

# Matematika ve středověké Evropě

---

Karel Mačák

Komentář ke čtyřem obrázkům z Boethiovy „Aritmetiky“

In: Jindřich Bečvář (editor): Matematika ve středověké Evropě. (Czech). Praha: Prometheus, 2001. pp. 102–119.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401783>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

DOCTUS ARITHMETICUS SIMMACO BOETHIO

**N**ON INDIS ACCIPIENTORUM muneribus ita recte  
 officia ut eos scilicet qui se magnificunt et uanant. si  
 liquido constabit: nec alio quod libaliter offertur  
 mumentum: nec ab illo unquam quod iocundius beniuolentia  
 complectere accepimus. Hec ipse considerant: Attali si  
 ignaua opum ponsa: quibus ad facinus nichil instructi est  
 cum habendi sitis incanduit: ad merita nichil uultus:  
 cum ea sibi uictor animi calcata subiectis: ea quae gratia  
 opulencia uicem in romam omnium diestaurum supra  
 conuexit. Ita enim mei quae opus in ratio distabit: si quis  
 ex sapientiae doctrinis elicitur: sapientiam in iudicio opus  
 dicitur: Vides quod ut tam magni laboris effectus: tuum tam  
 expecto gratiam: nec in aurem perire publicas: non doctorem  
 aut stipulatione uicem. In quo nichil mirum uidi debet: cum  
 id opus sed sapientiae inuenta praesentis: non auctoris sed alieno in  
 quibus arbitrio suis quippe instrumentis res rationis expendit: cum  
 iudicium cogit subire prudentis. Hinc mundum non eadem que  
 tunc inuenit arab: munimenta constatio: neque fere ulla  
 sic cunctis absoluta parat: nulli indiga: suis tantum: scientia  
 nica praesentis: ut non ceteris quae artium adiumenta desiderat. Nam  
 in effigandis marmore statuis alii excidende molis labor:  
 alia formande imaginis ratio: nec eidem artificum manus potest  
 a opus inueni expectare. Ac picturae manus: tabulae omnes  
 fabricum: certe rustica obseruatione decerpit: colorum suauis  
 meritorum sollertia perquisita: uicem opus elaborata cogit  
 in: in utraque materia praesentis. Nonne idem quod in bellis: in  
 quo instrumentis: Hic picta sagittas exacuo: illi ualidius corax  
 nigro genio inuade: alii alius crudi umbonibus cogmina praesentis  
 uicem tibi infigenda: mercedem. La mulas arab: ar suna per  
 ficat. Non laboris absolutio: longe ad faciliorem curram  
 enerat. Tunc solus manu superno opus impones: in quo nichil  
 de decernenti necesse: laborare consensu. Quibus enim  
 si iudicium mulas arab: per excipit: in omni cumulat ex  
 amine. Expiare quod licet: quia nobis in hoc studio. longis uicem  
 opus labor aduocetur: in rerum subtilium fugat exercitum  
 mentis ad docitas comprehendat: utrum tunc macies omnium  
 ad ea que te caligantibus: impedita sententias: expectanda fut  
 ficat. Certe in alieni quod uicem uicem: ai tu utrumque: per  
 rati in uicem: possit quod omnium expectat: quod de nobis uicem  
 audeant: sola tantum praesentis praesentis: Ar non alia obnox

První stránka Boëthiovy Aritmetiky,  
začátek textu s věnováním Simmacovi

(Kodex N 258 sup., Biblioteca Ambrosiana, 13. stol.)

# KOMENTÁŘ KE ČTYŘEM OBRÁZKŮM Z BOËTHIOVY „ARITMETIKY“ \*

KAREL MAČÁK

## 1. Úvod.

Málokdo asi ví, že se v knize *Boëthius. Poslední Říman* [Bo] vyskytuje malá, leč zajímavá ukázka středověké matematiky. Na čtyřech nečíslovaných stránkách na začátku knihy jsou reprodukovány čtyři obrázky z rukopisu Boëthiových quadriviálních spisů [Qu]; tyto obrázky se v uvedeném rukopisu nacházejí na fol. 46v a uzavírají část obsahující Boëthiovu *Aritmetiku*. V knize [Bo] mají tyto obrázky pouze funkci grafické výzdoby; jejich obsah není vyložen ani komentován a v celé knize je o nich jenom jedna malá zmínka<sup>1</sup> v úvodní studii [Vi] na str. 26.

Obrázky nejsou složité a jejich vysvětlení nepředstavuje žádný objev v dějinách matematiky, jejich pochopení však přece jenom vyžaduje jisté znalosti středověké matematiky i kontextu, ve kterém se nacházejí, takže se obáváme, že pro většinu čtenářů knihy [Bo] zůstávají tyto obrázky zcela nesrozumitelné. Cílem předloženého příspěvku je vysvětlení matematického obsahu uvedených obrázků; aby tohoto cíle bylo dosaženo, budou nejprve uvedeny jednak základní informace o Boëthiovi a jeho době, jednak hlavní údaje o jeho quadriviálních spisech.

