

Eukleidovy Základy, jejich vydání a překlady

Eukleidovy Základy v řeckém světě

In: Martina Bečvářová (author): Eukleidovy Základy, jejich vydání a překlady. (Czech). Praha: Prometheus, 2002. pp. 24–29.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401803>

Terms of use:

© Bečvářová, Martina

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ α'.

"Οροι.

- α'. ΣΗΜΕΙΟΝ ἔστιν, οὗ μέρος οὐθέν.
- β'. Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές.
- γ'. Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα.
- δ'. Εὐθεία γραμμὴ ἔστιν, ἣτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' αὐτῆς σημεῖοις κείται.
- ε'. Ἐπιφάνεια δὲ ἔστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.
- ς'. Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.
- ζ'. Ἐπίπεδος ἐπιφανεία ἔστιν, ἣτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' αὐτῆς εὐθείαις κείται.
- η'. Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἔστιν ἢ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἀπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.
- θ'. Ὄταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθείαι ᾧσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.
- ι'. Ὄταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἔστί, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται, ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.
- ια'. Ἀμβλεία γωνία ἔστιν ἢ μείζων ὀρθῆς.
- ιβ'. Ὄξεα δὲ ἢ ἐλάσσων ὀρθῆς.
- ιγ'. Ὄρος ἔστιν, ὃ τινός ἐστι πέρασ.

EUKLEIDOVY ZÁKLADY V ŘECKÉM SVĚTĚ

Eukleidovy *Základy* byly v řeckém světě často podrobně studovány a komentovány. Mnohé komentáře se do dnešních dnů nedochovaly, o jejich existenci však máme zprávy od pozdějších řeckých, římských či arabských učenců.

Jedním z prvních komentátorů *Základů* byl Apollónios z Pergé (asi 255 až 180), žák Eukleida nebo jeho žáků, který působil jako učitel v Alexandrii a Pergamu; je autorem významného díla *Kónika* pojednávajícího o kuželosečkách.

Apollónios se pokusil *Základy* reformovat. Diskutoval úvodní principy Eukleidova díla, k němuž přistupoval do značné míry kriticky. Podal alternativní definici úhlu, neúspěšně se pokusil dokázat některé axiomy, sepsal systematické komentáře k první knize, připojil několik jiných postupů k některým obtížnějším místům *Základů* a ostře kritizoval teorii rovnoběžek. Někteří badatelé soudí, že si Apollónios patrně přál sepsat praktičtější učebnici.

Apollóniovy komentáře se bohužel nezachovaly, o jeho snahách, názorech a pracích však máme stručné zprávy od Prokla. Více viz [He1].

Dalším významným komentátorem *Základů* byl Poseidónios z Apameie (asi 135 – 51), významný vědec a filozof starověku, stoupenec stoické školy. Byl též zván Poseidónios z Rhodu, neboť tam vyučoval, mimo jiné i matematiku a astronomii. I on se zajímal o otázky základů geometrie, napsal spisek polemizující s epikurejcem Zénónem ze Sídónu, který kritizoval Eukleidovy *Základy*, neboť jejich věty prý nelze odvodit přímo z axiomů, postulátů a definic a musí se mlčky předpokládat množství věcí, které nejsou mezi základními principy. Poseidónios Eukleida bránil; ve svém komentáři (jak píše Proklos) uvedl novou definici rovnoběžek, která je modifikací pátého postulátu.

Poseidóniovův žák Geminos z Rhodu (1. stol. př. n. l.) napsal encyklopedii *Šest knih o matematických teoriích*, ve které vyložil základy aritmetiky, geometrie, mechaniky, astronomie, optiky, geodézie, hudební harmonie a logiky. Objevily se v ní obšírné komentáře k Eukleidovým *Základům*, které byly věnovány hlavně logické výstavbě matematiky. Geminos kritizoval Eukleida za to, že předjímal ve čtvrtém a pátém postulátu to, co mělo být dokázáno. Uvedl stejnou definici rovnoběžek jako Poseidónios a odvodil z ní pátý postulát. Poseidónios a Geminos nebyli spokojeni s těžko pochopitelným pátým postulátem, který nahrazovali ekvivalentním tvrzením.²⁰ Informace o Geminovi a jeho díle nacházíme u Eutokia, Pappa a Prokla.

Klaudios Ptolemaios (asi 100 – 178), autor řady významných děl z astronomie, astrologie, geografie, optiky, hudby atd., napsal komentář k pátému postulátu, který se pokusil dokázat sporem. Díky Proklovi se tento důkaz zachoval; objevilo se v něm tvrzení ekvivalentní s dokazovaným pátým postulátem.²¹

²⁰ Další informace viz [CS] a [Sa].

