# 4.2 PRAVDĚPODOBNOST V DÍLE VÁCLAVA ŠIMERKY

## 4.2.1 Úvod

Ve svých odborných pojednáních se Šimerka věnoval zejména teorii čísel (viz práce [Š1]–[Š4], [Š7]–[Š10], [Š13] a [Š14]). Dobře známá je také jeho učebnice *Algebra čili počtářství obecné pro vyšší gymnasia* [Š5] z roku 1863[17] a zejména pak samostatně vydaný dodatek [Š6], který byl první českou učebnicí diferenciálního a integrálního počtu.

S pravděpodobností však souvisí až dvojice pojednání *Síla přesvědčení. Pokus v duchovní mechanice* [Š11] a *Die Kraft der Überzeugung. Ein mathematisch-philosophischer Versuch* [Š12] z let 1882 a 1883, v nichž se Šimerka podrobně zabýval vyjádřením *síly přesvědčení* o nějaké hypotéze pomocí pravděpodobnosti. I když se při vyhodnocování této pravděpodobnosti mělo postupovat pokud možno objektivně, s využitím všech dostupných informací, pozorování a logických úvah, Šimerka sám své pojetí chápal ve smyslu *subjektivní interpretace pravděpodobnosti*. Na jednom místě například poznamenal:

> *Abychom nechybili kruhovým důkazem přijímajíce něco za pravé, což teprv dále dokázáno býti má, bude nejlépe, když žádnému důvodu předem úplnou platnost nepřiřkneme. Také není téměř věty, proti níž by se nebylo nikdy ničeho nenamítalo. Pak není přesvědčení o jednom a témž předmětu u všech lidí stejné, a nepadá náhle do mysli, nýbrž roste v ní. Dále jest každý nový úsudek poněkud nejistý, a nabývá teprv později, když v pojem přešel, větší pevnosti. Nad to jest nám zde jednati nejen s objektivnou přesvědčeností učených nýbrž i se subjektivnou všech lidí vůbec ani děti nevyjímajíce.* ([Š11], str. 75–76)

Šimerkův zájem o teorii pravděpodobnosti dokládají i praktické aktivity. Augustin Pánek v nekrologu [266] uvádí:

> *Nemalých zásluh náš Šimerka dobyl si o pensijní spolek sv. Josefa, založený r. 1873 farářem J. Starým u sv. Trojice v Praze pro světské kněze církevní provincie české tím, že provedl nesnadnou kalkulaci, týkající se členských příspěvkův a výšky pense, kterážto kalkulace dle vlastní výpovědi Šimerkovy byla obtížnější než sepsati nějaké dosti obšírné dílo vědecké.* ([266], str. 254–255)

[17] V souladu s osnovami je zde vyložena kombinatorika, nikoli však pravděpodobnost – viz část 1.1.4.

## 4.2.2 Pravděpodobnost a síla přesvědčení

V roce 1882 vyšlo Šimerkovo pojednání *Síla přesvědčení* [Š11], kde se pokusil o vytvoření teorie, jež by s využitím počtu pravděpodobnosti umožňovala kvantifikovat míru přesvědčení. Cíl svého článku vyjádřil slovy:

*Jako bílé, šedé, černé, červené, a t. d. zahrnujeme slovem barva, tak mohou i pojmy: tušení, důmínka, možnost, pravděpodobnost, hypothesa, víra, vědění, jistota, poznání a pod. sejmuty býti v jeden, totiž v přesvědčení čili přesvědčenost.* ([Š11], str. 75–76)

Na začátku této stupnice pak stojí *prázdná mysl*, kdy není nic známo nebo jsou důvody pro a proti v rovnováze. Na otázku, jak lze míru přesvědčení udávat číslem, Šimerka odpovídá, že se k tomu velmi dobře hodí počet pravděpodobnosti či *počet věrojatný*. Členy posloupnosti *prázdná mysl*, *tušení*, ..., *poznání* pak budou udávány čísly od 0 do 1. K tomu Šimerka poznamenává:

*Námitku, že by počet s přesvědčením spolehlivý nebyl, poněvadž se na věrojatnosti zakládá ... vyvrací zkušenost u zaopatřovacích ústavů a assekuračních podniků. Těm se daří dobře, jeli jen jejich počet pravý při opatrné a spravedlivé správě. Prospívají-li tyto, proč by to nebylo možno u počtu o síle přesvědčenosti, který právě míru možnosti, skutečnosti a nutnosti lépe naznačiti musí, než by se pouhým odhadem stalo. V tomto ohledu platí zajisté již dávno uznaná zásada: každý počet jest lepší než žádný počet.* ([Š11], str. 81)

### Oceňování důvodů

Příčiny či zdroje přesvědčení Šimerka nazývá *důvody*, jejich sílu *věrojatnost*. Jako příklad konkrétního oceňování důvodů Šimerka uvádí přesvědčení o možnosti vítězství při $a$ mužích vlastního a $b$ mužích nepřátelského vojska,

$$v = \frac{a}{a+b}\,,$$

nebo naopak důvěru ve vlastní brannou moc pociťovanou po vítězství, která roste tím více, čím více nepřátel bylo poraženo:

$$v = \frac{b}{a+b}\,.$$

Vedle dalších příkladů pak připomíná různé situace z praxe, v nichž se důvody poměrně úspěšně oceňují: životní pojištění, kde se výpočty řídí úmrtnostními tabulkami, pojištění proti ohni či krupobití, kde se vychází ze statistických dat, anebo vyhodnocování *zdravoty* v jednotlivých městech, jež se pro daný rok vyjadřuje počtem zesnulých na 1000 obyvatel. Dodává ovšem, že ne vždy je možné *sílu přesvědčení* konkrétně stanovit.

