

Matematika ve středověké Evropě

Martina Bečvářová

Gerbert z Aurillacu - Silvestr II

In: Jindřich Bečvář (editor): Matematika ve středověké Evropě. (Czech). Praha: Prometheus, 2001. pp. 184–229.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401787>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>



Gerbert z Aurillacu – Silvestr II.
(leták z 15. století)

GERBERT Z AURILLACU — SILVESTR II.

JINDŘICH BEČVÁŘ

Nedávno jsme z druhého tisíciletí vstoupili do tisíciletí třetího. S napětím sledujeme konstituování Evropské unie a snahy o její rozšiřování. Vraťme se o tisíc let zpět na přelom prvního a druhého tisíciletí, kdy se několik lidí snažilo realizovat obdobné myšlenky. Mezi jinými to byli Francouz Gerbert, pozdější papež Silvestr II., a Čech Vojtěch, druhý biskup pražský.

Od událostí, kterými se budeme zabývat, uběhlo deset století, která některá data a fakta „rozostřila“, jiná zcela „smazala“. I proto se interpretace tehdejších událostí jednotlivými historiky mnohdy dost podstatně liší.

1. Gerbert z Aurillacu.

Gerbert z Aurillacu¹ byl patrně největším učencem západní Evropy poslední třetiny desátého a počátku jedenáctého století. Jako jeden z prvních západoevropských učenců se podrobněji seznámil s arabskou vědou. Věnoval se matematice, astronomii, teologii a filozofii, ovlivnil obecný proces vzdělávání a šíření matematických znalostí v západní Evropě, zasahoval i do evropské politiky. Někdy bývá nazýván „obnovitelem evropské vědy“.

Narodil se mezi roky 930 a 950 v městečku Aurillac v kraji Auvergne (Aquitaine) v chudé, ale svobodné rodině. Přirozené inteligence mladého pasáčka si brzy povšimli mniši z blízkého benediktinského kláštera sv. Geralda (Saint Géraud), v jejich péči byl pak vychováván a vzděláván; naučil se dobře latinsky, ovládl gramatiku a scholastiku.

Roku 967 navštívil klášter barcelonský hrabě Borel II. Byl okouzlen Gerbertovou učeností a bystrostí, přijal Gerberta do své družiny a vzal ho sebou do Španělska. Tam se v té době intenzivně střetávala křesťanská a arabská věda a kultura, Evropa se vědecky probouzela i pod vlivem těchto kontaktů.

Gerbert studoval v Barceloně u biskupa Hattona z Vichy matematiku a astronomii, přišel zde do styku s arabskou vědou, seznámil se i s alchymií a technologickými postupy zpracovávání kovů, řadu poznatků získal během cest po Francii a Španělsku.

S Borelem a Hattonem jel Gerbert roku 970 do Říma, kde se zúčastnil disputací s papežem Janem XIII. (papežem 965–972). Nějakou dobu zůstal v papežových službách v Římě, roku 971 se zde seznámil s císařem Otou I. Velikým.

Ota I. Veliký² byl motivován ideály prvního franckého císaře Karla Velikého. Korunován byl v Cáchách (Aachen) v kapli Karla Velikého, přímo nad jeho hrobem a na jeho mramorovém trůnu – tím byla formálně obnovena Římská říše.

¹ Gerbert d'Aurillac, též Gerbertus Remensis.

² Ota I. Veliký (912–973, od r. 936 německý král, od r. 962 římsko-německý císař).

Usiloval o vytvoření křesťanské římské říše, o skutečnou obnovu imperia (*renovatio imperii Romanorum*), a navázal tak na tradici pozdně antických a karlovských císařů. Dostal se však do konfliktu s Byzancí a brzy pochopil, že se mu nepodaří celý křesťanský svět sjednotit do jediné říše, myšlenka nadnárodního sjednocení křesťanského světa se střetla s pozemskou realitou.

Roku 972 se Gerbert setkal s magdeburským arcibiskupem Adalbertem.³ Setkání vedlo k přesídlení do Remeše (Reimz), kde se Gerbert stal učitelem remešské katedrální školy, na které působil až do roku 982. Organizoval vzdělávání a vyučoval sedmi svobodným uměním. Roku 981 měl v Ravenně skvělou disputaci s Otrikem,⁴ které se zúčastnil i císař Ota II.⁵

Roku 982 jmenoval Ota II. Gerberta opatem kláštera Bobbio v severní Itálii (asi 60 km severovýchodně od Janova), krátce poté tam byla založena slavná klášterní škola. Svou razantní politikou ve věci církevních pozemků se však Gerbert brzy dostal do sporů s místní šlechtou a již roku 983 byl nucen uprchnout do Pavie. Vrátil se do Remeše, kde se opět angažoval v oblasti školství a vzdělávání.

Ota II. se roku 982 snažil v Kalábrii zastavit postup Arabů, kteří již obsadili jižní a střední Itálii. Gerbert v té době vyvíjel diplomatickou aktivitu směřující k zachování trůnu pro Otu III., syna Oty II. Po předčasné smrti Oty II. (7. 12. 983) byl opravdu v Remeši korunován na krále jeho tříletý syn Ota III., neudržel však ještě korunu na hlavě.⁶

Gerbert se měl stát nástupcem magdeburského arcibiskupa Adalberta, jeho jmenování však zmařil francouzský král Hugo Kapet.⁷ Roku 991 byl pak na jeho přání jmenován arcibiskupem remešským, řadu let však probíhaly spory o oprávněnosti tohoto jmenování, neboť papež Jan XV. (papežem 985–996) toto jmenování neuznal.⁸

Roku 995 přesídlil Gerbert do Magdeburku, kde se stal učitelem mladého Oty III. Jeho výchovu a vzdělávání řídila nejprve matka Theofano společně s řeckými učiteli, po její smrti získal na Otu III. rozhodující vliv právě Gerbert. Otovi III. se tak dostalo klasického vzdělání. Gerbert ho však orientoval spíše k Římu než k německým zemím, neboť byl ctitelem antiky ovlivněným ideály imperiálního Říma. Tím však Ota III. i Gerbert budili odpor německé šlechty.

³ Adalbert (? – 981) žil v letech 962–966 v Mohuči (Mainz) a při císařském dvoře, r. 966 se stal opatem ve Weissenberku. Když roku 968 založil císař Ota I. se svolením papeže Jana XIII. v Magdeburku arcibiskupství, stal se Adalbert prvním magdeburským arcibiskupem.

⁴ Otrik z Magdeburku, též Oltrich, Oetric, Oktrik, Ortrik apod. (? – 981), *magister scoliarum*, rektor tamější katedrální školy Adalbertovy a císařský kaplan, byl proslulým učencem druhé poloviny 10. století. Spolu s Gerbertem patřil k nejvýznamnějším osobnostem intelektuálního světa západní Evropy. Byl přezdíván *nový* nebo *druhý Cicero*.

⁵ Ota II. (955–983, od r. 961 římsko-německý král, od r. 967 císař, od r. 973 vládl), syn Oty I., pokračoval v otcových snahách. Oženil se s byzantskou princeznou Theofano (asi 955–991) a odvrátil tak nebezpečí sporů s Byzancí. Zatímco Ota I. vzdělání postrádal, Ota II. již jakéhosi vzdělání nabyl.

⁶ Ota III. (980–1002, od r. 983 římsko-německý král, od r. 996 císař, 995 se ujal vlády).

⁷ Hugo Kapet, první král Francie, byl zakladatelem dynastie Kapetovců (vládli do r. 1328), králem byl v letech 987–996; Gerbert byl přítomen jeho korunovaci.

⁸ Na synodu v Saint Basle poblíž Remeše byl roku 991 z rozhodnutí Hugo Kapeta a jeho biskupů – ale bez papežova souhlasu – sesazen remešský arcibiskup Arnulf a dosazen Gerbert.

Roku 996 byl Ota III. papežem Řehořem V. (papežem 996–999) za přítomnosti Gerberta korunován na císaře. Gerbert se po korunovaci ještě vrátil na krátkou dobu do Remeše, někdy na přelomu let 996 a 997 však přešel na delší dobu na císařský dvůr.

Ota III. byl vysoce vzdělaný člověk, kromě mateřského jazyka ovládal řečtinu a italštinu. Byl vychován v atmosféře římské imperiální ideje, usiloval o naplnění ideálů svého otce a děda, o obnovu slávy a síly říše římské, o *renovatio imperii Romanorum*. Podle Oty III. měla být tato říše postavena na křesťanských základech (*Imperium christianum*), na těsném spojení světské a duchovní moci; tak měl být uskutečněn Augustinův ideál boží obce na zemi. Byly to vznešené a velkorysé myšlenky, které vyjadřovaly tehdejší křesťanské koncepcce; podporovalo je i tzv. clunyjské hnutí. Hybnou silou Otova programu *renovatio imperii* byl právě Gerbert. Pod jeho vlivem rozvinul Ota III. svou smělou koncepci, vzkřísil starý římský ideál a snažil se ho naplnit křesťanstvím.

2. Slavníkovec Vojtěch.

Další osobou, která ovlivňovala tehdejší politický a náboženský vývoj v Evropě, byl sv. Vojtěch, první český Evropan, významný představitel západního, tj. latinského křesťanství, později patron v Čechách, v Polsku a Uhrách.

Narodil se asi roku 956, pocházel z rodu Slavníkovců, který sídlil v Libici nad Cidlinou. Roku 961 nebo 962 ho zde pokřtil biskup Adalbert, pozdější arcibiskup magdeburský. V letech 972 až 981 studoval Vojtěch v Magdeburku,⁹ na budoucí roli českého biskupa ho zde připravoval právě arcibiskup Adalbert, který ho biřmoval; po něm měl Vojtěch své křesťanské jméno Adalbert, pod kterým byl později známý v celé střední Evropě.¹⁰ V Magdeburku se Vojtěch seznámil s otonskou politikou, dostal se do styku s církevním i politickým děním evropského významu a již zde se patrně přiklonil ke clunyjskému hnutí.

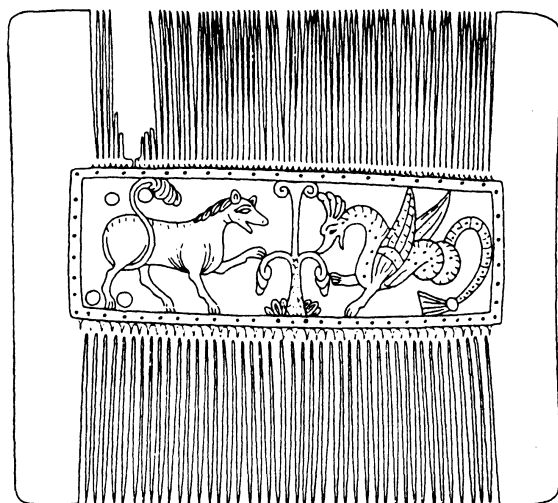
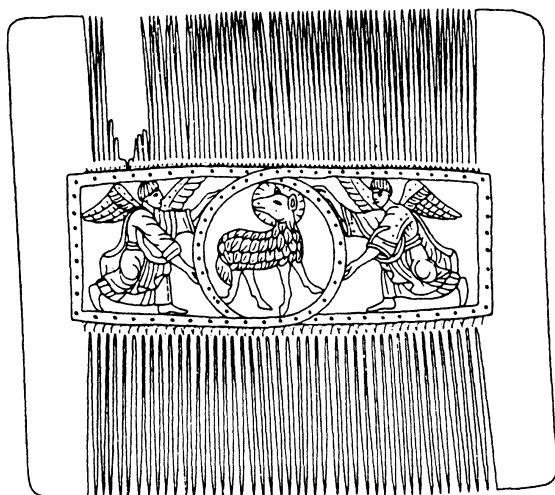
Po návratu do Čech se jako jáhen stal duchovním pražské diecéze, po smrti prvního pražského biskupa Dětmara¹¹ byl 19. února 982 na Levém Hradci zvolen biskupem.¹²

⁹ V Magdeburku bylo tehdy již arcibiskupství, škola založená benediktinským opatstvím, klášterní škola pro dívky ze vznešených rodin a katedrální škola, jejímž rektorem byl slavný Otrik.

¹⁰ Od těch dob se staročeské jméno Vojtěch překládá jako Adalbert.

¹¹ Dětmar, Dietmar, Thietmar nebo Diethmarus, saského původu, byl mnichem benediktinského kláštera u sv. Jana Křtitele v Magdeburku. Později byl dvorním kaplanem Boleslava II. (po r. 930 – 999, od r. 972 český kníže), od roku 973 prvním pražským biskupem, vysvěcen byl mohučským arcibiskupem Willigisem (asi 940–1011, od r. 975 arcibiskupem). Zemřel 2. 1. 982. I on byl ovlivněn clunyjským hnutím.

¹² Na Levém Hradci nedaleko Prahy stojí první křesťanský kostel v Čechách, kostel sv. Klimenta, vybudovaný knížetem Bořivojem (asi 852–888/9, první historicky doložený příslušník přemyslovské dynastie). Pražské biskupství bylo založeno roku 973 v době vlády Boleslava II., jeho vznik potvrdil papež Benedikt VI. (papežem 973–974); bylo podřízeno arcibiskupství mohučskému (mohučští arcibiskupové později korunovali české krále, a to až do vzniku pražského arcibiskupství roku 1344). Před vznikem pražského biskupství patřilo české území pod biskupství v Řeznu (Regensburg). Založení pražského biskupství bylo „prvním krokem českých zemí do Evropy“.



Pontifikální hřeben sv. Vojtěcha
 Byzancí ovlivněná lící strana
 Otonská rubová strana

Dne 3. června 983 potvrdil Vojtěchovu volbu ve Veroně císař Ota II. (tzv. investitura), předal mu biskupský prsten a berlu, dne 29. června ho ve stejném městě mohučský arcibiskup Willigis vysvětil. Vojtěch byl horlivým šířitelem křesťanství, byl spojen s tehdejšími reformními hnutími clunyjským, stejně jako Dětmar a Gerbert.

Někdy se uvádí, že snad roku 984 podnikl Vojtěch pastýřskou cestu do Uher a Polska a že v Uhrách pokřtil Štěpána, syna vévody Gejzy (asi 944/5–997, od r. 972 uherský kníže); Štěpán se stal prvním uherským králem Štěpánem I. Velikým a byl později prohlášen za svatého. Někdy je tento křest kladen až do roku 993.

Koncem roku 988 (nebo na jaře následujícího roku) však Vojtěch svoji pražskou diecézi po velkých neshodách opustil; byl zklamán nepochopením knížete, šlechty, části duchovenstva i obyvatel, nejvíce mu asi vadily pohanské zvyky a prodávání křesťanských zajatců do otroctví. Odešel do Říma, nějakou dobu pobýval i v klášteře Monte Cassino, chtěl dokonce vykonat pouť do Svaté země. Roku 990 složil řeholní slib v benediktinském klášteře Panny Marie, sv. Bonifáce a sv. Alexia na římském Aventinu. Spolu s podstatně mladším nevlastním bratrem Radimem, který přijal jméno Gaudentius (asi 960/970–1006), byl přijat za člena konventu.

Na synodu v Cáchách se roku 992 seznámil s mladičkým Otou III. Ve stejném roce byl na nátlak mohučského arcibiskupa Willigise povolán zpět do Prahy, Boleslav II. přislíbil podporu Vojtěchovu církevnímu působení (stavění kostelů, vybírání církevních desátků, rozlučování nekanonicky uzavřených manželství atd.). Vojtěch se vrátil do Prahy, z Aventina přivedl dvanáct benediktinů a spolu s Boleslavem II. založil roku 993 v Břevnově u Prahy nejstarší mužský benediktinský klášter v Čechách; klášter vzal pod ochranu sám papež Jan XV.¹³ Krátce poté sepsal patrně na Vojtěchův podnět břevnovský mnich Kristián (?–995), údajně bratr Boleslava II., prozaickou legendu *Život a umučení sv. Václava a jeho báby sv. Ludmily*, která věnuje pozornost i Konstantinu a Metodějovi a počátkům křesťanství v českých zemích.

Po dalších rozepřích (koncem roku 994 nebo na jaře 995) odešel Vojtěch do Říma; příčinou bylo zřejmě nepochopení jeho pastýřské činnosti a narůstající rozpory mezi Přemyslovci a Slavníkovci. Krátce poté, dne 28. září 995, dobyli Přemyslovci Libici a vyvraždili Slavníkovce. Vojtěch se pak již do Prahy nikdy nevrátil. Žil na Aventinu, kde se stal převorem opatství; zde se scházela římská duchovní elita. Roku 996 se v Římě opět stýkal s Otou III. a Gerbertem, účastnil se diskusí o novém uspořádání křesťanské Evropy a byl patrně jedním z hlavních tvůrců Otovy koncepce *renovatio imperii*.

Vzhledem k neujasněnému postavení – byl biskupem, který opustil svoji diecézi – se vydal do Mohuče za arcibiskupem. Doprovázel ho Notkerius, biskup z Lutychu (972–1008), slavný učenec a reformátor vzdělávacího systému. Tam se Vojtěch opět stýkal s Otou III., stal se jeho důvěrným přítelem. Arcibiskup Willigis trval na jeho návratu do Prahy, Boleslav II. ho však odmítal přijmout nazpět. Nakonec byl Vojtěch roku 996 papežem zproštěn biskupského úřadu.

