

Matematika v proměnách věků. II

Helena Durnová

Otazníky kolem algoritmů

In: Jindřich Bečvář (editor); Eduard Fuchs (editor); Matematika v proměnách věků. II. (Czech). Praha: Prometheus, 2001. pp. 263–267.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401903>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

OTAZNÍKY KOLEM ALGORITMŮ

HELENA DURNOVÁ

Tento příspěvek je především zamyšlením nad problémy, s nimiž jsem se setkala při studiu algoritmů, konkrétně algoritmů užívaných v teorii grafů. Zde uváděné myšlenky jsou nedokázané, avšak nikoli nepodložené hypotézy. Cílem není odpovídat na otázky *Jak?*, nýbrž položit otázky – a snad i dát odpovědi – na otázky *Proč?* Pokud tedy chcete, můžeme společně „filosofovat“ o algoritmech a o tom, co s nimi souvisí.

1. Matematika? Matematika!

Nejprve si však musíme ujasnit, o čem vlastně mluvíme, říkáme-li „matematika“. Je snad matematika

lidská činnost, proces transformace znaků, odvozování jedné věty z druhé, přičemž toto odvozování není posvěceno žádnou vyšší matematickou realitou, nýbrž je pouze částí lidské kultury, je to antropologický fakt . . .

jak tvrdí WITTGENSTEIN? Nebo je matematika pouhá „věda o množství a prostoru“, jak zní podle PHILIPA J. DAVISE a REUBENA HERSHE [2] naivní definice? Je matematika pouhý nástroj, nebo filosofie? CARL FRIEDRICH GAUSS tvrdil, že matematika je královnou věd – její královnou pak je teorie čísel. O důkladnou odpověď na otázku, co je matematika, se snaží filosofie matematiky; nám teď postačí, když si uvědomíme, že matematikové mají pro svou práci různou motivaci, od řešení praktických problémů až po hledání „krásných“ výsledků.

Úvahy o matematice zakončíme citátem HERMANNA WEYLA [18, str. 136]:

Tak, jako se každý musí řeč a písmo pracně naučit, než je může začít volně používat k vyjadřování svých myšlenek, tak i zde je jediná cesta: porozumět významu vět, dovést pracovní nástroj do takového stavu, aby se člověk mohl, neomezován formální stránkou věci, věnovat skutečným problémům.

A nyní se již věnujme specifické části matematiky – algoritmům, jejichž jméno je dnes skloňováno ve všech pádech.

2. Algoritmy

Žijeme v době počítačů a slovo „algoritmus“ se stalo téměř zaklínadlem. Jsou však algoritmy opravdu symbolem (pouze) moderní matematiky? Co vlastně dokáží? Jsou všemocné? Proč jim říkáme právě takto? Kde se vlastně vzaly?

Algoritmy, jak dává tušit už jejich jméno, nejsou v matematice žádnými nováčky. Pravdou sice je, že jejich význam v posledních padesáti letech nebývale vzrostl, avšak za algoritmy můžeme považovat nejen postupy, jejichž jméno dává tušit dávný původ (Eukleidův algoritmus), ale i návody k řešení úloh, jež nacházíme například už v egyptských papýrech. Zmíněné dva případy samozřejmě svým stářím výrazně přesahují původ samotného slova „algoritmus“, které pravděpodobně vzniklo ze jména arabského učenice AL-CHOREZMÍHO (asi 783–850).

V *Matematickém slovníku* [Mathematisches Wörterbuch] z roku 1967 [14] se dočteme o algoritmu následující:

Algoritmus: Algoritmus na množině X řad znaků (slov) je metoda pro „efektivní“ transformaci řad znaků, přičemž o každé řadě znaků lze v konečném počtu kroků rozhodnout, zda ji lze z dané řady znaků získat použitím algoritmu, či nikoli. Doposud existují následující dvě přesné definice pojmu algoritmu: (1) POSTOVA a (2) MARKOVOVA.

Dále se dočteme, kdo je to *algorista* a *abacista*:

Algoristé (11.–17. stol.) — přívrženci písemného způsobu počítání v protikladu k počítání na desce. (srv. Abacisté)

Abacisté (10.–15. stol.) — přívrženci počítání na desce („na liniích“) v protikladu k písemnému způsobu počítání s ciframi. (srv. Algoristé)

Něco podobného lze najít i v mnohem starší publikaci. KLÜGELŮV *Mathematisches Wörterbuch* z roku 1803 uvádí:

Algorithmus, též algorismus, ve středověku, když byla v Evropě zavedena dekadická číselná soustava, znamenalo slovo novou metodu počítání. Slovo je složeno z arabského „al“ a řeckého „Arithmos“, jako Almagestum ...