## 2. Boëthius a jeho doba.

Připomeňme si nejdříve některá základní historická data.<sup>2</sup>

Za předěl mezi starověkem a středověkem bývá považován rok 476; v tomto roce sesadil vůdce barbarských žoldnéřů Odoaker (původem z germánského kmene Skirů) posledního římského císaře Romula Augustula, ujal se vlády v Itálii jako král a odznaky císařské moci odeslal do Konstantinopole, čímž přestala existovat říše západořímská. Východořímský císař Zeno proti němu vyslal v r. 486 Ostrogóty vedené králem Theodorichem, který Odoakera nejprve opakovaně porazil a potom tři roky obléhal v Ravenně; v r. 493 se Odoaker vzdal po dohodě, že se s Theodorichem rozdělí o vládu, ale několik dní po dohodě nechal Theodorich Odoakera zavraždit,<sup>3</sup> zmocnil se tak vlády nad Itálií a vytvořil zde ostrogótské království, jehož centrem byla právě Ravenna.

\* Příprava článku byla podpořena výzkumným záměrem č. CEZ J 11/98:245100302.

<sup>1</sup> Tato zmínka zní: *Všech čtyř quadriviálních věd se týká také schéma na fol. 46v, jehož reprodukce je v příloze.*

<sup>2</sup> Čerpáme zde hlavně z encyklopedií [EA, SAK].

<sup>3</sup> [SAK] dokonce uvádí, že Theodorich Odoakera vlastnoručně probodl.

xxviii. **R**atio atq; expositio digeste per male.  
 xxviiii. **D**e tertia inaequalitatis specie que tunc si patens dicitur  
 de que et speciet; eorum generatioib;.  
 xxx. **D**e multiplici super particulari  
 xxxi. **D**e eorum exemplis in superioribus formula inuenientis.  
 xxxii. **D**e multiplici super particulari. **Ita; p;cessit**  
 xxxiii. **D**e demonstratio que admodum ois inaequalitas ab equali.



primum in quo est diuisio mathematice.  
**INTER OIA PRISCE AUCTORITATIS VIROS.**  
 qui pythagora duce puriore mentis intentione  
 uiguerunt. constare manifestum est. haudquaquam  
 in philosophiae disciplinis ad accumulandam perfectionem  
 euadere. nisi curata prudente nobilitate quodam  
 quam quadrum uelut agat. quod recte inuenientis  
 solertia non latet. Est enim quae sunt. suaque immu-  
 tabile substantia sortuntur. et perhenio ueritatis.  
 Esse autem illa dicitur. que nec intentione escunt  
 nec retractione minuuntur. nec uariationibus per-  
 mutantur. si per se uelut simpliciter se non sub-  
 fidius nexa custodiunt. Hoc autem sunt qualitates  
 quantitates. formas. magnitudines. partituras.  
 equalitates. habitudines. actus. dispositioes. loca.  
 tempora. et quae quod adunatum quocumque in corpore inueni-  
 untur. Quae ipsa quidem non incorporata sunt. et in-  
 mutabili subiecto ratione uigentia. participatione  
 in corpore participant. et tamen uariabilis rei mutabile  
 instantia transcunt. Hoc quod quomodo ut dicitur est natura  
 inmutabile substantiam. ut quae sortita sunt per se dicuntur.  
 Hoc quod id est quae sunt per se quae suo nomine eorum no-  
 minantur. Scientia sapientia profectus. Essentiae autem ge-  
 mine parte sunt. una continua. et suis partibus iuncta.  
 nec ullis finibus distributa. ut est arbor. lapis. et ois  
 mundibus corpora. quae per magnitudines appel-  
 lantur. Alii uero diiuncta a se et determinata partibus. et

esentia  
 per se sunt

Ratiō p;cessit  
 admodum

Ostrogóti patřili ke germánským kmenům Gótů, které původně sídlily v jižním Švédsku. V 1. stol. n.l. se usadili na dolní Visle, ve 2. stol. n.l. se přesunuli dále na jižní Ukrajinu, kde se rozdělili na Vizigóty (západní) a Ostrogóty (východní); hranicí mezi nimi byl Dněpr. Ostrogótská říše byla zničena Huny v r. 375 a Ostrogóti se dostali pod hunskou nadvládu; v r. 451 v rozhodující bitvě mezi Huny (vedenými známým Attilou) a římskými legiemi (vedenými vojevůdcem Aëtiem) na Katalaunských polích<sup>4</sup> bojovali na straně Hunů. Po porážce Hunů v této bitvě byl Attila v r. 453 zavražděn, hunská říše se rozpadla, Ostrogóti se osamostatnili a usadili se v Pannonii;<sup>5</sup> tím se dostali do kontaktu s Byzancí, která jich později použila jako nástroje proti Odoakerovi.

