v níž  $a_1 = q = r^{-1}$ . Tento součet se rovná  $r^{-n} \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$ , tj.*

$$D_n = a \cdot r^{-n} \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}.$$

*V konkrétním případě dosadíme do výsledku za anuitu  $a$ , za úročitele  $r^n$  a za odúročitele  $r^{-n}$ . ([NI], str. 442–443)*

Z textu řešení vidíme, že každý krok byl komentován, čímž publikace bezesporu získala na srozumitelnosti, neboť vedla studenta přes odvozování vzorců k řešení příkladů. Tento způsob výkladu ocenil nejen student, ale i vyučující, který s učebnicí při svých přípravách a vyučování pracoval.

Kapitola *Posloupnosti* byla zakončena padesáti úlohami, z nichž 14 obsahovalo problémy z finančnictví; škála jejich obtížnosti byla široká.

Domnívám se, že tato učebnice měla značný přínos ke vzdělávání v oblasti finanční matematiky. Nesmíme však zapomenout, že absolventi středních ekonomických škol, kteří ve svém budoucím životě ve velkém procentu pracovali na pobočkách spořitelien a bank, potřebovali kvalitní vzdělávání právě ve finanční aritmetice.

**Zdeněk Opava: *Programovaná učebnice matematiky (aritmetika a algebra)*, 1. vydání, nakladatelství Práce, Praha, 1970, 709 stran.**

Tato učebnice se zcela lišila od koncepce našich ostatních učebnic. Jednalo se o text využívající jednu z experimentálních výukových metod – *programované učení*, což je vyučovací metoda založená na řízení učební činnosti žáků využívající podobu učení – zpevnění, která je modifikací základního vzorce behaviorismu *stimul – reakce*. Jejím základním principem je zásada malých kroků, které studenta vedou k cíli, čímž je zvládnutí příslušného dílčího tématu. Malé kroky na sebe těsně navazují a odpovědi jsou vždy ihned kontrolovány. Učivo je předkládáno jako otázka či problémová situace a vyžaduje aktivní přístup studenta. Metoda otázek a odpovědí ho vede individuálním tempem. Proto je tento způsob vhodný k samostudiu. Omezuje však, v některých programech dokonce zcela vylučuje, roli učitele. Aplikované programy této metody se však liší možnostmi, které studentovi poskytují. Základními programy jsou: lineární – snadné otázky, pomalá a jistá cesta; výběrový – student se vrací s chybou a učí se opravou svých chyb; větvený – podle odpovědi program vede studenta, nadaný student nemusí procházet všemi kroky jako u lineárního a může postupovat rychleji.

Zajímavostí ve stavbě struktury učebnice, která se v roce 1980 dočkala druhého vydání, bylo číslování nejen kapitol, ale i jednotlivých podkapitol od počátku knihy, tj. první podkapitoly neměly číslo 1, vyjma u první kapitoly, ale následné pořadové číslo podle poslední podkapitoly předešlé kapitoly. Tento systém podle autorů usnadňoval orientaci v textu. Objevil jsem dvě místa, kde byla zmíněna finanční matematika. Ani na jednom z nich jsem však nenašel zdůraznění její důležitosti.

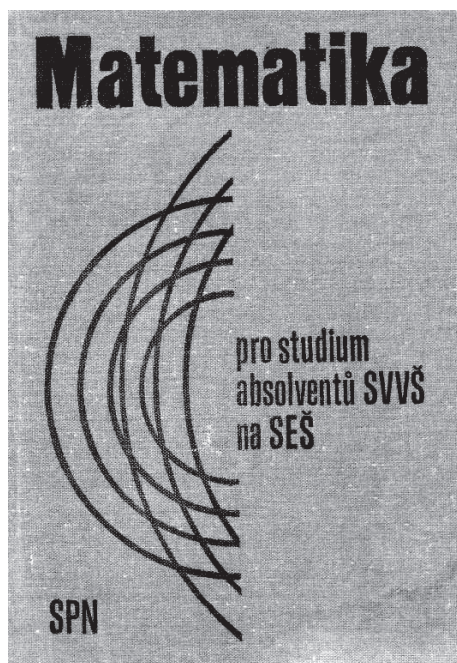
První seznámení s výpočty ve finančnictví bylo v páté kapitole nazvané *Úměrnost*. V její podkapitole *Procenta* (pořadové číslo 45) byl oddíl nazvaný *Úrok*. Na čtyřech stranách bylo vedle dalších úloh umístěno 5 řešených úloh s finanční tematikou. V podstatě se však jednalo jen o elementární práci s procenty.

Dále byl v patnácté kapitole *Posloupnosti* v podkapitole 98. *Použití posloupností* (rozsah 4 strany) ukázán obecný postup složeného úročení, naznačeno využití vlastností geometrických posloupností a vyřešena jedna úloha.

Přínos učebnice k finanční gramotnosti byl zanedbatelný; z dnešního pohledu je zajímavá jen zvláštním zpracováním. V časopise *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie* (13(1968), č.1, str. 33–42) nalezneme

článek s ukázkami textu *Programovaná učebnice moderní matematiky* Jiřího Mikulčáka, který hodnotí předváděnou metodu skepticky, neboť vede k množství nedostatků – zdlouhavé odvozování poznatků, žák neví, k čemu úkoly směřují a co bude výsledkem, shrnutí nejsou uváděna, na závěr vyslovená definice či věta se jeví jako samostatný krok programu. Celkově autor pochybuje o vhodnosti takto zpracované učebnice pro vyučování, měla-li by být jedinou formou práce.

**Josef Zahradník: *Matematika pro I. a II. ročník studia absolventů SVVŠ (gymnází) na středních ekonomických školách,*  
1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1971, 352 stran.**



Cíle absolventů středních ekonomických škol, které jsou zmíněny již při analýze učebnice [NI], dokládá i tato učebnice pro nástavbové studium. Schválena byla výnosem č. j. 16 267/70-II/1 ministerstva školství ČSR ze dne 14. května 1970 jako učebnice pro první a druhý ročník studia absolventů středních všeobecně vzdělávacích škol (gymnází) na středních ekonomických školách, kteří se připravovali ke složení maturitní zkoušky s ekonomickým zaměřením. O její kvalitě hovoří také další dvě nezměněná vydání ze sedmdesátých let.

Základním cílem absolventů středních ekonomických škol bylo, připravit se na práci s financemi například za přepážkami poboček spořitelů a bank. V některých partiích se učebnice dokonce dotkla i vybraných kapitol vysokoškolské matematiky (např. lineární algebra, lineární programování). Absolventi tohoto nástavbového studia po vykonání maturitní zkoušky buď zastávali posty bankovních úředníků, účetních a úředníků ve správě, nebo pokračovali ve studiu na vysokých školách ekonomického zaměření.

## Obsah učebnice

### I. ročník

1. Základní pojmy z teorie množin (8 stran);
2. Číselné soustavy (21 stran);
3. Nerovnice (35 stran);
4. Posloupnosti (24 stran);
5. Složené úrokování (29 stran);
6. Základy matematické analýzy (80 stran).

### II. ročník

1. Vektory (16 stran);
2. Matice (25 stran);
3. Řešení soustav lineárních rovnic a nerovnic (15 stran);
4. Předmět a význam lineárního programování (18 stran);
5. Simplexová metoda (24 stran);
6. Distribuční metoda (24 stran);
7. Grafická metoda řešení problémů lineárního programování (6 stran).

### Charakteristika kapitoly *Složené úrokování*

V rozboru se zaměříme na pátou kapitolu prvního ročníku nazvanou *Složené úrokování*, neboť v ní nalezneme největší rozsah finanční matematiky vyučované na středních školách v šedesátých a sedmdesátých letech. Kapitola se skládala ze šesti podkapitol.

