

Finanční matematika v českých učebnicích

3. Finanční matematika na středních školách v období první republiky (rozvoj kvalitního dědictví 1918–1939)

In: Martin Melcer (author): Finanční matematika v českých učebnicích. (Od Marchetovy reformy). (Czech). Praha: Matfyzpress, vydavatelství matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze, 2013. pp. 102–143.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/402360>

Terms of use:

© MATFYZPRESS

© Martin Melcer

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

3. Finanční matematika na středních školách v období první republiky (rozvoj kvalitního dědictví 1918 – 1939)

Na sklonku první světové války došlo k transformaci politické mapy Evropy. Jednou z těchto změn byl rozpad Rakousko-Uherské monarchie, která byla na straně poražených států. Československo bylo jedním z nově vzniklých států na území monarchie. Po hospodářské stránce patřilo mezi nejsilnější. Nově vzniklý samostatný stát uznal kvalitu řady rakouských zákonů a nařízení, a proto je ponechal v platnosti. To se týkalo také školských zákonů. Podstatná změna byla především v otázce jazykové, kde český, respektive slovenský jazyk se staly vyučovacími jazyky na českých, respektive slovenských školách. Další důležitou událostí byla měnová reforma v roce 1919, která ještě více stabilizovala poválečné hospodářství, jež již v roce 1924 dosáhlo předválečné úrovně.

Ve školství se navázalo na kvalitu z období monarchie. Většina učebnic napsaných v českém jazyce před rokem 1918 byla v nových jen minimálně upravených vydáních používána ve dvacátých i třicátých letech, což je patrné z výčtu vydání učebnic uvedených v předešlé kapitole. Vznikaly také nové učebnice, neboť se objevila snaha zavádět moderní učební metody. Dále byli na školách zrovnoprávněni chlapci a dívky. Pro podporu spolupráce veřejnosti a školy bylo zřízeno rodičovské sdružení. Stabilizaci později ještě více upevnil *Malý školský zákon* z roku 1922, který ustanovil povinnou školní docházku na 8 let, rušil úlevy v docházce (např. děti starší 12 let již nebyly uvolňovány na zemědělské práce), ustanovil zakládání mateřských škol a sjednotil různé typy škol na celém území státu. Struktura školství zůstala zachována, bylo ponecháno členění – obecné školy, měšťanské školy, střední školy, odborné školy a vysoké školy.

Nově vzniklý stát měl zájem na výchově a vzdělání občanů. Jednou z důležitých oblastí vzdělání byla i finanční matematika. Občan, který platí své účty včas, dokáže sledovat svou finanční situaci, pečlivě váží objemnější nákupy, svědomitě komunikuje s věřitelem při splácení úvěru, hledá výnos pro své investice a chápe existenci rizika, nebude pro svůj stát zátěží.

Další změnu přinesla školská reforma z roku 1933. Podporovala zejména pokrok a demokratický charakter školství. Jejím cílem bylo přebudování středního školství. Předsedou komise, která tuto reformu

vypracovala, byl akademik Bohumil Bydžovský (podrobné zpracování reformy viz [BŠ]). Vyučování nemělo být již pouhé hromadění informací, ale především samostatné myšlení. Žák či student musel vždycky vědět, proč se předloženou látku učil. Nově získané poznatky uplatňoval při řešení problémů z reálného života, přitom se mělo dbát na samostatnost. Dalším cílem reformy měla být jednotná škola, která vešla v život až po roce 1948 (více viz např. [JR], [MŠ]).

Přehled analyzovaných učebnic.

Publikace pro obecné a měšťanské školy:

- rok 1926: *Počtenice pro horní stupeň obecných škol* (A. Matolín);
- rok 1923: *Počtenice pro pražské školy občanské, díl II.* (K. Jon, A. Maxová);
- rok 1923: *Počtenice pro pražské školy občanské, díl III.* (K. Jon, A. Maxová);
- rok 1924: *Počtenice pro školy měšťanské, díl IV.* (K. Jon, A. Maxová).

Publikace pro reálky, gymnázia, reálná gymnázia a střední školy:

- rok 1931: *Aritmetika pro nižší třídy škol středních, díl I.* (J. Muk);
- rok 1932: *Aritmetika pro nižší třídy škol středních, díl II.* (J. Muk);
- rok 1933: *Aritmetika pro nižší třídy škol středních, díl III.* (J. Muk);
- rok 1920: *Aritmetika pro IV.–VII. třídu škol středních, díl druhý* (B. Bydžovský);
- rok 1933: *Aritmetika pro IV. třídu středních škol* (B. Bydžovský a kol.);
- rok 1935: *Aritmetika pro V.–VII. třídu škol středních* (B. Bydžovský a kol.);
- rok 1936: *Sbírka úloh z matematiky pro IV.–VIII. třídu středních škol* (B. Bydžovský a kol.);

- rok 1924–6: řada učebnic *Aritmetiky pro třídy reálek* (J. Muk);
- rok 1924–7: řada učebnic *Aritmetiky pro třídy gymnasií a reálných gymnasií* (J. Muk);
- rok 1927: *Aritmetika pro sedmou třídu gymnasií a reálných gymnasií* (J. Muk).

Publikace pro učitelské ústavy a vyšší obchodní školy:

- rok 1935: *Aritmetika pro učitelské ústavy. Díl první* (A. Říha);
- rok 1936: *Aritmetika pro učitelské ústavy. Díl druhý* (A. Říha);
- rok 1937: *Aritmetika pro učitelské ústavy. Díl třetí* (A. Říha);
- rok 1936: *Aritmetika v úlohách ke zkouškám z II. a III. odboru měšťanských škol, pro žactvo střed. škol a učitelských ústavů* (M. Ostrý).

Základní problémy finanční aritmetiky, tj. spoření, půjčka a důchod, stále patřily k běžnému životu občana. To byl důvod, proč jsem opět zařadil vedle středoškolských učebnic také učebnice pro obecné a měšťanské školy, jejichž součástí byly základy finanční aritmetiky včetně složitého úrokování a používání tabulek úročitelů a střadatelů.

3.1 Učebnice pro obecné a měšťanské školy

Augustin Matolín: Početnice pro horní stupeň obecných škol (čtvrtá početnice pro méněřídní školy obecné), pro 6., 7. a 8. školní rok, Státní nakladatelství, Praha, 1926, 175 stran.

Jednalo se o početnici, jejíž první vydání se datuje do roku 1913. Po roce 1918 se dočkala mnoha vydání a byla vícekrát označena doložkou ministerstva školství a národní osvěty. Byla schválena výnosy č. j. 106.843/2, resp. č. j. 130.557/25 ministerstva školství a národní osvěty ze dne 7. října 1922, resp. 4. listopadu 1925 jako učebnice pro horní stupeň obecných škol. Početnice byla rozdělena do osmi oddílů, z nichž šestý se jmenoval *Úrokový počet, složitý úrokový počet* (rozsah 15 stran).

Úrokový počet byl rozdělen na tři části.

- Vypočítávání úroků (22 úloh);
- Vypočítávání jistiny (15 úloh);
- Vypočítávání úrokové míry (12 úloh).

Teoretická část byla velmi krátká, jak bylo zvykem ve všech učebnicích určených pro obecné školy. Žák byl seznámen s pojmy roční úroková míra, úrok, úvěr, jistina, způsob zaokrouhlování, záložna, vkladatel a lichva. Byl upozorněn, že je dovoleno půjčovat na roční úrokovou míru maximálně 6%. Vyšší úrok byl již za vlády císaře Rudolfa II. trestný a prohlašován za lichvu. Úlohy obsahovaly základní typy výpočtů a především podporovaly dril. Uveďme jednu úlohu.

Kolik úroku vynesou jistiny:

a) 895 K na 5 % od 7. ledna do 18. dubna; b) 1 364 K na 4 % od 16. února do 24. června; c) 2 627 K na 3 % od 21. července do 29. září; d) ... ([MP], str. 119)

Samostatná část *Složitý počet úrokový* obsahovala 28 úloh, vysvětlovala princip vzniku úroku z úroku. Žákovi předkládala tabulky úročitelů a střadatelů. Většina úloh byla velmi jednoduchých, výjimečně se objevovaly náročnější úlohy.

Posuďme vše uvedením dvou úloh.

Na kolik K vzroste jistina 250 K (540 K, 3200 K) při 5% pololetním úrokování za 20 let? ([MP], str. 125)

Dělník koupil si domek za 20 000 K, měl hotově 8800 K a zbytek zůstal dlužen hypoteční bance; kolik splatil za 20 let při 4% úrokování, platí-li 1 % ročně na umořování dluhu? ([MP], str. 129)

Početnice byla určena žákům obecných škol, u nichž se nepředpokládalo vyšší vzdělání. Hlavním cílem proto bylo zvládnutí jednoduchých reálných problémů bez hlubšího teoretického základu a širšího pohledu. Učebnice neobsahovala výsledky, což bránilo kvalitní domácí přípravě nebo samostudiu.

Obdobnou početnicí byla *Početnice pro 6., 7. a 8. školní rok všech škol obecných* autorů Jana Kozáka a Jana Ročka z roku 1917. Nově ji přepracoval František Pátek a kolektiv; vyšla v roce 1927 ([PP]). Kapitoly o úrocích byly velmi podobné rozsahem i obsahem. Zajímavostí byla pozitivní hesla, např. *Příčinnivostí a spořivostí dojdeme k blahobytu!* ([PP], str. 119); nebo úlohy zaměřené na vlastní nápady a potřeby žáků, jejich rodin a města, např. *Kolik Kč by kdo z nás mohl ušetřiti a uložiti měsíčně (a tedy ročně)? Kolik Kč by měl, až mu bude ... let (ode dneška za ... let)?* ([PP], str. 122).

Karel Jon, Antonie Maxová: *Početnice pro pražské školy občanské, díl II. pro druhou třídu*, Česká grafická unie a. s., Praha, 1923, 116 stran.

Jednalo se o učebnici, jež byla druhým dílem sady početnic (první díl [JM1] neobsahoval finanční matematiku) pro pražské občanské školy, což byla alternativa měšťanských škol pro Prahu. Byla schválena výnosem č. 66 ministerstva školství a národní osvěty ze dne 19. ledna 1923. Všechny díly obsahovaly samostatný oddíl *Vysvětlivky a výsledky*, v nichž se však nenalézaly výsledky ke všem úlohám.

Druhý díl obsahoval 10 kapitol. V páté kapitole nazvané *Počítání procenty* (rozsah 45 stran) byly podkapitoly *Počet úrokový* (rozsah 13 stran) zahrnující 75 úloh a *Počet diskontový* (rozsah 3 strany) s 21 úlohami. Všechny úlohy operovaly jen s jednoduchým úrokováním. Uveďme dvě úlohy pro posouzení náročnosti.

Na kolik % by musela býti uložena jistina 250 Kč, aby vynesla za 1 ½ roku 15 Kč úroků? ([JM2], str. 82, výsledek: 4 %)

Dlužník dostal od lichváře hotově 4400 Kč, ale musil prohlásiti písemně, že mu za 2 měsíce zaplatí 4800 Kč. Kolik % diskontu počítal lichvář? ([JM2], str. 86, výsledek: 8,33 %)

Karel Jon, Antonie Maxová: Početnice pro pražské školy občanské, díl III. pro třetí třídu, Česká grafická unie a. s., Praha, 1923, 116 stran.

Toto byl třetí díl analyzované sady početnic; byl schválen výnosem č. 12.700 ministerstva školství a národní osvěty ze dne 24. února 1923.

Témata této početnice byla rozdělena do deseti kapitol. Ve čtvrté kapitole s názvem *Složitě úrokování; střádání, úmor. Pojišťování* se nacházela poměrně rozsáhlá sbírka (33 stran) úloh s finanční tematikou. Žák navíc mohl v příloze nalézt např. obrázek líce a rubu směnky, státní premiové půjčky, akcie s talonem a kuponem.