²¹ Ptolemaiovo dílo viz [He1].

Dalším významným komentátorem *Základů* byl Hérón z Alexandrie (asi 10 až 75) zvaný Méchanikos, matematik a mechanik, o jehož životě nemáme žádné důvěryhodné zprávy.²² Hérón je autorem díla *Metrika*, ve kterém mimo jiné zkoumal problematiku pravidelných mnohostěnů, dokázal známý vzorec pro obsah trojúhelníka a užíval egyptské kmenné zlomky.

Hérónovy komentáře *Základů* se nezachovaly; zmiňuje se však o nich jednak Proklos, jednak arabský učenec, překladatel a komentátor an-Najrízí (zemřel kolem r. 922); ten píše, že Hérón napsal komentáře k *Základům*, které se snažily vysvětlit nejobtížnější a těžko srozumitelná místa.

An-Najrízí ve svých vlastních komentářích uvádí Hérónovo jméno tak často a v takových souvislostech, že nemohou být pochybnosti o tom, že Hérón jakési komentáře k Eukleidovým *Základům* napsal.²³

Z Proklových a an-Najrízího komentářů, které se navzájem potvrzují a doplňují, jsme schopni zhruba odhadnout obsah i význam Hérónových komentářů. Zdá se, že neobsahovaly nic převratného, že Hérón sepsal pouze drobné vysvětlující poznámky, uvedl jiné důkazy několika vět a pokusil se vyložit jejich význam.²⁴

Řecký novoplatónský filozof Porfyrios z Tyru (asi 234 – 305), který byl též nazýván Porfyrios Malchus, sepsal rovněž komentáře k *Základům*; zmiňuje se o nich Proklos. Nevíme, zda šlo o systematické komentáře k celým *Základům*; zdá se, že Porfyrios pečlivě analyzoval jen první knihu a sepsal několik alternativních důkazů, z nichž některé byly jen modifikací důkazů Hérónových.

Připomeňme, že Porfyrios je autorem spisu o životě Pýthagora *Pýthagorův bios*,²⁵ jeho *Eisagogé eis tás Aristotelús Katégoriás (Úvod k Aristotelovým Kategoriiám)* zvaný též *Peri tón pente fónón (O pěti pojmech)*, který v šestém století přeložil Boëthius do latiny, měl výrazný vliv na vývoj středověké logiky a na spor nominalismu a realismu.²⁶

Nejvýznamnějším komentátorem *Základů* ve třetím století našeho letopočtu byl řecký geometr Pappos Alexandrijský (asi 290 – 350), autor velkého spisu *Synagogé (Sbírka)*, který byl věnován matematice, mechanice a astronomii. Jeho komentáře *Základů* byly pravděpodobně rozsáhlé; komentáře k desáté knize se zachovaly v arabské verzi, nyní je tento rukopis uložen v pařížské národní knihovně.²⁷

Jiný řecký matematik Eutokios z Askalónu (asi 480 – 540) ve svých poznámkách k Archimédově práci *O kouli a válci* uvedl, že Pappos vysvětlil, jak vepsat do kruhu pravidelný mnohoúhelník podobný mnohoúhelníku vepsanému do jiného kruhu. Domněnky, že Pappos napsal kompletní komentář

²² Podrobné informace o problematice určení Hérónových životních dat viz [He2]. Existují další dvě odlišné verze; podle jedné žil Hérón kolem roku 150 př. n. l., podle druhé žil kolem roku 250 n. l. Všechny tři názory jsou podpořeny silnými argumenty.

²³ Část an-Najrízího komentářů byla vydána v [BH]. Viz též [Ju].

²⁴ Podrobný rozbor Hérónových komentářů viz [He2] a [Hei2]. Nejnovější výsledky viz [Ru].

²⁵ Český překlad je součástí publikace *Pýthagorás ze Samu*, Trigon, Praha 1999.

²⁶ Český překlad M. Mráze viz *Filosofický časopis* 18(1970), 971–987.

²⁷ Jde o rukopis MS 2457 v Bibliothèque Nationale. Pappovy komentáře viz [Su] a [TJ].

k *Základům* potvrzuje i Proklův žák a jeho první životopisec Marínos z Flavii Neapolis (asi 450 – 500) ve své předmluvě k přepisu Pappovy práce. Proklos připouští, že Pappos přidal k původním Eukleidovým axiomům další axiomy, že uvedl některé alternativní důkazy a že se zabýval pátým postulátem a problematikou rovnoběžek. Poznamenejme, že Eutokios je rovněž autorem komentářů k Apollóniovým *Kuželosečkám* a že veškeré jeho komentáře jsou důležitým zdrojem informací o vývoji řecké matematiky (např. o metodách řešení problému zdvojení krychle).²⁸

Théon Alexandrijský (asi 335 – 405), matematik a astronom, člen slavného Múseia, „vydal“ znovu celé Eukleidovy *Základy*, které upravil pro lepší pochopení. Snažil se o jasnější a ucelenější pohled na studovanou problematiku, rozlišil definice, postuláty, axiomy, věty a lemmata. Bohatě komentovaná Theónova verze *Základů* se ve středověku značně rozšířila a stala se základním matematickým učebním textem.