#### 5.1 Úrokování jednoduché a složené

V první podkapitole autor seznámil čtenáře se základními pojmy finanční matematiky (tj. dlužník, věřitel, úrok, jistina, úroková míra, úrokovací období, úroková doba, počáteční jistina, konečná jistina, úročitel, jednoduché a složené úrokování). Kromě definic pojmů se zaměřil na popis základních úloh (výpočet výše úroku) a přehledně popsal rozdíl při jednoduchém a složeném úrokování.

Největší přínos podkapitoly spočíval v tom, že autor odvodil základní vzorce pro výpočet konečné jistiny při jednoduchém i složeném úrokování.

Pro jednoduché úrokování platí:

$$J_n = J_0 \cdot \left(1 + \frac{n \cdot p}{100}\right).$$

Pro složené úrokování:

$$J_n = J_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n.$$

Ve vzorcích označil  $J_n$  – konečnou jistinu,  $J_0$  – počáteční jistinu,  $p$  – úrokovou míru udanou v procentech a  $n$  – počet úrokovacích období. Rozdíl typů úrokování zdůraznil použitím grafů lineární a exponenciální funkce. Aby neodváděl pozornost čtenáře od teoretického výkladu, neuvedl v této podkapitole žádný příklad.

### 5.2 Řešení základních úloh složeného úrokování

V této podkapitole autor formuloval základní otázky užívané v hlavních typech úloh o složeném úrokování a odvodil příslušné vzorce. Pracoval s následujícími úlohami: výpočet konečné jistiny, výpočet počáteční jistiny (dodatečně zavedl pojmy odúrokování neboli diskontování a *odúročitel*), výpočet úrokové doby a výpočet úrokové míry (s využitím logaritmů). Ke každému typu podrobně vyřešil vzorové příklady; čtenáři nabídl dvanáct pečlivě komentovaných příkladů. Výbornou úroveň výkladu a svědomitý popis postupu řešení aplikoval i v dalších částech učebnice.

Příklady nebyly početně příliš náročné, jejich cílem bylo zasvětit čtenáře do tématu a vzbudit jeho zájem o finanční matematiku. Pro demonstraci uveďme jeden z příkladů:

*Příklad 5.2.12:*

*Na kolik % p. a. musí být uložena jistina Kčs 2 500, aby za 10 let dosáhla stejné výše jako jistina Kčs 3 000 uložená na 3 % p. a.? ([ZJ], str. 106, výsledek: 4,9 % p. a.)*

### 5.3 Střádání

Ve třetí podkapitole autor nejprve definoval pojem střádání jako pravidelné ukládání stále stejné částky (vkladu neboli anuity) ve stejných časových intervalech, ale neopomněl zmínit odlišnosti tohoto způsobu spoření (např. ukládání počátkem každého úrokovacího období, ukládání koncem každého úrokovacího období a zejména typ střádání, při němž periodicita vkladů nesouhlasí s úrokovacím obdobím). Zavedl také pojem *střádatel*.

V sedmi řešených příkladech se soustředil na výpočet výsledné hodnoty jistiny, výše vkladů nebo doby strádání. Uveďme jeden z nich:

*Příklad 5.3.5:*

*Jak velkými na konci měsíce placenými vklady je možno při 3 % p. a. uspořit za 10 let Kčs 30 000? ([ZJ], str. 111, výsledek: Kčs 215,12)*

#### 5.4 Důchody a umořování dluhů

V této části autor definoval pojem důchod, zavedl pojem *anuita*, jako hodnotu vyplácené částky, pojmy *zásobitel* a *umořovatel* jako převrácenou hodnotu zásobitele. S důchodem a dluhem pracoval na stejné bázi, neboť ten, kdo vyplácí důchod, je vlastně dlužník vzhledem k příjemci, což považují za největší přínos autorova přístupu k výkladu. V mnoha současných i minulých učebnicích chybí a chybělo položení vyplácení důchodu a splácení dluhu do jedné roviny.

Autor vyložil výpočet hodnoty důchodu, anuity, doby umořování a úrokové míry; vyřešil 8 vzorových příkladů. Uveďme jeden ze zajímavých příkladů, v němž periodicita splátky neodpovídala úrokovacímu období, a naznačme způsob jeho řešení:

*Příklad 5.4.5:*

*Dluh Kčs 20 000 se má umořit při 4 % p. a. za 10 let pololetními anuitami placenými koncem každého pololetí. Jak velká bude anuita? ([ZJ], str. 116)*

Řešení:

1. krok: Nejprve vypočítáme velikost roční anuity. Zatímco autor používal tabulku umořovatelů, hodnotu umořovatele dnes vypočítáme přímo s využitím známého vztahu

$$D_{10} = a \cdot r^{-10} \cdot \frac{r^{10} - 1}{r - 1} \Rightarrow a = D_{10} \cdot \frac{1}{r^{-10} \cdot \frac{r^{10} - 1}{r - 1}}$$

kde  $a$  je roční anuita,  $D_{10}$  je dluh, který má být v deseti letech splacen,  $r$  je úročitel a složený zlomek, kterým je dluh násoben, je hledaný umořovatel. Po dosazení známých hodnot:  $D_{10} = 20\,000$  Kčs,  $r = 1,04$  získáme hodnotu umořovatele 0,123 290 9 a následně hodnotu roční anuity  $a = 2\,465,82$  Kčs.

2. krok: Dále můžeme vypočítat pololetní anuitu  $x$  pomocí roční anuity  $a$ . Z pravidel jednoduchého úrokování získáme následující rovnici:

$$x \cdot \left( 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{100} \right) + x = a.$$

Po dosažení za  $a$  získáme hodnotu  $x = 1\,220,70$  Kčs, což je hledaná hodnota pololetní anuity. Dluh tedy splatíme dvaceti pololetními splátkami výše uvedené hodnoty.

### 5.5 Umořovací plány

Autor v této části ukázal způsob zápisu splácení dluhů neboli tvorbu umořovacích plánů. Opíral se o teorii vyloženou v předchozí podkapitole, jednotlivé kroky zapisoval do řádků umořovacího plánu. Ve dvou příkladech zpracoval dva základní typy umořovacích plánů – byl-li dán počet anuit a byla-li dána velikost anuity. V tabulkách, do nichž zapisoval umořovací plány, operoval se sloupci – úrokovací období (rok), dluh počátkem roku, anuita koncem roku, úrok koncem roku a splátka koncem roku (úmor), což bylo v tehdejší době standardní. Umožnil tak čtenáři získat hlubší pohled na chování spláceného dluhu.

### 5.6 Cvičení

Zatímco prvních pět podkapitol autor věnoval výkladu a komentovanému řešení několika příkladů, neřešené úlohy umístil až do šesté, samostatné části. Uvedl 41 úloh úplně pokrývajících tematiku probranou v předchozích částech kapitoly.

## Hodnocení učebnice

Po prostudování učebnice musím vyzdvihnout její nezanedbatelný přínos k rozvoji finanční vzdělanosti, přestože si uvědomuji, že procento studentů, kteří se s ní mohli setkat, nebylo nijak velké. Odhaduji, že to bylo méně než pět procent absolventů středních všeobecně vzdělávacích škol, respektive gymnázií.

Domnívám se, že kdyby těchto dvacet devět stran bylo umístěno do běžných učebnic matematiky na středních školách, nemohli bychom již hovořit o devastaci finanční matematiky, protože rozsah kapitoly i způsob jejího zpracování by byly dostatečnou a vhodnou pomůckou téměř pro každého člověka, který by mohl získané vědomosti využít v budoucnu při jednání s bankovními institucemi a vyvaroval by se neuvážených kroků.