Důvody dávající za přesvědčení $v = 0$ Šimerka označuje jako *prázdné* či *plané* a poznamenává, že *v subjektivném ohledu třeba též považovati každý důvod za prázdný, jejž druhý nechápe, a který proto v jeho mysli žádné přesvědčení nevzbuzuje, byť takový i sebe důmyslněji sestaven byl.* ([Š11], str. 84)

### Výsledné působení více souhlasných důvodů

Při působení více různých důvodů, které všechny svědčí ve prospěch dané domněnky a které dávají přesvědčení $v$, $v'$, $v''$, ..., Šimerka uvažuje tzv. *nedokonalosti*

$$\varepsilon = 1 - v, \quad \varepsilon' = 1 - v', \quad \varepsilon'' = 1 - v'', \dots . \tag{4.1}$$

Výslednou nedokonalost počítá jako součin

$$E = \varepsilon\varepsilon'\varepsilon'' \dots . \tag{4.2}$$

Pro *výslednou sílu přesvědčení* $V$ pak platí: $1 - V = E$, tj.

$$1 - V = (1 - v)(1 - v')(1 - v'') \dots . \tag{4.3}$$

V jednom zdůvodnění Šimerka pracuje s počty případů svědčících pro jednotlivé nedokonalosti a počty všech možných případů. Jiné zdůvodnění je následující: představme si, že pro jistou událost máme svědky, jejichž hodnověrnosti jsou po řadě $v$, $v'$, $v''$, ... . Součin na pravé straně rovnice (4.3) udává pravděpodobnost, že všichni lžou; pravděpodobnost, že aspoň jeden z nich mluví pravdu, je pak rovna (srov. Bernoulliův vztah (1.12) na str. 41):

$$V = 1 - (1 - v)(1 - v')(1 - v'') \dots . \tag{4.4}$$

Pro $v = v' = v'' = \dots = 0$ ze vztahu (4.4) plyne $V = 0$, což Šimerka komentuje slovy: *prázdné důvody nepodávají žádného přesvědčení. Ač tato věta tak patrna jest,* [...] *chybuje se v ní dosti často, a sice dvojím způsobem: jednou uváděním důvodů, jež druhý nechápe* [...] *Počínání takové jest patrně marná práce jednoho (učitele) a zbytečné týrání druhého (žáka). Po druhé děje se to používáním objektivně prázdných důvodů jako planým chválením neb haněním, tak zvanou sofistikou, osočováním ano i lží neb násilím a pod. U myslících soupeřů nevzbuzuje to nijaké přesvědčení, nýbrž jen rozčilení a domínku, že se někomu lepších důvodů nedostává.* ([Š11], str. 85)

Pro $v' = v'' = \dots = 0$ ze vztahu (4.4) plyne $V = v$. Šimerka dodává:

*V prázdné mysli ujímá se každý důvod plnou svou silou. Tomu nasvědčuje, jak zkušenost ze škol a u sprostých lidí, z nichž nejedni i dost chatrné romány a pověsti za pravdu přijímají, tak i zprávy missionářů, kteří dokládají, že se křesťanství nejlépe ujímá u národů s rozháranou myslí* [...] *Spor o vyučování ve školách jest podle toho důležitá agrární otázka v duchovním smyslu o tom, kdo a jak prázdnou mysl mládeže vzdělávati má.* [...] *Dle toho může prázdná mysl i planými důvody oklamána býti, což jinak není snadné. Že se na tom i nemravná zásada: calumniare audacter, tamen eliquid haerebit* [jen drze pomlouvej, však něco ulpí] *zakládala, patrno samo sebou.* ([Š11], str. 85–86)

Položí-li se ve vztahu (4.4) $v = 1$, vyjde pro jakékoli kladné i záporné hodnoty $v'$, $v''$, ... výsledné přesvědčení $V = 1$, neboli *pravé (objektivné) přesvědčení nemůže tedy žádnými novými důvody zvětšeno, ani protidůvody zmenšeno býti. Dle mathematického způsobu mluvení můžeme proto sílu pravdy nekonečně velikou nazvati; jelikož proti ní konečné veličiny mizí.* ([Š11], str. 97)

**Aritmetické a měřické stupně přesvědčenosti**

V dalším Šimerka uvažuje $n$ důvodů o „síle“ $v$. Vztahy (4.2) a (4.3) nyní přecházejí v rovnosti

$$E = \varepsilon^n , \qquad 1 - V = (1 - v)^n, \tag{4.5}$$

odkud ihned plyne: $\log E = n \log \varepsilon$.