Ostrogótský král Theodorich<sup>6</sup> (453–526, králem od r. 471) vytvořil po vítězství nad Odoakerem říši, ve které se snažil spojit doznívající římské tradice se silou svého vojska. Svým bojovníkům přidělil rozsáhlé pozemky, ale současně nechal působit římský senát jako vysoký správní orgán a řada urozených a vzdělaných Římanů měla na jeho dvoře významná postavení.

Mezi těmito Římany byl i Anitius Manlius Severinus Boëthius (asi 480–524). Pocházel z urozené římské rodiny, již v mládí byl proslulý svou učeností a vzděláním. Na Theodorichově dvoře zastával postupně řadu vysokých funkcí a dlouho byl královým oblíbencem, svou neúplatností a osobní poctivostí si však také postupně získal řadu vlivných nepřátel. Ti ho obvinili z účasti na spiknutí proti Theodorichovi; král mu nejprve nařídil domácí vězení a později ho nechal bez soudu popravit.

Důvod Theodorichova nelítostného postupu proti Boëthiovi není zcela jasný. Původně panovala domněnka, že příčinou Boëthiova zavraždění byly spory náboženské: Boëthius (jako všichni Římané) byl katolík, zatímco Theodorich (jako všichni Ostrogóti) byl arián;<sup>7</sup> jako mučedník pro víru byl Boëthius prohlášen katolickou církví za svatého.<sup>8</sup> Tato domněnka byla sice později opuštěna, nelze však přehlédnout skutečnost, že otázky náboženské hrály v oné době i roli politickou. Mezi východní částí církve (představované konstantinopolským císařem a konstantinopolským patriarchou) a západní částí církve (představované římským papežem) docházelo k postupnému oddělování a růstu napětí. V r. 484 došlo k prvnímu velkému rozkolu (schizmatu) v souvislosti s monofyzitismem;<sup>9</sup>

<sup>4</sup> Bojiště se nachází v dnešní severní Francii u města Chalons-sur-Marne.

<sup>5</sup> Pannonie bylo původně označení římské provincie mezi východními Alpami, Dunajem a Sávou; zahrnovala zhruba dnešní východní Rakousko, západní Maďarsko a severní část Chorvatska. Na začátku 5. století římská vláda v Pannonii skončila.

<sup>6</sup> Někdy bývá označován jako Theodorich I. Veliký; podle [SAK] prožil mládí u císařského dvora v Byzanci.

<sup>7</sup> Arianismus (podle kněze Aria (asi 256–336) působícího v Alexandrii) je učení, podle kterého Syn Boží (Logos) nevychází od věčnosti od Otce, ale byl čas, ve kterém ještě neexistoval; před stvořením světa byl vytvořen z nicoty aktem Otcovy vůle. Teprve od této chvíle se Bůh může nazývat „Otcem“. Syn Boží však byl Otcem povýšen nade všechno stvoření; Bůh jím jako nástrojem všechno stvořil. Svobodným rozhodnutím (pro nebo proti Otcí) se Syn postavil na stranu Otce; byl jím za to povýšen do božské slávy, a proto může být také nazýván Bohem. Arianismus byl zavržen na koncilech v Niceji (r. 325) a znovu v Konstantinopoli (r. 381), ale mezi Góty byl značně rozšířen (podle [FW]).

<sup>8</sup> Jako sv. Severín má svátek 23. X.

<sup>9</sup> Jako monofyzitismus je označováno učení konstantinopolského opata Eutycha (žil okolo

římský papež Felix II.<sup>10</sup> a konstantinopolský patriarcha Akakios se vzájemně dali do klatby. Toto schizma bylo ukončeno v r. 519 přijetím vyznání víry, které odsuzovalo monofyzitismus. Odstranění schizmatu fakticky znamenalo sblížení mezi Římem a Byzancí, což zřejmě vyvolalo nedůvěru krále Theodoricha. Ten přinutil papeže Jana I. (byl papežem v letech 523–526, tedy právě v letech Boëthiovy smrti) k cestě do Konstantinopole, kde se měl zastat ariánů. Papežovo jednání však bylo neúspěšné, a proto ho Theodorich nechal po návratu uvěznit; v tomto vězení papež Jan I. zemřel a papežem byl potom na Theodorichův příkaz zvolen Felix III., který byl Gótům přátelsky nakloněn (podle [FW]). V této situaci nelze vyloučit, že při Boëthiově odstranění skutečně mohly hrát roli i otázky, které sice původně byly otázkami náboženskými, ale v daném kontextu se staly otázkami politickými.