Kapitola obsahovala 125 úloh, z nichž 35 bylo věnováno složitému úrokování, 17 pravidelnému nebo nepravidelnému střádání, 17 umořování dluhu a 56 pojišťovací matematice. Z počtu úloh byl patrný velký důraz kladený na pojišťování životní, nemocenské, úrazové, starobní a majetkové. Žák byl nabádán k tomu, aby měl pro každou důležitou oblast svého života sjednané příslušné pojištění. Tím chránil nejen sebe, ale i výdaje státu.

Všechny části finanční matematiky byly stručně vyloženy, úlohy podrobně popisovaly reálné situace a měly se jevit vždy prakticky. Uvedme dvě úlohy, z nichž první vyřešíme.

První úloha:

Živnostník získal od soukromníka půjčku 3500 K na 6 %, z níž neplatil úroků. Když měl jistinu splatiti, žádal soukromník 4964,82 K, protože chtěl mít úroky celoročně kapitalisovány. Obdržel však jenom jednoduchý úrok. O kolik dostal méně? ([JM2], str. 25, o 204,82 K)

Řešení: Žák musel nejprve vydělit částku, kterou soukromník žádal, a půjčku.

$$q^n = \frac{4964,82}{3500} = 1,42852$$

Výsledek našel v tabulce úročitelů pro 6% úrokovou míru a našel dobu poskytnutí půjčky. Byla šestiletá. Bez tabulky úročitelů bylo nutno využít pro vyhledání exponentu logaritmu. Pro nalezených 6 let vypočetl výši dluhu při jednoduchém úrokování.

$$j = 3500 \cdot \left(1 + 6 \cdot \frac{6}{100}\right) = 4760$$

Rozdíl $4964,82 - 4760 = 204,82$ K byl odpovědí.

Zvláštností početnice bylo použití zkratk pro měnu. V některých úlohách byla použita zkratka K (již zastaralé označení dřívější rakousko-

uherské koruny; k tomuto značení jsme byli donuceni se vrátit v době druhé republiky – období Protektorátu Čechy a Morava), jinde byla použita správná aktuální zkratka měny samostatného Československa Kč.

Druhá úloha:

Na pozemek si vypůjčil obchodník 10.000 Kč a uvolil se splatit dluh za 7 let. a) Kolik musí splácet ročně při 5% úroku podle tabulky umořitelů? b) Sestavte jeho umořovací plán! ([JM2], str. 31, 1728,20; zaokrouhlováním vznikne rozdíl 20 h)

Pro poskytování úvěrů byly v textu vyzdvihnuty jen Zemská banka pro obce a Hypoteční banka česká v Praze a v Brně. Nevím, zda to bylo pouze ze subjektivního důvodu autorů, či nějakého sponzorství ze strany zmíněných bank.

Karel Jon, Antonie Maxová: *Počtenice pro školy měšťanské, díl IV. pro jednorozční učební kursy (IV. třídy), Česká grafická unie a. s., Praha, 1924, 120 stran.*

Žáci na občanských, respektive měšťanských školách mohli pokračovat jednorozčním učebním kursem, pokud nepostoupili na střední školu nebo na učební obor. Pro tento kurs byl určen čtvrtý díl počtenice, jež nesl v názvu *pro školy měšťanské*, tedy nejen pražské občanské. Toto pokračování bylo obecně schváleno výnosem č. 16.565 ministerstvem školství a národní osvěty ze dne 16. února 1924.

Učebnice byla rozdělena na dvě základní části.

- *Počítání veličinami vztažnými a jednoduché rovnice.*
- *Procvičování učiva na příkladech z různých oborů lidského vědění a podnikání.*

Ve druhé části byla podkapitola IX. s názvem *Práce a spoření* (7 stran), v níž se nacházela malá skupina úloh z finanční matematiky. Zaměření úloh bylo přizpůsobeno jen k připomenutí látky, která byla vyložena v předešlém roce ve třetím díle. K žádnému rozšíření nedošlo.

Analyzovaná sada učebnic byla standardem výuky matematiky na občanských, resp. měšťanských školách, se kterými jsme se seznámili již na konci devatenáctého a od počátku dvacátého století (viz předešlá kapitola). Každé téma mělo krátký teoretický úvod, ukázky praktického využití, několik řešených příkladů (ne vždy) a skupinu úloh na procvičení. Uvádění výsledků úloh nebylo vždy pravidlem, a proto ne každá učebnice byla vhodná také k samostudiu.

Existovalo mnoho dalších kvalitních sad učebnic nebo jednotlivých učebnic matematiky pro tento typ škol, v nichž byl žák seznamován se základy finanční matematiky. Ze všech zmiňme alespoň čtyřdílné *Počtářovo dílo* Jana Zlámala z let 1929 až 1931, početnice Františka Kneidla z roku 1886 (tři sešity) přepracované Josefem Martincem v letech 1934 až 1936, třídílná sada početnic Josefa Vlčka z let 1932 až 1936 nebo opět třídílné *Počty na škole měšťanské* Františka Úlehly z let 1933 až 1936.

Základními tématy spolu s jednoduchým a složitým či složeným úrokováním bylo střádání a umořování. Žák byl také pravidelně seznamován se směnkami a částečně také s vedením účetních knih. Vzhledem k mládí samostatného státu byla v učebnicích hesla pro podporu nejen státnosti, ale i hospodářských otázek. Byly rozebírány základní myšlenky celkového pozvednutí společnosti, zdůrazňována koupě nemovitostí, význam soukromých půjček, vkladních knížek a listů, účasti na výdělečných podnicích, nakupování cenných papírů atd. Hlavním mottem k překonání poválečných problémů bylo pracovat a šetřit, k čemuž měl být žák svědomitě veden učiteli, kteří měli v učebnicích vhodný studijní materiál.

3.2 Učebnice pro reálky, gymnázia, reálná gymnázia a střední školy

Jindřich Muk: *Aritmetika pro nižší třídy škol středních,*

díl I., 4. změněné vydání, Profesorské nakladatelství a knihkupectví, s. r. o., Praha, 1931, 130 stran;

díl II., 4. změněné vydání, Profesorské nakladatelství a knihkupectví, s. r. o., Praha, 1932, 140 stran;

díl III., 4. změněné vydání, Profesorské nakladatelství a knihkupectví, s. r. o., Praha, 1933, 146 stran.

V předešlé kapitole jsme analyzovali kvalitní sadu učebnic aritmetiky pro nižší třídy středních škol autorů Rudolfa Bendla a Jindřicha Muka ([BM1], [BM2], [BM3]), jež vycházela v upravených vydáních během dvacátých let dvacátého století. Na počátku třicátých let Jindřich Muk sám, neboť v roce 1922 spoluautor Rudolf Bendl zemřel, upravil učebnice pro čtvrté vydání. Všechny tři díly byly schváleny výnosy ministerstva školství a národní osvěty – první díl: 8. května 1931, č. j. 61.960-31-II, druhý díl: 16. července 1932, č. j. 83.994/32-II/1 a třetí díl: 8. května 1933, č. j. 48.883/33-II/1.

Podíváme-li se na nová vydání z pohledu obsahu finanční matematiky, došlo k několika změnám. V prvním díle již nebyl samostatný paragraf s názvem *O penězích*. Ve druhém díle byl paragraf nazvaný *Počít úrokový* rozšířen ze 13 na 16 stran. Náplň zůstala zachována, rozšíření nastalo po grafických úpravách pro zlepšení přehlednosti. K dalšímu viditelnému vylepšení nedošlo, učebnice například stále neměly oddělení výsledků.

Další, již páté vydání v polovině třicátých let bylo upravováno podle návrhu učebních osnov pro střední školy z roku 1933. V matematice došlo jen k malým změnám. Finanční matematika zůstala zachována, jen byla posunuta do částí o poměrech a úměrách. Jednotlivé paragrafy byly slučovány pro lepší orientaci do větších celků.

Tyto tři díly byly doplněny ještě čtvrtým, který neměl totožný počet vydání. V roce 1934 vyšel potřetí v nezměněném vydání. Byl opatřen výsledky, měl rozsah 185 stran, ale neobsahoval finanční matematiku.

**Bohumil Bydžovský: *Aritmetika pro IV. – VII. třídu škol středních,*
díl druhý, 1. vydání,
Jednota českých matematiků a fyziků, Praha, 1920, 160 stran.**

Jednalo se o druhý díl aritmetiky pro vyšší třídy středních škol. Spolu s prvním dílem (viz [B1D]) zcela odpovídaly učebnicím téhož autora z let před rokem 1918 ([B45] a [B67]), které byly analyzovány v předešlé kapitole. Stejně jako [B45] a [B1D] také neobsahoval finanční matematiku. Finanční matematika ve druhém díle, respektive v [B67] byla naprosto totožná. Kompletní výklad, řešené příklady i úlohy k procvičení byly přejaty. Jen jednotka měny se z K změnila na Kč.

Učebnice byly považovány za velmi kvalitní, a proto nebylo třeba je znatelně přepracovávat. V letech 1926 a 1927 vyšly také ve slovenštině, do níž byly přeloženy Michalem Ondrušem.

**Bohumil Bydžovský, Stanislav Teplý, František Vyčichlo:
Aritmetika pro IV. třídu středních škol, 6. vydání,
Jednota československých matematiků a fyziků, Praha, 1934, 108 stran.**

Po školské reformě z roku 1933 vznikala nová přepracovaná vydání starších učebnic. Také učebnice [B1D] a [B2D], které jsem zmínil výše, se dočkaly nového vydání. Bohumil Bydžovský na nich spolupracoval se Stanislavem Teplým a Františkem Vyčichlem. Došlo k novému rozdělení podle osnov nižších a vyšších tříd středních škol. Byla osamostatněna učební látka určená pro čtvrté třídy a zbytek byl umístěn do druhé knihy.

Tato aritmetika určená pro čtvrtou třídu byla schválena výnosem č. 40454/34-II/1 ministerstva školství a národní osvěty ze dne 9. dubna 1934 pro střední školy s československým jazykem vyučovacím ve znění českém. Poznamenáno navíc bylo vyloučení všech předchozích vydání jako zastaralých a nevyhovujících reformě. Tato učebnice obsahovala z pohledu na finanční matematiku jen dvoustránkovou podkapitulu nazvanou *Peněžnictví* zaměřující se na koupi dlužních úpisů nebo ukládání peněz na běžný účet. Nacházelo se v ní sedm úloh na procvičení. Uvedme jednu z nich bez dalšího komentáře.

Kolik Kč vyplatí záložna za směnku na 3 000 Kč, která ji byla prodána 36 dní před dobou splatnosti s 6% diskontem? (bez poplatku) ([B4], str. 62, výsledek: 2 982 Kč)

Bohumil Bydžovský, Stanislav Teplý, František Vyčichlo:
Aritmetika pro V. – VII. třídu středních škol, 6. vydání,
Jednota československých matematiků a fysiků, Praha, 1935, 212 stran.

Jednalo se o výše avizované nové vydání přepracovaným podle učebních osnov z roku 1933. Bylo schváleno výnosem č. 97 825/35-II/1 ministerstva školství a národní osvěty ze dne 22. srpna 1935 pro střední školy s československým jazykem vyučovacím v českém znění.

Podobně jako u předešlých vydání byly jednotlivé kapitoly seskupeny do objemnějších částí. Byly seřazeny podle umístění do jednotlivých tříd a student měl přehled, která látka patří do které třídy. Část s názvem *Složené úrokování* byla třetí závěrečnou částí pro šestou třídu, měla rozsah třiceti stran a byla rozdělena do sedmnácti kapitol.