¹³ Klášter benediktinek u kostela sv. Jiří na Pražském hradě existoval již od roku 973.

Podnikl cestu po francouzských klášterech (patrně s Gerbertem), na přelomu let 996 a 997 se vydal do Polska, kde ho přijal Boleslav I. Chrabrý (966/7–1025, od r. 992 polský kníže, r. 1025 první polský král). S jeho podporou se odebral, doprovázen bratrem Radimem-Gaudentiem, do východních Prus, kde měl konat misijní činnost; tam však byl nedaleko Královce dne 23. dubna roku 997 zabit. Boleslav I. Chrabrý jeho tělo vykoupil (prý stejnou váhou zlata) a ostatky roku 999 pohřbil se všemi poctami ve Hnězdně (pol. Gniezno), na čestném místě hnězdenské katedrály Panny Marie.

Větší vliv než za života však měl Vojtěch jako mrtvý světec.¹⁴



Denáry biskupa Vojtěcha

Vlevo nahoře a dole: Adalbertus episcopus

Vpravo nahoře a dole: Hic denarius est episcopi

¹⁴ Velmi zajímavým příspěvkem k Vojtěchově roli při utváření Evropy je článek *Sv. Vojtěch a formování střední Evropy* od D. Třeštika (viz [TŽ], str. 81–108). Velmi podrobně se tímto tématem zabývá i F. Dvorník v [D1].

3. Renovatio imperii Romanorum.

S podporou Gerberta a Vojtěcha se Ota III. snažil vytvořit velký univerzální křesťanský stát, kde by moc byla rozdělena mezi císaře a papeže. Moc duchovní i moc světská měly mít stejný význam, stejnou váhu, jejich spolupráce měla prospívat jak církvi, tak všem křesťanům. Součástí této koncepce bylo dát novým evropským národům a státům svobodu pro vnitřní záležitosti výměnou za příslušnost k obnovené římské křesťanské říši. Jejich panovníci měli uznat císaře a papeže a za to získat královskou hodnost.

Po Vojtěchově smrti začal Ota III. s realizací svého plánu. Obnovil staré římské a byzantské tituly a funkce *patricius*, *praefectus*, *magister*. Pod jeho vlivem bylo centrum německé říše přeneseno ze Saska do Říma, Řím se stal opět „středem světa“, římská církev „matkou všech církví“.

Roku 998 papež Řehoř V. jmenoval Gerberta arcibiskupem v Ravenně. V dubnu roku 999, po Řehořově smrti, se Gerbert s podporou Oty III. stal papežem. Přijal jméno Silvestr II. Toto jméno si prý vybral po Silvestru I. (papežem 314–335), který – podle legend – spolu s Konstantinem I. Velikým (asi 280–337, od r. 306 římský císař) reprezentovali ideál porozumění a spolupráce mezi představiteli církve a státní moci. Gerbert se stal prvním Francouzem na papežském stolci.

Odvážné plány císaře Oty III. a papeže Silvestra II. na sjednocení celého křesťanstva pod jediným císařem a jediným papežem v harmonické součinnosti moci světské a moci církevní (mezi *imperiem* a *sacerdotiem*) zahrnovaly i rozšíření říše na východ – také slovanská území se měla stát součástí říše.

Otův plán se setkal s pochopením v Polsku. Roku 1000 uznal Boleslav I. Chrabrý císaře Otu III. za hlavu všeho křesťanstva; císař (podle byzantských zvyků) vložil v Hnězdně nad Vojtěchovým hrobem na Boleslavovu hlavu svůj diadém, předal mu kopí sv. Mořice a nazval ho bratrem a spolutvůrcem císařství (*frater et cooperator imperii*) – tímto aktem byla zdůrazněna myšlenka „rodiny“ evropských králů; obřad se blížil královské korunovaci.¹⁵ Hnězdo bylo uznáno za metropoli, byl omezen vliv arcibiskupství magdeburského; prvním hnězdenským arcibiskupem se stal Radim-Gaudentius, Vojtěchův bratr.¹⁶

Ota III., Silvestr II. a Vojtěch měli velký podíl na christianizaci Uher. Kníže Štěpán I. Veliký (asi 975–1038, od r. 997 uherský kníže z dynastie Arpádovců, která vládla do r. 1301, r. 1083 kanonizován), kterého Vojtěch pokřtil, požádal o začlenění do říše. Roku 1000 získal se svolením císaře korunu a povolení zakládat biskupství; královskou korunu přinesl Štěpánovi I. od Silvestra II. mnich Astricus, Vojtěchův přítel.¹⁷

¹⁵ Poznamenejme, že již Boleslavův otec Měšek I. (asi 922–992, od r. 960 polský kníže, první vládce z rodu Piastovců, kteří vládli do r. 1370) světil kolem roku 991 svou zemi pod ochranu Svaté stolice (papežský dokument *Dagome iudex*).

¹⁶ Silvestr II. vysvětil Radima Gaudentia roku 999 na „arcibiskupa sv. Vojtěcha“ (*archiepiscopus sancti Adalberti*), Vojtěch byl již v té době uctíván jako svatý.

¹⁷ Astricus-Anastasius se nakonec stal ostříhomským arcibiskupem (1007–1036); měl velký diplomatický talent, hlavně pod jeho vlivem se hlásil uherský stát a uherská církev k Vojtěchovi jako ke svému patronu. Je velmi pravděpodobné, že je totožný s Anastasiem, prv-

Ota III. převedl na Štěpána I. ta práva, která náležela císaři jako ochránci církve. Svou zemi odevzdal Štěpán I. sv. Petrovi, tj. papežskému stolci. V Ostřihomi (Esztergom) bylo roku 1001 na základě rozhodnutí synody v Ravenně založeno arcibiskupství.¹⁸

I Chorvaté jevíli ochotu se k budované říši připojit.

České země byly v té době v celkovém zmatku a nestabilitě. Zdá se, že hlavní aktéři evropského dění zvažovali možnost založení arcibiskupství v Praze; tomu by mohlo nasvědčovat i to, že Radim-Gaudentius se stal roku 999 arcibiskupem bez určení místa. Poznamenejme, že arcibiskupství v Praze vzniklo až úsilím Karla IV. (1316–1378, od r. 1346 český král, od r. 1355 císař) v roce 1344, kdy papež Klement VI. (papežem 1342–1352) povýšil pražské biskupství. Prvním českým králem se stal Vratislav II. (po 1031–1092, od r. 1061 český kníže, od r. 1085 český král), druhým Vladislav II. (1125–1174, v letech 1140–1172 český kníže, od r. 1158 český král). Třetím českým králem se stal roku 1198 Přemysl Otakar I. (asi 1155–1230, český kníže v letech 1192–1193 a 1197–1230); teprve Zlatou bulou sicilskou z roku 1212 získali Přemyslovci královský titul dědičně.

Roku 1001 vypuklo v Římě povstání proti císaři, Ota III. a Silvestr II. museli z Říma uprchnout. V následujícím roce Ota III. zemřel, snad na malárii; někdy se uvádí, že byl otráven. Nedlouho po něm, 12. května 1003, zemřel za nevyjasněných okolností papež Silvestr II. Pohřben je v Římě v bazilice sv. Jana v Lateránu.¹⁹ Papežem byl 4 roky, 1 měsíc a 10 dní. Během šesti let tedy zemřeli Vojtěch, Ota III. i Silvestr II.

Smrtí Oty III. a Silvestra II. se veškeré plány na *renovatio imperii* zhroutily. Jejich politika nenašla následovníky, cesta, kterou poměrně úspěšně otevřeli, byla opuštěna a nakonec zapomenuta. Po Otově smrti vládl jeho synovec Jindřich II. (973–1024, od r. 1002 římsko-německý král, od r. 1014 císař), vévoda bavorský. Pro Otovy a Silvestrovy plány neměl příliš pochopení, usiloval o rozšíření německé moci na východ. Brzy vypukl konflikt mezi Polskem a Německem, zájmy Německa a říše se rozešly, Evropa zůstala rozdělena, hlavní roli začalo hrát Německo. Obě autority – světská a duchovní – se postupně vzdalovaly. Ideály, které vycházely z Augustinova díla *De civitate Dei*, vzaly za své.

Odklonem politiky Jindřicha II. od Otova programu poklesly i politické naděje i šance Přemyslovců; Čechům chybělo arcibiskupství i královská koruna, říše uznávala v plné míře jen Uhry. Polsko sice mělo arcibiskupství a formálně i královskou korunu, říše však ji příliš nerespektovala; proto se Boleslav I. nechal roku 1025 znovu korunovat, jeho syn Měšek II. (990–1034, od r. 1025 polský král) se však musel pod německým tlakem roku 1032 koruny vzdát.

ním opatem břevnovského kláštera. Viz [D1], str. 186–192. Viz též V. Chaloupecký: *Radla-Anastasius, druh Vojtěchův, organizátor uherské církve*, Bratislava, 1927.

¹⁸ K zahraničně politickým aspektům povýšení Polska a Uher viz A. Gieysztor: *Sylvestre II et les Églises de Pologne et Hongrie*, in: Gerberto. Scienza, storia e mito. Atti del Gerberti Symposium, Bobbio, 1985, str. 733–746.

¹⁹ Na druhém oblouku druhé postranní lodi vpravo od hlavního vchodu najdeme jeho náhrobní desku.

4. Světec Vojtěch.

Koncem prvního tisíciletí se v klášterním a intelektuálním prostředí západního křesťanství zrodil ideál vnitřně obrozené křesťanské Evropy. Druhý pražský biskup, Slavníkovec Vojtěch, nalezl ve službách tomuto ideálu mučednickou smrt a stal se světcem.

Jako světec byl uctíván již krátce po smrti v Polsku, Německu, Uhrách a Itálii. Roku 999 byl na žádost Oty III. papežem Silvestrem II. kanonizován, Ota III. vykonal roku 1000 pouť do Hnězdna k jeho ostatkům, při založení hnězdenského arcibiskupství bohatě obdaroval tamější katedrálu a získal od Boleslava I. Chrabrého část Vojtěchových ostatků, které pak daroval kostelům v Čáchách, Římě, Pereu u Ravenny a na dalších místech. I to přispělo k šíření Vojtěchova kultu.²⁰

Štěpán I. i Boleslav I. Chrabrý prokazovali mučedníkovi Vojtěchovi úctu, kterou položili do základů svých států a připojili se tak k politickému programu císaře Oty III. a papeže Silvestra II. Uherský stát i uherská církev se k Vojtěchovi přihlásila jako k hlavnímu patronu. Štěpán I. nechal roku 1010 vybudovat v Ostrihomi metropolitní chrám Panny Marie a sv. Vojtěcha, tzv. svatoštěpánská legenda zdůrazňuje velké Vojtěchovy zásluhy o christianizaci Uher.

Roku 1039 dobyl Hnězdno český kníže Břetislav I. (asi 1004–1055, od r. 1034 český kníže). Nad Vojtěchovým hrobem vyhlásil tzv. *Břetislavova dekreta* (též *Břetislavova statuta*), nové zákony stvrzující ty principy, které neúspěšně prosazoval v Praze sv. Vojtěch (křesťanství v denním životě a vymýcení pohanských zvyků, mimo jiné úprava uzavírání sňatků, dodržování monogamie, nerozlučitelnost manželství, přísné trestání vražd, zákaz práce o nedělích apod.); šestý pražský biskup Šebíř (též Severus, biskupem 1030–1067) zavázal Čechy slavnostní přísahou, že se zřeknou pohanských zvyků. Potom Břetislav I. a biskup Šebíř vyzvedli ostatky sv. Vojtěcha, převezli je do Prahy a dali uložit na Pražském hradě. Tímto činem, který však nebyl podpořen papežovým souhlasem, se Břetislav I. snažil podpořit vznik arcibiskupství v Praze a získat královskou korunu. Jeho aktivita v tomto směru nebyla úspěšná; roku 1046 dal Břetislav I. – jako pokání za uloupení ostatků světců – vybudovat kostel sv. Václava ve Staré Boleslavi.

Kníže Spytihněv II. (1031–1061, od r. 1055 kníže) založil roku 1060 na Pražském hradě novou baziliku na místě, kde stál románský kostelík sv. Víta; roku 1096 byla zasvěcena sv. Vítu, sv. Václavu a sv. Vojtěchu. Hrob sv. Vojtěcha, který byl v samostatné kapli, je nyní uprostřed hlavní lodi nové části katedrály sv. Víta. Lebka sv. Vojtěcha je v pokladu svatovítské kapituly.²¹

Vojtěchův kult tak byl v 11. století postupně rozšířen i v Čechách; sv. Vojtěch je po sv. Václavovi druhým nejvýznamnějším a nejvzývanějším patronem

²⁰ Výzkum ostatků sv. Vojtěcha byl proveden v sedmdesátých a osmdesátých letech 20. století. Viz [VE1], [VE2].

²¹ Foto viz např. [KB], str. 234; viz též [VE1], [VE2].

a ochráncem země; za zemského patrona byl v Čechách považován již na počátku 12. století.²²

Připomeňme ještě, že Přemysl Otakar II. (1233–1278, od r. 1253 český král) dal roku 1255 v nově založeném Královci²³ zasvětit jeden chrám sv. Vojtěchu.

Sv. Vojtěch je rovněž patronem českého kněžstva, papež Pavel VI. (papežem 1963–1978) ho roku 1965 apoštolským listem *Praga urbs* prohlásil předním patronem pražské arcidiecéze (stolec sv. Vojtěcha). Svátek sv. biskupa Vojtěcha je 23. dubna.

Podle české tradice je sv. Vojtěch autorem nejstarší české duchovní písně *Hospodine, pomiluj ny*, snad je autorem i nejstaršího polského hymnu *Bogurodzica dzewica*. Je autorem legendy o sv. Gorgoniovi (asi 993) a homilie o sv. Alexiovi (asi 995).

První jeho životopis, tzv. *Vita prior* nebo též *Vita et Passio sancti Adalberti martyris*, prozaické kanonizační dílo začínající *Est locus in partibus Germanie . . . (Na území Germanie je kraj . . .)*, napsal roku 999 na žádost císaře Oty III. mnich Jan Canaparius (?–1004), který byl od roku 997 opatem kláštera Panny Marie, sv. Bonifáce a sv. Alexia v Římě na Aventinu.²⁴ Někteří badatelé zastávali názor, že autorem tohoto Vojtěchova životopisu je sám papež Silvestr II.²⁵, jiní soudili, že autorem je Vojtěchův bratr Radim-Gaudentius. Zdá se pravděpodobné, že na popud Silvestra II. byl původní Canapariův spis roku 1002 přepracován do tzv. druhé aventinské redakce.

Druhým Vojtěchovým životopiscem je svatý Bruno z Querfurtu (asi 974–1009), syn saského vévody, který rovněž studoval v Magdeburku; i on byl mnichem kláštera Panny Marie, sv. Bonifáce a sv. Alexia na římském Aventinu. Roku 1004 se stal arcibiskupem, zahynul jako mučedník v Prusku. Legendární životopis nazývaný *Vita altera*, též *Passio sancti Adalberti episcopi et martyris*, Bruno sepsal podle Canapariova díla nedlouho po roce 1004.²⁶ Další legendy viz [NS].

Z Čech pochází dílo *Versus de passione s. Adalberti (Verše o utrpení sv. Vojtěcha)* z přelomu 11. a 12. století, jehož autorem může být Kosmas (1045–1125).²⁷

Sv. Vojtěch a Ota III. jsou ztvárněni na kamenné křtitelnici ze začátku 11. století v Římě v bazilice sv. Bartoloměje na Isola Tiberina;²⁸ v tomto kos-

²² V polovině 12. století se sv. Václav a sv. Vojtěch společně objevují na mincích. Na pražské metropolitní kapitulní pečeti z 12. století je sv. Václav a sv. Vojtěch; stojí pod románským dvojítm obloukem, sv. Václav drží knížecí atributy, sv. Vojtěch biskupské; obdobný motiv je na mosazném pečetidle ze 14. století. Poznamenejme ještě pro zajímavost, že biskup Vojtěch je s knížetem Václavem ztvárněn i na tympanonu starobylého gotického kostela sv. Václava (dříve sv. Vojtěcha) ze 13. století v Hrusicích (fotografie viz [Ž], str. 339).

²³ Königsberg, Regionontium, Królewiec, Kaliningrad.

²⁴ J. Karwasińska (ed.): *S. Adalberti Pragensis episcopi et martyris Vita prior*, Monumenta Poloniae Historica, NS IV/1, Warszawa, 1962.

²⁵ Viz např. [KA], [KW], [V1], [MW].

²⁶ J. Karwasińska (ed.): *S. Adalberti Pragensis episcopi et martyris Vita altera auctore Brunone Querfurtensi*, Monumenta Poloniae Historica, NS IV/2, Warszawa, 1969.

²⁷ Viz P. Spunar: *Kultura českého středověku*, Odeon, Praha, 1985, str. 157.