Posledním významným řeckým komentátorem *Základů* byl Proklos (asi 410 – 484), filozof novoplatónské filozofické školy, který velmi dobře ovládal matematiku i astronomii a velkou pozornost věnoval i vývoji těchto věd. Po rozvratu alexandrijské vědecké školy přesídlil do Athén, kde se stal vůdčí osobností novoplatónské Akademie; současníky býval proto nazýván „Proclos Diadochos“ – „Proklos Nástupce“.

Je autorem řady filozofických spisů, z nichž se asi třetina zachovala. Kromě jiného napsal komentáře k Platónovým dialogům, k Aristotelovým a Ptolemaiovým pracím. Pro matematiku jsou velmi důležité jeho *Komentáře k první knize Eukleidových Základů* (*Eis to protón tón Eukleidú stoicheion*), které obsahují cenné informace o historii řecké matematiky. Při jejich sepsování totiž Proklos vycházel z dnes již ztracených prací Eudéma z Rhodu (2. pol. 4. stol. př. n. l.) a Gemina z Rhodu, dále z prací Archiméda, Poseidónia, Héróna, Ptolemaia, Porfyria a Pappa.

Proklovy komentáře byly založeny na jeho přednáškách z matematiky pro začátečníky; byly však přístupné i širší veřejnosti. V úvodních partiích Proklos diskutoval vztah matematiky a filozofie, rozepsal se o předmětu studia matematiky, o jejím vývoji, vysoce oceňoval Eukleidovo dílo. Dále podal přehled obsahu první knihy *Základů*, objasnil rozdíl mezi teorémy a konstruktivními problémy, rozebral text každé definice, postulátu, axiomu i věty, vysvětloval důkazy a uvedl příklady na procvičení vyložené látky. Připojil jen jeden nový důkaz, „důkaz“ pátého postulátu; nejprve však diskutoval obdobný „důkaz“ Ptolemaiov.²⁹

Není jisté, zda Proklos pokračoval v komentování dalších knih *Základů*. Nevíme, zda toho byl vůbec schopen, neboť v závěru svého komentáře k první knize napsal:

²⁸ Více o Eutokiovi viz [Ta3] a [CS].

²⁹ Proklovy komentáře vyšly několikrát tiskem; v roce 1533 je Grynaeus zařadil do své edice *Základů*, v roce 1560 je Barocius vydal v latinském překladu, v roce 1572 je vydal Commandino. Novější vydání a komentáře viz [Fra] a [Ha1], současná nejlepší a kompletní vydání jsou [Mo] a [Fri]. O Proklovu přínosu k Eukleidovým *Základům* viz [Be], [Bo], [Ee], [Ha2], [Ma], [M1], [M2], [Mu1], [Mu2], [Ta1] a [Ta2].

... když budu schopen diskutovat další knihy stejným způsobem, udělám to s pomocí bohů; když mě však jiné starosti od toho odvedou, prosím ty, kdož se budou zajímat o tuto problematiku, aby doplnili následující knihy stejnou metodou ... ([He3], str. 19)

Méně známým Proklovým současníkem byl novoplatónik Domnínos z Lárissy v Sýrii. Podle Eukleidových *Základů* sepsal nepříliš rozsáhlou práci *Příručky k úvodu do aritmetiky*, která se dochovala. Obsahuje stručný výtah z Eukleidovy teorie čísel. Zajímavé je, že se Domnínos ve svém výkladu přiklonil k Eukleidovi a nikoli k časově výrazně bližšímu Nikomachovi z Gerasy (1. pol. 2. stol. n. l.).