Část III. *Složené úrokování*

11. Základní úloha (1 strana);
12. Vzrůst kapitálu (2 strany);
13. Mocnitél n lomený (1 strana);
14. Diskont. Výpočet procenta (2 strany);
15. Výpočet doby (1 strana);
16. Střádání. Základní úlohy (2 strany);
17. Složitější případy střádání. (1 strana);
18. Důchod. Základní úlohy (2 strany);
19. Složitější případy důchodu (3 strany);
20. Úmor. Základní úlohy (2 strany);
21. Umořovací částka (1 strana);
22. Umořovací plán (1 strana);
23. Další úlohy o umořování (3 strany);
24. Částečné dluhopisy (obligace); státní renta (1 strana);
25. Ostatní dluhopisy (2 strany);
26. Směnky a šeky (2 strany);
27. Peněžní ústavy (3 strany).

Členění, náplň a styl výkladu zůstaly zachovány, porovnáme-li toto vydání s dřívějšími, tj. v předešlé kapitole analyzovaná učebnice [B67] (rok vydání 1911), či v této kapitole připomenutá učebnice [B2D] (rok vydání 1920). Viditelnou změnou bylo nové členění, jež bylo podrobnější – některé odstavce kapitol se staly dokonce samostatnými kapitolami. Také úlohy byly uzpůsobeny praktickým změnám – aktuální úrokové míry, četnost připisování úroků, výše vkladů, atd. Učebnice „šla“ s dobou a potvrzovala svou kvalitu. Navíc bylo rozšířeno množství úloh k procvičení ze 49 na 79, tedy nárůst o více než 60 %. Pro jednotlivé části bylo číslování úloh spojitě, dříve byly úlohy číslovány od jedné pro každou kapitolu zvlášť. Bohužel však nebyly uváděny jejich výsledky. Nebyly již uváděny tabulky úročitelů, střadatelů a umořovatelů. Student měl předloženy logaritmické tabulky, pomocí nichž všechny výpočty mocnin převáděl na součin a součin na součet. Tuto změnu v postupech výpočtů lze sledovat ve většině publikací studovaného období. Podrobný rozbor jedné úlohy je uveden níže v analýze sbírky [OZ].

Uveďme dvě typické úlohy nového vydání aritmetiky bez dalšího komentáře.

16. Otec vložil 31. prosince 1935 do spořitelny 5 000 Kč; 15. července 1936 vybral z nich však 2 000 Kč. Kolik měl ve spořitelně 31. prosince 1937 při 4% sl. úr.: a) celoročním; b) pololetním? ([B58], str. 138)

51. Měřte čas, který potřebuje nejrychlejší a nejpomalejší počítač ze třídy k správnému vyplnění těchto tabulek:

Důchod koncem	Úrok	K	r	p (%)	n (let)
roku	p. a.		8 400	4	10
roku	p. s.		6 000	3,5	8
roku	p. a.	64 880	8 000	4	
pol.	p. s.		4 800	5	9

Důchod koncem	Úrok	K	r	p (%)	n (let)
roku	p. a.	95 227		3,75	12
roku	p. a.	25 790	5 000		6
pol.	p. s.	189 139		4	12
pol.	p. s.	100 000		4	14

([B58], str. 149)

Hodnocení učebnice

Zachováním kvality výkladových částí a předložením studijního materiálu k procvičování byla učebnice vzorovou publikací, jež byla

sestavena podle zásad stanovených školskou reformou z roku 1933. Studenti mohli samostatně zpracovat a vyřešit reálné situace s použitím vyložené látky, která tak ztratila nálepku „suché“ teorie. Tato učebnice byla důkazem dalšího pokroku ve vyučování na středních školách. Dotisky šestého vydání vycházely ještě po druhé světové válce do roku 1948. Byly určeny pro pátou až osmou třídu středních škol – látka v šestém vydání určena pro sedmou třídu v nich byla uváděna pro sedmou a osmou třídu. Jedinou další znatelnou změnou bylo vynechání druhé a třetí odmocniny mnohočlenu ve druhé části určené pro pátou třídu.

Bohumil Bydžovský, Stanislav Teplý, František Vyčichlo, Jan Vojtěch:
Sbírka úloh z matematiky pro IV.–VIII. třídu středních škol,
4., úplně přepracované vydání, Jednota československých matematiků
a fysiků, Praha, 1936, 274 stran.

Obdobně jako předešlá učebnice [B58] i tato sbírka doznala podobných změn. Látka v ní obsažená byla rozdělena podle jednotlivých tříd, což jsme v dřívějších vydáních, jež jsme analyzovali v předešlé kapitole ([BVS]), neviděli. Nové vydání bylo schváleno ministerstvem školství a národní osvěty výnosem č. 118 673/36-II/1 ze dne 16. září 1936 jako pomocná kniha pro střední školy s československým jazykem vyučovacím ve znění českém. Zůstalo základní rozdělení *Úlohy z aritmetiky, Výsledky úloh z aritmetiky, Úlohy z geometrie a Výsledky úloh z geometrie*, ale část věnující se aritmetice byla dále rozdělena na dílčí části pro jednotlivé ročníky. Rozdělení do ročníků zcela odpovídalo členění v učebnici [B58], tzn. složené úrokování bylo třetí částí pro šestou třídu, pak následovalo jen souhrnné opakování. Část nazvaná *Složené úrokování* byla členěna na kapitoly se stejnými názvy a stejným řazením jako v učebnici [B58]. Obsahovala celkem 107 úloh, což byl také nárůst oproti dřívějším vydáním (bývalo 55 úloh) téměř na dvojnásobek. Také závěrečné opakování pro šestou třídu zahrnující 98 úloh obsahovalo 40 úloh z finanční matematiky. Tuto část předešlá vydání neobsahovala.

Uveďme jednu úlohu ze shrnující části a vyřešme ji.

2308. *Částka 200 000 Kč má být zaplacená osmi stejnými splátkami. První splátka bude splacena koncem 4. roku, následující vždy o 2 roky později. Jak velké budou splátky při 4 % p. s.? ([BS], str. 132, výsledek: 55 587,90 Kč)*

Řešení: výše dluhu $J = 200\,000$ Kč, splátka (anuita) a , úroková míra $i = 4\%$, resp. kvocient $q = 1 + i$.

gymnázií. Sedmý ročník na reálkách i na gymnáziích byl shodně zakončen kapitolou nazvanou *O počtu pravděpodobnosti*.

Než se zaměříme na analýzu učebnice aritmetiky pro sedmou třídu, jež obsahovala finanční matematiku v kapitole s názvem *Složité úrokování*, resp. v pozdějších vydáních s názvem *Složené úrokování*, uveďme stručný a přehledný seznam aritmetik autora Jindřicha Muka pro zmiňovaný typ středních škol.

- ***Aritmetika pro čtvrtou třídu reálek***
(1. vydání – 1924, 209 stran; 2. vydání – 1928, 206 stran);
- ***Aritmetika pro pátou třídu reálek***
(1. vydání – 1925, 174 stran; 2., v podstatě nezměněné vydání – 1930, 184 stran);
- ***Aritmetika pro šestou a sedmou třídu reálek***
(1. vydání – 1926, 168 stran; 2., v podstatě nezměněné vydání – 1930, 184 stran);
- ***Aritmetika pro vyšší třídy reálek***
(1. a 2. vydání dvě výše zmíněné učebnice s názvem obsahujícím „pro pátou“, resp. „pro šestou a sedmou třídu“; 3. vydání – 1936, 339 stran).
- ***Aritmetika pro čtvrtou a pátou třídu gymnasií a reálných gymnasií***
(1. vydání – 1924, 261 stran; 2. vydání – 1928, 260 stran);
- ***Aritmetika pro šestou třídu gymnasií a reálných gymnasií***
(1. vydání – 1925, 123 stran);
- ***Aritmetika pro sedmou třídu gymnasií a reálných gymnasií***
(1. vydání – 1927, 148 stran);
- ***Aritmetika pro vyšší třídy gymnasií, reálných gymnasií a reformovaných reálných gymnasií***
(1. vydání – dvě výše zmíněné učebnice s názvem obsahujícím „pro šestou“, resp. „pro sedmou třídu“; 2. upravené vydání – 1935, 303 stran, dotisky 2. upraveného vydání – po druhé světové válce do roku 1948).

Všechny učebnice obou těchto řad vyšly nákladem Profesorského nakladatelství a knihkupectví, spol. s r. o. v Praze. Obsahovaly výnos ministerstva školství a národní osvěty o schválení pro střední školy

s československým vyučovacím jazykem v českém znění. Měly jednotnou osvědčenou strukturu a způsob výkladu. Stručná a přehledná teorie byla dále objasněna na nezanedbatelném množství řešených příkladů. Množství úloh k procvičení, jež uzavíraly každou kapitolu, bylo dostačující. Pro rychlejší orientaci studentů byly výsledky uváděny vždy v závěru každé části. Výklad byl doplňován poznámkami. Totéž platilo i u úloh, kde autor používal poznámky pod čarou k upřesnění zadání (například způsob zaokrouhlování).

Jindřich Muk: *Aritmetika pro sedmou třídu gymnasií a reálných gymnasií*, 1. vydání, Profesorské nakladatelství a knihkupectví, spol. s r. o., Praha, 1927, 148 stran.

Jednalo se o jednu z učebnic aritmetiky výše zmíněné řady určené pro sedmý ročník gymnázií a reálných gymnázií. Byla schválena výnosem ministerstva školství a národní osvěty ze dne 30. června 1926, číslo 74.763. Obsahovala celkem šest tematických celků, jež byly dále děleny na číslované paragrafy. Řazení celků se v průběhu let měnilo. Obvykle byly závěrečnými tématy středoškolské matematiky derivace a integrály, ale ne v každé učebnici tomu tak bylo, například právě v této učebnici byly derivace a integrály vykládány před řadami, kombinatorikou a pravděpodobností. Oblast finanční matematiky se nacházela ve čtvrté části, která logicky navazovala na třetí kapitolu o řadách, jejíž teorii student při řešení problémů finanční matematiky potřeboval.

Obsah učebnice

- I. O derivaci a jejím použití (26 stran);
- II. O integrálu a jeho použití (17 stran);
- III. Řady (16 stran);
- IV. Složitě úrokování (38 stran);
- V. Nauka o skupinách (19 stran);
- VI. O počtu pravděpodobnosti (28 stran).

Analýzu jsem zaměřil na zmiňovanou čtvrtou část, kapitola byla rozdělena na čtyři paragrafy a její rozsah byl uspokojivý:

- § 7. *Vzrůst kapitálu uloženého na úroky z úroků* (8 stran);
- § 8. *Úspora* (5 stran);

§ 9. *Důchod a úmor* (11 stran);

§ 10. *O peněžnictví* (14 stran).

§ 7. *Vzrůst kapitálu uloženého na úroky z úroků*

Tento první paragraf věnovaný základní myšlence finanční matematiky byl rozdělen na pět očíslovaných odstavců. V prvním nazvaném *Základní úvahy* bylo zejména objasněno, že při složitém úrokování nejsou úroky přímo úměrné době, ale vzrůstají rychleji. To bylo předvedeno na příkladu. Další vyložená myšlenka operovala s nestejnou délkou úrokovacího období – představeny byly období rok (p. a.), pololetí (p. s.), čtvrtletí (p. q.) a měsíc (p. m.). Na počátku byl předpoklad, že student již bezpečně ovládal termíny úrok, dlužník a věřitel. V závěru byla poznamenána praxe peněžních ústavů, ze kterých si každý občan mohl při uložení peněz udělat dlužníka. Tyto ústavy úročily 4% nebo 4½% roční úrokovou mírou, pololetně, vždy 30. června a 31. prosince.