²⁸ Viz např. [VE2], str. 128, [D2], před str. 25 a 49.

tele, který do 12. století nesl Vojtěchovo jméno, je uložena část jeho ostatků. Sv. Vojtěch je rovněž zpodobněn s mučednickou palmou na nástěnné malbě v klášteře Monte Cassino.

Významné umělecké dílo spjaté se sv. Vojtěchem je v Polsku. Na obou křídlech bronzových dveří hnězdenské katedrály z 12. století je 18 krásných plastických výjevů ze života sv. Vojtěcha.²⁹

Poznamenejme ještě, že spisovatel Jaroslav Durych (1886–1962) napsal roku 1939 knížku *Cesta svatého Vojtěcha*.³⁰ Ve stejném roce sepsal Hanuš Klein (1875–?) divadelní hru *Kristův praporečník* (Praha, 1940); byla míněna jako *vhodná hra pro národní oslavy*. Spisovatel Vladimír Körner (nar. 1939), autor řady úspěšných próz, z nichž některé byly zfilmovány, je autorem historického románu *Smrt svatého Vojtěcha* (Akropolis, Praha, 1993).

Svatý Vojtěch nás Čechy spojuje hlavně s Poláky, neboť na jeho hrobě v Hnězdně vzniklo první polské arcibiskupství a v jistém smyslu i první polský stát; spojuje nás také s Maďary, neboť podle legendy křtil (anebo možná břimoval) krále svatého Štěpána. Spojuje nás ovšem s Němci, protože byl vzdělán v Magdeburku a byl patrně jedním z hlavních duchovních architektů obnovené říše císařské otonské dynastie. Vojtěch by se nádherně hodil za „patrona střední Evropy“. (Tomáš Halík, [TŽ], str. 10)

Základní myšlenku Vojtěchova evropanství vyjádřil ostatně stručně a výstižně již Karel Havlíček Borovský (1821–1856) v jednom ze svých epigramů:

*Pomodli se, Čechu,
k svatému Vojtěchu,
by tě vzaly samostatné
národy do cechu.*

5. Legendy o Gerbertovi.

Gerbertův život je opředen řadou legend. Byl pokládán za čaroděje, Arabům prý ukradl abakus, vynalezl globus a varhany, uměl létat – zlý duch ho prý přenášel přes Pyreneje k jakémusi čaroději atd. atd.³¹ Když umíral, zjevil se mu prý opět tento duch a donutil ho, aby se ze svých hříchů veřejně vyznal. Někdy se uvádí, že postava Gerberta z Aurillacu se stala předobrazem doktora Fausta.

Při pouti do Jeruzaléma měl přijít o duši. Silvestr, který nikdy neměl v úmyslu navštívit Svatou zemi, se prý již domníval, že knížete temnot přelstil. Zapomněl však, že v Římě stojí bazilika nesoucí jméno posvátného města. Proto se jednoho dne odebral do chrámu sv. Kříže Jeruzalémského a vběhl tak dáblu

²⁹ Viz [T], str. 309, 365, [Ž], str. 42, 94, [KB], str. 14, [NS], obr. příl. 4–6, [VE2], str. 119, 145.

³⁰ Vyšla v letech 1940, 1947, 1992, nejnovější vydání je z roku 1997 (Salve Regina, Brno).

³¹ Např. legenda o ukradené knize viz P. G. Maxwell-Stuart: *Papežové. Život a vláda od sv. Petra k Janu Paulu II.*, Svoboda, Praha, 1998, str. 76, legenda *Gerbert a Meridiana* viz E. Petoia: *Středověké mýty a legendy*, Volvox, Globator, Praha, 1998, str. 137–143.

*přímo do náruče. Ját litostí přiznal před shromážděným lidem svou vinu a za-
přisahal ho, aby jeho nebohému tělu neprokazovali žádné pocty. Poté zemřel.
Objevili se však záhadní koně, kteří dopravili jeho mrtvolu k Lateránské bazilice.
Silvestr byl skutečně pohřben v bazilice sv. Jana Lateránského.³²*

S Gerbertem a Otou III. se setkáme v historickém románu Teodora Parnického (nar. 1908) *Stříbrní orlí* (Vyšehrad, 1982).

Roku 1938 se Gerbert-Silvestr II. objevil na maďarské známce, která byla vydána v serii 14 známek připomínajících 900. výročí smrti sv. Štěpána. Na známkách jsou výjevy připomínající významné události z jeho života; na zmíněné známce přejímá Astricus-Anastasius pro krále Štěpána královskou korunu od papeže Silvestra II.



Papež Silvestr II. na francouzské známce z roku 1964

³² J. Gelmi: *Papežové. Od svatého Petra po Jana Pavla II.*, Mladá fronta, Praha, 1994, str. 80.

6. Gerbertovo dílo.

Gerbert byl významným učencem, jedním z nejvzdělanějších mužů své doby; měl všestranné kulturní zájmy, byl pokládán za div učenců. Ovládal matematiku, logiku, filozofii, astronomii, hudbu a teologii, sbíral staré rukopisy, v centru jeho pozornosti byly knihy a vzdělanost. Byl jedním z prvních učenců Západu, který poznal a pochopil některé matematické práce arabského světa; sepsal traktáty o matematice, dialektice, politice a teologii. Nebyl však původním myslitelem, jeho dílo je poplatné starším autorům.

Gerbert sepsal několik matematických prací, jeho autorství však bývá zpochybňováno. I Gerbertova korespondence svědčí o jeho šíři zájmů, některé jeho dopisy jsou malými traktáty. Jeho aktivity ovlivnily rozvoj matematických znalostí v západní a střední Evropě, přispěly k jejich šíření, k rozvoji vědy a vzdělanosti. Gerbert se např. zasloužil o kvadrivium; neomezoval se jen na látku z klasických encyklopedií, ale čerpal i z dalších pramenů, např. z Boëthia, Eukleida a z arabských prací. Hodně učinil pro prohloubení zájmu o logiku; vycházel z Aristotelových spisů *Kategorie* a *O vyjadřování*, z Porfyriova *Úvodu* a z Boëthiových spisů a komentářů.



Gerbert se zabýval technikou počítání, zdokonaloval aritmetiku založenou na desítkové soustavě a počítání na abaku (*abacus*, *mensa geometricalis*, *mensa Pythagorea*, *mensa Pythagorica* - vynález abaku byl chybně přičítán Pythagorovi). Užívání této početní pomůcky bylo běžné již ve starověku, o metody jeho využití se zasloužil i Boëthius, pak však abakus téměř upadl v zapomnění. V 10. století se počítání na abaku - i díky Gerbertovi - opět rozmohlo. Připomeňme, že se v té době v Evropě počítalo s římskými čísly a římskými zlomky (ve jmenovateli jsou až na výjimky násobky dvanácti).

Gerbertův abakus byla deska potažená kůží, na které bylo vyznačeno 30 (nebo jen 27) sloupců (*partes*). Tři byly určeny pro zaznamenání zlomků, ostatní byly sdruženy po třech do devíti skupin (*tres columnae abaci*); každá trojice sloupců byla zakončena ozdobným dřevěným obloukem (tzv. Pythagorův oblouk, *arcus abaci*, *arcus Pythagorei*). V každé skupině byly sloupce označeny zprava doleva: písmeno *S* nebo *M* označovalo jednotky (z latinského *singularis* nebo z řeckého *monas* - jednotka), písmeno *D* desítky (lat. *decem* - deset) a písmeno *C* stovky (lat. *centum* - sto).³³

Gerbertův abakus se mírně odlišoval od ostatních. Do jednotlivých sloupců se nekladly v příslušném počtu kaménky, jak bylo dříve obvyklé, ale jakési žetony, na kterých byly vyryty symboly číslic 1 až 9; číslice byly zapsány buď římsky nebo byly označeny tzv. *apexy* (sing. *apex*, pl. *apices*) - tyto symboly byly podobné západoarabským cifrám *gobar*, které byly předobrazem našich dnešních číslic. Znak pro nulu chyběl, žetony se v tom případě vynechaly, odpovídající sloupce zůstaly prázdné. Gerbert ve svých spisech obrázků abaku nemá; jeho stručný popis nacházíme u jeho žáků Richera a Bernelina. Evropští počtáři se nazývali *abacisté* nebo *gerbertisté*. V 11. a 12. století byla o abaku sepsána řada prací, ve 14. století byl pak abakus téměř zapomenut.

³³ Podle římského způsobu byly sloupce značeny zprava symboly I, X, C, u dalších tří se nad tato označení přidalo ještě písmeno M, nad další tři sloupce písmena MM apod.

5

 (o) 

6

GERBERTI,

POSTEA

SYLVESTRI II. P.M.

Ord. S. Benedicti.

**G E O M E -
T R I A.**

**Eruta ex MS. Cod. Incltyti
Monasterii ad D. Petrum Salis-
burg. O. S. Ben. à P. Bernardo Pez.**

R.P. Petri Th. (aus Anecd. Noviss. Tom. III. Pars II. A 2 INGI-

Titulní list Gerbertova spisu *Geometria*
(Thesaurus Anecdotorum Novissimus, tomus III., pars II., coll. 5-6)

Gerbert tedy patrně jako první Evropan pracoval s indickoarabskými číslicemi. Trvalo však ještě dlouhou dobu, než se v Evropě tento způsob zápisu čísel rozšířil.

Gerbertova *Knížka o dělení čísel* (*Libellus de numerorum divisione*, též *Regulae de numerorum abaci rationibus*)³⁴ je uvedena dopisem mnichu Konstantinovi z kláštera Fleury,³⁵ pro kterého byl celý text sepsán; Konstantin byl Gerbertovým žákem v době jeho působení v Remoši:

Klásterní učitel Gerbert svému Konstantinovi.

Síla přátelství činí téměř nemožné možným. Neboť jak bych se mohl snažit vysvětlit pravidla čísel abaku bez tvého podnětu, ó, má milá útěcho práci, Konstantine? A tak po několika pětiletích, ve kterých jsem neměl ani knihu ani cvičení těch věcí, shledávám něco ve své paměti a uvádím to částečně týmiž slovy a ve stejném smyslu.

Původní Gerbertův text se zachoval v mnoha opisech, které se navzájem více či méně liší. Text otištěný v [PL] je členěn na šestnáct krátkých článků (*Caput I.* až *Caput XVI.*), každý z nich je uveden názvem.³⁶ Gerbertovo autorství tohoto spisu je velmi pravděpodobné.

Knížka je věnována násobení a dělení čísel. V některých verzích je rozdělen do dvou částí, *Regulae multiplicationis* a *Regulae divisionis*. Při násobení (prvních šest článků) je ukázáno, jak se jednotky, desítky, stovky atd. násobí s jednotkami, desítkami, stovkami atd.; velká pozornost je věnována určení řádů jednotlivých součinů (pomocí termínů *digitus* – prst a *articulus* – článek). Ve zbylé části tohoto spisku Gerbert v obdobném duchu věnuje velkou pozornost operaci dělení. Čísla jsou zde pouze popisována slovy pomocí rozkladu na jednotky, desítky, stovky atd.; číslo, které má více těchto „složek“, se nazývá složené (*compositum*). Objevují se zde i termíny dělení, dělenec, dělitel apod.

Někdy se uvádí, že Gerbertova vynikající znalost dělení byla „důkazem“ jeho čarodějnictví a spojení s ďáblem.

Gerbertova *Geometria*³⁷ vyšla patrně z rukopisů, které Gerbert studoval v knihovně kláštera Bobbio. V první řadě šlo o *Codex Arcerianus*, římský spis z 5. století, ze kterého převzal řadu odborných termínů římských zeměměřičů, a o Boëthiovy spisy o aritmetice a geometrii. Inspiroval se však patrně i některými arabskými pracemi. O Gerbertově autorství tohoto spisu či jeho částí se

³⁴ [PL], coll. 85–92; [O], str. 349–356; [B1], str. 1–22. V [B1] je uvedena podrobná informace o jednotlivých verzích tohoto Gerbertova díla.

³⁵ Fleury-sur-Loire, Floriacum; významný benediktinský klášter zde byl založen kolem roku 640, při klášteře vznikla slavná škola a knihovna. Klášter byl jedním z center clunyjského hnutí, roku 996 se tu zastavil sv. Vojtěch.

³⁶ V ukázkách z Gerbertova díla, které jsou v závěru tohoto příspěvku, jsou uvedeny názvy všech šestnácti článků a text nebo část textu několika z nich.

³⁷ První tištěné vydání viz [P], tomus III., pars II., coll. 5–82; Gerbertova *Geometria* je zde otištěna podle rukopisu benediktinského kláštera sv. Petra v Salzburku. Dále viz [PL], coll. 91–152; [O], str. 401–470. N. M. Bubnov považuje za autentickou pouze počáteční část tohoto spisu, viz [B1], str. 46–97; další část ([B1], str. 310–365) nepovažuje za skutečné dílo Gerbertovo.

vedou spory; *Geometria* však jistě dostatečně charakterizuje úroveň Gerbertových znalostí i znalostí tehdejších největších učenců.

Gerbertova *Geometria* otištěná v [P], resp. v [PL] má 94 článků (*Caput primum až Caput XCIV.*)³⁸ V úvodu se Gerbert krátce zmiňuje o původu geometrie, o jejích tvůrcích a o užitečnosti této disciplíny. V prvním článku *Quid sit corpus solidum? Quid linea, punctum, superficies? Quid pes solidus, contratus, etc.* vysvětluje základní pojmy, jako je bod, čára, plocha, těleso, přičemž přistupuje poměrně kriticky k základním geometrickým pojmům; zdůrazňuje např. to, že body, čáry a plochy reálně existují pouze ve spojitosti s tělesy, že teprve v myslí tyto geometrické pojmy abstrakcí vytváříme.

Dále prezentuje jednoduché geometrické poznatky o rovinných útvech, hlavně o trojúhelnících, které načerpal patrně z Eukleida či Boëthia (obvod, obsah, druhy trojúhelníků, pravoúhlé trojúhelníky, pravoúhlé útvary, kružnice, kruh – pro výpočet obvodu i obsahu užívá hodnotu $\pi = \frac{22}{7}$ atd.); na různých místech textu se objevují jména Pýthagorás, Platón, Eratosthenés, Boëthius. Čísla zde Gerbert zapisuje slovy nebo římskými číslicemi, používá římské zlomky; v pozdějších prepisech či vydáních byl zápis modernizován, čísla byla (někdy chybně) zapsána arabskými číslicemi.

Důkazy Gerbert nepodává, použité metody nevysvětluje; většina článků je jen návodem na řešení konkrétních číselně zadaných úloh. Tyto návody však nejsou vždy tak srozumitelné, aby podle nich bylo možno řešit stejné úlohy, ale s jiným numerickým zadáním (viz např. články XLVI, XLIX, LVI). Celkové uspořádání článků nemá jasnou koncepci; některé články jsou obecnými návody, jiné konkrétními příklady, látka není metodicky uspořádána. Je pravděpodobné, že byl tento spis „sestaven“ z více zdrojů.

Uvedme pro zajímavost některé termíny, které Gerbert používá (viz např. články IV. *De planis figuris* a VII. *De speciebus trianguli*): *punctus* – bod, *solidus* – těleso, *angulus* – úhel, *angulus rectus, hebes, acutus* – pravý, tupý, ostrý úhel, *triangulus*, resp. *trigonus* – trojúhelník, *orthogonius*, – pravoúhlý trojúhelník, *ampligonius, amblygonius* – tupoúhlý trojúhelník, *orygonius* – ostroúhlý trojúhelník, *triangulus isopleuros/us, isosceles/is, scalcnos/us* – rovnostanný, rovnoramenný, různostranný trojúhelník, *basis, cathetus, hypotenusa* – strany pravoúhlého trojúhelníka (odvěsny, tj. základna a výška, a přepona), *basis* – základna trojúhelníka, čtyřúhelníka, lichoběžníka apod., *cathetus* – výška trojúhelníka apod., *latus* – rameno, ale též odmocnina (jako strana daného čtverce), *parallelae* – rovnoběžky, *latitudo, longitudo* – šířka, délka, *embadum* – obsah, *polygonum* – mnohoúhelník, *tetragonus, pentagonus, hexagonus, heptagonus, octogonus, ennagonus, decagonus, undecagonus, duodecagonus* – čtyřúhelník, ..., dvanáctúhelník, *trapizeticus* – lichoběžník, *basis, coraustus, cathetus* – jeho základny a výška, *circulus* – kruh, *diametrum, diametros, diametron* – průměr, *diametrum hemicycli* – „průměr“ polokruhu, tj. poloměr příslušného kruhu.

V následujícím textu se podíváme na některé zajímavé články spisu *Geometria*.

³⁸ V úkázkách v závěru tohoto článku jsou uvedeny texty (nebo části textů) řady článků tohoto díla.

Velmi dlouhý článek XII. *Quomodo minutiae addantur figuris* je věnován pravoúhlým trojúhelníkům.