Původ slova pro západní matematiku znovu objevil italský historik matematiky BALDASSARRE BONCOMPAGNI v 50. letech 19. století. Jeho četnější užívání v matematické literatuře však začalo až po 2. světové válce [16].

Ve španělském výkladovém slovníku [5] se dočteme, že algoritmus je buď uspořádaný soubor operací, který dovoluje vyřešit problém, nebo metoda a značení různých forem výpočtu. To v podstatě odpovídá i heslu *algoritmus* v *Encyklopedickém slovníku* [4]: posloupnost konečného

počtu elementárních kroků vedoucí k vyřešení daného problému. Podle *Slovníku cizích slov* [17] je pak algoritmus „účelně volený postup vedoucí k vyřešení všech úloh daného typu“. Konečně *Malá československá encyklopedie* [10] uvádí, že slovo *algoritmus* pochází z latiny, do češtiny se dostalo přes arabštinu a znamená:

- (v logice:) schematický postup pro řešení určité skupiny (třídy) úloh prováděný konečným počtem úkonů (kroků), přičemž každý z nich je přesně definován
- (v matematice:) postup skládající se z konečného počtu elementárních úkonů, který slouží k účelnému provádění určitého výpočtu platného pro celou skupinu stejnorodých úkolů; např. dělení vícečíslerných čísel
- (v ekonomii:) postup, jak pomocí konečného počtu operací dosáhnout řešení problému; je základem vzniku programu pro počítač při řešení ekonomicko-matematických úloh

Co se vlastně stalo s algoritmy ve 20. století? Především vznikla potřeba popsat postup výpočtu stroji, nikoli člověku. To samozřejmě vedlo k větší formalizaci *jazyka*, jímž jsou algoritmy psány. Také se postupně začala měřit kvalita algoritmů *časem*. Protože však nejsou všechny počítače stejně výkonné, bylo nutné najít způsob, jak popsat délku výpočtu — a *teorie složitosti* si nakonec našla i své samostatné místo.

3. Složitost

V souvislosti se vzrůstajícím množstvím publikovaných algoritmů vznikala potřeba tyto postupy nějakým způsobem charakterizovat. Matematikové totiž často ve svých článcích argumentují tím, že jejich – nové – řešení problému je *lepší* než ta předcházející. Například JARNÍK [6] ve své reakci na BORŮVKŮV postup [1] říká: „můj postup je lepší“. Podobně LOBERMAN a WEINBERGER [9], jejichž postup pro řešení problému minimální kostry je ekvivalentní s postupem KRUSKALOVÝM [8], opodstatňují vydání svého článku *podrobnějšími důkazy*. KRUSKAL [8] naopak považuje své řešení za *srozumitelnější* než BORŮVKOVO [1], a tedy za lepší. MOORE [12] uvádí ke svým řešením problému nalezení nejkratší cesty počet potřebných kroků. MINTY [11] dokonce navrhuje „velmi jednoduché“ řešení problému nejkratší cesty pomocí provázků. Všeobecně se dá říci, že ještě kolem roku 1960 převažuje slovní hodnocení uváděných postupů.

Plesník [15, str. 43] uvádí, že prvním, kdo si uvědomil rozdíl mezi *polynomiálním* a *nepolynomiálním* algoritmem, byl v roce 1965 EDMONDS [3]. Ani dnes ještě v obecných encyklopediích pojem *složitost* nenajdeme; nenajdeme o něm ani zmínku v Rektorysově *Přehledu užité matematiky* (1995). Přitom pojednání o složitosti výpočtů z pera českého autora, JAROSLAVA MORÁVKA, vyšlo již roku 1984 [13].

4. Závěr

Vrátíme-li se ke slovu „jazyk“, otevírá se před námi velmi zajímavá rovina problému: zatímco ve starověkém Egyptě psali výpočetní postupy běžným jazykem, dnešní algoritmy bývají zapsány tak, že jim člověk bez základního školení nerozumí. Navíc ještě v nedávné době byly algoritmy popisovány běžným jazykem [Borůvka 1926, Jarník 1930, Kruskal 1956, Dantzig 1957, Minty 1957 a další]. Je však sporné, který způsob zápisu je srozumitelnější.