Druhý odstavec se věnoval hledání konečné hodnoty jistiny a nesl název *Výpočet konečné hodnoty kapitálu*. Nejprve zde byla vyřešena opakující se obecná úloha, na jakou částku vzroste jistina K při složitém úrokování za n období při úrokové míře p %. Cílem bylo odvodit klasický vzorec

$$K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n.$$

Zde byla tisková chyba, která byla způsobena příliš rychlými úvahami nad spojitostí s geometrickou řadou, a bylo nesprávně zapsáno $K_n = K \cdot \left(1 + \frac{q}{100}\right)^n$. Tento vzorec byl již správně přepsán do tvaru známého z geometrických řad $K_n = K \cdot q^n$.

Tato chyba byla v pozdějších vydáních odstraněna a kvalita učebnice byla ještě zvýšena použitím značení běžným ve finančnictví: $\frac{p}{100}$ bylo nahrazeno i a q bylo nahrazeno r , což bylo označení pro *úročitel*.

Následovaly dva konkrétní řešené příklady. První byl spolu s klasickým výpočtem vyjádřen také graficky a u výpočtu bylo poznamenáno využití tabulek úročitelů, jež byly s přesností na šest desetinných míst na 50 úrokovacích obdobích. Druhý měl v zadání neceločíselný počet úrokovacích období a porovnával sloučení složitého a jednoduchého úrokování s neceločíselnou mocninou úročitele. Závěrem druhého odstavce bylo zapsáno, že na procvičení látky této části byly určeny úlohy číslo 1 až 13.

Třetí odstavec byl věnován opačnému úkolu a nesl název *Výpočet počáteční (diskontované) hodnoty kapitálu*. Teorie byla mnohem kratší, neboť bylo využito látky druhého odstavce. Z výše uvedeného vzorce byl pouze odvozen vzorec:

$$K = \frac{K_n}{q^n} = K_n \cdot q^{-n}.$$

Následoval jeden řešený příklad a zápis, že úlohy číslo 14 až 20 byly určeny k hledání diskontované hodnoty jistiny.

Čtvrtý odstavec s názvem *Výpočet doby* měl stejnou strukturu. S využitím logaritmu byl odvozen z výše uvedeného vzorce vzorec pro výpočet n , který měl tvar

$$n = \frac{\log K_n - \log K}{\log q}.$$

Bylo zdůrazněno, že ne vždy byl počet úrokovacích období celočíselný, a tak bylo nutno přepočítat tuto část na dny. Měsíc měl být počítán jako 30 dní.

Využití logaritmických tabulek nebylo vysloveně zdůrazněno, autor jej považoval za samozřejmost. Doporučeny jsou Valouchovy *Tabulky logaritmické*, 5. nebo 6. vydání ([VA]). Byly uvedeny celkem tři řešené příklady s velmi podrobným komentářem a úlohy k procvičení s čísly od 21 do 28.

Poslední, pátý odstavec věnovaný výpočtům procenta, resp. úrokové míry obsahoval odvozený vzorec pro výpočet hodnoty $q = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K}}$, jeden řešený příklad a čísla úloh k procvičení (29 až 32).

Uveďme bez dalšího komentáře znění dvou z těchto 32 úloh.

12. *Někdo si vypůjčil 4000 Kč na 5 % p. a. a splatil na dluh za 2 roky 1000 Kč a pak za 2 roky 2000 Kč. Kolik Kč jest dlužen ke konci pátého roku?* ([MJ7], str. 71, výsledek: 1847,50 Kč)
27. *Někdo odkázal 25 000 Kč, které se mají 2 % p. s. úrokovati tak dlouho, až by pololetní úroky stačily na nadání (pololetní) 900 Kč. Za kolik let to bude?* ([MJ7], str. 72, výsledek: 15 let)

§ 8. Úspora

Tento paragraf byl rozdělen pouze na dva odstavce s názvy *Základní úloha*, tedy výpočet úspory a *Obrácená úloha*. Základní úlohu autor uvedl takto:

Který kapitál K nastřádá si do konce n -tého období při $p\%$ úrokové míře za období, kdo ukládá počátkem každého období a Kč? ([MJ7], str. 72)

Následoval rozpis konečných hodnot jednotlivých vkladů a závěrem byl vzorec pro součet n členů geometrické posloupnosti s kvocientem q a prvním členem $a \cdot q$, jenž byl sepsán do tvaru s využitím *střadatele* Q_n .

$$K = a \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = a \cdot Q_n$$

Byly zpracovány jeden příklad pro představu jen s použitím hodnoty *střadatele* a tři podrobně řešené příklady. Druhý odstavec obsahoval jen odvození vzorce. U každého odstavce bylo poznamenáno, jaké úlohy na procvičení byly k němu určeny – pro první odstavec úlohy 1 až 15, pro druhý odstavec úlohy 16 až 25.

Uveďme kompletní znění druhého řešeného příkladu a vyřešme jednu z daných úloh.

Příklad 2. Ukládáme-li počátkem roku $a = 800$ Kč při půlletní úrokové míře ($p = 2\%$ p. s.), pak celková úspora ke konci $n = 14$. roku má hodnotu:

$$K = 800 \cdot q^{28} + 800 \cdot q^{26} + \dots + 800 \cdot q^4 + 800 \cdot q^2.$$

$$K = 800 \cdot q^2 \cdot \frac{q^{28} - 1}{q^2 - 1} = 800 \cdot \frac{q}{q + 1} \cdot q \cdot \frac{q^{28} - 1}{q - 1},$$

$$K = 800 \cdot \frac{q}{q + 1} \cdot Q_{28} = 800 \cdot Q_{28} \cdot \frac{1}{1 + q^{-1}},$$

$$K = 800 \cdot 37,792235 \cdot \frac{1}{1,980392} = 15266,60 \text{ Kč.}$$

([MJ7], str. 74)

18. *Dluh 20 000 Kč, splatný za 5 let, má se zaplatiti předem deseti částkami, splatnými ke konci každého půlletí. Jak velké budou splátky (na Kč) při úrokování $2\frac{1}{2}\%$ p. s.? ([MJ7], str. 76)*

Řešení: dluh 20 000 Kč je budoucí hodnota dluhu za 5 let, což znamená, že je postačující tuto částku „naspořit“ splátkami a za danou dobu. Dostáváme rovnici

$$20000 = a \cdot q^9 + a \cdot q^8 + \dots + a \cdot q + a,$$

kde q má hodnotu 1,025. Pravou stranu rovnice upravíme. Vzniklý zlomek je polhůtním *střadatelem*, jehož hodnotu můžeme nalézt v tabulkách nebo vypočítat na kalkulačce. Poté jsou kroky již velmi triviální:

$$20000 = a \cdot \frac{q^{10} - 1}{q - 1} = a \cdot 11,203382 \Rightarrow a = \frac{20000}{11,203382} = 1785,175.$$

Výše splátky po daném způsobu zaokrouhlení musela být 1785 Kč.

§ 9. Důchod a úmor

Tento paragraf byl rozdělen na pět odstavců. První odstavec byl nazván *Důchod* a popisoval tento pojem, uváděl, že důchod = renta a že se jedná o pravidelné vyplácení stejné částky z uložené jistiny. Tato základní myšlenka byla opět zasazena do úlohy, která zněla:

Který kapitál K nutno počátkem prvního období uložiti, abychem mohli požívati po n období důchodu r , splatného vždy ke konci období při $p\%$ úrokování za období? ([MJ7], str. 77)

Je zřejmé, že je myšlen bezprostřední dočasný důchod. Nejdůležitější bylo zjistit současnou hodnotu budoucích výplat, tzn. jednotlivé výplaty musely být odúročeny, neboli diskontovány k okamžiku založení. Pro výše uvedenou obecnou úlohu byly jednotlivé výplaty rozepsány a odúročeny: první = r/q , druhá = r/q^2 , třetí = r/q^3 , ..., až poslední n -tá = r/q^n . Tyto počáteční hodnoty jednotlivých výplat byly zapsány do součtu, v němž bylo opět využito znalostí geometrických posloupností a z finanční matematiky byl představen pojem *zásobitele*, který byl označen R_n . Uveďme odvození:

$$K = \frac{r}{q^n} + \frac{r}{q^{n-1}} + \dots + \frac{r}{q^2} + \frac{r}{q} = \frac{r}{q^n} \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = r \cdot \frac{1}{q^n} \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = r \cdot R_n.$$

Po něm následoval řešený příklad a pak byl uveden ještě jeden tvar odvozeného vzorce, který bývá typický pro novější učebnice:

$$K = \frac{100 \cdot r}{p} \cdot \left(1 - \frac{1}{q^n}\right),$$

kde p je úroková míra uvedená v procentech.

V závěru bylo zapsáno, že k procvičení byly určeny úlohy číslo 1 až 16.

V dalších čtyřech odstavcích nazvaných *Úmor*, *Percentuální úmor*, *Umořovací plán* a *Výpočet počtu období* se uložená jistina, z níž byl vyplácen důchod, nazývala dluh, který musel být splacen neboli umořen.

V prvním zmíněném odstavci byl pozměněn vzorec $K = r \cdot R_n$ na tvar $r = K \cdot U_n$, v němž U_n je převrácená hodnota zásobitele a nazývala se *umořovatel*. Z toho plynulo, že r byla nutná výše splátky, aby byl dluh

splacen za n úrokovacích období. Odstavec byl ukončen jedním vyřešeným příkladem.

Další odstavec popisoval výši splátky v procentech dluhu značenou r_1 . Jednou částí byla hodnota procentuálního úmoru u , pro nějž existovaly tabulky, a druhou úroková míra p . Obě části byly uváděny v procentech a výše splátky r měla hodnotu jejich součtu z výše dluhu. Uveďme příslušné vzorce s odvození:

$$r = K \cdot U_n \Rightarrow$$

$$r_1 = 100 \cdot U_n = \frac{100 \cdot q^n \cdot (q - 1)}{q^n - 1} = \frac{p \cdot q^n}{q^n - 1} = p + u \Rightarrow$$

$$u = r_1 - p = \frac{p \cdot q^n}{q^n - 1} - p = \frac{p}{q^n - 1} \Rightarrow$$

$$r = K \cdot U_n = \frac{r_1}{100} \cdot K.$$

Užití konečného vzorce bylo předvedeno na jednom řešeném příkladu.

Další důležitý odstavec byl věnován umořovacím plánům, u nichž byla ukázána důležitost pochopení chování dluhu během splácení. Student by měl být schopen vypočítat hodnotu dluhu, výši úmoru a úroku pro každé úrokovací období během splácení dluhu. Vše bylo ukázáno na řešeném příkladu. K procvičení byly určeny úlohy číslo 17 až 26.

Poslední odstavec tohoto paragrafu byl věnován hledání počtu období nutných ke splacení dluhu. Odvozený vzorec obsahoval logaritmy, neboť neznámá n byla v základním vzorci v exponentu.

Základní vzorec

$$r = K \cdot q^n \cdot \frac{q - 1}{q^n - 1}$$

byl zlogaritmován a upraven na tvar

$$n = \frac{\log r - \log[r - K \cdot (q - 1)]}{\log q}.$$

Pak byl přepsán do tvaru

$$n = \frac{\log(p+u) - \log u}{\log q},$$

jenž byl při znalosti procentuálního neboli percentuálního úmoru podle autora pohodlnější. S tím lze souhlasit pouze za předpokladu využití finančních tabulek. Následovaly dva řešené příklady a zmíněny byly úlohy na procvičení od 27 do 39.

Uveďme a vyřešme dvě úlohy na procvičení.

14. *Za jak velkou rentu půlletní můžeme vyměnit rentu celoroční 3000 Kč, po 12 let trvající, při úrokování 2½ % p. s., má-li stejně dlouho trvati? ([MJ7], str. 83)*

Řešení: Na úloze je zajímavé, že ne všechny údaje jsou nezbytné. Při podmínce stejné doby trvání, 12 let, není nutno tuto dobu uvádět. Postačí zapsat do rovnosti konečnou nebo počáteční hodnotu výplat během jednoho roku. Do rovnosti dosadíme ihned dané hodnoty a veličinu půlletní renty označíme a .