LITERATURA

- [Be] Becker O., *Grundlagen der Mathematik in Geschichtlicher Entwicklung*, Verlag Karl Alber, Freiburg, München, 1954.
- [BH] Besthorn R. O., Heiberg J. L. (ed.), *Euclidis Elementa ex interpretatione al-Hadschschadschii cum Commentariis al-Nairizii*, Kodaň, 1893, 1897, 1900, 1905, 1910 a 1932.
- [Bo] Boncompagni B., *Intorno al commento di Proclo sul primo libro degli elementi di Euclide. Notizie raccolte*, Tipogr. delle scienze matematiche, Roma, 1874.
- [CS] Cancik H., Schneider H., *Der Neue Pauly Enzyklopädie der Antike*, Stuttgart, 1998.
- [Ee] ver Eecke P., *Proclus de Lycie. Les commentaires sur le premier livre de Eléments d'Euclide, traduits pour la première fois en français, avec une introduction et les notes*, Desclée de Brouwer, Bruges, 1984.
- [Fra] Frankland W. B., *The First Book of Euclid's Elements, with a Commentary Based Principally upon that of Proclus Diadochus*, Cambridge, 1905.
- [Fri] Friedlein G. (ed.), *Procli Diadochi: In primum Euclidis Elementorum librum commentarii ex recognitione*, reprint, Hildesheim, 1967.
- [Ha1] Hartmann N., *Des Proclus philosophische Anfangsgründe der Mathematik nach den ersten zwei Büchern des Euklidkommentars dargestellt*, Philosophische Arbeiten (Giessen) 4 (1909), 57 stran.
- [Ha2] Hartmann N., *Principes philosophiques des mathématiques d'après le Commentaire de Proclus aux deux premiers livres des Eléments d'Euclide*, Paris, 1969.
- [He1] Heath T. L., *Apollonius of Perga*, Cambridge, reprint, 1961.
- [He2] Heath T. L., *A History of Greek Mathematics, Volume I, From Thales to Euclid*, Oxford, 1921.
- [He3] Heath T. L., *Euclid in Greek. Book I with introduction and notes*, University Press, Cambridge, 1920.
- [Hei1] Heiberg J. L., *Claudii Ptolemaei opera quae exstant omnia*, Leipzig, Vol. 1, pars 1, 1898, pars 2, 1903.
- [Hei2] Heiberg J. L., *Heronis Definitiones cum variis collectionibus, Heronis quae feruntur Geometrica, vol. 4*, 1912.
- [Ju] Junge G. (ed.), *Codex Leidensis 399,1. Euclidis Elementa, ex interpretatione Al-Hadschschadschii cum Commentariis Al-Narizii*, Arabice et latine ediderunt notisque instruxerunt G. Junge, J. Raeder, W. Thomson, Pars III., fasc. II., 1932.
- [Ma] Maerker F. J., *Ex Procli Successoris in Euclidis elementa commentariis definitionis quartae expositionem quae de recta est linea et sectionibus spiricis commentati sunt I. H. Knochius et F. J. Maerkerus*, Herford, 1856.
- [M1] Majer L., *Proklos über die Petita und Axiomata bei Euklid*, Tübingen, 1875.
- [M2] Majer L., *Proklos über die Definitionen bei Euklid*, Kirn, Stuttgart, 1881.

- [Mo] Morrow G. R., *Proclus. A Commentary on the First Book of Euclid's Elements. Translated with introduction and notes*, Princeton University Press, Princeton, 1970.
- [Mu1] Mueller I., *Mathematics and philosophy in Proclus' Commentary on Book I of Euclid's Elements*, in J. Pépin a H. D. Saffrey (ed.): *Proclus - Lecture et interprète des anciens*, Editions du C. N. R. S., Paris, 1987, 305–318.
- [Mu2] Mueller I., *Iamblichus and Proclus' Euclid Commentary*, *Hermes* **115** (1987), 334–348.
- [Ru] Russo L., *The Definitions of Fundamental Geometric Entities Contained in Book I of Euclid's Element*, *Archive for History of Exact Sciences* **52** (1998), 195–219.
- [Sa] Sabra A. I., *Thābit Ibn Qurra on Euclid's parallel postulate*, *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes* **31** (1968), 12–32.
- [Su] Suter H., *Der Kommentar des Pappus zum X. Buche des Euklides aus der arabischen Übersetzung des Abū 'Othman al-Dimaskhi*, *Abhandlung zur Geschichte der Naturwissenschaft und Medizin (Erlangen)*, Heft 4 (1922), 9–78.
- [Ta1] Tannery P., *Le vrai problème de l'histoire des mathématiques anciennes*, *Bulletin des sciences mathématiques* **9** (1885), 104–120, 209–220.
- [Ta2] Tannery P., *Le résumé historique de Proclus*, *Bulletin des sciences mathématiques* **10** (1886), 49–64.
- [Ta3] Tannery P., *Eutocius et ses contemporaines*, *Mémoires scientifiques* **2** (1912), 118–136.
- [TJ] Thomson W., Junge G., *The Commentary of Pappus on Book X of Euclid's Elements. Arabic text and translation*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1930, reprint vyšel v New Yorku v roce 1968.