Postoupíme-li ještě kousek dále, můžeme si představit matematiku celou jako jistou strukturu podobnou jazyku. Pod matematickými symboly si pak můžeme představit slova a konečně algoritmy můžeme chápat jako gramatiku – totiž jako popis toho, co smíme se symboly provádět. Budeme-li současně matematiku chápat mimo jiné jako abstrakci, můžeme na příkladech z oblasti diskrétní optimalizace ukázat, jak různí lidé rozdílným způsobem transformují konkrétní problémy do matematického jazyka. Pak se stáváme svědky toho, že na různých místech se rozvíjejí různé teorie, které se možná někdy v budoucnu potkají, ale možná také ne. Jinými slovy, možná se najde někdo, kdo výsledky jedné teorie přeloží do jazyka teorie druhé – pak teprve vyjde najevo jejich ekvivalence.

Skutečnost, že algoritmy jsou dnes velmi často používaným nástrojem matematiky, může znamenat, že matematika se začíná rozdělovat na dvě větve: jedna pokračuje v tradici „věta – důkaz“, druhá se orientuje spíše na vývoj algoritmů a jejich analýzu. Druhá větev má, zdá se, své kořeny také v hledání více či méně mechanických postupů pro řešení různých problémů. Tato druhá část – snad bychom ji mohli nazývat *aplikovanou* — je dnes úzce propojena s informatikou a programováním a začíná se vydělovat jako samostatná disciplína. Paradoxně tato část matematiky související do značné míry s novými technickými možnostmi má velmi blízko k nejstarším matematickým pramenům – například k egyptské matematice, v jejíchž pramenech také nacházíme právě postupy pro řešení konkrétních problémů.

Literatura

- [1] Otakar Borůvka. O jistém problému minimálním [On a certain minimal problem]. *Práce Moravské přírodovědecké společnosti*, III(3):37–58, 1926.
- [2] Philip J. Davis and Reuben Hersh: *The Mathematical Experience*, Birkhäuser: Basel-Boston-Stuttgart 1981.
- [3] Edmonds, Jack. Paths, trees, and flowers. *Canad. J. Math.* 17 1965 449–467, 17:449–467, 1965.
- [4] *Encyklopedický slovník*. Odeon, 1993.
- [5] *El pequeño ESPASA* (španělský výkladový slovník). Madrid 1988.
- [6] Vojtěch Jarník. O jistém problému minimálním. *Práce Moravské přírodovědecké společnosti*, VI(4):57–61, 1930.
- [7] Stephen Körner: *Philosophie der Mathematik. Eine Einführung*. Nymphenberger Verlagshandlung, 1968.
- [8] Joseph B. Kruskal, Jr. On the shortest spanning subtree of a graph and the travelling salesman problem. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 7:48–50, 1956.
- [9] H. Loberman and A. Weinberger. Formal procedures for connecting terminals with a minimum total wire length. *Journal of the Association for Computing Machinery*, 4:428–437, 1957.
- [10] *Malá československá encyklopedie*. Academia Praha, 1984.
- [11] George J. Minty. A comment on the shortest route problem. *Operations Research*, 5:724, 1957.
- [12] Edward F. Moore The shortest path through a maze. In: *Proceedings of an International Conference on the theory of Switching 1957, Part II.*, str. 285–292. Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass., 1959.
- [13] Jaroslav Morávek. *Složitost výpočtů a optimální algoritmy*. Academia Praha, 1984.
- [14] Naas, Josef and Schmid, Herman Ludwig, editor. *Mathematisches Wörterbuch mit Einbeziehung der theoretischen Physik*. Akademie-Verlag GMBH, Teubner Verlagsgesellschaft, Berlin–Stuttgart, 3. vydání, 1967.
- [15] Plesník, Ján. *Grafové algoritmy*. Veda - Vydavateľstvo Slovenskej akadémie ved, Bratislava, 1. vydání, 1983.
- [16] Peter Schreiber. Algorithms and algorithmic thinking through ages. In Ivor Grattan-Guinness, editor, *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Science*. Routledge, 1994.
- [17] *Slovník cizích slov*. SPN Praha, 1981.
- [18] Hermann Weyl: *Raum, Zeit, Materie*, Berlin, 1923.

Helena Durnová

Ústav matematiky FEI VUT Brno

e-mail: durnova@dmat.fee.vutbr.cz