Rovnost počátečních hodnot (jednotlivé výplaty nutno odúročit k počátku roku) má poté tvar:

$$\frac{3000}{1,025^2} = \frac{a}{1,025} + \frac{a}{1,025^2}.$$

Rovnost konečných hodnot (jednotlivé výplaty nutno úročit ke konci roku): $3000 = a \cdot 1,025 + a$.

Hodnota půlletní renty měla být podle autora zaokrouhlena na celé koruny. Výsledkem bylo 1481 Kč.

32. *Za kolik let umoří se dluh 200 000 Kč 4 % p. a. úročený, splácí-li se ročně 20 000 Kč na úrok i na úmor, a kolik Kč zbude ještě dluhu koncem následujícího roku? ([MJ7], str. 85)*

Řešení: Nejprve je nutno nalézt, ve kterém roce dojde ke splacení. Podle vzorce

$$n = \frac{\log r - \log[r - K \cdot (q - 1)]}{\log q}$$

s použitím daných hodnot $r = 20\,000$ Kč, $K = 200\,000$ Kč, $q = 1,04$ vychází hodnota n , jež označuje počet úrokovacích období, přibližně 13,02. Z toho plyne, že dluh bude doplacen po čtrnáctém roce, v němž však bude splátka již velmi nízká. Jako první vypočítáme výši dluhu na konci třináctého roku a pak tuto částku zúročíme na hodnotu na konci čtrnáctého roku, čímž odpovíme na druhou část otázky.

Výše dluhu po třinácti letech:

$$D_{13} = K \cdot q^{13} - r \cdot \frac{q^{13}-1}{q-1} = 478 \text{ Kč}.$$

Tuto částku zúročíme, abychom získali hodnotu nutné splátky na konci čtrnáctého roku: $478 \cdot 1,04 = 497$ Kč. Výsledek uvedený v učebnici byl 13 let a 500 Kč. Domnívám se, že výsledek byl zaokrouhlen na desítky Kč, neboť v některých úlohách byl tento způsob zaokrouhlování doporučen.

Po 39 úlohách na procvičení byla v učebnici vložena před paragrafem číslo 10 ještě skupina úloh s titulkem *Smíšené úlohy*. Bylo jich dvacet a tematicky byly zaměřeny na učební látku z předešlých paragrafů, tj. složité úrokování a řady obecně. Uveďme bez dalšího komentáře znění dvou z nich.

12. *Z lesa odhadnutého na 20 000 m³, jehož roční přírůstek jest 5 $\frac{3}{4}$ %, má být ročně jen tolik poraženo, aby za 20 let měl 30 000 m³. Kolik m³ dříví se ročně porazí? ([MJ7], str. 87, výsledek: 870 m³)*

14. *Někdo má platiti po 6 let koncem roku 2000 Kč a chce se zbaviti povinnosti této dvěma stejnými částkami, splatnými ke konci prvního a čtvrtého roku. Kolik Kč zaplatí při 4 % p. a.? ([MJ7], str. 87, výsledek: 5772 Kč)*

§ 10. O peněžnictví

Poslední paragraf analyzované čtvrté kapitoly popisoval strukturu a charakter peněžnictví a finančnictví u nás s definicemi nejdůležitějších pojmů.

Paragraf byl rozdělen na čtyři části.

- A. Peníze a měna (platidla, měna kovová, měna papírová, inflace, deflace, devalvace);
- B. Náhražky peněz (šek, směnka);
- C. Cenné papíry (dluhopisy, losy, dividendové papíry);
- D. Peněžní ústavy (úvěr, spořitelny, záložny, banky).

Studentům zde byl předložen cenný, přehledný a poměrně podrobný pohled na oblast finančnictví. Byly mu představeny nabízené produkty a stručně objasněny jejich vlastnosti, užití a úskalí. Na závěr bylo uvedeno 14 úloh na procvičení. Uveďme bez dalšího komentáře jednu z nich.

8. *Někdo koupí komunální dlužní úpisy zemské banky při kursu 87,50 za nomin. 10 000 Kč (půlletní kupon 200 Kč) a 10 000 Kč uloží na vkladní knížku (2 $\frac{1}{4}$ % p. s.). Co jest výhodnější? ([MJ7], str. 101, výsledek: dl. úpis 2,28 % p. s.)*

Paragraf číslo 10 byl psán menším typem písma, než byly ostatní části učebnice. Autoři tuto látku odlišili od ostatních částí učebnice, neboť ji považovali za nepovinné, rozšiřující učivo.

Hodnocení učebnice

Jednalo se o velmi kvalitní učebnici ucelené řady učebnic. Didaktická stránka byla konstantní a pečlivá od první učebnice až po poslední učebnici. Pokud si na ni student zvykl, byly mu knihy dobrým rádcem i pomocníkem. Jako učitel jsem velmi ocenil uvádění výsledků vždy po jednotlivých částech. Úlohy byly pečlivě propočítány, nenarazil jsem na žádnou hrubou chybu. Výše zmíněný překlep během odvozování byl výjimkou. Rozsahem i podrobnostmi učebnice odpovídala tomu, jaké skupině studentů byla určena. S takovým typem učebnic bych rád pracoval z pozice studenta i učitele.

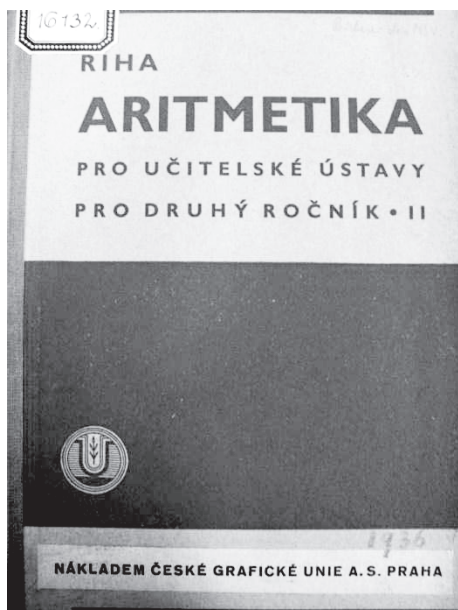
3.3 Učebnice pro učitelské ústavy

Alois Říha: *Aritmetika pro učitelské ústavy. Díl první. Pro první ročník*, 1. vydání, Československá grafická Unie a. s., Praha, 1935, 168 stran.

Jednalo se o první díl kvalitně zpracované sady učebnic aritmetiky pro učitelské ústavy. Díl určený prvním ročníkům byl schválen výnosem č. 56.282/35–II/1 ministerstva školství a národní osvěty ze dne 14. května 1935 pro tyto ústavy s československým vyučovacím jazykem v českém znění. Ve slovenském jazyce vyšel v roce 1937 a přeložil jej Gabriel Čeněk.

Náplní učebnice byly početní úkony s celými čísly, dělitelnost, zlomky, početní úkony s neúplnými čísly, rovnice, poměry, úměry a funkce. Každá kapitola obsahovala přehlednou teorii, k níž byly připojeny řešené příklady a úlohy na procvičení. Celkem bylo otištěno 996 úloh. Učebnice neobsahovala finanční matematiku.

Alois Říha: *Aritmetika pro učitelské ústavy. Díl druhý. Pro druhý ročník*, 1. vydání, Československá grafická Unie a. s., Praha, 1936, 116 stran.



Jednalo se o druhý díl sady učebnic aritmetiky pro učitelské ústavy. Díl pro druhý ročník byl schválen výnosem č. 96.091/35–II/1 ministerstva školství a národní osvěty ze dne 25. srpna 1935 jako učebnice pro učitelské ústavy s československým vyučovacím jazykem v českém znění. Tato formulace byla později pozměněna na tvar: s českým jazykem vyučovacím. Ve slovenském jazyce vyšel v roce 1938, opět v překladu Gabriela Čenka. Další pozdější změnou, která nezasahovala do matematického obsahu, bylo udělení doložky během období protektorátu: *Ministerstvo školství*

a národní osvěty svoluje výnosem ze dne 9. března 1942, č. 25.190/42–II/2, aby se mohlo učebnice až na další užívat, a to v úpravě nařízené po

provedené revisi. Revize se týkala změny zkratky měny z Kč na K, změn zeměpisných názvů na německé (např. Brno na Brünn) a začernění některých slovních spojení v textu. Obsah matematiky zůstával zachován.

Náplní tohoto dílu byly mocniny, odmocniny, logaritmy, aritmetika občanského a kupeckého života. Kapitola s názvem *Aritmetika občanského a kupeckého života* (rozsah 39 stran) obsahovala:

25. Spolkový počet (5 stran);
26. Počet průměrný (1 strana);
27. Počet směšovací (5 stran);
28. Procentový počet (6 stran);
29. Užití procentového počtu v kupeckém životě (8 stran);
30. Úrokování kapitálu a peněžní ústavy (2 strany);
31. Jednoduchý počet úrokový (5 stran);
32. Počet diskontový (3 strany);
33. Počet lhůtový (4 strany).

Analýzu jsem zaměřil na podkapitoly 30 až 33.

Student byl nejprve seznámen s principem úrokování uložených či půjčených peněz. Dále se dozvěděl základní charakteristiky bank a spořitelén.

V části o jednoduchém úrokování byl odvozen vzorec pro výpočet úroku. Následovalo vyjádření postupně všech dalších veličin, na které se mohla úloha ptát. Žák dostal k dispozici skupinu užitečných vzorců:

$$ú = \frac{K \cdot p \cdot r}{100},$$

$$K = \frac{100 \cdot ú}{p \cdot r},$$

$$p = \frac{100 \cdot ú}{K \cdot r},$$

$$r = \frac{100 \cdot ú}{K \cdot p}.$$

Na užití každého tvaru vzorce, kde $ú$ byl úrok, K vložený kapitál, p úroková míra v procentech a r počet roků uložení, byl vyřešen jeden příklad – jednou pomocí vzorce, podruhé pro ověření pomocí úsudku. Číselné hodnoty zvolené v příkladech nebyly náročné na výpočty a student se mohl zaměřit na smysl otázek. Následovalo 21 úloh na procvičení, z nichž některé obsahovaly varianty a) až c). Čtrnáct z nich tvořily slovní úlohy

a jedna z nich byla označena puntíkem jako obtížnější. Naznačme její náročnost.

• 660. *Někdo má uložen kapitál ve 3 bankách. V první bance má pětinu jmění na 5 %, v druhé má dvě třetiny na 4½ % a ve třetí zbytek na 4¾ %. Kolik má kde uloženo, běře-li celkem ročně na úrocích 1 668 Kč? ([Ř2], str. 98)*

Řešení: V prvním kroku bychom chtěli zjistit celkovou výši uloženého kapitálu. Sestavili bychom rovnici

$$\frac{1}{5}K \cdot \frac{5}{100} + \frac{2}{3}K \cdot \frac{4\frac{1}{2}}{100} + \left(1 - \frac{1}{5} - \frac{2}{3}\right)K \cdot \frac{4\frac{3}{4}}{100} = 1668,$$

z níž $K = 36\,000$ Kč. Tuto částku bychom již jen rozdělili na pětinu, dvě třetiny a zbytek, tedy: 7 200 Kč, 24 000 Kč a 4 800 Kč.

Další část učebnice byla věnována diskontu. *Diskont* byl definován jako srážka z účtu čili z konta nebo z dluhu. Bylo předvedeno obecné řešení, kde konečná hodnota K' byla složena z diskontované hodnoty K a diskontu. Diskont neměl vlastní označení a byl zaveden jen jako rozdíl $K' - K$. Studentovi bylo předloženo několik tvarů vzorce:

$$K' = K + \frac{K \cdot p \cdot r}{100},$$

$$K = \frac{100 \cdot K'}{100 + p \cdot r},$$

$$\text{diskont} = K' - \frac{100 \cdot K'}{100 + p \cdot r} = \frac{K' \cdot p \cdot r}{100 + p \cdot r}.$$

Následoval příklad řešený pomocí vzorce a úsudkem. Vše bylo podrobně komentováno. V poznámce bylo také zdůrazněno, že při delší době než jedno úrokovací období se diskont počítá složitým úrokovým počtem. Tato část byla uzavřena patnácti úlohami na procvičení. Uveďme bez rozboru jednu z nich.