Například pro $v = 1/2$, $n = 10$ dostaneme $V = 1 - (1/2)^{10} = 0{,}999\,023\,47$; kdybychom se naopak ptali, kolik důvodů o síle $v = 1/10$ je třeba k dosažení přesvědčení $V = 9/10$, vyšlo by $n = \log 0{,}1/\log 0{,}9 \doteq 21{,}85$. Podobně kdyby mělo být výsledné přesvědčení $V = 9/10$ při $v = 1/100$, muselo by být takto slabých důvodů celkem 229.

Aby nemusel pracovat s dlouhými desetinnými čísly, postupuje Šimerka takto: ve vztahu

$$V = V(n) = 1 - \varepsilon^n \tag{4.6}$$

udává $n$ počet důvodů o síle $1 - \varepsilon$, jichž je třeba k dosažení přesvědčení $V$. Speciálně Šimerka volí $\varepsilon = 1/10$ nebo $\varepsilon = 1/e$. V prvním případě je

$$V(1) = 0{,}9; \quad V(2) = 0{,}99; \quad V(3) = 0{,}999 \ \text{ atd.}$$

Hodnotu $n$, pro kterou platí:

$$V(n) = 1 - 0{,}1^n, \tag{4.7}$$

Šimerka nazývá *aritmetický stupeň přesvědčení*. V druhém případě, kdy

$$V(n) = 1 - (1/e)^n, \tag{4.8}$$

hovoří o *stupni měřickém*; zde je $V(1) = 1 - 1/e \doteq 0{,}632$. Jednomu aritmetickému stupni pak odpovídá $n$, pro něž

$$0{,}9 = 1 - (1/e)^n , \quad \text{tj.} \quad n = \ln 0{,}1/\ln e^{-1} \doteq 2{,}3,$$

tedy přibližně $2{,}3$ stupně měřického.

Pro $\varepsilon = 1/e$ a důvody se stupni $\alpha$, $\alpha'$, $\alpha''$, ... je podle (4.3)

$$1 - V = \varepsilon^{\alpha} \cdot \varepsilon^{\alpha'} \cdot \varepsilon^{\alpha''} \cdot \dots = \varepsilon^{\alpha+\alpha'+\alpha''+\cdots} .$$

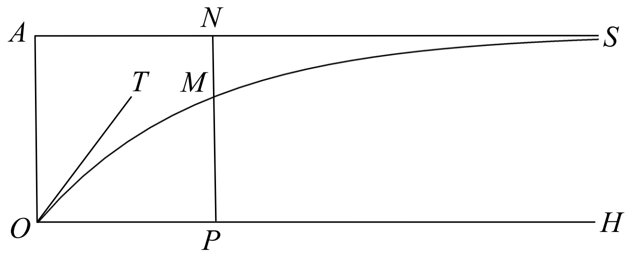
Výsledné přesvědčení lze tedy vyjádřit jako funkci

$$V = 1 - \varepsilon^x, \tag{4.9}$$

kde $x$ je součet stupňů přesvědčení jednotlivých důvodů. Pomocí několika hodnot Šimerka ilustruje, že zpočátku přináší každý nový důvod poměrně velkou sílu přesvědčení, s rostoucím $x$ se však tento nárůst výrazně zpomaluje:

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $V$ | 0,632 | 0,865 | 0,950 | 0,982 | 0,993 | ... |

Křivku, která je grafem funkce (4.9), Šimerka nazývá *křivka přesvědčivá*. Studuje její tvar, ukazuje, že se velmi rychle blíží k asymptotě $V = 1$, a kromě jiného odvozuje, že obsah oblasti vymezené asymptotou, křivkou a svislou osou souřadnic je roven jedné.




OBR. 4.3 ŠIMERKOVA „KŘIVKA PŘESVĚDČIVÁ“ ($|OA| = |OP| = 1$)

**Možnost dokonalého poznání**

V dalším si Šimerka klade otázku možnosti *dokonalého poznání*. Podotýká, že matematikové se zpravidla spokojují s aritmetickým stupněm přesvědčení 7,3, který odpovídá přesnosti logaritmických tabulek obsahujících hodnoty se 7 desetinnými místy – v tomto případě je nedokonalost nejvýše $5 \cdot 10^{-8}$; z rovnice $(1/10)^x = 5 \cdot 10^{-8}$ pak plyne $x \doteq 7,3$. K tomu dodává, že se stejnou přesností se obvykle spokojuje také astronomie a měřictví, kde uvedený stupeň odpovídá chybě 1/20 mm na 1 km. Podobně zanedbá-li se například hmotnost 1 libry vzhledem k hmotnosti celé Země, odpovídá této chybě stupeň přesvědčení 24,9. Celkem Šimerka uzavírá:

*Když pak se všichni mathematikové s hořejší jistotou 7,3 stupňů tak spokojují, že mnozí z nich výsledky svého počtu neomylnými nazývají, mám za to, že přesvědčení 25 stupňů vždy za dokonalé poznání platiti může.* ([Š11], str. 94)

Tímto způsobem Šimerka zároveň odpovídá na problém indukce. Poznamenává, že každý induktivní důvod, tj. důvod založený na zkušenosti či pozorování, má platnost menší než 1, zato jich však bývá větší množství, takže je podle předchozího přece jen možné dospět k jistotě:

*Naše přesvědčení o skutečnosti vnějšího světa na př. spočívá na našem zraku a hmatu, nechybíme pak, když jim 3 stupně síly přiřkneme; neklamou nás zajisté oba spolu ani v 1000 případech jednou. Pak má trojnásobná taková zkušenost větší sílu než počtářská jistota, 9*$^{tera}$ *rovná se úplnému poznání, nečítaje v to ani svědectví jiných lidí, analogie s podobnými věcmi, myšlenky povstalé z pocitů a dojmů u jiných smyslů. Totéž objevuje se i při jiných druzích indukce.* ([Š11], str. 94–95)

**Hodnověrnost svědků**

Se silou přesvědčení souvisí také hodnověrnost svědků, kteří určitou informaci zprostředkovávají. Šimerka uvažuje posloupnost svědků označených čísly $1, 2, \ldots, n, \ldots$, kde svědek číslo 1 je svědek očitý a svědek číslo $n$ získal informaci od svědka číslo $(n-1)$. Označme hodnověrnost $n$-této svědka symbolem $u_n$. Šimerka předpokládá, že poměr $u_n : u_{n+1}$ je stálý. Položí-li se $u_1 = v$, $u_0 = 1$ (tj. vezme-li se za „svědka č. 0“ skutečnost), vyjde

$$1 : v = v : u_2\,, \qquad \text{tj.} \qquad u_2 = v^2\,; \tag{4.10}$$

hodnoty $u_n$ tedy tvoří geometrickou posloupnost $v$, $v^2$, $v^3$, $\ldots$ .

Hodnověrnost očitého svědka Šimerka nejprve počítá na základě úzu, podle něhož se svědectví dvou nepřímých svědků (tedy svědků č. 2 z různých posloupností) považují za rovnocenná s jedním svědectvím přímým, tedy

$$1 - v = (1 - v^2)(1 - v^2)\,, \tag{4.11}$$

odkud plyne $v \doteq 0{,}618$. Tato hodnota je poměrně nízká, proto Šimerka pokračuje v hledání a nakonec dochází k hodnověrnosti $v = 0{,}839\,29$.

### Výsledné působení dvou nesouhlasných důvodů

Na rozdíl od Jacoba Bernoulliho, který skládal zvlášť důvody svědčící pro danou domněnku a zvlášť důvody svědčící proti ní a získané výslednice pak porovnával (viz str. 39–41), Šimerka hledal přímo celkové přesvědčení, které je výsledkem působení dvou nesouhlasných důvodů. Neuvažoval však pouhý rozdíl, který by odpovídal Bolzanovu *stupni důvěry* (viz (2.14) na str. 109), ale vycházel z rovnice (4.3). Pro dva souhlasné důvody lze tento vztah přepsat ve tvaru:

$$1 - V = (1 - v)(1 - v')\,, \tag{4.12}$$

odkud ihned plyne:

$$V = 1 - (1 - v)(1 - v') = v + v' - vv' = v + v'(1 - v) = v + v'\varepsilon\,. \tag{4.13}$$

Pro *důvody nesouhlasné* Šimerka klade $v' = -w$, kde $w \geq 0$, a získává výslednici

$$V = v - w(1 - v) = v - w\varepsilon\,. \tag{4.14}$$

Protiargument $w$ původní přesvědčení zeslabí o $r = w\varepsilon$, tedy maximálně o jeho nedokonalost $\varepsilon$ (při nejsilnějším možném protiargumentu $w = 1$). Pro $v = 1$ je vždy $V = 1$, $r = 0$; dokonalé přesvědčení o pravdě tedy nelze žádným důvodem oslabit, natož pak vyvrátit. Je-li $v < 1$, je na místě otázka, kdy může být přesvědčení *zmařeno* či kdy může *přejít v pochybnost*, neboli za jakých podmínek nastane

$$V = v - w(1 - v) \leq 0\,. \tag{4.15}$$

Uvedenou nerovnost lze přepsat ve tvaru:

$$v \leq \frac{w}{1 + w}\,, \qquad \text{popř.} \qquad w \geq \frac{v}{1 - v}\,. \tag{4.16}$$

Vzhledem k tomu, že $w$ vyjadřuje přesvědčení, musí platit:

$$\frac{v}{1 - v} \leq w \leq 1, \qquad \text{a tedy} \qquad v \leq \frac{1}{2}\,.$$

Jediným protiargumentem tedy nelze zpochybnit žádné přesvědčení $v > 1/2$.

K tomu Šimerka dodává:

*Poněvadž přesvědčení v prázdné mysli s počátku rychle roste, a proto brzo mez 1/2 překračuje, vysvítá z toho, že jest nemožno důmínky na dosti chatrných důvodech spočívající najednou vyvrátiti. Dějiny náboženských hádek a jiných mnohých sporů jak v minulosti tak i v dobách nynějších podávají o tom dokladů víc než dosti; pravdivost této věty poznána však teprv ze staletých zkušeností, zde pak dokázána po prvé i počtem.* [...] *V předešlém zahrnuta jest i dávno známá věta: Kdo své přesvědčení mění, má ho velmi málo.* ([Š11], str. 102)

Položí-li se ve vztahu (4.14) $v = w$, vyjde $V = v - v(1-v) = v^2$; přesvědčení se tedy nevyruší, jen se zeslabí na druhou mocninu.