V jednom příkladu tohoto článku je třeba vypočítat přeponu pravoúhlého trojúhelníka, jehož odvěsny mají délky vyjádřené smíšenými čísly (povšimněte si názvů zlomků):

$$6 \frac{1}{3} \quad (\text{VI et triens}) ,$$

$$8 \frac{5}{12} \frac{1}{36} \quad (\text{VIII et quincunx et duella}) .$$

Druhé mocniny těchto čísel jsou

$$40 \frac{1}{12} \frac{1}{36} \quad (\text{XL et uncia et duella}) ,$$

$$71 \frac{3}{12} \frac{1}{24} \frac{1}{72} \frac{1}{576} \frac{2}{1728} \frac{1}{3 \cdot 1728}$$

(LXXI quadrans, semuncia, sextula, obolus, duo siliquae et tertia siliquae) .

Součtem obou čtverců je

$$111 \frac{5}{12} \frac{1}{576} \frac{2}{1728} \frac{1}{3 \cdot 1728}$$

(CXI quincunx, obolus, duo siliquae, et tertia unius siliquae)

a odmocnina tohoto čísla je

$$10 \frac{6}{12} \frac{1}{24} \frac{1}{72} \quad (\text{X semis, semuncia, sextula}) .$$

Výpočet je správný, není však vysvětlen způsob výpočtu odmocniny. Kurt Vogel k tomu roku 1985 říká:

Die Rechnung ist richtig; wie Gerbert sie bekommen hat (insbesondere die Wurzel würde uns interessieren), erfährt man nicht. Er mußte offenbar in einer Kopf- oder einer Nebenrechnung auf die kleinste Einheit zurückgehen. Ob aber wirklich, wie er dazu sagt, die Rechnungen einem Abacisten sehr leicht sind, kann man bezweifeln. ([VK], str. 20 21)³⁹

Poznamenejme, že Gerbert zmíněnou odmocninu počítat nemusel, jeho příklad byl vytvořen jednoduchým způsobem. Nejznámější pythagorejskou trojicí je trojice (3, 4, 5). Vynásobíme-li ji koeficientem

$$2 \frac{1}{9} = 2 \frac{1}{12} \frac{1}{36} ,$$

získáme strany pravoúhlého trojúhelníka z Gerbertova příkladu:

$$6 \frac{1}{3} , \quad 8 \frac{5}{12} \frac{1}{36} , \quad 10 \frac{6}{12} \frac{1}{24} \frac{1}{72} ;$$

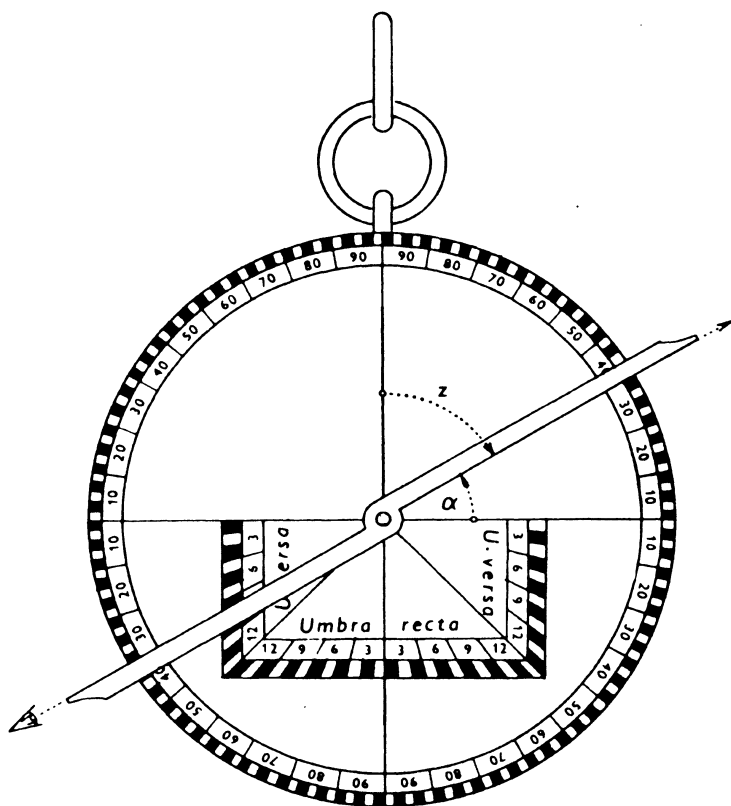
ve XII. článku Gerbert uvádí patnáct pravoúhlých trojúhelníků, které jsou odvozeny z trojúhelníka o stranách 3, 4, 5.

Články XV až XL jsou věnovány zeměměřickým postupům, Gerbertův spis *Geometria* tak může být považován i za první středověké dílo o zeměměřictví,

³⁹ Výpočet je správný; jak k tomu však Gerbert dospěl (speciálně odmocnina by nás zajímala), se nedozvíme. Musel zřejmě výpočtem z hlavy nebo vedlejším výpočtem přejít na nejmenší jednotku. Můžeme pochybovat o tom, zda jsou výpočty pro abacistu skutečně velmi jednoduché, jak říká.

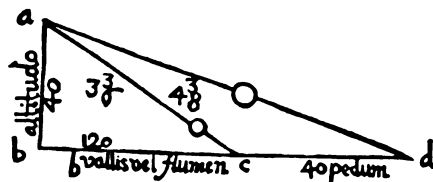
neboť řeší základní úlohy, které do tohoto oboru patří. Některé metody výpočtu výšek, hloubek a vzdáleností převzal Gerbert ze spisů římských zeměměřičů, jiné patrně z arabských pramenů; tyto metody byly založené na podobnosti trojúhelníků, využívaly stíny gnómonů, odrazy v zrcadlech apod.

Úhly byly měřeny většinou astrolábem, o kterém Gerbert ve své Geometrii hovoří jako o *horoskopu*. Na zadní straně astrolábu byl tzv. *stínový čtverec* (*mensura quadrati*), který byl opatřen stupnicí tangent a kotangent rozdělenou na 12 dílů. Pomocí této stupnice se měřila tzv. tangenta (*umbra versa*), resp. kotangenta (*umbra recta*).



Zadní strana jednoho typu astrolábu
(měření úhlů na stupnici tangent a kotangent)

V článku XVII. *Ad altitudinem inaccessibleem cum horoscopo metiendam* prezentuje Gerbert postup při určení nepřístupné vzdálenosti a nepřístupné výšky měřením ze dvou stanovišť, které s měřenou výškou leží v jedné svislé rovině (viz obrázek):



Obrázek ze spisu *Geometria* (cap. 17)

Předpokládejme, že je třeba určit nepřístupnou vzdálenost bc mezi body b a c a nepřístupnou výšku ab určenou body a a b ; k tomu účelu změříme vzdálenost cd bodů c a d a tangenty úhlů acb a adb .

$$cd = 40 \text{ stop}, \quad \operatorname{tg} acb = \frac{4}{12}, \quad \operatorname{tg} adb = \frac{3}{12}.$$

Na obrázku jsou naměřené hodnoty zaznamenány takto:

- $cd = 40 \text{ pedum}$,
- velikosti úhlů acb a adb jsou zachyceny údaji o počtu dílků na tangentsvé a kotangentsvé stupnici:
 - pro úhel acb 4 dílky na tangentsvé a 36 dílků na kotangentsvé; na obrázku je chyba, nad číslem 36 má být číslo 4 (oba údaje charakterizují odvěsny dvou podobných pravoúhlých trojúhelníků: protilehlá odvěsna je 4 a přilehlá odvěsna 12, resp. přilehlá 36 a protilehlá 12),
 - pro úhel adb 3 dílky na tangentsvé a 48 dílků na kotangentsvé.

Gerbertův výpočet nepřístupné délky bc je možno v dnešní symbolice zachytit následujícím vzorcem (symboly k_c a k_d reprezentují počty dílků na tangentsvé stupnici, které přísluší úhlům acb a adb):

$$bc = cd \cdot \frac{k_d}{k_c - k_d};$$

tento vzorec můžeme snadno odvodit ze vztahů

$$\frac{ab}{bc + cd} = \operatorname{tg} adb = \frac{k_d}{12}, \quad \frac{ab}{bc} = \operatorname{tg} acb = \frac{k_c}{12}.$$

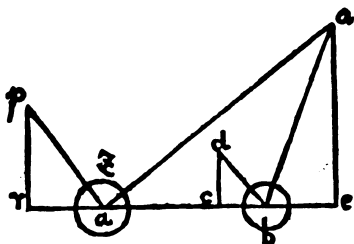
Je tedy

$$bc = 40 \cdot \frac{3}{4 - 3} = 120;$$

odtud se již snadno určí výška ab ,

$$ab = bc \cdot \operatorname{tg} acb = 120 \cdot \frac{4}{12} = 40.$$

Gerbert řeší obdobné úlohy i na dalších místech; např. v článku XXXVII. *Ad inveniendam per speculum altitudinem turrium, etc.* ukazuje řešení tohoto problému pomocí odrazů ve dvou zrcadlech položených na zemi (viz další obrázek).



Obrázek ze spisu *Geometria* (cap. 37)

Zajímavý je článek XLII. *Quomodo in trigono orthogonio cathetus et basis quaerantur*, ve kterém se počítají odvěsny pravoúhlého trojúhelníka, jehož přeponu a obsah známe (25 a 150). V naší moderní symbolice jde o řešení soustavy rovnic

$$x^2 + y^2 = 25^2, \quad \frac{1}{2}xy = 150.$$

Gerbertův výpočet odpovídá tomuto postupu:

$$\begin{aligned} 2xy &= 600, \\ x^2 + 2xy + y^2 &= 1225, & x^2 - 2xy + y^2 &= 25, \\ x + y &= 35, & x - y &= 5, \\ x &= \frac{35 + 5}{2} = 20, & y &= 15. \end{aligned}$$

V následujícím článku XLIII. *Ad inveniendam basis et catheti disjunctionem in trigono* je situace zjednodušena, neboť kromě přepony 17 a obsahu 60 je dán ještě součet obou odvěsen 23. Úloha je vlastně „přeurčena“, hledané odvěsny jsou 8 a 15.

V článku XLIV. *In trigono oxygonio, cujus in lateribus numeri quantitate dissimiles sint, invenire perpendicularem, etc.* je počítána výška v trojúhelníku, jehož délky stran jsou 13, 14, 15 (strana délky 14 je chápána jako základna, zbývající strany jako menší a větší rameno):

$$\begin{aligned} 13^2 + 14^2 &= 365, & 15^2 &= 225, & 365 - 225 &= 140, \\ 140 : 2 &= 70, & 70 : 14 &= 5, & 13^2 - 5^2 &= 144, & \sqrt{144} &= 12. \end{aligned}$$

Výpočet odpovídá následujícímu postupu (položme $a = 14$, $b = 13$, $c = 15$ a označme písmenem v výšku na základnu a a x část základny, která je přilehlá k ramenu b). Potom je podle Pythagorovy věty

$$v^2 = 13^2 - x^2, \quad v^2 = 15^2 - (14 - x)^2.$$

Odečtením těchto vztahů získáme rovnici

$$2 \cdot 14 \cdot x = 13^2 + 14^2 - 15^2 ,$$

která vysvětluje výše uvedený postup. Vypočteme x a pak podle Pythagorovy věty vypočteme výšku v :

$$v = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 .$$

V článku XLVI. *Trigoni orthogonii embadum invenire* je obsah pravoúhlého trojúhelníka o stranách 6, 8, 10 počítán patrně podle nějaké modifikace Hérónova vzorce. Text však není příliš jasný, zdá se, že je deformován pozdějším přepisem, který byl konán bez porozumění. Vypočte se polovina obvodu daného trojúhelníka, tj. 12, od té se odečte odvěsna 8, vyjde 4; nyní se vypočte součin $4 \cdot 6 \cdot 2 = 48$, číslo 48 se vynásobí svojí čtvrtinou a součin se odmocní. Vychází 24. Takto formulované pravidlo však neplatí pro libovolný pravoúhlý trojúhelník. Ve druhém odstavci tohoto článku je prezentováno známé pravidlo pro výpočet obsahu pravoúhlého trojúhelníka (polovina součinu odvěsen).

V článku XLVII. *Per cathetum basim invenire* se z jedné odvěsny pravoúhlého trojúhelníka, která má lichou délku, určí druhá odvěsna a přepona. Postup odpovídá užití pythagorejské trojice $(p, \frac{p^2-1}{2}, \frac{p^2+1}{2})$. Z odvěsny 5 se tak vypočte odvěsna 12 a přepona 13. Nakonec se vypočte obsah tohoto trojúhelníka.

V článku XLVIII. *Trapizetici embadum invenire* je vypočten obsah (snad pravoúhlého) lichoběžníka o základnách 40 a 25 a výšce 30. Nejprve je vypočten obsah obdélníka o stranách 25 a 30, pak obsah pravoúhlého trojúhelníka o základně $40 - 25 = 15$ a výšce 30; součet obou obsahů dává hledaný výsledek 975.

Tři články se zabývají výpočtem výšky v trojúhelníku, nejprve rovnostranném, pak rovnoramenném, pak obecném.

V článku XLIX. *Trigoni isoplevri, cujus sunt singula latera 30, embadi pedes comprehendere* je podle Pythagorovy věty počítána výška a obsah rovnostranného trojúhelníka o straně 30. Velmi zajímavý okamžik zde nastane před odmocněním, kdy se – „aby to vyšlo“ – přičte jednička. Výpočet:

$$30^2 - 15^2 = 675 , \quad 675 + 1 = 676 , \quad \sqrt{676} = 26 , \quad 15 \cdot 26 = 390 .$$

V článku L. *Trigoni isoscelis cathetum invenire vel embadum* je podle Pythagorovy věty počítána výška v rovnoramenném trojúhelníku a jeho obsah. Trojúhelník má základnu 14, ramena 25, výška je tedy 24 a obsah 168. Výpočet:

$$25^2 - 7^2 = 576 , \quad \sqrt{576} = 24 , \quad 24 \cdot 7 = 168 .$$

V článku LI. *Trigoni scaleni cathetum invenire* je počítána výška v trojúhelníku, který má všechny tři strany různě dlouhé, a to 15, 20, 25. Postup výpočtu je však správný jen pro pravoúhlý trojúhelník:

$$15^2 + 25^2 = 850, \quad 25^2 - 15^2 = 400, \quad 850 - 400 = 450, \quad 450 : 2 = 225,$$

$$225 : 25 = 9, \quad 9^2 = 81, \quad 15^2 - 9^2 = 144, \quad \sqrt{144} = 12.$$

Velmi poučné je srovnání tohoto článku s článkem XLIV, ve kterém je podáno obecné řešení úlohy.

V článku LV. *Quomodo trigonus, tetragonus, hexagonus, etc. aequilateri suas areas impleant* jsou počítána figurální čísla. Postupně jsou zde uvedeny návody na výpočet k -tého trojúhelníkového, čtvercového, ..., devítiúhelníkového čísla, které odpovídají následujícím vzorcům:

$$\frac{k^2 + k}{2}, \quad k^2, \quad \frac{3k^2 - k}{2}, \quad \frac{4k^2 - 2k}{2},$$

$$\frac{5k^2 - 3k}{2}, \quad \frac{6k^2 - 4k}{2}, \quad \frac{7k^2 - 5k}{2}.$$

Tím je dán i obecný návod na výpočet k -tého n -úhelníkového čísla pro jakékoliv k a n .

V článku LVI. *Cujuscunqve rotundi vel circuli diametrum invenire et embadum* Gerbert popisuje, jak se ze znalosti obvodu kruhu vypočte jeho průměr a obsah. Je-li obvod roven 22, odečte jedničku, vydělí třemi a tak získá průměr 7. Výpočet odpovídá tomuto postupu:

$$o = \pi d, \quad \text{tj.} \quad 22 = \frac{22}{7}d, \quad 21 = \frac{21}{7}d = 3d, \quad d = 7.$$

Následují návody na výpočet obsahu, které odpovídají těmto vztahům:

$$S = \frac{o \cdot d}{4} = \frac{\frac{o}{2} \cdot d}{2} = \frac{o}{4} \cdot d = \frac{o}{2} \cdot \frac{d}{2}.$$

V článku LVII. *In hemicyclo aream invenire* je vypočten obsah polokruhu o průměru $d = 28$. Výpočet odpovídá tomuto postupu:

$$S = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{d}{2} \cdot d \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{22}{7} = 14 \cdot 28 \cdot \frac{11}{14} = 308.$$

V článku LVIII. *Sphaerae aream colligere* je podán výpočet obsahu oválu nebo elipsy o „délce“ 4 a „šířce“ 3. Vypočte se aritmetický průměr délky a šířky (3,5), umocní se (12,25) a vynásobí zlomkem $\frac{11}{14}$. Vychází 9,625.

V následujících třech člancích jsou počítána jehlanová čísla. Tato problematika byla zkoumána již pythagorejskou školou; přes Diofanta, Nikomacha

a Boëthia přešla až do středověku. Tématicky navazují následující články na článek LV.