673. *Za knihy zaplatil učitel Kč 200 hotově a po dalších 9 měsíců platil po 80 Kč. Která jest cena knih za hotové (5% diskont)? ([Ř2], str. 102, výsledek: 905 Kč)*

Poslední část věnující se finanční matematice byla také poslední částí učebnice. Ve lhůtném počtu student pracoval s rovnováhou úroků získaných jednoduchým úrokováním. Nebylo to tedy nic podstatně rozšiřujícího. Student pracoval pouze s přeměnou platebních lhůt. Ukažme myšlenku s použitím řešeného příkladu.

Někdo má splatiti 200 Kč hotově, 500 Kč po 4 měsících a 300 Kč po 5 měsících. Zaplatí však po 2 měsících 400 Kč a zbytek chce zaplatiti najednou. Kdy to bude? ([Ř2], str. 104, výsledek: 600 Kč za 4½ měsíce)

Studentovi bylo předloženo jedenáct úloh na procvičení.

Učebnice byla uzavřena skupinou úloh z látky celého ročníku, mezi nimiž se nacházely čtyři úlohy z finanční matematiky. Celkem bylo v knize 736 úloh na procvičení. V závěru byl oddíl s výsledky úloh.

**Alois Říha: *Aritmetika pro učitelské ústavy. Díl třetí.*
Pro třetí a čtvrtý ročník, 1. vydání,
Československá grafická Unie a. s., Praha, 1937, 186 stran.**

Toto byl poslední, třetí díl určený pro závěrečné dva ročníky studia. Byl schválen výnosem č. 151.898/36–II/1 ministerstva školství a národní osvěty ze dne 18. listopadu 1936 jako učebnice pro učitelské ústavy s československým vyučovacím jazykem v českém znění. Bylo zdůrazněno, že stať o penězích, směnkách, cenných papírech, jednoduchém účetnictví a pozemkových knihách sepsal František Dokonal. Slovenské vydání se nepodařilo dohledat, pravděpodobně nebylo uskutečněno z důvodu vzniku protektorátu a odtržení Slovenska na počátku druhé světové války.

Obsah látky třetího ročníku byl rozdělen do osmi kapitol, pak následoval dodatek pro čtvrtý ročník rozdělený do dvou částí.

I. Peníze. Směnky. Cenné papíry (23 stran);

II. Soustavy rovnic prvního stupně o dvou a více neznámých (20 stran);

III. Rovnice druhého stupně o jedné neznámé (28 stran);

IV. Rovnice vyššího stupně o jedné neznámé (6 stran);

V. Soustavy rovnic druhého stupně o dvou neznámých (10 stran);

VI. Řady (16 stran);

VII. Složitý počet úrokový (19 stran);

VIII. Úlohy pro opakování celé látky pro IV. ročník (22 stran);

IX. Dodatek pro IV. ročník;

A. Jednoduché účetnictví (21 stran);

B. Pozemkové knihy (4 strany).

Sedmá kapitola s názvem *Složitý počet úrokový* byl závěrečnou kapitolou třetího ročníku. Byl rozdělen na následujících pět částí, z nichž pátá nebyla věnována úrokování, ale byla shrnující skupinou úloh pro celý třetí ročník.

35. *Složitě úrokování* (6 stran);
 36. *Střádání* (5 stran);
 37. *Důchod (renta)* (2 strany);
 38. *Úmor dluhu* (3 strany);
 39. *Smíšené úlohy z celé látky III. ročníku* (3 strany).

Složitě úrokování bylo srovnáno s pojmem kapitalizace, nebo-li přičítání úroků z úroku. Výše kapitálu po jednotlivých úrokovacích obdobích byla porovnána se členem geometrické posloupnosti. Student měl na očích vzorec pro výši kapitálu K po n úrokovacích obdobích při úrokové míře p %

$$K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = K \cdot q^n.$$

Následovaly čtyři podrobně řešené příklady na výpočet zúročené jistiny, jeden na výpočet původní (diskontované) jistiny, příklad na výpočet úrokové míry a jeden na výpočet doby úročení s využitím logaritmu. Na procvičení bylo předloženo 25 úloh. Vyřešme podrobně jednu z nich.

767. *Někdo si vypůjčil soukromě 2 000 Kč a podepsal směnku na 2 500 Kč splatnou za 3 roky. Na kolik % si půjčil?* ([Ř3], str. 111)

Řešení: Zapsali jsme zadané hodnoty do základního vzorce a obdrželi jsme:

$$2500 = 2000 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3.$$

Vyjádřili jsme p , postupovali logaritmičticky (dnes kalkulačkou):

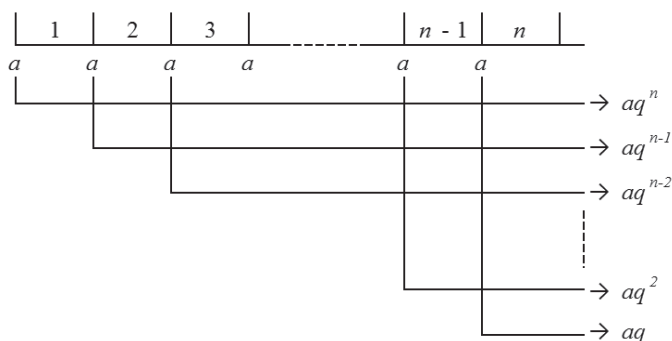
$$1 + \frac{p}{100} = q = \sqrt[3]{\frac{2500}{2000}} \Rightarrow \log q = \frac{1}{3} \cdot (\log 2500 - \log 2000);$$

$$1 + \frac{p}{100} = q = 1,077 \Rightarrow p = 7,7.$$

Dotyčný si půjčil na roční úrokovou míru 7,7 %.

Další podkapitola byla věnována pravidelnému střádání, tedy ukládání stejné částky v pravidelných intervalech. Byly v ní vyloženy různé typy střádání rozdělené podle okamžiku vkladu – střádání počátkem období, střádání koncem období a střádání, kde ukládací lhůta nebyla totožná s úrokovací lhůtou. Ke každému typu byl po krátkém teoretickém úvodu podrobně vyřešen jeden, pro první typ dva příklady. Autor neopomenul zavést pojem *střádatel* se standardním označením Q_n , respektive Q_{n-1} pro ukládání na konci úrokovacího období. Veškeré odvozené vzorce byly postaveny na znalostech geometrické posloupnosti, neboť, jak víme, jedná se

o částečný součet následných členů tohoto typu posloupnosti. Vše bylo doprovázeno názornými obrázky. Reprodukujme na ukázkou jeden z nich.



([Ř3], obr. 15., str. 113)

Obrázek 15. byl věnován strádání počátkem období a zobrazoval u každého vkladu a počet úrokovacích období, tedy exponent kvocientu q . Pod obrázkem byl součet rozepsán a byl odvozen známý vzorec

$$S_n = a \cdot q + a \cdot q^2 + a \cdot q^2 + a \cdot q^2 + \dots + a \cdot q^{n-1} + a \cdot q^n \Rightarrow$$

$$S_n = a \cdot q \cdot \frac{q^{n-1}}{q-1} = a \cdot Q_n.$$

Studentovi bylo na procvičení předloženo dalších 25 úloh, z nichž některé byly v porovnání s řešenými příklady velmi náročné. Jako „pomoc“ obsahovaly některé úlohy krátký návod. Porovnejme náročnost dvou z nich.

778. *Kolik je třeba ukládati vždy počátkem pololetí, aby nasrádaný kapitál vzrostl za 8 let na 10 000 Kč? (4 %, pololetní úrokování.)* ([Ř3], str. 115)

Řešení: Vyjádřili jsme výši anuity ze základního vzorce. Hodnotu jmenovatele jsme dohledali v tabulkách. Anuitu jsme vypočítali

$$a = \frac{S_n}{q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}} = \frac{10000}{1,02 \cdot \frac{1,02^{16} - 1}{1,02 - 1}} = \frac{10000}{19,01207} \doteq 526 \text{ Kč.}$$

Bylo tedy nutno na počátku každého pololetí uložit 526 Kč.

790. *Kolik se nasrádá, ukládá-li se vždy počátkem roku a 1. červencem po 800 Kč při 4% celoročním úrokování za 15 let? (Stanovte jednoduchým úrokováním hodnotu obou vkladů na konci roku! Tím se úloha převede na strádání koncem období.)* ([Ř3], str. 116–7)

Řešení: Nejprve jsme našli hodnotu dvou vkladů na konci roku přesně podle rady, čímž jsme získali hodnotu myšleného jednorázového vkladu na konci úrokovacího období:

$$a = 800 \cdot 1,04 + 800 \cdot 1,02 = 1648 \text{ Kč.}$$

Tuto hodnotu jsme použili do vzorce $S'_n = a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = a \cdot Q'_n$, kam jsme spolu s ní dosadili příslušnou úrokovou míru a počet úrokových období:

$$S'_n = 1648 \cdot \frac{1,04^{15} - 1}{1,04 - 1} = 1648 \cdot 20,02359 \doteq 32999 \text{ Kč.}$$

Za 15 let jsme tímto způsobem spoření nastřádali 32 999 Kč.

Následující podkapitola byla zaměřena na vyplácení důchodu. Výklad měl stejnou strukturu, jen teorii předcházela příklad pro uvedení do tématu. Byl však vyřešen až po odvození vzorce a zavedení pojmu *zásobitel* s označením R_n , což bylo doplněno o vysvětlení jeho převrácené hodnoty U_n a názvu *umořovatel*.

Při odvozování vzorce pro základací výši důchodu D při výplatě renty r na konci úrokovacího období byly odúrokovány jednotlivé výplaty podle počtu úrokových období a dospělo se k rovnici:

$$D = \frac{r}{q} + \frac{r}{q^2} + \frac{r}{q^3} + \dots + \frac{r}{q^{n-1}} + \frac{r}{q^n} = \frac{r}{q^n} \cdot (1 + q + \dots + q^{n-3} + q^{n-2} + q^{n-1}),$$

z níž po algebraických úpravách vznikl obvyklý vzorec:

$$D = \frac{r}{q^n} \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = r \cdot \frac{1}{q^n} \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = r \cdot R_n \Rightarrow r = D \cdot U_n.$$

Se zavedením umořovatele se bezprostředně přešlo bez úloh na procvičení k umořování dluhu, tedy k následující podkapitole. Ve třech řešených příkladech se využívaly vzorce odvozené u důchodů. V poznámce bylo zdůrazněno pochopení odvození.

Poznámka. Není třeba počítati dosazováním do vzorců. Možno si je vždy znovu ve zvláštním případě odvoditi. ([Ř3], str. 121)

Podkapitola byla ukončena sedmnácti úlohami procvičujícími důchody a dluhy. Byly však zaměřeny pouze na základní prvky a nebyly ztěžovány žádnými odchylkami (např. frekvence splátek). Bez dalšího komentáře uvedme znění jedné z úloh.

807. *Dluh 100 000 splácela obec ročními anuitami po 10 000 Kč.*

Vypočítejte:

a) *stav dluhu na počátku 8. roku,*

b) *za kolik let se dluh splatí a která bude poslední splátka? (5 %, celor.) (Počet let odhadněte z tabulek. Poslední splátku vypočtete podle návodu v učebnici!)*

([Ř3], str. 122, výsledek: a) 59 289,96 Kč, b) 15 let, 2107,20 Kč)

Shrnující část s názvem *Smíšené úlohy z celé látky III. ročníku* obsahovala 51 úloh s pořadovými čísly od 810. do 860.; devět úloh bylo z oblasti finanční matematiky.