### Opakované působení dvou nesouhlasných důvodů

Dále pak Šimerka uvažuje případ, kdy na sebe nesouhlasné důvody působí opakovaně, a sleduje, co se děje s přesvědčením $V$ i s přesvědčením oponenta $W$. Po prvním *nárazu* bude pro hodnoty přesvědčení podle (4.14) platit:

$$V_1 = v - w(1-v) = v - w + vw\,, \quad W_1 = w - v(1-w) = -v + w + vw\,, \tag{4.17}$$

takže

$$V_1 - W_1 = 2(v - w)\,, \qquad V_1 + W_1 = 2vw\,. \tag{4.18}$$

Pro hodnoty přesvědčení po druhém *nárazu* podobným způsobem vychází:

$$V_2 - W_2 = 4(V_1 - W_1)\,, \qquad V_2 + W_2 = 2V_2W_2\,. \tag{4.19}$$

Obecně po $n$-tém nárazu platí:

$$V_n - W_n = 2^n(V_1 - W_1)\,, \qquad V_n + W_n = 2V_{n-1}W_{n-1}\,. \tag{4.20}$$

Proces skončí, jakmile bude $V_n \leq 0$ nebo $W_n \leq 0$; pak se přesvědčení stanou souhlasnými a předmět sporu zmizí. Výsledkem popsaného procesu je tedy *zeslabení* jednoho a *zmaření* druhého přesvědčení.

Pro $v = 1$ bude speciálně $V_n = 1$, $W_n = 2^n(w-1) + 1$, odkud lze snadno zjistit, kdy nastane $W_n \leq 0$.

Pro $v = w$ bude

$$V_1 = W_1 = v^2, \quad V_2 = W_2 = v^4, \; \ldots, \quad V_n = W_n = v^{2^n}.$$

Kromě případu $v = w = 1$ takový zápas skončí *oboustranným vysílením.*

Kdyby platilo $v = w = 1$, potom by pro každé $n$ vycházelo $V_n = W_n = 1$, *tak že by i při sebe více nárazech ani jedno ani druhé na síle neutrpělo, a zápas mezi nima jako mezi Ormuzdem a Ahrimanem dle staré perské báje věkověčně trval. Ale ve skutečnosti nejsou, přísně vzato, ani dva předměty stejné; protož nemohou takovými ani síly dvou rozličných přesvědčení býti, následkem čehož pak pravé t. j. objektivné přesvědčení mající své zdroje mimo mysl lidskou v zápase, byť někdy i dost pozdě, zvítěziti musí.* [...] *k čemuž jen to připomenouti* *sluší, že samotný čas toho nedocílí.* [...] *Z krátka líná pravda ponechává bojiště bludům zrovna tak jako i o nejsilnější právo přichází, kdo si je nehájí.* ([Š11], str. 110)

Uvažujme dále $v = 1$, $w < 1$. Kdyby si *blud* [přesvědčení $W$] *po každém nárazе utrpenou ztrátu novým důvodem u nahražoval*, vycházelo by podle (4.13) po prvním setkání

$$S_1 = u + W_1 - uW_1 = u + (2w-1) - u(2w-1) = 2u + 2w - 2uw - 1\,. \tag{4.21}$$

Pro $u < 1/2$ odtud plyne $S_1 < w$; v tomto případě se tedy *poražený blud sesiluje, ostává však i potom slabší než původně, a musí při opětovaném narážení konečně podléhnouti.* [...] *Je-li $u = 1/2$, bude $S_1 = w$, a při $u > 1/2$ objeví se podobným způsobem $S_1 > w$. Takto by se mohlo mysliti, že se zápas do nekonečna protáhne. Leč zde padá ta okolnost na váhu, že má blud jen obmezené množství důvodů ve své mysli; kdežto pravda své nejvydatnější posily ze skutečnosti čerpá, a byť i poraženou se zdála, v krátkosti do nového boje se pouští. Mimo to nemůže blud důvodů jednou poražených znova upotřebiti; poněvadž již ve výslednici zahrnuty jsou. On může se tedy při několika prvních nárazech vzmáhati, pak se mu ale nedostává nových vydatných posil, on slábne a musí konečně podlehnouti.* ([Š11], str. 109)

### Působení více protidůvodů

Působí-li na přesvědčení $v$ dva protidůvody $\alpha$, $\beta$, pak lze uvažovat buď působení výslednice $w = \alpha + \beta - \alpha\beta$, vypočtené podle (4.13), kdy je výsledné přesvědčení rovno

$$V_w = 1 - (1-v)(1+w) = 1 - (1-v)(1+\alpha+\beta-\alpha\beta)\,, \tag{4.22}$$

anebo postupné působení obou důvodů. V druhém případě vyjde po působení samotného důvodu $\alpha$ přesvědčení $V_\alpha = 1 - (1-v)(1+\alpha)$; následné působení důvodu $\beta$ pak vede k výslednému přesvědčení

$$V_{\alpha\beta} = 1 - (1-V_\alpha)(1+\beta) = 1 - (1-v)(1+\alpha)(1+\beta)\,. \tag{4.23}$$

Protože $V_w - V_{\alpha\beta} = 2\alpha\beta(1-v) > 0$, je $V_w > V_{\alpha\beta}$, neboli *dvojí náraz dvou protidůvodů poškozuje přesvědčení více nežli jediný náraz jejich výslednice* [...].