V článku LX. *Regula ad constituendas pyramides in omnibus figuris a multis angulis procedentibus et aequi lateris* je popsáno pravidlo pro výpočet jehlanového čísla, jehož základnou je pravidelný n -úhelník. Výpočet odpovídá užití vzorce

$$\frac{1}{6} \cdot (2P_n^k + k) \cdot (k + 1) ,$$

kde P_n^k je k -té n -úhelníkové číslo. Obecné pravidlo je dále použito pro jehlanové číslo nad trojúhelníkem o straně 10 (tj. $k = 10$, $n = 3$), tj. je vypočteno číslo

$$55 + 45 + 36 + 28 + 21 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1 = \frac{1}{6} \cdot (2 \cdot 55 + 10) \cdot (10 + 1) = 220 .$$

V článku LXI. *Invenire pyramidem in tetragono, cujus sint singula latera pedes 10 et embadum 100* Gerbert počítá jehlanové číslo se čtvercovou základnou o straně 10 (tj. $k = 10$, $n = 4$); je vlastně vypočten součet

$$100 + 81 + 64 + 49 + 36 + 25 + 16 + 9 + 4 + 1 = \frac{1}{6} \cdot (2 \cdot 100 + 10) \cdot (10 + 1) = 385 .$$

V článku LXII. *In pentagono aequilatero denarii numeri pyramidem indagare* je obdobným způsobem vypočteno jehlanové číslo, jehož základnou je pětiúhelník o straně 10 (tj. $k = 10$, $n = 5$):

$$145 + 117 + 92 + 70 + 51 + 35 + 22 + 12 + 5 + 1 = \frac{1}{6} \cdot (2 \cdot 145 + 10) \cdot (10 + 1) = 550 .$$

V článku LXIII. *In omni circulo, duobus circumscripto tetragonis, scire, quantum ab extracendente vincatur, etc.* jsou vypočítány rozdíly obsahů čtverce a vepsaného kruhu a do tohoto kruhu vepsaného čtverce. Výchozí čtverec má stranu 14 a obsah 196, vepsaný kruh má tedy průměr 14 a obsah 154, menší, tj. do kruhu vepsaný čtverec má tedy úhlopříčku 14 a obsah 98. Rozdíly obsahů jsou 42 a 56.

V článku LXIV. *Montis jugera invenire* je vypočten obsah čtyřúhelníka (snad rovnoramenného lichoběžníka) o stranách 1 000, 300, 800 a 800 stop. Aritmetický průměr čísel 1 000 a 300 je vynásoben číslem 800 a získaný obsah 520 000 čtverečních stop je vydělen číslem 28 800 (počet čtverečních stop v jednom jitru). Vychází 18 jiter a 1 600 čtverečních stop. Poznamenejme, že stejnou metodou počítali obsah čtyřúhelníku již ve starém Egyptě.

V článku LXV. *Quomodo quadrata, et latera trigoni, tetragoni, pentagoni, etc., nascantur* je ukázán způsob, jak lze ze známého n -úhelníkového čísla s vypočítat jeho „stranu“ k . Pro trojúhelníkové, resp. čtvercové, resp. pětiúhelníkové, ..., resp. dvanáctiúhelníkové číslo odpovídají podané návody následujícím výrazům:

$$k = \frac{\sqrt{8s+1} - 1}{2} , \quad k = \frac{\sqrt{16s}}{4} , \quad k = \frac{\sqrt{24s+1} + 1}{6} , \quad \dots ,$$

$$k = \frac{\sqrt{80s + 64} + 8}{20}.$$

V závěrečném odstavci článku je ještě podrobně vysvětleno, jak jsou vytvářena čísla, která se v jednotlivých návodech (pro konkrétní n) vyskytují jako koeficienty.

V článku LXXVI. *In oxygonio cathetum et embadum invenire* je řešena stejná úloha jako v článku XLIV., tj. výpočet výšky v trojúhelníku, jehož strany mají délky 13, 14 a 15 (strana délky 14 je chápána jako základna); početní postup je stejný jako v článku XLIV. V závěru článku se konstatuje, že délka úhlopříčky čtverce je rovna $1\frac{1}{2}$ -násobku délky jeho strany a že čtverec „zdvojíme“, vezmeme-li jeho úhlopříčku za stranu hledaného čtverce.

Následující tři články obsahují úlohy převzaté z Alkuinovy sbírky *Propositiones ad acuendos iuvenes*.⁴⁰

V článku LXXII. *In civitate quadrangula ponere domos certae longitudinis et latitudinis* je třeba zjistit, kolik obdélníkových domů velikosti 40×30 stop se vejde do města, které má tvar čtyřúhelníka o stranách 1 100, 1 000, 600 a 600 stop (patrně rovnoramenný lichoběžník). Aritmetický průměr délek 1 100 a 1 000 je vydělen číslem 40 (délka domu), aritmetický průměr čísel 600 a 600 je vydělen číslem 30 (šířka domu) a tyto dílčí výsledky (celočíselné, tj. 26 a 20) jsou vynásobeny. Vychází 520.

V článku LXXIII. *In civitate triangula de eadem re* je úkolem zjistit počet domů velikosti 20×10 stop, které lze umístit do trojúhelníkového města o stranách 100, 100 a 90 stop. Aritmetický průměr délek 100 a 100 je vydělen číslem 20 (délka domu), polovina čísla 90 je vydělena číslem 10 (šířka domu) a tyto dílčí výsledky jsou vynásobeny. Vychází 20.

V článku LXXIV. *In civitate rotunda domos certae longitudinis et latitudinis locare* je třeba stanovit počet obdélníkových domů o velikosti 30×20 stop, které je možno postavit do kruhového města o obvodu 8 008 stop. Nejprve se vypočte poloměr města: obvod 8 008 se vydělí číslem 22 (vyjde 364), 364 se odečte od 8 008 (vyjde 7 644), 7 644 se vydělí třemi (vyjde 2 548), 2 548 se vydělí dvěma a vyjde poloměr 1 274. Výpočet odpovídá použití vzorce $o = 2\pi r$ a následujícím vztahům:

$$8\,008 = \frac{22}{7}2r, \quad 364 = \frac{1}{7}2r, \quad 7\,644 = \frac{21}{7}2r, \quad 2\,548 = 2r, \quad 1\,274 = r.$$

Polovina obvodu je 4 004, proto je obsah kruhu 5 101 096 (výpočet odpovídá užití vzorce $S = \frac{\pi d}{2} \cdot \frac{d}{2} = 4\,004 \cdot 1\,274$). Toto číslo se vydělí výměrou domku, tj. číslem 600; vyjde 8 501 domů a zbývá 496 čtverečných stop.

Poznamenejme, že v předchozích třech příkladech se vypočte výměra města, tj. obsah čtyřúhelníka, trojúhelníka, resp. kruhu – v prvním příkladu podle přibližného vzorce, který byl známý již starým Egyptanům (podobně se v druhém

⁴⁰ Podrobněji viz Karel Mačák: *Tři středověké sbírky matematických úloh*, Dějiny matematiky, sv. 15, Prometheus, Praha, 2000. Jde o úlohy 27, 28 a 29.

příkladu počítá obsah trojúhelníka) – a ten se vydělí výměrou domku. Ulice se neuvažují, neuvažuje se ani to, zda lze domky opravdu do uvedeného útvaru umístit.⁴¹

I následující úlohu nalézáme u Alkuina; jde o úlohu 30.

V článku LXXV. *Basilicae pavementum quot laterculi debeant supplere* se počítá výměra basiliky o rozměrech 240×120 stop, ale v jednotkách *laterculus* (tj. 12×23 uncí, stopa má 12 uncí). Výměra basiliky je $120 \cdot 240 = 28\,800$ čtverečních stop, tj. 4 147 200 čtverečních uncí. Nyní je

$$4\,147\,200 = 15\,026 \cdot 12 \cdot 23 + 24,$$

tj. výměra basiliky je 15 026 *laterculi* a 24 čtverečních uncí.

V článku LXXVII. *In circulo embadum invenire* je vypočten obsah kruhu o průměru 14; výpočet odpovídá užití vzorce

$$S = \frac{1}{4}\pi d^2 = 14^2 \cdot \frac{11}{14} = 154.$$

V článku LXXVIII. *Ex diametro circum indagare* počítá Gerbert obvod kruhu o průměru $d = 14$; výpočet odpovídá našemu vzorci $o = \pi d$; výsledkem je 44.

V článku LXXX. *In orthogonio, cujus cathetus sit pari numero notatus, basim et hypotenusam invenire* se z jedné odvěsny pravoúhlého trojúhelníka, která má sudou délku, určí druhá odvěsna a přepona. Postup odpovídá užití pythagorejské trojice $(2p, p^2 - 1, p^2 + 1)$, kterou znal již Platón. Z odvěsny 8 se tak vypočte odvěsna 15 a přepona 17. Tématicky tento článek navázal na článek XLVII.

V článku LXXXVI. *Circuli inauraturam invenire* je popsán způsob výpočtu obvodu kruhu, který odpovídá vzorci $o = \pi \cdot d$.

V článku LXXXVII. *Columnae inaequalis pedes invenire* je předveden výpočet objemu komolého kužele s průměry podstav 13 a 5 a výškou 30. Výpočet odpovídá užití vzorce

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot (d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2) \cdot \frac{v}{3} = \frac{11}{14} \cdot (13^2 + 13 \cdot 5 + 5^2) \cdot \frac{30}{3} = 2\,035.$$

V článku LXXXVIII. *Hexagonum facere* je stručně popsána známá konstrukce pravidelného šestiúhelníka.

V článku XCI. *Prismatis pedes invenire in orthogonio* je vypočten objem trojbokého hranolu, jehož podstavou je pravoúhlý trojúhelník s odvěsnami 9 a 12, který má výšku 20, a povrch jeho pláště. Vychází 1 080 a 720.

⁴¹ Více viz Karel Mačák: *Tři středověké sbírky matematických úloh*, Dějiny matematiky, sv. 15, Prometheus, Praha, 2000.

V článku XCIII. *Quod stadia in terris respondeant Zodiaci partibus, etc.* je pojednáno o známém Eratosthenově měření Země.

Zmiňme se ještě pro zajímavost o některých mírách, o kterých Gerbert píše v článku XVI. *De protensione quarumdam mensurarum terrae* svého spisku *Libellus de numerorum divisione* a v článcích II. *De vocabulis et quantitate mensurarum ab antiquis inventarum*, III. *De descriptione quantitatis earumdem mensurarum trifaria* a XV. *Nomina mensurarum quibus geometrae utuntur* svého spisu *Geometria*; v závorkách uvedeme jejich hodnoty.⁴²

Digitus, palec, je nejmenší délkovou mírou (18,5 mm).

Uncia, unce, má $1\frac{1}{3}$ palce; jiný typ unce má tři palce.

Palmus, dlaň, má 3 unce, resp. 4 palce (74 mm).

Sexta má 3 dlaně, resp. 9 uncí, resp. 12 palců.

Pes, stopa, má $1\frac{1}{3}$ sexty, resp. 4 dlaně, resp. 12 uncí, resp. 16 palců (296 mm).

Cubitus, loket, má $1\frac{1}{2}$ stopy, resp. 2 sexty, resp. 6 dlaní, resp. 18 uncí, resp. 24 palců (444 mm).

Gradus má $2\frac{1}{2}$ stopy, resp. 10 dlaní.

Passus, dvojkrok, má $3\frac{1}{3}$ lokte, tj. 5 stop, resp. 20 dlaní (1,48 m).

Pertica, prut nebo sáh, má 2 dvojkroky, resp. 10 stop, resp. 40 dlaní.

Clima má 12 dvojkroků, tj. 60 stop.

Stadium má 125 dvojkroků, resp. 625 stop.

Milliarium, římská míle, má 8 stadií, resp. 1 000 dvojkroků, resp. 5 000 stop (1 480 m).

Leuva, leuca, leuga apod., galská míle, má 12 stadií, resp. 1 500 dvojkroků, resp. 5 000 loktů, resp. 7 500 stop.

Gerbert uvádí i následující plošné míry:

Pes quadratus, čtvereční stopa (asi 0,087 m²).

Lateralculus má jednu stopu na délku (tj. 12 uncí) a 23 uncí na šířku, tj. 276 čtverečních stop.

Actus quadratus má 120 × 120 stop, tj. 14 400 čtverečních stop.

Jugerum, jitro, má 240 × 120 stop, tj. 28 800 čtverečních stop, je dvakrát větší než *actus*.

Heredium, velikost dědičného statku, má dvě jitra (asi půl hektaru).

Centuria, původně sto přídělů po dvou jitrech pro stovku osídlenců, má 200 jiter (asi 50 ha).

Saltus, hvozď, jednotka míry pro lesní hospodářství, má 4 centurie, tj. 800 jiter (asi 201 ha).

Kromě toho Gerbert užívá i plošné a objemové stopy, sexty, dlaně, unce, palce atd. (viz např. III. článek spisu *Geometria*); termíny označující délku, obsah a objem jsou *linearis*, *constratus*, resp. *quadratus* a *solidus*.

V jednom z dopisů Adelboldovi, biskupovi z Utrechtu, *Epistola ad Adelboldum. De causa diversitatis arearum trigoni aequilateri geometrice arithmeticeve*

⁴² Viz *Encyklopedie antiky*, Academia, Praha, 1973, *Slovník antické kultury*, Svoboda, Praha, 1974.

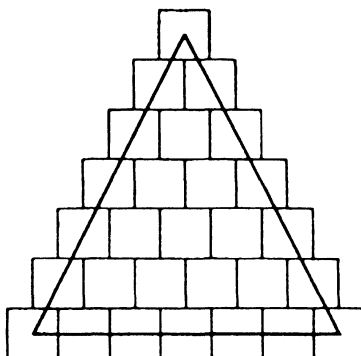
*expensi*⁴³ Gerbert vysvětluje rozdíl mezi obsahem rovnostranného trojúhelníka a odpovídajícím trojúhelníkovým číslem; šlo o rovnostranný trojúhelník o straně 30 (jeho výška je přibližně 26 a obsah přibližně 390); právě tento trojúhelník uvažuje Gerbert v XLIX. článku své *Geometrie*. Odpovídající trojúhelníkové číslo je

$$30 + 29 + 28 + \dots + 3 + 2 + 1 = \frac{1}{2} \cdot (30^2 + 30) = 465 .$$

Gerbert vysvětluje problém na jednodušším příkladu. Uvažuje trojúhelník o straně 7 (výška je přibližně 6 a obsah přibližně 21)⁴⁴ a odpovídající trojúhelníkové číslo

$$7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \frac{1}{2} \cdot (7^2 + 7) = 28 .$$

Problém objasňuje na obrázku, na kterém je trojúhelníkové číslo znázorněno rovinným útvarem složeným z 28 jednotkových čtverců, který obsahuje uvažovaný trojúhelník o obsahu 21.⁴⁵ Z obrázku je zřejmé, že trojúhelníkové číslo chápané geometricky musí mít větší obsah než příslušný trojúhelník.



Některým tématům souvisejícím s matematikou je věnována i autentická Gerbertova korespondence.

Jsou to hlavně dopisy mnichu Konstantinovi z Fleury, ve kterých Gerbert objasňuje některé pasáže Boëthiových spisů o hudbě, které se týkají čísel a po-

⁴³ Dopis se zachoval ve více opisech. První tištěné vydání viz [P], tomus III., pars II., coll. 81-84; viz též [PL], coll. 151-154; [O], str. 477-478; [B1], str. 41-45; [LHP], str. 299-301; v závěru tohoto článku je celý text dopisu otištěn. Poznamenejme ještě, že jeden Adelboldův dopis Gerbertovi nazvaný *Libellus de ratione inveniendi crassitudinem sphaerae* je otištěn v [P], tomus III., pars II., coll. 85-92 (viz též [O], str. 471-475, resp. [B1], str. 300-309). Kromě jiného je tam správný výpočet objemu koule o průměru 7, resp. 14, který odpovídá použití vzorce $V = d^3 - \frac{10}{21} \cdot d^3$.

⁴⁴ Uvedeným délkám strany a výšky rovnostranného trojúhelníka (tj. 7 a 6) by odpovídala přibližná hodnota $\sqrt{3} \doteq \frac{12}{7}$; výše uvedenému rovnostrannému trojúhelníku o straně 30 a výšce 26 by odpovídala hodnota $\sqrt{3} \doteq \frac{26}{15}$.

⁴⁵ Obrázek otištěný v [PL] i v [P] je defektní.

měří, a rovněž o aritmetice,⁴⁶ ale i dopis mnichu Remigiovi z Trieru z roku 988,⁴⁷ dopis jakémusi bratru Adamovi⁴⁸ nebo zlomky z dalších jedenácti dopisů.⁴⁹

Gerbertovi jsou někdy připisována další díla. *Pravidla počítání na abaku* (*Regula de abaco computi* nebo též *Regulae de numerorum abaci rationibus*)⁵⁰ jsou inspirována počtářskými partiemi Boëthiova spisu o geometrii.

A. Olleris považuje za Gerbertovo dílo i spis *O zlomcích* (*De minutis*), N. M. Bubnov Gerbertovo autorství odmítá.⁵¹

Není jisté, zda je Gerbert autorem *Knihy o astrolábu* (*Liber de astrolabio*); někdy je za autora považován Hermannus Contractus.⁵² Tento spis obsahuje základy astronomických měření a popis astronomických přístrojů; arabská jména a termíny naznačují, že při sepisování díla bylo čerpáno z arabských zdrojů.