Hodnocení sady aritmetik pro učitelské ústavy

Studenti na učitelských ústavěch se nemohli vyhnout závěrečné zkoušce z matematiky, a proto jistě ocenili kvalitu této sady učebnic. Nároky na úroveň matematiky absolventů těchto ústavů byly vysoké, neboť jejich hlavním úkolem bylo pozvednutí nejen profesní, ale především vědomostní úrovně učitelů na všech typech škol (viz např. [MU]).

Analyzovaná sada učebnic obsahovala přehlednou teorii podpořenou řešenými příklady a byla studnicí 2872 úloh na procvičení. Domnívám se, že po pečlivém vyřešení tohoto množství úloh mohl být každý student ke zmíněné zkoušce připraven. Jako doplňující literaturu mohl ještě použít sbírku řešených úloh [OZ], která je analyzována následně.

Zaměřili jsme se na části věnované finanční matematice. Sledovali jsme, jaké její části byly vykládány a procvičovány. Nastíněnou úroveň jsme porovnali s požadavky na jiných školách. Závěrem můžeme říci, že všechny podstatné finanční operace byly vyloženy. Základní zaměření na jednoduché a složité úrokování bylo rozšířeno o aplikace – strádání, důchod a umořování dluhu. Vše bylo doprovázeno dostatečným počtem úloh na procvičení. U některých, kde si autor nebyl jist, zda nejsou příliš náročné, uvedl krátký návod řešení. Každá učebnice obsahovala pro kontrolu samostatný oddíl výsledků. Učebnice tak byly vhodné i během takových situací jakými je dlouhodobá absence či samostudium. Rozsah jednotlivých dílů nebyl přehnaný a neodrazoval tak studenty.

Jednalo se o kvalitní učebnice, které bych svým studentům jistě doporučil. Získání doložek ministerstva pro období protektorátu lze považovat za důkaz, že zaměření bylo čistě matematické. Učebnice se používaly až do roku 1948, kdy se učitelské ústavy transformovaly na střední pedagogické školy.

Metoděj Ostrý: *Aritmetika v úlohách ke zkouškám z II. a III. odboru měšťanských škol, pro žactvo střed. škol a učitelských ústavů,* Československá grafická Unie a. s., Praha, 1936, 290 stran.

Jednalo se o sbírku 569 řešených úloh, kterou Metoděj Ostrý reagoval na výnos ministerstva školství a národní osvěty ze dne 23. ledna

1935, jímž byl vydán nový zkušební řád pro zkoušky učitelské způsobilosti pro měšťanské školy. Požadavky na matematiku byly rozšířeny a tato kniha měla usnadnit přípravu na ni.

Knihu tvořilo pečlivě komentované vzorové řešení úloh. Slovní komentáře byly častým pomocným doplňkem podrobných postupů. Znalost vzorců byla předpokládána a studentům bylo již předkládáno jen minimální nutné odvozování.

Náplň matematiky na učitelských ústavech zde byla rozdělena do 38 paragrafů. Jednotlivé úlohy byly číslovány od první v prvním paragrafu po poslední 569. v paragrafu 38.

Obsah sbírky

- § 1. Rozklad v kmenné činitele (6 stran);
- § 2. Největší společná míra M (1 strana);
- § 3. Nejmenší společný násobek n (1 strana);
- § 4. Zlomky (4 strany);
- § 5. Limity (3 strany);
- § 6. Rovnice prvního stupně o jedné neznámé (9 stran);
- § 7. Úměry (7 stran);
- § 8. Mocniny (6 stran);
- § 9. Odmocniny (6 stran);
- § 10. Čísla imaginární (6 stran);
- § 11. Rovnice iracionální (9 stran);
- § 12. Logaritmy (11 stran);
- § 13. Logaritmické rovnice (4 strany);
- § 14. Exponenciální rovnice (9 stran);
- § 15. Procentový počet (5 stran);
- § 16. Jednoduché úrokování (2 strany);
- § 17. Lhůtový počet (2 strany);
- § 18. Cenné papíry (2 strany);
- § 19. Směšovací počet (4 strany);
- § 20. Rovnice prvního stupně o dvou neznámých (12 stran);

- § 21. Rovnice prvního stupně o třech a více neznámých (11 stran);
- § 22. Rovnice druhého stupně o jedné neznámé (13 stran);
- § 23. Rovnice třetího stupně o jedné neznámé (7 stran);
- § 24. Rovnice čtvrtého stupně o jedné neznámé (8 stran);
- § 25. Rovnice pátého a vyššího stupně o jedné neznámé (8 stran);
- § 26. Rovnice druhého stupně o dvou neznámých (14 stran);
- § 27. Rovnice vyšších stupňů o dvou neznámých (8 stran);
- § 28. Rovnice vyšších stupňů o více neznámých (6 stran);
- § 29. Aritmetické řady (5 stran);
- § 30. Geometrické řady (10 stran);
- § 31. Řady aritmeticko-geometrické (3 strany);
- § 32. Jiné řady (9 stran);
- § 33. Složitě úrokování (25 stran);
- § 34. Skupiny (9 stran);
- § 35. Binomická poučka (4 strany);
- § 36. Počet pravděpodobnosti (11 stran);
- § 37. Pojišťování (10 stran);
- § 38. Derivace a extrémy funkcí (13 stran).

Z hlediska studia úrovně finanční matematiky jsem podrobil analýze následující paragrafy:

- § 16. (obsahoval 5 úloh s pořadovými čísly od 206 do 210);
- § 17. (obsahoval 5 úloh s pořadovými čísly od 211 do 215);
- § 18. (obsahoval 5 úloh s pořadovými čísly od 216 do 220);
- § 33. (obsahoval 44 úloh s pořadovými čísly od 435 do 478).

Paragrafy číslo 16 až 18 se zabývaly jednoduchým úrokováním a jeho využitím v běžném životě. Znalost tohoto úrokování patřila mezi základní dovednosti studentů, proto autor považoval za dostatečné uvedení jen malého množství příkladů. Uveďme pro posouzení náročnosti jednu úlohu včetně kompletního řešení z každého z těchto paragrafů.

§ 16. Jednoduché úrokování – úloha číslo 208

Jest určiti diskonto z 1250 Kč, splatných po 10 měsících, při 5% úrokové míře.

$$1\% = 1250 \text{ Kč} : \left(100 + \frac{5 \cdot 10}{12}\right) = 12 \text{ Kč},$$

$$100\% = 1200 \text{ Kč}.$$

Hotové zaplacení činí 1200 Kč, diskonto se rovná:

$$1250 \text{ Kč} - 1200 \text{ Kč} = 50 \text{ Kč}. \text{ ([OZ], str. 93)}$$

§ 17. Lhůtový počet – úloha číslo 213

Dlužník má složití za 6 měsíců 3000 Kč; kolik zaplatí hotově, hodlá-li zapraviti zbytek za 9 měsíců?

Dlužník si může ponechati

$$3000 \text{ Kč } 6 \text{ měs.} = 18000 \text{ Kč } 1 \text{ měs.},$$

ponechá si však

$$(3000 - x) \text{ Kč } 9 \text{ měs.} = 9 (3000 - x) \text{ Kč } 1 \text{ měs.}$$

takže

$$9 (3000 - x) = 18000$$

$$x = 1000$$

Dlužník zaplatí hotově 1000 Kč. ([OZ], str. 95)

§ 18. Cenné papíry – úloha číslo 217

Při kterém kursu byla koupena 6% půjčka, vynášeli ve skutečnosti 6,4 %?

Kursovni cena je pod pari a rovná se jistině, která při 6,4 % dává ročně 6 Kč úroku.

$$x = \frac{6 \cdot 100}{6,4} = 93,75$$

Dluhopisy byly koupeny při kursu 93,75 Kč. ([OZ], str. 96)

V těchto třech paragrafech věnujících se finanční matematice bylo studentovi předloženo k opakování celkem 15 úloh zaměřených na jednoduché úrokování a některé jeho aplikace. Při takto malém množství

příkladů byla volena jednoduchá témata, aby si student mohl látku pohodlně a rychle zopakovat.

Mnohonásobně větší rozsah měl paragraf číslo 33, jehož příklady operovaly se složitým úrokování. Témata byla standardní jako v jiných sbírkách – růst uložené jistiny, splatnost pohledávky, pravidelné vklady, zakládání důchodů a splácení dluhů. Úlohy nebyly voleny přehnaně složité, protože tento typ úrokování měl více využití. Aby byla pokryta celá škála, autor jich zařadil 44. Uvedme dva příklady s řešením na ukázkou.

Úloha číslo 447

Při které úrokové míře lze vyrovnati dluh 820 Kč dvěma splátkami po 441 Kč, a to koncem 1. a 2. roku?

$$820 = \frac{441}{q} + \frac{441}{q^2},$$

$$820q^2 - 441q - 441 = 0,$$

$$q_{1,2} = \frac{441 \pm \sqrt{441(441 + 820 \cdot 4)}}{1640} = \dots = \frac{441 \pm 1281}{1640} = \frac{21}{20}, -\frac{21}{41}.$$

Záporný kořen nemá významu.

$$1 + \frac{x}{100} = \frac{21}{20},$$

$$100 + x = 105,$$

$$x = 5 \%. \text{ ([OZ], str. 221)}$$

Úloha číslo 467

Někdo si ukládal po 20 let na počátku roku 1000 Kč, čímž si zajistil po dalších 15 roků rentu. Jest určití její výši při 4% celoročním složitým úrokování.

Po 20 letech jest

$$aq^{20} + aq^{19} + aq^{18} + \dots + aq = \frac{x}{q} + \frac{x}{q^2} + \frac{x}{q^3} + \dots + \frac{x}{q^{15}},$$

$$aq \cdot \frac{q^{20} - 1}{q - 1} = \frac{x}{q^{15}} \cdot \frac{q^{15} - 1}{q - 1},$$

$$a \cdot Q_{20} = x \cdot R_{15},$$

$$x = \frac{a \cdot Q_{20}}{R_{15}} = a \cdot Q_{20} \cdot U_{15} = 1000 \cdot 30,969202 \cdot 0,089941,$$

$$\log 30969 = 4,49093, \log 0,089941 = 0,95396 - 2,$$

$$\log x = 3,44489,$$

$$x = 2785,4 \text{ Kč. ([OZ], str. 233)}$$

Hodnocení sbírky

Jednalo se o kvalitní sbírku řešených příkladů, s jejíž pomocí student mohl velmi rychle projít a zopakovat všechna témata středoškolské matematiky požadovaná při závěrečných zkouškách. Množství příkladů nebylo přehnané, průměrně jich připadalo 15 na jeden paragraf. Jak jsme viděli výše, počty se téma od tématu velmi lišily. To bylo dáno především náročností a rozsahem látky, požadavky ke zkoušce atd. Postoj autora v tom mohl hrát, podle mého názoru, jen vedlejší roli.

Sbírka se bohužel nedala používat zcela osamoceně. Při sledování jednotlivých kroků především právě v paragrafech věnovaných finanční matematice bylo nutné mít k dispozici spolu s logaritmickými tabulkami také tabulky úročitelů, střadatelů a umořovatelů; ty však nebyly součástí sbírky. Autor předpokládal, že sbírka bude používána jako doplňkový studijní materiál zejména pro závěrečná shrnutí a přípravu ke zkouškám.