**Antonín Pospíšil, František Kejla, Eduard Kriegelstein, Václav Pelant:**  
***Matematika pro II. ročník středních průmyslových škol***  
***a středních zemědělských technických škol,***  
**3. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1971, 292 stran.**

Jednalo se o značně rozšířenou a oblíbenou učebnici matematiky na středních průmyslových školách a středních zemědělských technických školách (1. vydání – 1965). Byla dobře zpracována z matematického i metodického hlediska a pomáhala studentům i při samostudiu (například v průběhu dlouhodobé absence).

V učebnici jsem se zaměřil na úlohy z finanční matematiky. V kapitole o posloupnostech jsem našel dva řešené příklady a jednu neřešenou úlohu na procvičení.

První příklad (viz strana 284) pojednával o výrobním družstvu, které si vypůjčilo částku splatnou ve dvou stejných splátkách. Jednalo se o příklad, s nímž jsme se již setkali s malými obměnami v celé řadě učebnic (dřívějších, např. [CP], [HH], [HP], [KRI], i pozdějších, např. [SN]). Přínosem jeho otisknutí bylo uvedení tří podrobných způsobů řešení závislých na volbě časového okamžiku, k němuž se hodnoty splátek a půjčky počítaly. Studenti museli pracovat s úrokováním i odúrokováním podle zvoleného okamžiku:

- čas celkového splacení (půjčka se pětkrát úročila, první splátka se dvakrát úročila a druhá se neúročila);
- čas půjčky (půjčka se neúročila, první splátka se třikrát odúročila a druhá se pětkrát odúročila);
- čas první splátky (půjčka se třikrát úročila, první splátka se neúročila a druhá se dvakrát odúročila).

Ve všech postupech získali rovnici o jedné neznámé (hodnota splátky), v níž na jedné straně byla „zpracovaná“ půjčka a na druhé součet „zpracovaných“ splátek. Samozřejmě, že všechny vedly ke stejnému výsledku, navíc byly přehledně a srozumitelně komentovány.

Obdobně formulována byla i neřešená úloha, která se lišila jen počtem splátek a hodnotou půjčky; úroková míra byla shodná.

Druhý příklad (viz strana 286) popisoval dlouhodobé pravidelné spoření a ukazoval praktické využití vlastností aritmetické a geometrické posloupnosti.



Zajímavý byl též v pořadí třetí řešený příklad, jenž sice neobsahoval přímo „finance“, ale z jeho formulace vyplývá jeho původ ve finanční matematice. Uveďme jeho plné znění:

*Příklad 30: V lese bylo odhadnuto 90 000 m<sup>3</sup> stojatého dříví. Ročně přibývá 2 % dříví a kácí se 3 000 m<sup>3</sup>. Kolik dříví bude v lese po dvanácti letech? ([PK], str. 289, výsledek: 73 906 m<sup>3</sup> dříví)*

Úloha odpovídá klasickému problému finanční matematiky, kdy po zúročení vkladu část kapitálu vybereme a zbytek ponecháme k dalšímu úročení.

Autoři nejprve vyložili situaci bez kácení a kácený objem nechali imaginárně růst další roky, kdy tam již fakticky nebyl. „Vzrostlý“ kácený objem za jednotlivé roky sečetli jako dvanáct členů geometrické posloupnosti a odečetli od objemu, který by vyrostl v lese bez kácení.

Tento příklad je dalším „důkazem“, jak a kam během padesátých a šedesátých let zmizelo množství úloh s finanční tematikou.

### **Hodnocení učebnice**

Učebnice byla strukturou, rozsahem, zpracováním i náročností vhodnou pomůckou studentů středních průmyslových škol a středních zemědělských technických škol. Jednalo se o velmi kvalitní středoškolskou učebnici matematiky. Její přínos ke vzdělanosti v oblasti finančnictví byl však jen sporadický.

**Valentýn Melicher, Jozef Ivanič, Imrich Lečko:**  
***Matematika pro střední zdravotnické školy, II. díl,***

**5. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1978, 312 stran.**

Tuto učebnici pro střední zdravotnické školy ze slovenštiny přeložil Josef Schmidtmayer v roce 1965. Ve stejném roce vyšlo první vydání, jež bylo schváleno výnosem č. 2824/64-II/1 ministerstva školství a kultury ze dne 14. ledna 1964 jako učebnice matematiky pro druhý a třetí ročník středních zdravotnických škol. Jednalo se o uznávanou učebnici, která vznikla podle učebních osnov platných od školního roku 1962–63, kdy se matematika začala vyučovat na tomto typu škol také ve třetím ročníku. Páté vydání oproti předchozím čtyřem (z let 1965, 1967, 1974 a 1976) nedoznalo žádných podstatných změn.

Poslední kapitola druhého dílu se věnovala posloupnostem a obsahovala podkapitulu nazvanou *Použití posloupností*, v níž byly

vyloženy případy rovnoměrného vzrůstu (poklesu) a rovnoměrně zrychleného vzrůstu (zpomaleného poklesu), které odpovídaly jednoduchému a složenému úrokování a odúrokování. Z pojmů finanční aritmetiky byly zmíněny pouze úročitel a odúročitel.

### Charakteristika podkapitoly

Celou podkapitolu autoři rozvrhli na devět stran. Po zavedení základních pojmů odvodili vzorce nezbytné pro složené úrokování a odúrokování:

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \text{ a } K_n = K_0 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^n,$$

kde  $K_n$  bylo označení konečné hodnoty kapitálu (jistiny),  $K_0$  počáteční hodnoty kapitálu,  $p$  úrokové míry a  $n$  počtu úrokovacích období. Autoři však nehovořili konkrétně o kapitálu, jistině nebo úrokové míře, ale obecně o veličině  $K$ , která rostla či klesala rychlostí  $p$  % za určité období.

Dále zařadili šest řešených příkladů, z nichž tři obsahovaly prvky z finančnictví. Volili běžnou náročnost příkladů, které pojednávaly o hodnotě pohledávky, dlouhodobém pravidelném spoření a splacení půjčky. Textově i podle početní náročnosti bych příklady přirovnal k již zmíněným příkladům ze sbírky [KR]. Podkapitolu ukončili poměrně velkou skupinou úloh k procvičení (16 úloh), z nichž pět se věnovalo finanční matematice. Několik dalších zařadili do souhrnného opakování, některé však nebyly příliš dobře zvolené, neboť byly zcela odtržené od praxe. Uveďme bez dalšího komentáře jednu z nich:

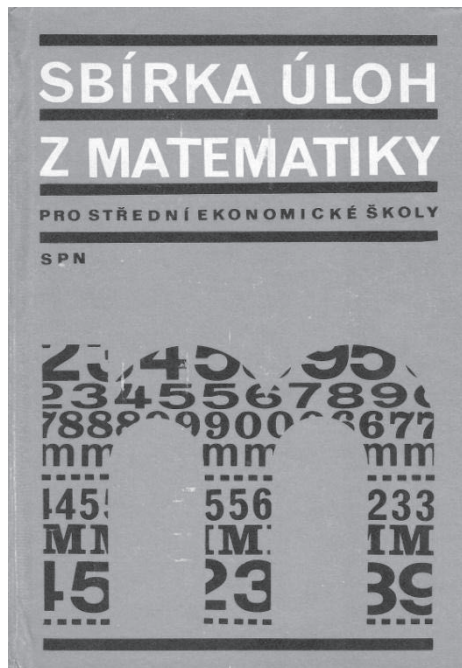
*Za kolik let se částka  $a$  Kčs, uložená na  $p$  % (celoročně složené úrokování), zvětší  $k$ -krát? ([MI], str. 294, výsledek: za  $\frac{\log k}{\log\left(1 + \frac{p}{100}\right)}$  let)*

### Hodnocení učebnice

Učebnice obsahovala základní problematiku finanční matematiky, tj. úrokování vkladu, dlouhodobé střežení a splácení dluhu. Pokud by tuto kapitolu obsahovala každá řada učebnic matematiky na všech typech středních škol, myslím si, že mohl být z velké části odvrácen současný žalostný stav finanční gramotnosti naší populace.