Gerbert používal řadu přístrojů pro astronomická pozorování a zeměměřické práce, pro znázorňování přírodních dějů apod., některé prý sám vytvářel a zdokonaloval. Zkonstruoval prý zemský a hvězdný globus, hodiny a snad i varhany. Během pobytu v Magdeburku roku 995 sestrojil sluneční hodiny, k tomu účelu prý konal pozorování Polárky; v Lateránském paláci v Římě prý dal vybudovat hvězdárnu, která byla nazývána „ďáblovo dílo“.

Gerbert je rovněž autorem spisu *De rationali, et ratione uti libellus*.⁵³ Jeho církevní spisy najdeme např. v [PL].⁵⁴

7. Gerbertovi žáci a následovníci.

Gerbertovým žákem byl Richer z Remeše (Richerus, monachus S. Remigii Remensis, Richer de Saint-Remy, asi 945 – po r. 997), od kterého pochází řada informací o Gerbertově životě a díle; právě on připisuje Gerbertovi při počítání na abaku užívání apexů z kostí či rohoviny. Sepsal knihu nazvanou *Liber abaci*,

⁴⁶ *Fragmentum de norma rationis abaci*, [B1], str. 23–24, *De sphaera*, [PL], coll. 155–156, [O], str. 479–480, [B1], str. 24–28, *Scholium ad Boethii Musicae Institutionis*, 1.II, c. 10; 1.IV, c. 2, [B1], str. 28–30, *Scholium ad Boethii Musicae Institutionis*, 1.II, c. 21, [B1], str. 30–31 (viz též [LHP], str. 39–42), *Scholium ad Boethii Arithmetice Institutionem*, 1.II, c. 1, [B1], str. 31–35.

⁴⁷ *Epistola ad Remigium Treverensem*, [O], ep. 124, [H], ep. 134, [B1], str. 36–38.

⁴⁸ *Epistola de horologiis duorum climatum ad fratrem Adam* z roku 989, [O], ep. 155, [H], ep. 153, [B1], str. 38–41.

⁴⁹ Viz [B1], str. 98–106.

⁵⁰ Viz [B1], str. 205–221, [O], str. 311–324, 326–333; A. Olleris považuje v [O] za autora Gerberta, N. M. Bubnov toto dílo přičítá Gerbertovu vrstevníkovu Herigerovi, který byl v letech 970–990 učitelem (*scholasticus*) a v letech 990–1007 opatem v belgickém městě Lobbes.

⁵¹ Viz [O], str. 333–348, [B1], str. 225–244.

⁵² Viz *Hermann Contracti monachi Augiensis De utilitatibus astrolabii libri duo*, [P], tomus III., pars II., coll. 109–130; *Patrologiae cursus completus, series Latina*, vyd. J. P. Migne, vol. 143, Paris, 1853, coll. 389–412; [B1], str. 109–147.

⁵³ Viz [P], tomus I., pars II., coll. 147–162; viz též [PL], coll. 157–168.

⁵⁴ *Operum pars secunda – De rebus ecclesiasticis*, coll. 169–350; viz též [P], tomus I., pars II., coll. 131–146.

rovněž je autorem díla *Historiarum libri IIII*.⁵⁵

Dalším Gerbertovým žákem byl patrně Bernelinus, který v 11. století napsal v Paříži spis *Liber abaci* obsahující podrobný popis abaku a početních úkonů, které je na abaku možno provádět.⁵⁶ Velkou pozornost zde věnoval zejména dělení, podal i výklad aritmetických operací s římskými zlomky. Poznamenal mimo jiné, že na apexech lze užít i písmena řecké abecedy.

Gerbertovým žákem byl dále Fulbertus Carnotensis (Fulbert z Chartres, asi 960–1028), filozof a teolog, velký znalec arabské vědy; v Chartres založil pozoruhodnou školu, na které pak působil jako kancléř. V roce 1006 se stal chartreským biskupem.⁵⁷

Mezi Gerbertovými žáky byl i syn Hugo Kapeta, pozdější francouzský král Robert II., dále Adelbold, biskup z Utrechtu. Uvádí se, že Gerbertův vliv byl patrný na řadě katedrálních a klášterních škol, např. v kraji Lorraine.

Gerbert patrně ovlivnil Adelharda z Bathu (11. – 12. stol.), anglického učen- ce a myslitele, autora řady děl a překladů z arabštiny, který rovněž napsal knihu o počítání na abaku nazvanou *Regulae abaci*.

V 11. a 12. století napsali další významné práce o počítání na abaku Radulph (Radulphus Laudunensis, Raoul, ? – 1131), biskup z Laonu, který v Laonu vyučoval na klášterní škole a sepsal *Tractatus de abaco*,⁵⁸ Hermannus Contractus (Herman z Reichenau, 1013–1054), který navázal i na Gerbertovy zeměměřické postupy, a další učenci.

8. Ukázky.

Následují tři ukázky z Gerbertových děl, resp. z děl, která mu jsou připisová- vána; jsou převzaty z [PL], na některých místech však byl text korigován podle publikace [B1].

Znovu připomeňme, že čísla Gerbert původně zapisoval slovy nebo římskými číslicemi, zlomky slovy nebo speciálními symboly. V publikacích [O] a [B1] zůstala čísla římská, ve svazcích [P] a [PL] byla římská čísla převedena na náš současný způsob zápisu pomocí číslic indickoarabských; na některých místech však římská čísla omylem zůstala, navíc se při přepisech čísel objevilo mnoho chyb (jsou již v [P] a odtud přešly do [PL]).

⁵⁵ *Richeri Historiarum libri IIII. (884–995), Annales (995–998)*, Monumenta Germaniae historica, Scriptorum, T. 3, str. 561–657, vyd. G. H. Pertz, Hannoverae, 1839; *Richeri Historiarum libri quatuor*, Patrologiae cursus completus, series Latina, vyd. J. P. Migne, Paris, 1853, vol. 138, coll. 17–170, viz též předmluva, coll. 9–18; *Richers vier Bücher Geschichte*, Die Geschichtschreiber der deutschen Vorzeit, Berlin, 1854; *Richeri Historiarum libri IIII.*, Scriptores Rerum Germanicarum in usum scholarum ex Monumentis Germaniae Historicis Recusi, vyd. G. Waitz, Hannoverae, 1877; Richer: *Histoire de France (888–995)*, vyd. R. Latouche, Paris, 1930, 1937. Viz též [B1], str. 376–381.

⁵⁶ Viz [B1], str. 383–384.

⁵⁷ S podporou francouzského krále Roberta II. Zbožného, který byl rovněž Gerbertovým žákem.

⁵⁸ Viz A. Nagl: *Der arithmetische Tractat des Radulph von Laon*, Zeitschrift für Mathematik und Physik 34, Supplement, 1890, 85–133. Viz [B1], str. 389.

V ukázkách, které následují, byla tato místa opravena; navíc byla místo symbolů pro římské zlomky použita čísla desetinná. Obrázky, kterými je provázen text Gerbertova spisu *Geometria*, v ukázkách převzaty ani nahrazeny nejsou. Není to zapotřebí, neboť jednotlivé články jsou v předchozím textu komentovány a čtenář si může příslušný obrázek snadno načrtnout.

Další ukázkou je krátký úryvek z Richerova spisu *Historiarum libri IIII*, a sice 54. odstavec z knihy III a názvy několika dalších odstavců této knihy. Ukázka je převzata z *Monumenta Germaniae historica, Scriptorum*, T. 3, vyd. G. H. Pertz, Hannoverae, 1839.

Poslední ukázkou je úryvek z knížky *Život a utrpení svatého Vojtěcha, biskupa a mučedníka*, jejímž autorem je Svatý Bruno z Querfurtu (*Opus Dei*, sv. 1, Benediktinské opatství v Břevnově, 1935, přeložil a opatřil poznámkami Jan Vilikovský, úvodní slovo napsal Rudolf Holinka); ukázka je ze stran 23–25.



Silvestr II.

LIBELLUS DE NUMERORUM DIVISIONE

Praefatio.

Constantino suo Gerbertus scolasticus

Vis amicitiae pene impossibilia redigit ad possibilia. Nam quomodo rationes numerorum abaci explicare contenderemus, nisi te adhortante, o mi dulce solamen laborum, Constantine? Itaque cum aliquot lustra jam transierint, ex quo nec librum, nec exercitium harum rerum habuerimus, quaedam, repetita memoria, eisdem verbis proferimus, quaedam eisdem sententiis. Nec putet philosophus sine litteris haec alicui arti vel sibi esse contraria. Quid enim dicet esse digitos, articulos, minuta, qui auditor majorum fore dedignatur. Vult tamen videri solus scire quod mecum ignorat, ut ait Flaccus. Quid cum idem numerus modo simplex, modo compositus, nunc digitus, nunc constituatur ut articulus? Habes ergo, talium diligens investigator, viam rationis, brevem quidem verbis, sed prolixam sententiis, et ad collectionem intervallorum et distributionem in actualibus geometrici radii secundum inclinationem et erectionem, et in speculationibus et actualibus simul dimensionis coeli et terrae plena fide comparatam.

CAP. I. *De singulari numero.*

Si multiplicaveris singularem, [dabis unicuique] digito duntaxat usque ad ternos, vel articulo quinquies binos. Deinceps pones digitos in singularibus et articulos in decenis, directe scilicet et conversim singularem per decenum, dabis unicuique digito decem et omni articulo centum.

Si singularem per centenum, dabis unicuique digito centum, et articulo mille.

Si singularem per millenum, dabis digito mille, et articulo decem millia.

Si singularem per decenum millenum, dabis digito decem millia, et articulo centum millia.

Si singularem per centenum millenum, dabis digito centum millia, et articulo mille millia.

CAP. II. *De Deceno.*

Si decenum per decenum, dabis digito centum, et articulo mille.

Si decenum per centenum, dabis digito mille, et articulo decem millia. ...

CAP. III. *De Centeno.*

.....

CAP. IV. *De Milleno.*

.....

CAP. V. *De Deceno milleno.*

.....

CAP. VI. *De Centeno milleno.*

Si centenum millenum per centenum millenum, dabis digito decies millies mille millia, et articulo centies millies mille millia.

Quomodo dividatur singularis per singularem, vel centenus per centenum, vel millenus per millenum.

In particione numerorum abaci sicut se habent singulares ad singulares, sic quodam modo habent se deceni ad decenos, centeni ad centenos, milleni ad millenos hoc modo:

Si volueris dividere singulares per singulares, vel decenum per decenum, vel centenum per centenum, vel millenum per millenum, secundum denominationem eorum singulares singularibus subtrahas.

CAP. VII. *Quomodo singulares sua quantitate metiantur decenos, centenos, millenos.*

In particione numerorum abaci, sicut se habent singulares ad decenos et centenos et millenos, sic se habent deceni ad centenos et millenos, et centeni ad millenos, et milleni ad ultra se compositos decenos millenos et centenos millenos hoc modo: Si volueris per singularem numerum dividere decenum aut centenum aut millenum, vel simul vel intermisce, differentiam a singulari ad decenum, per integram denominationem dividendi multiplicabis, et articulos quidem propria denominatione et posita differentia diminues, digitos vero digitis aggregabis. Et si articuli provenient, ut supra diminues usque ad solos digitos. Et millenus quidem habebit articulos in millenis, digitos in centenis, centenus articulos in centenis, digitos in decenis, decenus articulos in decenis, digitos in singularibus.

CAP. VIII. *Quomodo decenus metiatur centenum aut millenum, vel centenus millenum, vel millenus ultiores.*

Si volueris per decenum dividere vel centenum vel millenum, aut per centenum millenum vel ultiores, aut per millenum sequentes, differentiam divisoris quasi singularis, ad decenum per integram denominationem dividendi multiplicabis, id est per vocabula singularis ac deceni, articulos ac digitos diminues usque ad extremum divisorem, sicut fiebat in singularibus quemlibet numerum dividitibus.

CAP. IX. *Quomodo singulares juncti decenis metiantur decenos, centenos, millenos, vel simul dividendos, vel intermisce.*

.....

CAP. X. *Item alia divisio centeni vel milleni et deinceps per eosdem divisores.*

.....

CAP. XI. *Quomodo deceni juncti centenis vel centeni millenis metiantur centenos aut millenos aut ultiores.*

Si volueris per compositum centenum cum deceno, vel per compositum millenum cum centeno, dividere aut centenum, aut millenum, considera, quotam partem divisoris teneat decenus vel centenus vel millenus, et per denominationem earum partium multiplica differentiam divisoris, sicut faciebas in singularibus junctis cum decenis.

CAP. XII. *Item alia divisio centeni vel milleni, et deinceps per eosdem compositos divisores et per simplices.*

Si volueris dividere centenum vel millenum per decenum, aut millenum per centenum, sumes differentiam divisoris secundum rationem singularium ad decenum et multiplicabis: ...

CAP. XIII. *Quomodo, uno medio numerorum intermisso, juncti duo extremi ceteros metiantur.*

.....

CAP. XIV. *Quomodo centenus cum singulari metiatur millenum et posteriores, vel millenus cum decenis decenos millenos et posteriores.*

.....

CAP. XV. *Quot divisores sint in quolibet dividendo.*

Si volueris nosse, quot divisores sint in quolibet dividendo, articulos, a quibus denominationes fiunt multiplicationis, secundabis ad digitos, et si augmento eorum articuli provenient, reflectes ad articulos; et si in singularibus pares divisoribus provenerint, totidem unitates collectionibus aggregabis. Igitur et in denominationibus a toto, et a partibus, quae sunt a secundis et tertiis et quartis et deinceps, secundum eandem rationem pro extremo divisore unitatem constitues. ...

CAP. XVI. *De protensione quarundam mensurarum terrae.*

Digitus est minima pars agrestium mensurarum.

Uncia habet digitos tres.

Palmus in quatuor protenditur digitos.

Pedem sedecim metiuntur digiti.

Passus quinque pedum mensuram sortitur.

Pertica duos passus, videlicet decem pedes explicat.

Passus centum et viginti quinque stadium absolvunt.

Stadia octo milliarium praestant.

Mille passus, id est milliarium et dimidium, leucam faciunt, habentem passus mille et quingentos.

Duae leugae, sive milliaria tria, restam efficiunt.

Quidam leucam, pro leuva legunt.

Ambitus totius terrae ducentorum quinquaginta duorum millium stadiorum absolvitur, quae faciunt leuvas Gallorum viginti et unam, per duodecim divisis eisdem stadiis; milliaria triginta unum et quingenta: per quinquaginta in divisis eisdem stadiis. Passus tricies et semel, mille millia et quingentos pedes (centies vices et quinquies, multiplicatis eisdem stadiis); centies quinquages et septies mille (passibus) millia et quingentas uncias (quinquies multiplicatis) millies octingenties (pedibus, nonages mille millia (duodecies multiplicatis) mille millia. Digitos quinque millia, sex centies septuagesies et unum mille; unciae per tres multiplicatae.

Reliqua desunt in ms.

GEOMETRIA

CAPUT III. *De descriptione quantitatis earumdem mensurarum trifaria.*

.....

Pertica habet lineares passus duos, constratos quatuor, solidos octo.

Passus habet lineares pedes quinque, constratos 25, solidos 125.

Gradus habet lineares pedes 3, constratos 9, solidos 27. ...

Pes habet lineares digitos 16, constratos 256, solidos 4 096.

Sexta habet lineares digitos 12, constratos 144, solidos 1 728.

Palmus habet lineares digitos 4, constratos 16, solidos 64. ...

CAPUT VII. *De speciebus trianguli.*

.....

Orthogonius est triangulus unum rectum angulum habens et duos acutos ...

Amblygonius est triangulus unum hebetem et duos acutos habens angulos ...

Oxygonius autem est triangulus omnibus acutis angulis determinatus ...

CAPUT XII. *Quomodo minutiae addantur figuris.*

Quia vero interdum omnia latera hujusmodi orthogoniorum minutiis admixtis solent proponi, neque enim sagacem geometren minutiandi sollertiam decet ignorare, horum etiam non ab re erit exempla subnotare:

[zde jsou obrázky patnácti pravoúhlých trojúhelníků
s uvedenými délkami stran a obsahy]

In his itaque aliisque orthogoniis in eisdem laterum proportionibus constitutis, videlicet pythagoricis, hoc modo per cathetum alia latera invenire poteris.

Cathetus ter ducatur, nona pars inde auferatur, residui dimidium pro basi habeatur. Si eandem, quam abstulisti, nonam inventae basi adjungis, hypotenusam habebis.

Ut in eo, quem primum posui: cathetus, utpote 3, ter ductus novem; ablata nona, id est unitate, reliqui, id est 8, dimidia basim, quae quaternario titulatur, efficit. Cui si nona superius dempta, id est unitas, reddatur, hypotenusa 5 unitatibus inscripta completur.

Idemque in ceteris sequentibus sive de integris seu minutiatis numeris compactis invenitur: ut hoc, qui quatuor in catheto tenet: 4 per 3 ducti 12 faciunt. Horum nona, id est unitate et triente ablata residui, id est 10 et bissetas basim in 5 et triente demonstrat. Quae itidem nona ad basim juncta podisimum in 6 et bisse constare manifestat.