*Tím se značně liší síla přesvědčení od sil mechanických, kde výslednice vždy místo komponent vzata býti může, což tuto jen u vzrůstu přesvědčení činiti lze, ne však ve sporu. Spolu pak plyne z toho pravidlo: Při vyvrácení bludů jest prospěšno nejprve jen jednoho důvodu použíti, po čase pak druhého, třetího a t. d. Podle toho lze duchovní vítězství malou válkou lehčeji dosáhnouti než velikou.* ([Š11], str. 105–106)

Při postupném působení většího počtu protidůvodů $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ pak analogicky s (4.23) platí:

$$V = 1 - (1-v)(1+\alpha)(1+\beta)(1+\gamma)\cdots\,, \tag{4.24}$$

což lze pro libovolné $n$ a vhodné $w$ přepsat ve tvaru:

$$V = 1 - (1 - v)(1 + w)^n \,. \tag{4.25}$$

Odtud se mimo jiné snadno zjistí, pro jaké $n$ bude výsledné přesvědčení rovno nule, neboli kolikrát musí protiargument se silou $w$ *narazit* na přesvědčení $v$, aby je zmařil:

$$0 = 1 - (1 - v)(1 + w)^n \,, \qquad \text{právě když} \qquad n = -\frac{\log(1 - v)}{\log(1 + v)} \,. \tag{4.26}$$

Například pro $v = 0,8$ a $w = 0,1$ vychází $n \doteq 17$, pro $v = 0,9$ a $w = 0,001$ vychází $n \doteq 7607$ (kdyby takovýto slabý protiargument působil jednou denně, zmařil by původní přesvědčení za 12,5 roku), pro přesvědčení $v = w = 0,839\,29$ odpovídající hodnověrnosti očitého svědka pak vychází $n \doteq 3$; je tedy *pošetilost věřiti někomu, komu třikráte nepravda dokázána byla, byť se to pokaždé i jen jedním svědkem stalo.* ([Š11], str. 107)

Konečně pro $v = 1$ je pro libovolné hodnoty $n$, $w$ vždy $V = 1$, neboli *pravé poznání neumře nikdy.*

**Závěr**

Šimerka svou stať končí slovy:

*Předmět sám, z něhož jsem zde pouze mathematickou částku, totiž vzrůst a spor přesvědčení probral, ponechávaje šíření (vědecké bádání) a sdělování přesvědčení budoucnosti, jest ale převelmi vážný jako sotva jiná část počtářství. Nejednáť se tu o nic více ani méně než o sílu pravdy. A kdož by mohl mohutnost její popírati? Působíť nejen v soukromých rozmluvách, ve školách, spisech a na řečništích, ale ozbrojuje i paže, prolévá krev na bojištích, a neleká se ani smrti na popravišti, vědouc, že tělo sice zmařeno býti může, duch ale nikoli.* [...] *Mimo to nemůže našemu materialismem prosáklému století býti na škodu, pakli i o něčem duchovním počítati bude. Z těch a podobných příčin doufám, že neostanu osamělým dělníkem na tomto novém poli.* ([Š11], str. 111)

**Pokračování spisu**

Augustin Pánek, který v té době redigoval Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, v nekrologu [266] poznamenal:

*Obšírný dodatek k té publikaci Šimerka zaslal redaktoru tohoto Časopisu, avšak dne 6. prosince 1887, tedy 21 den před svým úmrtím, dopsal jemu takto: „Že jste mé pokračování „O síle přesvědčení“ do tisku nedal, tomu jsem nyní sám rád; jest tam všelicos zbytečného, jako předmluva, obory poznavé, filosofie a t. d., pak není též vše dosti jasné. Protož vznáším na Vás tu snažnou prosbu, byste elaborát ten v krátkosti prošel a své poznámky k tomu stručně připojil. V oboru tak těžkém jest jednotlivci nesnadno omylu se uvarovati, stávajíť se podobné věci proslulým výtečníkům. Ku změně některých mých náhledů přivedla mne nebezpečná nemoc, za které jsem o svých úkolech přemýšlel a t. d.“*

([266], str. 255)

**Německá verze**

V roce 1883 vyšla v *Sitzungsberichte* vídeňské akademie německá verze Šimerkova spisu o síle přesvědčení, nazvaná *Die Kraft der Überzeugung. Ein mathematisch-philosphischer Versuch* [Š12]. Do velké míry se jedná o německý překlad práce [Š11], se svými 61 stranami je však ještě rozsáhlejší. Oproti české verzi jsou dodány některé části navíc, stávající jsou mnohdy upraveny či rozšířeny. Nová část je například zařazena před úvahy o hodnověrnosti svědků a pojednává o *odvozeném svědectví* (*abgeleitete Ueberzeugung*). Zde se Šimerka zabývá situací, kdy je z určité věty $A$ odvozena věta $B$, a ukazuje, že značí-li $\alpha$ přesvědčení o platnosti věty $A$ a $v$ přesvědčení o tom, že odvození bylo provedeno správně, pak výsledné přesvědčení o platnosti věty $B$ je rovno