Myslím si, že učebnice byla vzhledem ke struktuře a způsobu zpracování kvalitní a dobrou pomůckou pro studenty i jejich učitele.

**Ladislav Schramm, František Nimrichter, Václav Topinka:**  
***Sbírka úloh z matematiky pro střední ekonomické školy,***  
**4. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1978, 424 stran.**



Sbírka úloh, která začala vycházet na počátku sedmdesátých let, byla schválena výnosem č. 6 188/1970-A/1 Ministerstva školství SSR dne 13. května 1970 jako pomocná kniha pro žáky středních ekonomických škol. První vydání vyšlo ve Slovenském pedagogickém nakladatelství, n. p., v roce 1971. Do češtiny ji přeložil ještě téhož roku Václav Vosáhlo.

Sbírka byla zpracována podle učebních osnov, které na středních ekonomických školách platily od školního roku 1966/67. Slovní úlohy kladly důraz na praktické využití matematických vědomostí.

Ve sbírce jsem našel celou skupinu úloh s finanční tematikou.

Na stranách 210 až 215 mezi více než padesáti úlohami bylo spolu s řadou zajímavých příkladů z historie (např. úloha z Ahmesova papyru, úloha s kupcem, který si chce dát okovat koně, pšeničná zrna na šachovnici) uvedeno také třicet tři úloh z finanční matematiky. Tematicky pokrývaly veškeré základní aktivity tehdejšího bankovníctví – dlouhodobé uložení částky, pravidelné ukládání stejné částky, výpočet hodnoty pohledávky, jednorázové splacení dluhu, splacení dluhu více splátkami a stanovení výše důchodu.

Bohatost úloh ukazuje, že si autoři byli vědomi požadavků kladených na absolventy středních ekonomických škol. Žádný jiný typ středních škol nepracoval se sbírkou či učebnicí, která nabízela obdobné množství a tak rozmanitou škálu úloh z finanční aritmetiky.

Uveďme dva příklady, které „nadřazenost“ této sbírky dokreslují.

156. Začátkem každého roku ukládáme do spořitelny Kčs 1 200,- po 7 roků. Jakou částku budeme mít ve spořitelně koncem 10. roku při 3 % p. a.?

165. Jak velký je dluh, který má dlužník splácet vždy koncem roku deseti ročními anuitami po Kčs 1 000,- a koncem 11. roku anuitou Kčs 650,31? Úroková míra je 3 % p. a. ([SN], str. 214, výsledky: úloha 156. Kčs 10 349,-; úloha 165. Kčs 9 000,-)

Při řešení většiny úloh nestačilo jen dosadit dané hodnoty do známých vzorců, využít tabulek střadatelů, zásobitelů a násobením či dělením dospět k výsledku. Bylo nutné pracovat s kombinacemi vzorců a jejich modifikacemi, které si student musel sám odvodit.

Podle mého názoru mohl každý student, který svědomitě propočítal tuto sbírku, získat dovednosti, díky nimž se nemusel obávat, že by byl při jednání s nějakou bankovní institucí zaskočen či jinak nemile překvapen.

**Jana Müllerová, Václav Sýkora, Ondřej Šedivý:**  
***Matematika pro střední pedagogické školy, III. díl,***  
**1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1979, 164 stran.**

Jednalo se o učebnici pro střední školy, na nichž matematika nebyla stěžejním předmětem, čemuž odpovídal i její rozsah. Autoři sice uvedli kapitoly o posloupnostech, ale vložili do ní pouze jednu úlohu s finanční tematikou.

Posuďme její náročnost:

*Vklad 15 000 Kčs je ve spořitelně uložen na 3% úrok. Jakou hodnotu bude mít vklad po pěti letech? ([MS], str. 77, výsledek: 17 389 Kčs)*

Vidíme, že se jednalo o úlohu, v níž studenti hledali konkrétní člen geometrické posloupnosti, tzn. otázka finanční matematiky byla vedlejší. Nezbyvá nám než konstatovat, že tato učebnice vůbec nepřispěla k rozvoji finanční vzdělanosti.

**Václav Sýkora, Oldřich Odvárko, Jozef Smida:**  
***Matematika pro gymnázia, sešit 6 – část 2,***  
**1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1979, 126 stran.**

Sešitová učebnice matematiky pro gymnázia z řady, jejímž koordinátorem byl Miloslav Zedek, vycházela na přelomu sedmdesátých

a osmdesátých let jako pomocné materiály pro studenty a učitele. Tým autorů byl složen z českých i slovenských učitelů, aby po překladu do obou jazyků byla jednotná forma výuky matematiky na gymnáziích v celé Československé republice, což byl trend panující od sedmdesátých let až do rozdělení Československa dne 1. ledna 1993.

Tato „sešitová řada“ předcházela nově vznikající řadu gymnaziálních učebnic matematiky tzv. „nové koncepce“, která začala vycházet v roce 1984. První učebnici řady nazvanou *Matematika pro 1. ročník gymnázií* autorů Jozefa Smidy, Júlie Lukátšové, Jaroslava Šedivého a Jindřicha Vocelky schválilo výnosem č. j. 16 483 /83-210 ministerstvo školství ČSR dne 2. května 1983 jako učebnici matematiky pro první ročník gymnázií.

Sešit 6 – část 2 obsahoval kapitolu o posloupnostech a řadách, ale neobsahoval ani jedinou zmínku o finanční matematice.

**Jaroslav Šedivý, Václav Medek, Oldřich Odvárko, Beloslav Riečan,  
Václav Sýkora: *Matematika pro gymnázia, sešit 8,*  
2. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1980, 245 stran.**

Jednalo se o další sešit z řady „sešitových učebnic“, který se svým rozsahem více přiblížil klasické učebnici. Přínos řady k finanční vzdělanosti byl minimální, neboť byla uvedena jen jedna osamocená a nepřilíš náročná úloha. Pro lepší posouzení uvedu celé její znění:

*Počátkem roku uložíme 1 000 Kčs na 4% úrok za rok.*

*a) Na jakou částku vzroste tento vklad na konci pátého roku, jestliže žádné peníze nevykládáme ani nevybíráme? b) Na jakou částku vzroste vklad na konci pátého roku, jestliže na počátku každého roku uložíme dalších 1 000 Kčs? ([S8], str. 147, výsledky: a) 1 216,65 Kčs; b) 5 632,98 Kčs)*

**Leo Boček a kolektiv:  
*Zbierka úloh z matematiky pre 2. ročník experimentálnych gymnázií,*  
1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Bratislava, 1981, 168 stran.**

Tato sbírka nebyla žádným přínosem v rozvoji finanční vzdělanosti, protože obsahovala pouze jednu úlohu s finanční tematikou, v níž se hledal pouze konkrétní člen geometrické posloupnosti. Uveďme její text bez dalšího komentáře:

*Na akú sumu sa zvýšil vklad 10 000 Kčs za štyri roky, ak je uložený na 3% úrok? ([EX2], str. 47, výsledek: 11 255 Kčs)*

**Jozef Smida, Jaroslav Šedivý:**

***Zbierka úloh z matematiky pre 3. a 4. ročník experimentálnych gymnázií,***  
**1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Bratislava, 1983, 208 stran.**

Uvedená sbírka sice měla samostatnou kapitolu o posloupnostech a řadách, neobsahovala však žádnou úlohu z finanční matematiky. Je zajímavé, že finanční úlohy na počátku osmdesátých let dvacátého století ze základních učebních textů úplně vymizely. Tento trend ve mně budí pocit, že široké veřejnosti měla být znalost tohoto odvětví zcela odepřena.