3.4 Shrnutí

Náš národ byl před rokem 1918 v područí Rakousko-Uherské monarchie. Mohlo by se zdát, že po osamostatnění by byla logická snaha o zpřetrhání všech pout s minulostí. Naštěstí se to nestalo. Náš nový samostatný stát převzal z minulých let to dobré. Mezi kvalitní části dědictví patřil také vzdělávací systém, který existoval již od osmnáctého století a byl léty zdokonalován. Na jednotlivých vydáních učebnic matematiky jsme sledovali, jak velké procento textů bylo převzato z dob před první světovou válkou. Mnohá vydání doznala jen málo změn a byla vzápětí k dispozici mládeži nového samostatného státu, jenž si byl vědom potřeby vzdělaných lidí, a proto v rozvoji školství nepolevoval.

Zásadní profesionální dohled nad učebnicemi matematiky měla v naší republice *Jednota českých matematiků a fyziků*, jež se významně podílela na vydávání učebnic a garantovala jejich odbornou úroveň.

Nutnost vzdělaných lidí pro řízení infrastruktury státu vedla spolu se zkvalitněním středního školství k zakládání a rozšiřování vysokých škol. Uchazeči o vysokoškolské studium ocenili kvalitu a hloubku učební látky na středních školách. Náročnost středoškolského studia především na reálkách a gymnáziích se nevyhnuly ani oblasti finanční matematiky. Pro svědomitého absolventa střední školy nebyl problém vypracovat uměřovací plán či plán spoření a obecně dobře hospodařit s penězi. Domnívám se, že pokud by kvalita vzdělávání neměla tuto úroveň, byl by dopad hospodářské krize na přelomu dvacátých a třicátých let dvacátého století ještě hlubší.

3.5 Seznam literatury a internetových zdrojů

Obecná literatura

- [BŠ] Bohumil Bydžovský: *Naše středoškolská reforma*, 1. vydání, Profesorské nakladatelství a knihkupectví, Praha, 1937, 331 stran.
- [JR] Jana Jarošová: *Václav Příhoda a jeho přínos české reformní pedagogice*, bakalářská práce, Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Teologická fakulta, katedra pedagogiky, České Budějovice, 2009, 44 stran.
- [MŠ] František Morkes: *Kapitoly o školství, o ministerstvu a jeho představitelích (období let 1848–2001)*, 1. vydání, Pedagogické muzeum J. A. Komenského, Praha, 2002, 122 stran.
- [MU] František Morkes: *Učitelé a školy v proměnách času (pokus o základní chronologii 1774–1946)*, 1. vydání, Pedagogické muzeum, Plzeň, 1999, 59 stran.
- [ŠI] Karel Šindelář: *Vzpomínka na akademika Bohumila Bydžovského*, str. 325–328, Časopis pro pěstování matematiky, ročník 105, číslo 3, Jednota československých matematiků a fyziků, Praha, 1980.

Učebnice

- [B1D] Bohumil Bydžovský: *Aritmetika pro IV. – VII. třídu škol středních, díl první*, 1. vydání, Jednota českých matematiků a fyziků, Praha, 1920, 187 stran.
(2. až 5. vydání – 1921–1924, 176 stran)
- [B2D] Bohumil Bydžovský: *Aritmetika pro IV. – VII. třídu škol středních, díl druhý*, 1. vydání, Jednota českých matematiků a fyziků, Praha, 1920, 160 stran.
(2. vydání – 1921, 160 stran, 3. vydání – 1924, 144 stran)
- [B4] Bohumil Bydžovský, Stanislav Teplý, František Vyčichlo: *Aritmetika pro IV. třídu středních škol*, 6. vydání, Jednota československých matematiků a fyziků, Praha, 1934, 108 stran.
(7., v podstatě nezměněné vydání – 1940, 108 stran, dotisky 7. vydání – 1945–1948)
- [B58] Bohumil Bydžovský, Stanislav Teplý, František Vyčichlo: *Aritmetika pro V. – VII. třídu středních škol*, 6. vydání, Jednota československých matematiků a fyziků, Praha, 1935, 212 stran.
(dotisk 6. vydání – 1947, 208 stran)
- [BM1] Rudolf Bendl, Jindřich Muk: *Arithmetika pro nižší třídy škol středních, díl I.*, 1. vydání, Ústřední spolek českých profesorů, Praha, 1910, 88 stran.

- [BM2] Rudolf Bendl, Jindřich Muk: *Arithmetika pro nižší třídy škol středních, díl II.*, 1. vydání, Ústřední spolek českých profesorů, Praha, 1910, 92 stran.
- [BM3] Rudolf Bendl, Jindřich Muk: *Arithmetika pro nižší třídy škol středních, díl III.*, 1. vydání, Ústřední spolek českých profesorů, Praha, 1911, 138 stran.
- [BS] Bohumil Bydžovský, Stanislav Teplý, František Vyčichlo, Jan Vojtěch: *Sbírka úloh z matematiky pro IV.–VIII. třídu středních škol*, 4., úplně přepracované vydání, Jednota československých matematiků a fyziků, Praha, 1936, 274 stran.
(1. vydání – 1912, 332 stran, 2. vydání – 1920, 332 stran, 3. vydání – 1924, 335 stran, 4. přepracované vydání – 1936, 274 stran, dotisky 4. vydání – 1945–1948, 274 stran)
- [JM1] Karel Jon, Antonie Maxová: *Početnice pro pražské školy občanské, díl I. pro první třídu*, Česká grafická unie a. s., Praha, 1922, 115 stran.
- [JM2] Karel Jon, Antonie Maxová: *Početnice pro pražské školy občanské, díl II. pro druhou třídu*, Česká grafická unie a. s., Praha, 1923, 116 stran.
- [JM3] Karel Jon, Antonie Maxová: *Početnice pro pražské školy občanské, díl III. pro třetí třídu*, Česká grafická unie a. s., Praha, 1923, 116 stran.
- [JM4] Karel Jon, Antonie Maxová: *Početnice pro školy měšťanské, díl IV. pro jednorocní učební kursy (IV. třídy)*, Česká grafická unie a. s., Praha, 1924, 120 stran.
- [M1] Jindřich Muk: *Aritmetika pro nižší třídy škol středních, díl I.*, 4. změněné vydání, Profesorské nakladatelství a knihkupectví, s. r. o., Praha, 1931, 130 stran.
(1., 2. a 3. vydání – viz [BM1], 5. celkem nezměněné vydání – 1935, 119 stran)
- [M2] Jindřich Muk: *Aritmetika pro nižší třídy škol středních, díl II.*, 4. změněné vydání, Profesorské nakladatelství a knihkupectví, s. r. o., Praha, 1932, 140 stran.
(1., 2. a 3. vydání – viz [BM2], 5. celkem nezměněné vydání – 1934, 148 stran)
- [M3] Jindřich Muk: *Aritmetika pro nižší třídy škol středních, díl III.*, 4. změněné vydání, Profesorské nakladatelství a knihkupectví, s. r. o., Praha, 1933, 146 stran.
(1., 2. a 3. vydání – viz [BM3], 5. celkem nezměněné vydání – 1934, 122 stran)
- [MJ1] Jindřich Muk: *Aritmetika pro čtvrtou třídu reálek*, 1. vydání, Profesorské nakladatelství a knihkupectví, spol. s r. o., Praha, 1924, 209 stran.

- (2. vydání – 1928, 206 stran)
- [MJ2] Jindřich Muk: *Aritmetika pro pátou třídu reálek*, 1. vydání, Profesorské nakladatelství a knihkupectví, spol. s r. o., Praha, 1925, 174 stran.
(2., v podstatě nezměněné vydání – 1930, 184 stran)
- [MJ3] Jindřich Muk: *Aritmetika pro šestou a sedmou třídu reálek*, 1. vydání, Profesorské nakladatelství a knihkupectví, spol. s r. o., Praha, 1926, 168 stran.
(2., v podstatě nezměněné vydání – 1930, 184 stran)
- [MJ4] Jindřich Muk: *Aritmetika pro vyšší třídy reálek*, 3. vydání, Profesorské nakladatelství a knihkupectví, spol. s r. o., Praha, 1936, 339 stran.
(1. a 2. vydání – viz [MJ2] a [MJ3])
- [MJ5] Jindřich Muk: *Aritmetika pro čtvrtou a pátou třídu gymnasií a reálných gymnasií*, 1. vydání, Profesorské nakladatelství a knihkupectví, spol. s r. o., Praha, 1924, 261 stran.
(2. vydání – 1928, 260 stran)
- [MJ6] Jindřich Muk: *Aritmetika pro šestou třídu gymnasií a reálných gymnasií*, 1. vydání, Profesorské nakladatelství a knihkupectví, spol. s r. o., Praha, 1925, 123 stran.
- [MJ7] Jindřich Muk: *Aritmetika pro sedmou třídu gymnasií a reálných gymnasií*, 1. vydání, Profesorské nakladatelství a knihkupectví, spol. s r. o., Praha, 1927, 148 stran.
- [MJ8] Jindřich Muk: *Aritmetika pro vyšší třídy gymnasií, reálných gymnasií a reformovaných reálných gymnasií*, 2. upravené vydání, Profesorské nakladatelství a knihkupectví, spol. s r. o., Praha, 1935, 303 stran.
(1. vydání – viz [MJ6] a [MJ7]; dotisky 2. upraveného vydání – 1945–1948)
- [MP] Augustin Matolín: *Početnice pro horní stupeň obecných škol (čtvrtá početnice pro ménětřídní školy obecné), pro 6., 7. a 8. školní rok*, Státní nakladatelství, Praha, 1926, 175 stran.
(1. vydání – 1913, 175 stran, další vydání (bez číslování) – 1924, 175 stran, 1926, 175 stran, nezměněný otisk vydání z roku 1926 – 1927, 175 stran, 6. vydání – 1929, 175 stran, 7. opravené vydání – 1932, 171 stran)
- [OZ] Metoděj Ostrý: *Aritmetika v úlohách ke zkouškám z II. a III. odboru měšťanských škol, pro žactvo střed. škol a učitelských ústavů*, Československá grafická Unie a. s., Praha, 1936, 290 stran.
- [PP] Jan Kozák, Jan Roček: *Početnice pro 6., 7. a 8. školní rok všech škol obecných*, nově zpracovali: František Pátek a kolektiv, 1. vydání, Státní nakladatelství, Praha, 1927, 228 stran.
(2. pozměněné vydání – 1931, 194 stran)

- [Ř1] Alois Říha: *Aritmetika pro učitelské ústavy. Díl první. Pro první ročník*, 1. vydání, Československá grafická Unie a. s., Praha, 1935, 168 stran.
- [Ř2] Alois Říha: *Aritmetika pro učitelské ústavy. Díl druhý. Pro druhý ročník*, 1. vydání, Československá grafická Unie a. s., Praha, 1936, 116 stran.
- [Ř3] Alois Říha: *Aritmetika pro učitelské ústavy. Díl třetí. Pro třetí a čtvrtý ročník*, 1. vydání, Československá grafická Unie a. s., Praha, 1937, 186 stran.
- [VA] Miloslav A. Valouch, Miloslav Valouch: *Tabulky logaritmické*, 10. přepracované vydání, Jednota československých matematiků a fyziků, Praha, 1937, 203 stran.
(1. vydání – 1904, 149 stran; 2. vydání – 1913, 168 stran; 3. rozšířené vydání – 1919, 188 stran; 4. vydání – 1921, 188 stran; 5. rozšířené vydání – 1923, 203 stran; 6. vydání – 1926, 203 stran; 7. vydání – 1929, 203 stran; 8. částečně změněné vydání – 1931, 203 stran; 9. vydání – 1935, 203 stran)

Internetové zdroje

- [I01] Národní pedagogická knihovna J. A. Komenského, Praha: <http://www.npkk.cz>.
- [I02] Online katalog Národní knihovny ČR: <http://www.nkp.cz>.
- [I03] Jednota českých matematiků a fyziků: <http://www.jcmf.cz>.
- [I07] Wikipedie, otevřená encyklopedie: <http://cs.wikipedia.org>.
- [I08] Wikipedia, the free encyclopedia: <http://en.wikipedia.org>.