Vel aliter idem invenias. Catheti dimidio triplicato, nonaque parte inde ablata, basim habeto. Eidem triplicationi nona sua addatur, et hypotenusa creatur.

Ut in eo, qui habet senarium in catheto, dimidia ejus, id est 3, in se ter ducta 9 creat. Unde ablata nona 8 erit basis. Nona vero ad ipsos novem addita fiet 10 hypotenusa. ...

CAPUT XV. *Nomina mensurarum quibus geometrae utuntur.*

Mensurarum appellationes, quibus utimur, sunt haec: digitus, uncia, palmus, sexta, quae et dodrans appellatur, pes, laterculus, cubitus, gradus, passus, decempeda, quae et pertica appellatur, quasi portica a portando, clima, actus, qui et aripennis dicitur, jugerum, centuria, stadium, milliarium.

Digitus est minima pars agrestium mensurarum.

Uncia secundum quosdam digitos habet tres, secundum quosdam, quod verius est, digitum unum et tertiam digiti.

Palmus habet digitos quatuor, uncias tres.

Sexta digitos duodecim, uncias novem, palmos tres.

Pes digitos 16, uncias 12, palmos 4, sextam unam et tertiam ejus.

Laterculus pedem unum in latitudine, uncias 23 in longitudine.

Cubitus sesquipedem, sextas 2, palmos 6, uncias 18, digitos 24.

Gradus habet pedes $2\frac{1}{2}$; *passus* 5; *pertica* 10; *clima* 60.

Actus in latitudine 120, in longitudine 120.

Jugerum, quod fit junctis duobus actibus, in longitudine 240, in latitudine 120.

Centuria 200.

Stadium pedes 625, passus 125.

Milliarium passus 1000, stadia 8.

CAPUT XLII. *Quomodo in trigono orthogonio cathetus et basis quaerantur.*

In trigono orthogonio, cujus podismus pedum est 25, embadum 150, cathetus et basis sic quaeratur. Hypotenusae numerus in se multiplicetur. Ad hanc, quae hinc excreverit, summam, 4 embada, quae faciunt 600, adjiciantur; quae conjunctio 1225 repraesentat. Hujus summae erit latus 35. Deinde ut interstitium duarum rectorum inveniatur, catheti scilicet et basis, ducto hypotenusae numero in se fient 625. Hinc embadis 4 sublatis, 25 remanent. Hujus latus erit 5. Quo ad latus superioris numeri 1225 juncto, fient 40. Hujus pars media basim trigoni constituet. Ex hac vero sublato numero quinario videlicet, qui superiori, id est 35, ad basim constituendam fuerat aggregatus, aderit cathetus.

CAPUT XLVI. *Trigoni orthogonii embadum invenire.*

Si quaeratur trigoni orthogonii embadum, trium linearum, id est catheti et basis atque hypotenusae, numeri in unum redigantur, ut puta 6, 8, 10. Nam hi juncti 24 reddunt. Medietas hinc sumatur. Ex his basis seducatur, id est 8; quod remanet, quatuor, per cathetum, id est 6, multiplicetur; illud quoque duplicetur, et fient 48. Quibus per quartam sui multiplicatis, illius summae latus habeatur pro embado.

In amblygoniis autem vel oxygoniis jam dicta regula non habet consequentiam, nec etiam in orthogoniis, nisi in illis, quos sesquitertia vel sesquiquarta regit proportio. In aliis autem vel orthogoniis vel oxygoniis vel amblygoniis sufficiat regula universalis, scilicet per cathetum basim ducere, ejus medium pro embado tenere. Nam per cathetum basim ducere nihil aliud est, nisi aream quadrati vel antelongioris implere, quam, dum ab angulo in angulum dividis, trigonum reddis.

CAPUT XLVII. *Per cathetum basim invenire.*

Per cathetum basim invenire si vis, cathetum ipsum ducas in se, id est 5, qui fiunt 25. Ex his uno dempto, reliqui 24 dimidium sumas, id est 12, quod erit basis. Huic vero adjicias unum superius demptum et invenies hypotenusam.

Embadi autem pedes invenire cupiens, basim per cathetum, id est 12 per 5 ducas, fient 60. Hujus sumpta dimidia, id est 30, erit embadum.

CAPUT XLVIII. *Trapizetici embadum invenire.*

Trapizeti, cujus est basis pedum 40, cathetus 30, coraustus 25, embadum dinoscere si vis, per cathetum multiplica coraustum, id est trigesies 25, fiunt 750. Tunc, quod reliquum est basis, ducas per cathetum, id est trigesies 15, sunt 450, medium 225 junge superioribus, sunt 975. Ecce invenitur embadum.

CAPUT XLIX. *Trigoni isopleuri, cujus sunt singula latera 30, embadi pedes comprehendere.*

Trigoni isopleuri, cujus sunt singula latera 30, embadi pedes comprehendere si vis, prius cathetum sic invenias. Latus unum in se duc, fient 900. Item alterius lateris mediam in se, fient 225. Hos detrahas de 900, remanebunt 675. Quibus si addideris 1, fient 676. Hujus latus 26. Ecce cathetum. Quo per basis dimidiam multiplicato, id est 15 per 26, pedes invenies embadi 390.

CAPUT L. *Trigoni isoscelis cathetum invenire vel embadum.*

Trigoni isoscelis, cujus singula latera sunt pedum 25, basis vero 14, si cathetus quaeratur vel embadum, uno latere in se ducto, id est 25, fient 625. His si subduxeris dimidium basis in se 49, reliqui, id est 576, sumas latus, id est 24, et tot pedum erit cathetus. Quo per basis dimidium multiplicato, invenies embadi numerum 168.

CAPUT LV. *Quomodo trigonus, tetragonus, hexagonus, etc. aequilateri suas areas impleant.*

Omnis trigonus aequilaterus unum latus in se multiplicat, ipsum latus ad eam multiplicationem addit, horum dimidiam sumit et sic aream suam implet.

Omnis autem tetragonus aequa latera habens unum latus in se multiplicat et ea semel multiplicatione aream suam implet.

Pentagonus, qui aequis continetur lateribus, ter multiplicationem unius lateris in se expostulat, et ex illius summa multiplicationis semel aream diducere et reliqui medietatem sumere.

Hexagonus quater lateris multiplicationem expostulat, et ex summa multiplicationis bis aream diducere, reliqui medietatem sumere.

Heptagonus quinquies, aream ter.

Octogonus sexies, aream quater.

Ennagonus septies, aream quinquies. Et ceteri ad hanc consequentiam.

CAPUT LVI. *Cujuscunque rotundi vel circuli diametrum invenire et embadum.*

Cujuscunque rotundi vel circuli si vis diametrum invenire et embadum, sic quaeras. Ex ipso ambitu 22 unitate ablata, reliqui, qui superfuerit, sumas tertiam, quae fiet diametrum.

Embadum si vis invenire, vel tota circuitio per integrum diametrum ducenda est, et tunc quarta sumenda; vel dimidium circuitus per diametrum integrum et tunc medietas; vel quarta pars circuitus per diametrum et tunc totum. Quod idem esset, si per dimidium circuitus diametri duceretur dimidium.

CAPUT LVII. *In hemicyclo aream invenire.*

In hemicyclo, cujus basis sit pedum 28, diametrum 14, aream sic quaeras. Per diametrum ducas basim, fient pedes 392. His undecies ductis, fiunt pedes 4312. Hujus sumpta decima quarta parte, fient 308; et tot pedum est hujus hemicycli area.

CAPUT LVIII. *Sphaerae aream colligere.*

Sphaerae, cujus est pedum longitudo 4, latitudo 3, sic colligatur area. Longitudine et latitudine simul junctis, fient 7; dimidium horum 3 semis. Hi in se 12 et quadrans. Hi undecies fient 134 dodrans. Horum sumpta parte decima quarta, fiunt pedes 9, unciae 7 et semis unciae, id est septunx et semuncia. Sphaerae igitur haec erit area. Regula autem haec vera est in omni sphaera sive rotunda, sive oblonga.

CAPUT LX. *Regula ad constituendas pyramides in omnibus figuris a multis angulis procedentibus et aequi lateris.*

In omnibus figuris a multis angulis procedentibus et aequa latera habentibus ad pyramides constituendas haec sufficiat regula. Dictarum cujuscunque figurarum area inventa bis ducatur, eiqua summae lateris unius numerus jungatur, et haec permixtio per numerum unitate tantummodo latus unum praecedentem multiplicetur, et ejus summae sexta pars sumatur, quae fiet pyramis superficiei ante duplicatae.

Sed ut exemplum de singulis demus, prius trigonum, oxygenium et aequilaterum sub oculis ponamus latera singula habentem denario numero designata, cujus embadum sit 55; quod bis ducatur, et fient 110, quibus uno latere juncto, id est 10, fient 120. Hi per numerum unitate latus unum praecedentem, id est undecies, ducti fient 1320. Hujus sexta sumpta, id est 220, jam dicti oxygenii fiet pyramis.

CAPUT LXI. *Invenire pyramidem in tetragono, cujus sint singula latera pedes 10 et embadum 100.*

Tetragoni vero, cujus sint singula latera pedes 10 et embadum 100, pyramis sic quaeratur, ut in trigono superius descripto: videlicet ut embadum ejus, quod est 100 bis ducatur, fiunt 200, eique summae latus unum jungatur, fient 210. Hi undecies propter supradictam causam ducti fient 2310. Hujus sexta, id est 385, fiet pyramis descripti tetragoni.

CAPUT LXIV. *Montis jugera invenire.*

Montis si quaerantur jugera, qui in verticis circuitu habeat pedes 300, in ascensu 800, in imo per circuitum 1000, jungantur duae circuitiones, id est 1300. Ex his media sumatur, id est 650. Hi per ascensum 800 ducantur, fient 520000; tot erunt pedes totius montis, sed ad jugera invenienda per pedes unius

jugeri, id est 28 800 supradictus numerus dividatur; quo facto in monte jugera invenientur 18, remanentibus pedibus 1 600.

CAPUT LXV. *Quomodo quadrata, et latera trigoni, tetragoni, pentagoni, etc., nascantur.*

Omnis trigonus, qui ducitur octies, accepto uno facit quadratum, cujus quadrati latus dempto uno et dicta parte secunda facit trigoni latus.

Omnis tetragonus ductus decies sexies facit quadratum, cujus quadrati latus dicta parte quarta facit tetragoni latus.

Omnis pentagonus ductus vigesies quater et accepto uno facit quadratum, cujus quadrati latus accepto uno et dicta parte sexta facit pentagoni latus.

Omnis hexagonus ...

Omnis heptagonus ...

Omnis octogonus ...

Omnis ennagonus ...

Omnis decagonus ...

Omnis undecagonus ...

Omnis duodecagonus ductus octuagies acceptis 64 facit quadratum, cujus latus acceptis 8 dicta parte vigesima facit duodecagoni latus.

Vide consequentiam, ut horum ductio octonario semper accrescat numero, augmentationes a pentagono numero impari naturaliter. Trigonus namque octies, tetragonus decies sexies, pentagonus vigesies quater, hexagonus trigesies bis ducitur, ut est ab octo octies, a sedecim sedecies, et sic subsequenter. Inter quas denominationes octo semper inesse nemo dubitet differentiam, et sic in ceteris. A pentagono autem incipientes augmentationes omnium multiplicationum impari naturaliter numero discrepare manifestum est. Nam pentagoni multiplicatio uno tantummodo, hexagoni 4, heptagoni 9 augmentatur, octogoni 16. Inter primos namque, id est: 1 et 4, primus impar numerus differentiae locum obtinet, id est tres; inter quatuor et novem secundus, id est quinquarius; inter novem et sedecim tertius, id est septimus.

CAPUT LXVI. *In oxygonio cathetum et embadum invenire.*

In oxygonio, cujus sit latus minus pedum 13, majus 15, basis vero 14, cathetum et embadum sic quaeras. Latus minus in se fit 169, et basis in se fiunt 196, utrumque in unum fiunt 365. Deinde hypotenusam in se fiunt 225. His deductis de 365 fit reliquum 140. Hujus pars dimidia erit 70. Cujus decima quarta, id est 5, erit praecisura minor, in qua cadet cathetus. Haec in se fiunt 25. His deductis de 169 fit reliquum 144. Hujus latus, id est 12, erit cathetus. Quo per basis dimidium multiplicato invenitur embadum.

In omni quadrato aequilatero scito diagonum ipsum habere in sui longitudine latus unum et triens lateris.

Quadrati aream duplicare si vis, diagonum quadrati minoris facito latus majoris.

CAPUT LXXII. *In civitate quadrangula ponere domos certae longitudinis et latitudinis.*

In civitate quadrangula, quae habet in uno latere pedes 1 100, in altero 1 000, et in fronte una pedes 600, in altera totidem, si vis ponere domos ita, ut cujusque longitudo sit pedum 40, latitudo vero 30, sic facito. Junge duas hujus civitatis longitudes; junctae fient 2 100. Similiter duae si fuerint latitudines junctae, fient 1 200. Ergo duc mediam de 1 200, fiunt 600. Rursus duc mediam de 2 100, fiunt 1 050. Et quia unaquaeque domus habet in longo pedes 40 et in lato pedes 30, duc quadragesimam partem de 1 050, fiunt 26, remanentibus 10; atque iterum assume trigesimam de 600, fiunt 20. Viginti ergo vigesies sexies ducti fiunt 520. Tot domus capiendae sunt.

CAPUT LXXIII. *In civitate triangula de eadem re.*

In civitate triangula, quae habet in uno latere pedes 100, in altero 100, in fronte vero 90, si vis scire, quot domus capiat ita, ut quaeque domus habeat in longitudine pedes 20, in latitudine 10, ita facito. Duc mediam de lateribus junctis, id est de 200, fiunt 100. De fronte similiter, id est de 90, 45 fiunt. Et quia longitudo uniuscujusque domus habet pedes 20 et latitudo 10, duc vigesimam de 100, fiunt 5, et decimam de 40, fient 4. Duc igitur quinquies quatuor, fient 20; tot domus capiet hujusmodi civitas.

CAPUT LXXIV. *In civitate rotunda domos certae longitudinis et latitudinis locare.*

In civitate rotunda, cujus ambitus est 8 008 pedum, domos locare si vis, quarum longitudo 30 sit pedum, latitudo vero 20, sic facias. Vigesimam secundam partem, id est 364, auferas, reliquorum vero 7 644 tertiam sumas, id est 2 548, hos pro diametro habeto. Hujus igitur diametri medietas, id est 1 274, si per medietatem ambitus, id est 4 004, ducatur, impletur area tota pedibus 5 101 096 qui per 600, id est per vigesies 30, divisi faciunt domos 8 501, remanentibus 496 pedibus.

CAPUT LXXV. *Basilicae pavementum quot laterculi debeant supplere.*

Basilicae, cujus longitudo pedum sit 240, latitudo 120, pavementum quot laterculi implere debeant, sic accipe. Laterculus autem in longitudine 23 habeat uncias, in latitudine 12. Longitudo per latitudinem multiplicetur, id est 120 per 240, fiunt 28 800. Hos per duodecies duodecim, id est 144 (tot enim uncias habet pes unus) per latitudinem et per longitudinem multiplicans, invenies uncias 4 147 200. Quas si divideris per duodecies 23, id est per uncias unius laterculi, quae sunt 276, fient 15 026, remanentibus 24 unciis. Tot igitur laterculi dictae basilicae pavementum contegere possunt.

CAPUT LXXVII. *In circulo embadum invenire.*

In circulo, cujus diametrum sit pedum 14, embadum sic quaeras. Diametrum in se, fiunt 196. Duc undecies, fiunt 2 156, sume partem decimam quartam, fit 154; et tot pedum erit embadum.

CAPUT LXXVIII. *Ex diametro circum indagare.*

Ex diametro circum sic quaeras. Diametrum, exempli gratia 14, ducas vigesies bis, fiet 308; sumas partem septimam, fit 44; quod est circum.

CAPUT LXXX. *In orthogonio, cujus cathetus sit pari numero notatus, basim et hypotenusam invenire.*

In orthogonio, cujus cathetus sit pari numero adnotatus, velut 8, sic basim et hypotenusam quaeras. Catheti sumpta pars dimidia, id est 4, in se multiplicentur, fiet 16, et his uno dempto remanet basis, cui duobus redditis fit hypotenusam.

CAPUT LXXXVI. *Circuli inauraturam invenire.*

Circuli inauraturam sic quaeras. Diametrum circuli in se ductum vigesies bis multiplica. Effectae summae septimam accipias, et haec circuli erit inauratura; quod idem esset, si per diametrum circum multiplicares.

CAPUT LXXXVII. *Columnae inaequalis pedes invenire.*

Si fuerit columna inaequalis, cujus ima latitudo pedum sit 13, summa 5, altitudo 30, ejus pedes sic quaeras. Ima latitudine in se multiplicata, ac summa in se, ac utraque invicem, hisque tribus summis simul compositis, fiunt pedes 259. His undecies ductis, ac exinde effectae summae quarta decima detracta, venient 203 semis, scilicet arearum summae et mediae ac infimae. His deinde per tertiam altitudinis multiplicatis, erunt solidi pedes 2035.