**Edita Porubská a kolektiv: *Matematika pro střední odborné školy***  
***a studijní obory středních odborných učilišť, 8. část,***

**1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1986, 288 stran.**

Učebnici z osmidílné řady používané dodnes jako základní učebnice matematiky na některých odborných školách a učilištích přeložila ze slovenského originálu Olga Klabanová. Schválilo ji výnosem č. j. 18 289/85–210 ministerstvo školství ČSR dne 13. června 1985 jako učebnici matematiky pro střední umělecko-průmyslové školy, střední knihovnické školy a střední zdravotnické školy. Poznamenejme, že do konce osmdesátých let vyšla čtyři její vydání.

V kapitole nazvané *Posloupnosti* lze najít několik úloh s finanční tematikou. V podkapitole *Užití geometrických posloupností* bylo uvedeno jednoduché a složené úrokování jako typický příklad využití geometrických posloupností v praxi. Ze čtyř řešených příkladů byly finanční matematice věnovány dva a ze šesti neřešených úloh o financích pojednávala jedna. Rozsahem a náročností odpovídala tato část výše popsané podkapitole v učebnici [MI].

**Oldřich Odvárko, Emil Calda, Jana Kolouchová, Jana Řepová:**  
*Matematika pro středné odborné školy*  
*a studijné obory středných odborných učilišť, 6. část,*  
**1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Bratislava, 1987, 288 stran.**

Jednalo se o slovenskou učebnici matematiky z řady podobné jako výše analyzovaná učebnice [EP]. Rozsahem finanční matematiky je srovnat nelze, neboť v této učebnici se nacházel pouze jediný příklad téměř totožný s příkladem uvedeným ve sbírce [EX2]. Její přínos k finanční vzdělanosti můžeme proto označit jako nulový.

**Jozef Smida: Matematika pro III. ročník gymnázií,**  
*Posloupnosti a řady reálných čísel,*  
**1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1989, 80 stran.**

Jednalo se o dodatek k učebnici matematiky pro třetí ročník gymnázií zpracované kolektivem autorů pod vedením Jaroslava Šedivého, která vyšla pro „novou koncepci“ v roce 1986 a byla schválena výnosem č. j. 18 866/85–210 ministerstva školství ČSR dne 31. května 1985.

Dodatek nesl podtitul *Posloupnosti a řady reálných čísel* a skládal se z deseti kapitol. Ve čtvrté kapitole *Úlohy řešené pomocí aritmetických a geometrických posloupností* jsem očekával alespoň základní skupinu úloh z finančnictví. Nalezl jsem však pouze jedinou úlohu, jejíž znění je následující:

53. *Kuřák prokouří ročně přibližně 2 000 Kčs. Kolik by ušetřil za 10 let, jestliže by tuto částku ukládal koncem každého roku na vkladní knížku se 4% úrokováním?* ([G3], str. 36, výsledek: 24 012 Kčs)

Ani tento dodatek tedy neumožnil na gymnáziích sedmdesátých a osmdesátých let návrat zaniklého tématu *finanční matematika*. O tom se můžeme mj. přesvědčit v učebnici pro druhý ročník gymnázia [G2], která při rozsahu 120 stran měla samostatnou kapitolu o posloupnostech a řadách, ale neobsahovala ani jedinou zmínku o finanční matematice.

**Rudolf Muzikář: *Repetitorium elementární matematiky*,  
3. vydání, Vysoká škola ekonomická,  
Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1989, 203 stran.**

Roku 1979 vyšlo první vydání *Repetitoria*, které usnadnilo absolventům středních škol přípravu na přijímací zkoušky na vysokou školu ekonomickou.

Publikace byla rozdělena do sedmnácti paragrafů podle základních témat středoškolské matematiky. V každém paragrafu byla nejprve stručně zopakována teorie, pak následovalo několik řešených příkladů a skupina neřešených úloh k samostatnému procvičení.

Vzhledem k tomu, že autor sepsal publikaci pro budoucí studenty vysoké školy ekonomické, předpokládal jsem tomu odpovídající množství příkladů a úloh z finanční matematiky. Název *Posloupnosti* nesl třináctý paragraf v rozsahu čtrnácti stran, který obsahoval šestnáct řešených příkladů a třináct úloh na procvičení. Nenalezl však jsem ani nepatrnou zmínku o finanční matematice.



## 5.3 Třetí skupina učebnic

**Jan Taišl, Josef Vojáček: *Aritmetika pro sedmý ročník*,  
12. nezměněné vydání, Státní pedagogické nakladatelství,  
Praha, 1975, 150 stran.**

Rozšířená a oblíbená učebnice pro sedmý ročník základní devítileté školy vycházela od roku 1962 do konce sedmdesátých let. Celkem se dočkala sedmnácti vydání.

Tuto učebnici a následující sbírku pro základní školy zde uvádím z prostého důvodu – obsahuje kapitolu a úlohy o úrokování. Jelikož byla určena pro základní školy, pracovala s ní drtivá většina populace. Byla rozdělena do pěti základních částí, jež byly dále rozděleny do podkapitol, čímž byla učebnice přehledná a vyhledávání informací bylo pohodlné.

Obsah:

- I. Opakování;
- II. Dělitelnost;
- III. Zlomky;
- IV. Poměr. Procenta;
- V. Opakování.

Čtvrtá část o rozsahu šedesáti stran se dělila do sedmi podkapitol. Sedmá podkapitola *Procenta* o rozsahu devatenácti stran obsahovala oddíl nazvaný *Úrok* (6 stran s třemi obrázky rozprostírajícími se přes celé dvě strany). Celá podkapitola obsahovala vedle teoretického výkladu čtrnáct řešených příkladů (tři o úrocích) a 30 úloh na procvičení (šest o úrocích).

Nás bude tedy zajímat čtvrtá část, neboť jako jediná vykládá o úroku. V páté opakovací části jsem žádné podobné úlohy již neobjevil.

V teoretické části byly vyloženy pojmy jistina, úrok, úroková míra, výherní vkladní knížka. Žák byl seznámen s poskytovanou úrokovou mírou spořitelny (2 % z vkladů uložených na vkladní knížky bez výpovědi, 3 % z vkladů na vkladních knížkách s výpovědí a výherní vkladní knížky bez úroků avšak dvakrát do roka slosovávané s možností výhry 20 %, 100 % i 250 %). Teoretický výklad nabádal ke spořivosti a pojem úroku se způsobem jeho výpočtu velmi jasně vyjádřil.

*Rozvázný občan neutratí hned všechny peníze, které vydělá ...*

*Státní spořitelny soustřeďují úspory občanů a pečují o jejich bezpečnost ...* ([TV], str. 135)

**Výpočet úroku.** Úrok za rok je tolik procent z uložené jistiny, kolik udává úroková míra. Úrok za dobu kratší než rok se vypočte tak, že se úrok za rok násobí příslušným zlomkem roku. ([TV], str. 137)

Na ukázkou uvedme dva příklady.

*Příklad 14.* Vypočtete úrok z jistiny 7 264,65 Kčs při úrokové míře 2 % za dobu od 15. března do 12. října téhož roku. ([TV], str. 137, příklad byl podrobně vyřešen, výsledek: 83,54 Kčs)

*30.* Na kolik korun by vzrostla jistina 10 000 Kčs při 3% úrokové míry za 4 roky? Sestavte tabulku podle tabulky v učebnici. ([TV], str. 140, cvičení odkazuje na tabulku v řešeném příkladu 15, výsledek: 11 255,08 Kčs)

Hodnocení učebnice uvedu souhrnně s následující sbírkou.

**Karel Kindl: Sbíрка úloh z aritmetiky pro 5. až 7. ročník,  
10. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1983, 328 stran.**

Tato velmi rozšířená, často používaná a oblíbená sbírka úloh pro základní školy vycházela v letech 1958 až 1988; celkem se dočkala jedenácti vydání. Její název se v průběhu času měnil: nejprve to byla *Sbíрка úloh z aritmetiky pro 6. a 7. ročník všeobecně vzdělávacích škol* a teprve v osmdesátých letech (tj. poslední dvě vydání z let 1983 a 1988), nesla výše zmíněný název. Obsah zůstával téměř beze změn.