$$w = \alpha v. \tag{4.27}$$

Jako kdybychom tedy uvažovali dva „svědky“ s věrohodnostmi $v$, $\alpha$ a hledali pravděpodobnost, že oba říkají pravdu. Je-li $v < 1$, pak ze vztahu (4.27) plyne, že přesvědčení o odvozené větě nemůže být větší než přesvědčení o větě původní. Máme-li o odvození jistotu, tj. $v = 1$, jsou obě přesvědčení stejná. Šimerka také zdůrazňuje, že přesvědčení o větě $B$ nelze vypočítat z rovnice

$$1 - w = (1 - \alpha)(1 - v), \tag{4.28}$$

tedy ze vztahu (4.3), který by dával pravděpodobnost $w$, že pravdu říká alespoň jeden ze svědků; podle (4.28) by pro $\alpha = 1$ vyšlo $w = 1$ dokonce i v případě, že by bylo odvození chybné a věta $B$ by z věty $A$ vůbec neplynula.

Analogicky se vztahem (4.5) však lze uvažovat nárůst přesvědčení o správnosti odvození. Provede-li se $n$ různých důkazů, že věta $B$ plyne z věty $A$, pak lze hodnotu $v$ ve vztahu (4.27) nahradit hodnotou $V$, pro kterou platí:

$$1 - V = (1 - v)^n.$$

Konečně jestliže zkušenost potvrdí větu $B$, pak Šimerka tuto skutečnost považuje za nový důvod pro platnost věty $A$ o síle $1/2$ (před odvozením je stejně možné, že se dospěje ke správnému výsledku nebo nikoli); například deseti různým větám plynoucím z věty $A$ a potvrzeným zkušeností odpovídá podle (4.7) stupeň přesvědčení $n = 3,01$, který je řešením rovnice $(1/2)^{10} = 0,1^n$.

V jiné nově přidané části se Šimerka podrobně zabývá komplexními čísly a jejich významem, v další pak rozebírá *mylnou vyučovací metodu*, při níž katecheta vyššího gymnázia dovolí svým žákům, aby mu předkládali námitky proti náboženské nauce s tím, že jim je vyvrátí. Na základě dříve odvozených výsledků Šimerka ukazuje, že tímto způsobem by se přesvědčení žáků zeslabovalo, a to tím více, čím více námitek by bylo vysloveno a vyvráceno.

Výrazného rozšíření se dostalo zejména části pojednávající o opakovaném „boji“ nesouhlasných důvodů (viz str. 153). Šimerka zde nyní podrobně rozebírá také situace, kdy jsou po jednotlivých střetech oslabená přesvědčení posilována novými důvody $\alpha$, $\beta$ (připomeňme, že v české verzi byl podobným způsobem uvažován jen případ, kdy $v = 1$, $w < 1$), takže do „druhého kola“ se pouští přesvědčení $V_1$, $W_1$, pro něž platí:

$$1 - V_1 = (1 - v)(1 + w)(1 - \alpha), \quad 1 - W_1 = (1 - w)(1 + v)(1 - \beta). \tag{4.29}$$

Potom Šimerka zkoumá, kdy by boj mohl teoreticky pokračovat donekonečna, a dotýká se dlouhotrvajících bojů politických stran a fanatismu.

### Ohlasy

O české verzi Šimerkova pojednání [Š11] se stručně zmínil František Josef Studnička v referativním časopise *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* za rok 1882: *Toto pojednání, vydané také v Sitzungsberichte* [...] *chce být pokládáno za „matematicko-filosofický pokus“ o odůvodnění a číselné vyjádření různých stupňů přesvědčení, analogické s pravděpodobností.*

V následujícím roce pak německou verzi [Š12] ve stejném časopise značně nelichotivě zhodnotil německý filosof Carl Theodor Michaëlis (1852–1913):

*Šimerka věří, že umí měřit přesvědčení. Důležitý je pro něj výraz: objektivní přesvědčení. „O tomto se praví, že vzniká z vnějších (reálných) příčin.“* [...] *Autor vzdává hold větě: „Každý počet je lepší než žádný počet“. Co je základní mírou, která má být měřena* [...] *uměl autor stanovit stejně nedostatečně, jako od počátku mrtvá matematická psychologie Herbartova, na kterou se v úvodu odvolává, uměla udat základní míru představy jako síly.*[18]

Jak bylo zmíněno na str. 148, citované tvrzení o tom, že *každý počet je lepší než žádný počet*, Šimerka sice nazval *dávno uznanou zásadou*, uvedl je však jen v poznámce v návaznosti na přesvědčivější odůvodnění použitelnosti počtu pravděpodobnosti pro dané účely. Co se týče *objektivního přesvědčení*, po větě citované v recenzi Šimerka pokračuje:

*K objektivnému přesvědčení náležely by tedy mnohé hypothesy, pak vědění a poznání; k subjektivnému opět tušení a důmínky.* [...] *Nejkrásnější stránky novověké vědy byly s počátku v mysli badatelů jen tušením a důmínkami, na to přišly do veřejnosti a staly se hypothesami, až sobě konečně platnost vědění a poznání vydobyly. Tentýž pochod stopoval spisovatel i u těchto úvah; a protož má za to, že i ony nejeden ústrk podstoupiti musí, než jim rovné právo mezi jinými vědami přiřknuto bude.*[19]

Uvedená Šimerkova slova se bohužel naplnila a jeho práce, byť publikovaná ve Vídni v německém jazyce, zůstala dlouho nepovšimnuta. Dnes můžeme jen spekulovat, zda by se situace změnila, kdyby autorem recenze nebyl právě Michaëlis, který ve svých pojednáních kritizoval filosofii vycházející z empirické psychologie, a tak se možná ani nesnažil o hlubší pochopení Šimerkovy

[18] Herbart uvažoval představy jako síly, které se podporují nebo naopak utlumují. Šimerka se o Herbartovi zmiňuje na samém začátku článku: *Když již přičiněním slavného filosofa Herbarta počtářství ve psychologii místa nalezlo, aniž skutek ten za pouhou libůstku pokládati lze, nezazlí mi, tuším, nikdo, pakli je i do logiky čili vlastně methodiky a poněkud i do metafysiky uvedu, a tím nejeden úkaz jak ve vědeckém bádání tak i v dějinách objasním.*
([Š12], str. 511; český překlad citován podle [Š11], str. 75)

[19] [Š12], str. 515–516; český překlad citován podle [Š11], str. 78.

práce. Dodejme, že „mrtvý“ herbartismus byl oficiální filosofií na rakouských školách. Mezi ortodoxní herbartovce patřil profesor filosofie na pražské univerzitě Josef Dastich (1835–1870) a jeho nástupce Josef Durdík (1837–1902); v širším ohledu lze ke stoupencům herbartismu zařadit také Franze Exnera (1802– 1853), který byl profesorem filosofie na pražské univerzitě v době Šimerkových studií a který se později jako jeden z hlavních tvůrců podílel na školské reformě (viz str. 110), a dále Robert Zimmermann (1824–1898), profesor filosofie na univerzitě ve Vídni a autor první oficiální učebnice filosofické propedeutiky pro gymnázia,[20] či autor další učebnice filosofické propedeutiky [212], Gustav Adolf Lindner (1828–1887), který se po mnohaletém působení na středních školách stal ředitelem učitelského ústavu v Kutné Hoře a později prvním profesorem pedagogiky a psychologie na filosofické fakultě pražské univerzity. Připomeňme, že náplní dvouletého maturitního předmětu *filosofická propedeutika*, který v druhé polovině 19. století absolvovali všichni gymnazisté v rakouské monarchii, byla v septimě *logika* a v oktávě *empirická psychologie* (viz [404], str. 37).

Největším uznáním citovaných Šimerkových spisů tak zůstala zmínka v Masarykově recenzi *Logika* [M7] z roku 1884, kde je pojednání [Š11] označeno jako *geniální spis* – viz část 3.2.2, str. 137. O více než 50 let později pak Šimerkův přínos vyzdvihl Zdeněk Nejedlý slovy:

> [...] *co tu Šimerka provedl, byl jeden z největších činů moderní matematické filosofie: vyložil noetiku, věrohodnost poznatků, na základě matematiky. I Masaryk byl tím spisem uchvácen. A měl i jiný zájem: Šimerka tam řešil i problém pravděpodobnosti, který Masaryka tehdy velmi zajímal, a tak došlo i k osobnímu seznámení. „Ctěný příteli“, píše Masaryk Šimerkovi 2. II. 84, z čehož je patrno, že byli dobří již tehdy známí. I píše mu dále: „Prosím Vás, sepište mně nejhlavnější odchylky Vaše od obyčejné theorie pravděpodobnosti, třeba Laplaceovy, chci totiž o spise Vašem do Athenaea a do německého filosofického časopisu napsati. Při tom arci vytknu, co pro filosofii největší má interes. Též odchylné mínění v některých věcech. To Vám pak pošlu napřed, až budu míti času, důkladněji spis Váš prostudovati ještě jednou.“* [...] *A tak vidíme, jak i tu Masaryk dovedl jít za hranice universitní jen učenosti a společnosti. Naopak, tento venkovský kněz byl mu milejší a větší učenec než kdokoli jiný.* ([249], 4. díl, str. 165–166)

### Subjektivní interpretace pravděpodobnosti

Teorie, k níž Šimerka směřoval, byla systematicky zformována teprve ve 30. letech 20. století. V části 1.3.3 jsme viděli, že právě jako *míru přesvědčení* chápali pravděpodobnost představitelé subjektivní interpretace pravděpodobnosti, Frank Plumpton Ramsey a Bruno de Finetti, kteří tuto teorii rozvíjeli nezávisle na sobě – a bohužel také nezávisle na Václavu Šimerkovi.

[20] V části 2.2.4 jsme se zmiňovali o tom, že druhý díl této učebnice [401], věnovaný formální logice, do značné míry vycházel z Bolzanova *Vědosloví* [B10]. Další zpracování [402], které vyšlo v roce 1860, však již bylo založeno na herbartismu (viz str. 85 a 110–112).