CAPUT LXXXVIII. *Hexagonum facere.*

Si volueris hexagonum facere, cujus latus habeat pedes 10, facies 10 pedum lineam et in extremitate ejus circum figas et circum facias; et qualis est linea a medio centro circuli usque ad extremitatem ejusdem, similes sex per extremitates circuli ducas et hexagonum habebis.

CAPUT XCI. *Prismatis pedes invenire in orthogonio.*

Si data prisma fuerit orthogonii, cujus sit cathetus pedum 9, basis 12, altitudo 20, ejus pedes sic quaeras. Per cathetum et basim aream prius orthogonii reperias, quae erit 54. Hanc per altitudinem, id est 20, ducas, fiet 1080; tot erunt pedes prismae.

Quam inaurare si vis, circuitum ipsius orthogonii, id est 36, per altitudinem, id est 20, ducas, et fiet 720; qui erunt pedes inauraturae.

CAPUT XCIII. *Quod stadia in terris respondeant Zodiaci partibus, etc.*

Eratosthenes philosophus, idemque geometra subtilissimus, magnitudinem terreni orbis noscere volens, tali hujus artis dicitur usus argumento. Nam a mensuris regis Ptolomaei, qui totam Aegyptum tenebat, adjutus, a Siene usque ad Meroen stadiorum numerum invenit. Dispositis namque per intervalla locorum a septentrione meridiem versus horoscopicis vasis simili dimensione et gnomonum aequa longitudine formatis, totidem doctos gnomonicae supputationis homines, quot vasa fuerant, singulis quibusque in locis imposuit, atque una die omnes umbram meridiani temporis observare fecit notareque unumquemque sui gnomonis umbram, quantae fuisset longitudinis. ...

EPISTOLA AD ADELBOLDUM

De causa diversitatis arearum trigoni aequilateri
geometrice arithmeticeve expensi.

Gerbertus Adelboldo nunc usque dilecto semperque diligendo fidei integritatem integritatisque constantiam.

In his geometricis figuris, quas a nobis sumpsisti, erat trigonus quidam aequilaterus, cujus erat latus 30 pedes, cathetus 26, secundum collationem lateris et catheti area 390. Hunc eundem trigonum si absque ratione catheti secundum arithmetica regulam metiaris, scilicet ut latus unum in se multiplicetur eique multiplicationi lateris unius numerus adjiciatur, et ex hac summa medietas sumatur, erit area 465. Videsne, qualiter hae duae regulae dissonent? Sed et illa geometricalis, quae per rationem catheti aream in 390 pedes metiebatur, subtilius est a me discussa, et catheto suo non nisi 25 et quinque septimas unius concedo, et areae 385 et quinque septimas. Et sit tibi regula universalis in omni trigono aequilatero cathetum inveniendi; lateri semper septimam deme, et sex reliquas partes catheto concede.

Ut quod dicitur melius intelligas, in minoribus numeris libet exemplificare. Do tibi trigonum in latere 7 pedum longitudinem habentem. Hunc per geometricalem regulam sic metior. Tollo septimam lateri et senarium, qui reliquus est, do perpendicularo. Per hoc latus duco, et dico: sexies septem, qui reddunt 42. Ex his medietas 21 area est dicti trigoni.

Hunc eundem trigonum si per arithmetica regulam metiaris, et dicas: septies septem, ut fiant 49, latusque adjicias, ut sint 56, dividasque, ut ad aream pervenias, 28 invenies. Ecce sic in trigono unius magnitudinis diversae sunt areae, quod fieri nequit.

Sed ne diutius mireris, causam tibi diversitatis aperiam. Notum tibi esse credo, qui pedes longi, qui quadrati, qui crassi esse dicantur, quodque ad areas metiendas non nisi quadratos recipere solemus. Eorum quantulamcunque partem trigonus attingat, arithmeticalis regula eos pro integris computat. Depingere libet, ut manifestius sit, quod dicitur.

[Zde Gerbert připojil obrázek, který je již výše uveden.]

Ecce in hac descriptiuncula 28 pedes, quamvis non integri, habentur. Unde arithmeticalis regula pro toto partem accipiens cum integris dimidiatos recipit. Solertia autem geometricae disciplinae particulas latera excedentes abjiciens, recisasque dimidiatas intra latera remanentes componens, quod lineis clauditur, hoc tantum computat. Nam in hac descriptiuncula, quam septenarius per latera metitur, si perpendicularum quaeras, senarius est. Hunc per 7 ducens quasi quadratum imple, cujus sit frons 6 pedum, latus 7, et aream ejus sic in 42 pedes constituis. Hunc si dimidiaveris, trigonum in 21 pedes relinquis.

Ut lucidius intelligas, oculos appone et mei semper memento.

RICHER Z REMEŠE
HISTORIARUM LIBRI IIII

Domino ac beatissimo patri, Gerberto remorum archiepiscopo, Richerus monachus.

Gallorum congressibus in volumine regerendis, imperii tui pater sanctissime Gerberte, auctoritas seminarium dedit. Quam, quia summam utilitatem affert, et rerum materia sese multiplex praebet, eo animi nisu complector, qua iubentis mira benivolentia pertrahor. ...

43. Adventus Gerberti in Galliam.

.....

54. Confectio abaci.

In geometria vero non minor in docendo labor expensus est. Cuius introductioni, abacum id est tabulam dimensionibus aptam opere scutarii effecit. Cuius longitudini, in 27 partibus diductae, novem numero notas omnem numerum significantes disposuit. Ad quarum etiam similitudinem, mille corneos effecit characteres, qui per 27 abaci partes mutuati, cuiusque numeri multiplicationem sive divisionem designarent; tanto compendio numerorum multitudinem dividentes vel multiplicantes, ut prae nimia numerositate potius intelligi quam verbis valerent ostendi. Quorum scientiam qui ad plenum scire desiderat, legat eius librum quem scribit ad C. [= Constantinum] grammaticum; ibi enim haec satis habundanterque tractata inveniet.

55. Fama Gerberti per Gallias et Italiam diffusa.

.....

**56. Figura Gerberti philosophica per malivolos depravata,
ab Otrico reprehenditur.**

.....

**61. Reprehensio divisionis ab Otrico inutilis,
ac Gerberti responsio.**

.....

BRUNO Z QUERFURTU**ŽIVOT A UTRPENÍ SVATÉHO VOJTĚCHA,
biskupa a mučedníka**

... Vojtěch ... byl poslán k sedmi chlebům moudrosti, aby pojezdil svůj díl, poslán totiž do pravé Parthenopole, nové to metropole Němců, aby se naučil svobodným uměním. ...

Přišel tedy jako host před školu, vstoupil do obávané brány, kde bylo vidět mnoho jídel předložených, z nichž dychtivými ústy bral veselý zástup žáků, jak koho vedly touhy mladého srdce. Školy řídil tehdy jistý Oktrik, muž velmi výmluvný, téměř jako druhý Cicero toho času, jehož slavná památka žije až podnes v celém Sasku; velikost jeho hlásá i pouhý pohled, beze slov, na jeho žáky, a očividně ji dokazuje i učenost, rozšířená po všech okolních městech. I jsou přiděleni vychovatel i pán ke čtení, jak byl zvyk doma se učit; milost Boží byla při chlapci, bohatou žilou proudilo nadání, smysl a rozum. To prý bylo při něm podivuhodné, že někdy, když se učitel náhodou vzdálil, ztrávil celý den hrou, jak se stává při dětské těkavosti; když z určeného úkolu ani slova nevěděl, a řádně rozhněvaný učitel ho počínal bít, zvolal: Pust' mne, budu čísti – a když ho pustil, četl velmi dobře, jako by věc již znal. Také prý mluvil třemi jazyky místo jedním. Žáci měli totiž obyčej mluvit latinsky, a nikdo se neodvážil před učitelem mluvit jazykem barbarským. Pročež když učitel sáhne k pálicím prutům, nejprve žvatlá: Můj pane, když však roste bolest, jež nezná zákona, týmž slovem i Sas i Slovan prosí o milosrdenství.

Po devět let broudil v školské aréně zbraně svého nadání, a dobývá z půdy srdce skryté smysly, probíjel se ke dni vědění proti husté noci nevědomosti. Pak jim učitele odňal dvůr královský. Škola řekla: Dost se již napily louky, a sbor žáků se rozešel, každý do svého sídla a domova. Vrátil se i Vojtěch s novým jménem, nesa s sebou sladké prameny moudrosti ...

LITERATURA

Gerbert

- [B1] Bubnov N. M. (ed.), *Gerberti postea Silvestri II papae Opera Mathematica (972–1003)*, Berlin, 1899, 744 stran; znovu vydáno: Olms, Hildesheim, 1963;.
- [B2] Bubnov N. M., *Podlinnoe sočinenie Gerberta ob abake ili sistema elementarnoj arifmetiki klassičeskoj drevnosti*, Kiev, 1911.
- [B3] Bubnov N. M., *Sborník' pisem' Gerberta kak' istoričeskij istočnik' (983–997). Kri-tičeskaja monografija po rukopisjam I, II.1, II.2, C.-Peterburg'*, 1888–1890.
- [CM] Cantor M., *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik I–IV*, Teubner, Leipzig, 1880–1908, reprint New York, 1965.
- [CA] Cartellieri A., *Otto III., Kaiser der Römer*, Judeich-Festschrift, Výmár, 1929.
- [EF] Eichengrün F., *Gerbert (Sylvester II.) als Persönlichkeit*, Beiträge zur Kulturgeschichte des Mittelalters und der Renaissance, sv. 35 (1928), Teubner, Leipzig, Berlin.
- [F] Friedlein G., *Gerbert, die Geometrie des Boethius und die indischen Ziffern*, Erlangen, 1861, viz též články téhož autora v Zeitschr. f. Math. u. Phys. 9(1864), 73–95, 145–171, 297–330, 10(1865), 241–282.
- [HJ] Havet J. (ed.), *Lettres de Gerbert*, Collection de textes pour servir à l'étude et à l'enseignement de l'histoire, Paris, 1889.
- [HCF] Hock C. F., *Gerbert oder Pabst Sylvester II*, Wien, 1837.
- [HP] Honl I., Procházka E., *Úvod do dějin zeměměřictví II. Středověk*, ČVUT, Praha, 1979.
- [J1] Juškevič A. P. (red.), *Istorija matematiki I, II, III*, Nauka, Moskva, 1970, 1970, 1972.
- [J2] Juškevič A. P. (red.), *Dějiny matematiky ve středověku*, Academia, Praha, 1977.
- [K] Kortüm H.-H., *Gerbertus qui et Silvester. Papsttum um die Jahrtausendwende*, Deutsches Archiv für Erforschung des Mittelalters **55** (1999, Heft 1), 29–62.
- [LHP] Lattin H. P., *The letters of Gerbert*, New York, 1961.
- [LU] Lindgren U., *Gerbert von Aurillac und das Quadrivium. Untersuchungen zur Bildung im Zeitalter der Ottonen*, Sudhoffs Archiv, Zeitschrift für Wissenschaftsgeschichte, Beiheft 18 (1976), Franz Steiner Verlag GMBH, Wiesbaden.
- [MM] Manitius M., *Geschichte der lateinischen Literatur des Mittelalters*, Mnichov, 1911–1931.
- [MK] Menninger K., *Zahlwort und Ziffer. Eine Kulturgeschichte der Zahl*, Göttingen, 1958, 2. přepracované a rozšířené vydání.
- [PL] Migne J.-P. (ed.), *Patrologiae cursus completus, series Latina*, vol. 139, Paris, 1853.
- [O] Olleris A. (ed.), *Oeuvres de Gerbert, pape sous le nom de Sylvestre II*, Clermont-Ferrand, Paris, 1867, 816 stran, poznámky a biografie.
- [P] Pez B. (ed.), *Thesaurus Anecdotorum Novissimus*, 1721.
- [R] Duc de la Salle de Rochemaure, *Gerbert (Sylvestre II), le savant, le faiseur de rois, le pontife*, Paříž, Řím, 1921.
- [S] Schramm P. E., *Kaiser, Rom und Renovatio. Studien zur Geschichte des römischen Erneuerungsgedankens vom Ende des karolingischen Reiches bis zum Investiturstreit*, Studien der Bibliothek Wartburg, sv. 17, Berlin, 1929, 2. vyd. Darmstadt, 1957, 4. vyd. 1984.
- [VK] Vogel K., *Gerbert von Aurillac als Mathematiker*, Acta Historica Leopoldina (Halle) **16** (1985), 9–23.
- [Z] Zeuthen H. G., *Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter*, Kopenhagen, 1896.

Svatý Vojtěch

- [B] Bruno z Querfurtu, *Život a utrpění svatého Vojtěcha, biskupa a mučedníka*, Opus Dei, svazek 1, Benediktinské opatství, Břevnov, 1935, přeložil, poznámkami opatřil a stat *Osobnost sv. Brunona* napsal Jan Vilikovský, úvodní slovo napsal Rudolf Holinka.

- [BKK] Buben M. M., Kučera R., Kukla O. A., *Svatí spojují národy. Portréty evropských světců*, PANEVROPA PRAHA, Praha, 1994.
- [D1] Dvorník F., *Zrod střední a východní Evropy. Mezi Byzancí a Římem*, PROSTOR, Praha, 1999, z angl. originálu *The Making of Central and Eastern Europe*, Acad. International Press v Gulf Breeze 1974, přeložil P. Slunéčko.
- [D2] Dvorník F., *Svatý Vojtěch, druhý pražský biskup*, Tiskárna českých benediktinů, Chicago, 1950, další vydání Křesťanská akademie, Řím, 1967, 1983.
- [HR] Holinka R., *Svatý Vojtěch*, Nakladatelství Brněnské tiskárny, Brno, 1947, vydáno v roce 950. výročí smrti sv. Vojtěcha v edici *Církev a vlast*, sv. III.
- [KW] Kętrzyński W., *Najdawniejsze żywoty Św. Wojciecha i ich autorowie*, Akad. Umiet., Krakow, 1898, původně otištěno v 37. svazku *Rozpraw Wydziału hist.-filoz.* Akad. Um. Krak., 41 stran.
- [KJ] Kettner J., *Dějiny pražské arcidiecéze v datech*, Zvon, Praha, 1993.
- [KA] Kolberg A. (ed.), *Die von Papst Silvester II edierte Passio S. Adalberti*, Zeitschrift für die Geschichte und Altertumskunde Ermlands **16** (1907), 557–648.
- [KB] Krzemienska B., *Břetislav I. Čechy a střední Evropa v první polovině XI. století*, Garamond, Praha, 1999.
- [MW] Meyszowicz W., *Sylvestre II, auteur de la Vita prima sancti Adalberti*, Mélanges Eugene Tisserant, sv. 5, Città del Vaticano (1964), 155–164.
- [N] Nový R., *Svatý Vojtěch, první Evropan*, Dějiny a současnost **13** (1991), č. 4, 10–15.
- [NS] Nový R., Sláma J., *Slavníkovci ve středověkém písemnictví*, Vyšehrad, Praha, 1987.
- [P] Polc J. V. (ed.), *Svatý Vojtěch. Sborník k miléníu*, Praha, 1997.
- [SBJ] Sekyrka T., Boloňský S., Janžura P., *Sv. Vojtěch. Život a smrt mučedníka*, Kostelní Vydří, 1997.
- [Š] Šolle M., *Od úsvitu křesťanství k sv. Vojtěchu*, Vyšehrad, Praha, 1996.
- [T] Třeštík D., *Počátky Přemyslovců. Vstup Čechů do dějin*, Lidové noviny, Praha, 1997.
- [TR] Turek R., *Slavníkovci a jejich panství*, Kruh, Hradec Králové, 1982.
- [TŽ] Třeštík D., Žemlička J. (ed.), *Svatý Vojtěch, Čechové a Evropa*, Lidové noviny, Praha, 1998, jde o sborník příspěvků z mezinárodního symposia uspořádaného Českou křesťanskou akademií a Historickým ústavem AV ČR 19.–20. listopadu 1997 v Praze.
- [VE1] Vlček E., *Jak zemřeli*, Academia, Praha, 1993.
- [VE2] Vlček E., *Osudy českých patronů*, Zvon, České katolické nakladatelství, Praha, 1995.
- [V1] Voigt H. G., *Der Verfasser der römischen Vita des heiligen Adalbert. Eine Untersuchung mit Anmerkungen über die anderen ältesten Schriften über Adalbert, sowie einige strittige Punkte seiner Geschichte*, Verlag der kön. böhm. Gesellschaft der Wiss., Praha, 1904.
- [V2] Voigt H. G., *Adalbert von Prag. Ein Beitrag zur Geschichte der Kirche und des Mönchtums im zehnten Jahrhundert*, Berlin, 1898.
- [V3] Voigt H. G., *Brun von Querfurt als Missionär des römischen Ostens*, Věstník KČSN, tř. hist.-jaz. (1908/II).
- [Ž] Žemlička J., *Čechy v době knížecí*, Lidové noviny, Praha, 1997.