Sbíрка obsahovala, jak tvrdí autor, asi 2 000 sestavených příkladů a 1 000 slovních úloh s rozmanitými náměty. Byly seřazeny podle obtížnosti, jejich hlavním cílem bylo vypěstovat samostatnost žáků při řešení úloh a následné kontrole ve výsledcích. Nejobtížnější problémy byly označeny hvězdičkou.

Tematicky byly úlohy rozděleny do dvanácti částí (*Desítková soustava, Sčítání, Odčítání, Násobení, Dělení, Smíšené úlohy s přirozenými čísly, Dělitelnost, Zlomky, Desetinná čísla, Procenta, Diagramy, Přímá a nepřímá úměrnost*) podle probírané látky v příslušných ročnících. Zaměříme se na kapitulu *X. Procenta* (rozsah 20 stran), která se dělila na pět podkapitol. Pátá podkapitola nesla název *Úrok*. Na čtyřech stranách bylo žákovi předloženo 27 úloh s pořadovými čísly od 130 do 156, avšak pouze k sedmnácti z nich nalezl žák odpověď v kapitole *Výsledky*.

Úlohy byly určeny pro žáky základní školy, kde autor předpokládal pouze ovládnutí práce s procenty. Uvedme dva příklady pro dokreslení náročnosti.

142. Kolik má na vkladní knížce uloženo žák, jestliže mu při 2%ní úrokové míře připsali za rok 16 Kčs úroků? ([KI], str. 264, výsledek: 800 Kčs, odpověď není v knize uvedena)

148. Zaměstnanec si vypůjčil 5 000 Kčs na opravu domu a půjčku bude splácet čtvrtletně po 500 Kčs kromě úroku.

a) Jak velká bude první splátka s 5%ním úrokem?

b) Za jakou dobu splatí půjčku? ([KI], str. 165, výsledek: a) 562,50 Kčs, b) dva a půl roku, výsledek b) není v knize uveden)

### **Hodnocení učebnice [TV] a sbírky [KI]**

Na těchto knížkách nejvíce oceňuji to, že se žák seznámil se základními pojmy finanční matematiky. V učebnici [TV] mě potěšilo, že si žák podle návodu dokázal vypočítat dobu uložení jistiny s přesností na dny, ale postrádal jsem zde pojmy dluh, dlužník a věřitel – žádný příklad se netýkal splácení dluhu, bylo zde vysvětleno jen spoření. Naproti tomu ve sbírce [KI] byl žák v jedné úloze přímo dotázán k vysvětlení pojmů dlužník, věřitel, půjčka, splátka a dalších. Splácení dluhu se týkaly celkem tři úlohy ze zmiňovaných dvaceti sedmi.

Konstatuji, že rozmanitost úloh s finanční tematikou je velmi chudá, ale přesně odpovídá tehdejšími požadavkům na znalosti občana vzhledem k nabídce spořitelny. Bohužel právě díky této chudobě se stalo toto téma nezáživným a dále upadalo v zapomnění.

## 5.4 Shrnutí

Z období let 1945 až 1989 jsem prostudoval téměř šedesát učebnic (včetně jejich dalších vydání). Zjistil jsem v některých případech postupnou, ale ve většině případů náhlou a ráznou devastaci finanční aritmetiky. Na všech typech středních škol s výjimkou středních ekonomických škol finanční úlohy vymizely. Několik posledních zástupců těchto problémů bylo vyučováno a řešeno bez vyložení příslušné teorie a uvedení hlubších souvislostí jen jako procvičování procent či posloupností. Z období od padesátých let do osmdesátých let dvacátého století lze vyzdvihnout pouze učebnice [NI] a [ZJ]. Domnívám se, že sbírka [SN], jež je v následující tabulce také označena, si toto zvýraznění také zaslouží, protože přes malý rozsah výkladu finanční matematiky bez řešených příkladů obsahuje poměrně velkou „zásobárnu“ neřešených úloh.

Z provedených analýz učebnic a sbírek tohoto období vidíme trvalý a neúprosný úbytek úloh s finanční tematikou. Vše názorně shrnuje výše uvedená tabulka, do níž řadu publikací nebylo možno vůbec zařadit pro jejich nulový přínos. Situace na všech typech středních škol, vyjma ekonomických, vedla k úplnému ignorování tohoto matematického tématu. Studenti, jejich učitelé a rodiče neviděli důležitost a perspektivu znalostí finanční matematiky v budoucím praktickém životě. Nabídky bank, záložen a spořitelen byly strohé a jednoznačné – např. půjčka tolik a splátka tolik po danou dobu či při vkladu tolik na jistý úrok. Každý vystačil se základními znalostmi o procentech, které měl ovládnout na základní školy. Rozšířené nabídky finančních ústavů pro běžného občana, tak jak je známe dnes, neexistovaly.

Finanční matematika pro širokou veřejnost téměř přestala existovat. Zbylé úlohy, které se objevovaly v publikacích během šedesátých a sedmdesátých let, mizí v osmdesátých letech. Z vlastní zkušenosti vím, že úlohy, jež výjimečně zůstaly ve sbírkách a učebnicích, byly vyučujícími vynechávány jako nedůležité a zbytečné. Tímto postojem byl podtržen a utvrzen „vztah“ mé generace k finančním výpočtům. Finance byly výrazem kapitál spojeny s kapitalismem a jeho stádiem imperialismem, tj. s něčím, co je špatné a pro socialistického občana nepřipustné. Absolventi středních škol znali pravidla počítání s procenty, znali vlastnosti aritmetických a geometrických posloupností. Nedokázali je však již spojit s finančnictvím.

Nelze se tedy divit, kolik lidí se po revoluci v roce 1989 během devadesátých let dvacátého století zadlužilo, a to jen díky neznalosti základních zákonů finanční matematiky. Tuto mezeru ve všeobecném

vzdělání se snažíme zaplnit dodnes. O úspěšném postupu této snahy hovoří následující kapitola.

Podívejme se na závěr této kapitoly na tabulku shrnující základní charakteristiky publikací s alespoň minimálním přínosem k finanční vzdělanosti:

publikace – rok vydání	celkový rozsah	rozsah FM	počet ŘP FM	počet NÚ FM	jednoduché úrokování	složené úrokování	přínos
<b>[JJ]–1947</b>	<b>256</b>	<b>66</b>	<b>11</b>	<b>0</b>	<b>ano</b>	<b>ano</b>	<b>3</b>
<b>[SE]–1948 <sup>*)</sup></b>	<b>57</b>	<b>57</b>	<b>49</b>	<b>245</b>	<b>ano</b>	<b>ano</b>	<b>4</b>
[EC]–1949	98	10	6	6	ano	ne	2
[BC1]–1950	132	12	9	5	ano	ne	2
[CP]–1951	177	6	2	10	ne	ano	1
[OM]–1951	232	5	5	0	ano	ano	2
[HJS]–1953	280	3	1	13	ano	ne	1
[HH]–1954	372	7	2	4	ne	ano	1
[KK]–1954	236	8	3	6	ne	ano	1
[HP]–1954	212	7	7	13	ne	ano	2
[HH1]–1956	124	7	2	4	ne	ano	1
[KRI]–1966	364	2	0	7	ne	ano	1
[VT]–1969	688	5	1	17	ne	ano	2
<b>[NI]–1970</b>	<b>534</b>	<b>9</b>	<b>9</b>	<b>14</b>	<b>ano</b>	<b>ano</b>	<b>3</b>
<b>[ZJ]–1971</b>	<b>352</b>	<b>30</b>	<b>29</b>	<b>41</b>	<b>ano</b>	<b>ano</b>	<b>4</b>
[MI]–1978	312	8	3	9	ne	ano	2
<b>[SN]–1978</b>	<b>424</b>	<b>6</b>	<b>0</b>	<b>34</b>	<b>ano</b>	<b>ano</b>	<b>3</b>

Zkratky použité v tabulce:

FM – finanční matematika; ŘP – řešený příklad; NÚ – neřešená úloha.

Přínos: 1 – minimální; 2 – základní; 3 – stěžejní; 4 – neocenitelný.

<sup>\*)</sup> učebnice určena k výuce na obchodních akademiích, resp. středních ekonomických školách.

## 5.5 Seznam literatury a internetových zdrojů

### Obecná literatura

- [MP] Jiří Mikulčák: *Programovaná učebnice moderní matematiky*, str. 33–42, časopis *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, volume 13(1968), č. 1, JČMF, Praha, 1968, 404 stran.
- [VK] Alena Vališová, Hana Kasíková a kolektiv: *Pedagogika pro učitele*, 1. vydání, Grada, Praha, 2007, 402 stran.

### Učebnice

- [BC] Jan Bílek, Eduard Čech, Karel Hruša, Vítězslav Jozífek, Karel Prášil, Karel Rakušan: *Aritmetika pro druhou třídu středních škol*, 2. vydání, Státní nakladatelství učebnic, Praha, 1951, 132 stran.  
(1. vydání – 1950, 132 stran)
- [BC1] Jan Bílek, Eduard Čech, Karel Hruša, Vítězslav Jozífek, Karel Prášil, Karel Rakušan: *Aritmetika pro druhou třídu středních škol*, 1. vydání, Státní nakladatelství učebnic, Praha, 1950, 132 stran.
- [BD] Petr Benda, Berta Daňková, Josef Skála: *Sbírka maturitních příkladů z matematiky*, 4. upravené vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1968, 188 stran.  
(1. vydání – 1959, 142 stran; 2. vydání – 1962, 135 stran; 3. nezměněné vydání – 1966, 135 stran; 5. upravené vydání – 1971, 189 stran; 6. upravené vydání – 1974, 189 stran; 7. upravené vydání – 1979, 189 stran; 8. přepracované vydání – 1983, 199 stran; 9. vydání – 1986, 199 stran; 10. vydání – 1988, 199 stran)
- [BK] Vladimír Bruthans, Antonín Kejzlar: *Matematika – příručka pro přípravu na vysokou školu*, 1. vydání, Státní nakladatelství technické literatury, Praha, 1965, 164 stran.
- [CB] Eduard Čech a kolektiv: *Aritmetika pre III. triedu gymnázií*, 1. vydání, Štátne nakladateľstvo, Bratislava, 1951, 79 stran.
- [CP] Eduard Čech a kolektiv: *Matematika pro III. třídu gymnasií*, 1. vydání, Státní nakladatelství učebnic, Praha, 1951, 177 stran.
- [EC] Eduard Čech: *Aritmetika pro II. třídu středních škol*, částečně změněný dotisk 1. vydání, Státní nakladatelství, Praha, 1949, 98 stran.
- [EM] Karel Hruša, Emil Kraemer, Jiří Sedláček, Jan Vyšín, Rudolf Zelinka: *Přehled elementární matematiky*, 4. nezměněné vydání, Státní nakladatelství technické literatury, Praha, 1964, 500 stran.  
(1. vydání – 1957, 497 stran; 2. revidované vydání – 1958, 498 stran; 3. znovu revidované vydání – 1962, 498 stran)
- [EP] Edita Porubská a kolektiv: *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, 8. část*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1986, 288 stran.

- [EX2] Leo Boček a kolektív: *Zbierka úloh z matematiky pre 2. ročník experimentálnych gymnázií*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Bratislava, 1981, 168 stran.
- [EX3] Jozef Smida, Jaroslav Šedivý: *Zbierka úloh z matematiky pre 3. a 4. ročník experimentálnych gymnázií*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Bratislava, 1983, 208 stran.
- [G2] Jozef Smida, Ladislav Kosmák, Oldřich Odvárko, Jaroslav Šedivý: *Matematika pro II. ročník gymnázia*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1980, 120 stran.
- [G3] Jozef Smida: *Matematika pro III. ročník gymnázií, Posloupnosti a řady reálných čísel*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1989, 80 stran.
- [GK] Tomáš Gál, Antonín Kamarýt: *Opakování středoškolské matematiky*, 1. vydání, Státní zemědělské nakladatelství ve spolupráci s Ústavem vědeckotechnických informací MZLVH, Praha, 1963, 291 stran.
- [HH] Josef Holubář, František Hradecký, Karel Hruša, Ema Kasková, Milan Kolibiar, František Krňan: *Algebra pro devátý až jedenáctý postupný ročník*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1954, 372 stran.
- [HH1] Josef Holubář, František Hradecký, Karel Hruša: *Algebra pro jedenáctý postupný ročník*, 3. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1956, 124 stran.  
(1. vydání – 1954, 114 stran; 2. nezměněné vydání – 1955, 114 stran)
- [HHS] Josef Holubář, František Hradecký, Karel Hruša, Ema Kasková, Milan Kolibiar, František Krňan: *Algebra pro 9. – 11. postupný ročník všeobecně-vzdělávacích škol*, 2. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Bratislava, 1957, 348 stran.  
(1. vydání – 1954, 371 stran)
- [HJS] Josef Huka, Vítězslav Jozífek: *Matematika pro I. ročník strojnických škol*, 2. přepracované vydání, SPN, Praha, 1953, 280 stran.  
(1. vydání – 1951, 260 stran)
- [HJU] Vratislav Hladovec, Vítězslav Jozífek, Antonín Kunc: *Matematika pro odborná učiliště a učňovské školy I*, 3. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1958, 204 stran.  
(1. vydání – 1952, 222 stran; 2. upravené vydání – 1953, 204 stran)
- [HP] Otakar Hruška, Václav Pelant: *Matematika pro zemědělské technické školy, II. díl, Aritmetika, Statistika, Praktická geometrie*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1954, 212 stran.
- [JH] Vítězslav Jozífek, František Hradecký, Josef Huka: *Matematika pro mimořádné způsoby studia na průmyslových školách (dvouleté studium)*, 2. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1957, 320 stran.

- (1. vydání – 1956, 320 stran)
- [JH7] Vítězslav Jozífek, František Hradecký, Josef Huka: *Matematika pro studium pracujících na SPŠ (dvouleté studium)*, 7. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1962, 320 stran.  
(1. vydání – 1956, 320 stran; 2. vydání – 1957, 320 stran; 3. nezměněné vydání – 1958, 320 stran; 4. nezměněné vydání – 1959, 320 stran; 5. nezměněné vydání – 1960, 320 stran; 6. nezměněné vydání – 1961, 320 stran)
- [JJ] Josef Ježek: *Příručka kupecké, finanční a pojistné matematiky, II. část*, 10. opravené vydání, Česká grafická unie a. s., Praha, 1947, 256 stran.  
(Nalezená vydání: 1. vydání – 1911; 4. rozšířené a opravené vydání – 1921, 143 stran (jen kupecká matematika); 7. rozšířené a opravené vydání – 1928, 238 stran; 8. opravené vydání – 1930, 169 stran (jen kupecká matematika); 9. nezměněné vydání – 1933, 268 stran)
- [JP] Miloš Jelínek: *Algebra pro střední školy pro pracující (Učebnice pro posluchače televizních kursů matematiky)*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1964, 324 stran.
- [KI] Karel Kindl: *Sbírka úloh z aritmetiky pro 5. až 7. ročník*, 10. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1983, 328 stran.  
(1. vydání – 1958, 327 stran; 2. nezměněné vydání – 1960, 327 stran; 3. nezměněné vydání – 1961, 327 stran; 4. nezměněné vydání – 1966, 327 stran; 5. nezměněné vydání – 1970, 327 stran; 6. upravené vydání – 1974, 327 stran; 7. vydání – 1976, 327 stran; 8. vydání – 1978, 327 stran; 9. vydání – 1979, 327 stran; 11. vydání – 1988, 327 stran)
- [KK] Jiří Kabele, Jan Kotík, Eduard Kriegelstein, Antonín Pospíšil: *Matematika, II. díl, Učební text pro průmyslové školy (čtyřleté studium)*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1954, 236 stran.
- [KRI] Eduard Kriegelstein a kolektiv: *Sbírka úloh z matematiky pro střední průmyslové školy a střední zemědělské technické školy*, 2. upravené vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1966, 364 stran.  
(1. vydání – 1965, 343 stran)
- [LI] Viktor Borisovič Lidskij: *Úlohy z elementární matematiky*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1965, 46 stran.
- [MI] Valentýn Melicher, Jozef Ivanič, Imrich Lečko: *Matematika pro střední zdravotnické školy, II. díl*, 5. nezměněné vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1978, 310 stran.  
(1. české vydání – 1965, 312 stran; 2. vydání – 1967, 312 stran; 3. vydání – 1974, 310 stran; 4. vydání – 1976, 310 stran)



- [MS] Jana Müllerová, Václav Sýkora, Ondřej Šedivý: *Matematika pro střední pedagogické školy, III. díl*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1979, 164 strany.
- [NI] František Nimrichter, Irena Hubáčková, Ladislav Schramm, Václav Topinka: *Matematika pro I. a II. ročník středních ekonomických škol*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1970, 534 stran.
- [OC] Oldřich Odvárko, Emil Calda, Jana Kolouchová, Jana Řepová: *Matematika pro středné odborné školy a studijné obory středných odborných učilišť, 6. část*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Bratislava, 1987, 288 stran.
- [OM] Otokar Maška: *Přehled matematiky*, nové vydání upravené Borisem Gruberem, Jednota československých matematiků a fyziků, Přírodovědecké nakladatelství, Praha, 1951, 232 stran.  
(1. až 11. vydání – 1923 až 1947, dvojdílná: 1. díl Aritmetika a algebra (96 stran), 2. díl Geometrie (160 stran))
- [PJ] Josef Polák: *Přehled středoškolské matematiky*, 8. vydání, Prometheus, Praha, 2005, 608 stran.  
(1. vydání – 1972, 627 stran; 2. vydání – 1977, 627 stran + dotisk 1978, 627 stran; 3. vydání – 1980, 627 stran; 4. vydání – 1983, 627 stran; 5. přepracované vydání – 1991, 608 stran; 6. vydání – 1995, 608 stran; 7. vydání – 2003, 608 stran; 9. přepracované vydání – 2008, 659 stran)
- [PJ4] Josef Polák: *Přehled středoškolské matematiky*, 4. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1983, 627 stran.  
(1. vydání – 1972, 627 stran)
- [PK] Antonín Pospíšil, František Kejla, Eduard Kriegelstein, Václav Pelant: *Matematika pro II. ročník středních průmyslových škol a středních zemědělských technických škol*, 3. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1971, 291 stran.  
(1. vydání – 1965, 286 stran; 2. doplněné vydání – 1966, 291 stran; 4. vydání – 1975, 291 stran; 5. vydání – 1977, 291 stran; 6. vydání – 1978, 291 stran)
- [RR] Jozef Kroupa, Karel Rakušan, Anna Rakušanová, Jan Vyšín: *Matematika pro šestý postupný ročník*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1954, 274 stran.
- [RZ] Rudolf Zelinka: *Učební texty pro aritmetiku, III. část*, 2. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1952, 190 stran.  
(1. vydání – 1950, 188 stran + dotisk 1951, 188 stran)
- [S6] Václav Sýkora, Oldřich Odvárko, Jozef Smida: *Matematika pro gymnázia, sešit 6 – část 2*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1979, 126 stran.  
(2. vydání – 1981, 126 stran; 3. vydání – 1984, 126 stran)

- [S8] Jaroslav Šedivý, Václav Medek, Oldřich Odvárko, Beloslav Riečan, Václav Sýkora: *Matematika pro gymnázia, sešit 8*, 2. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1981, 243 stran.  
(1. vydání – 1980, 243 stran)
- [SE] Václav Seliger: *Matematika III. (Učební text pro III. ročník obchodních akademií)*, 1. vydání, Státní nakladatelství, Praha, 1948, 57 stran.
- [SN] Ladislav Schramm, František Nimrichter, Václav Topinka: *Sbírka úloh z matematiky pro střední ekonomické školy*, 4. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1978, 423 stran. (Ze stejnojmenného slovenského originálu přeložil Václav Vosáhl.)  
(1. vydání – 1972, 423 stran; 2. vydání – 1976, 424 stran; 3. vydání – 1977, 423 stran; 5. vydání – 1979, 423 stran; 6. vydání – 1981, 423 stran)
- [TV] Jan Taišl, Josef Vojáček: *Aritmetika pro sedmý ročník*, 12. nezměněné vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1975, 152 stran.  
(1. vydání – 1962, 152 stran; 2. nezměněné vydání – 1963, 152 stran; 3. nezměněné vydání – 1964, 152 stran; 4. vydání – 1966, 152 stran; 5. nezměněné vydání – 1967, 152 stran; 6. vydání – 1968, 152 stran; 7. vydání – 1969, 152 stran; 8. nezměněné vydání – 1971, 152 stran; 9. nezměněné vydání – 1972, 152 stran; 10. nezměněné vydání – 1973, 152 stran; 11. nezměněné vydání – 1974, 152 stran; 13. nezměněné vydání – 1976, 152 stran; 14. upravené vydání – 1977, 152 stran; 15. upravené vydání – 1978, 152 stran; 16. upravené vydání – 1979, 152 stran; 17. upravené vydání – 1980, 152 stran)
- [V2] Emil Kraemer, Pavel Bartoš, Anna Hustá, Jiří Kabele, Jiří Mikulčák, Jan Voříšek: *Matematika pro II. ročník SVVŠ – větev přírodovědná*, Doplněk k základní učebnici, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1965, 128 stran.
- [V3] Emil Kraemer, Pavel Bartoš, Anna Hustá, Jan Voříšek, Michal Zöldy: *Matematika pro III. ročník SVVŠ*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1965, 316 stran.
- [VL] Josef Vlček: *Sbírka příkladů z matematiky pro střední školy*, 2. vydání, Komenium, učitelské nakladatelství, Brno, 1948, 72 stran.  
(1. vydání – 1947, 73 stran)
- [VSE] Rudolf Muzikář: *Repetitorium elementární matematiky*, 3. vydání, Vysoká škola ekonomická, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1989, 203 stran.  
(1. vydání – 1984, 203 stran; 2. vydání – 1987, 203 stran)
- [VT] František Vejsada, František Talafous: *Sbírka úloh z matematiky pro SVVŠ (gymnasia)*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1969, 688 stran.

- (2. vydání – 1973, 688 stran)
- [ZJ] Josef Zahradník: *Matematika pro I. a II. ročník studia absolventů SVVŠ (gymnázii) na středních ekonomických školách*, 1. vydání, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1971, 352 stran.
- [ZO] Zdeněk Opava: *Programovaná učebnice matematiky (aritmetika a algebra)*, 1. vydání, nakladatelství Práce, Praha, 1970, 709 stran.  
(2. doplněné vydání – 1980, 739 stran)

#### **Internetové zdroje**

- [I01] Národní pedagogická knihovna J. A. Komenského, Praha:  
<http://www.npkk.cz>.
- [I02] Online katalog Národní knihovny ČR: <http://www.nkp.cz>.
- [I07] Wikipedie, otevřená encyklopedie: <http://cs.wikipedia.org>.
- [I08] Wikipedia, the free encyclopedia: <http://en.wikipedia.org>.