Z našeho hlediska je však podstatné, že Boëthius se zřejmě více než politice věnoval vědám, hlavně filozofii a teologii. Zachovala se řada jeho prací, z nichž nejznámější je asi spis *De consolazione philosophiae*,<sup>11</sup> který Boëthius napsal na sklonku života v domácím vězení. Jeho filozofické ambice však byly daleko větší; už v mládí se rozhodl ([Vi], str. 15), že přeloží a vyloží všechny spisy Aristotelovy a Platónovy. A protože úvodem ke studiu filozofie musela být znalost čtyř matematických disciplín tvořících tzv. quadrivium (aritmetika, geometrie, astronomie a tzv. musica), napsal Boëthius i výklad těchto čtyř quadriviálních disciplín, o kterém pojednáme trochu podrobněji.

### 3. Boëthiovy quadriviální učebnice.

Základem celé středověké vzdělanosti bylo sedmero svobodných umění rozdělených tradičně na tzv. trivium (gramatika, rétorika, dialektika) a quadrivium (aritmetika, geometrie, astronomie a disciplína zvaná *musica*, což byla v podstatě nauka o hudebních intervalech).<sup>12</sup>

Názory na to, které quadriviální spisy Boëthius vlastně napsal a jak se quadriviální spisy připisované Boëthiovi dále vyvíjely, se u různých autorů poněkud liší (viz např. [Ca], str. 535 a násl., [Fr], úvod, [Ge], str. 52–53, [MP], str. 230–231).<sup>13</sup> Protože cílem tohoto příspěvku je komentář k Boëthiovým obrázkům otištěným v [Bo], ocitujeme zde názor uvedený ve [Vi] na str. 22, podle kterého Boëthius sepsal učebnice pro všechny čtyři quadriviální disciplíny.

---

r. 440), podle kterého bylo Ježíšovo lidství po spojení obou přirozeností (božské a lidské) tak pohlceno božskou přirozeností, že můžeme mluvit jen o jedné přirozenosti. Toto učení bylo odsouzeno na koncilu v Chalcedonu v r. 451, ale ve východní části církve si udrželo silný vliv (podle [FW]).

<sup>10</sup> V číslování papežů se jménem Felix jsou jisté nejasnosti (viz [FW], str. 178).

<sup>11</sup> Tento název překládají různí autoři různě; v [Bo] je obsažen překlad této práce pod názvem *Filozofie utěšitelkou*.

<sup>12</sup> Pokud se vzniku a vývoje výchozích koncepcí středověkého školství týče, základní informace lze nalézt v práci [Sp]; podle této práce (str. 82) je rozdělení na trivium a quadrivium Boëthiovou myšlenkou. Pokud se disciplíny zvané *musica* týče, základní informace lze nalézt v [Če]; tato práce má jako motto citát z Cassiodora (asi 485 – asi 580): *Musica est disciplina, quae de numeris loquitur* (*Hudba je nauka, která pojednává o číslech*).

<sup>13</sup> Z našeho hlediska je ovšem podstatné, že o Boëthiovu autorství *Aritmetiky* nikdo nepochybuje.

Nejednalo se o původní díla, ale o překlady spisů nebo částí spisů různých řeckých autorů (pro geometrii to byl Eukleides, pro aritmetiku Nikomachos z Gerasy); protože v Boëthiově době se řečtina stává v západní Evropě jazykem takřka neznámým, měly tyto spisy veliký význam pro přenesení alespoň některých poznatků klasické řecké matematiky do formující se západoevropské kultury. Asi v 7. století se ztratily Boëthiovy spisy o astronomii a geometrii, a proto byla v karolinské době k zachovaným Boëthiovým spisům o aritmetice a musicce připojena cizí díla o astronomii a geometrii,<sup>14</sup> aby byl k dispozici kompletní soubor učebnic pro celé quadrivium; učilo se podle něj až do 16. století.<sup>15</sup>

Z našeho hlediska je zajímavá Boëthiova *Aritmetika*. Jak už bylo řečeno, vznikla volným překladem stejnojmenného spisu Nikomacha z Gerasy (žil okolo r. 100 n.l.), ve kterém je pojednáno o sudých a lichých číslech, o úměrách, figurálních číslech a podobných tématech.<sup>16</sup> Je rozdělena do dvou částí nazvaných „knihy“ a končí čtyřmi obrázky (možná by se místo termínu „obrázek“ lépe hodil termín „schéma“); komentář k těmto obrázkům je vlastně cílem tohoto příspěvku.

#### 4. Komentář k obrázkům.

##### 4.1 Výchozí text.

Základem všech čtyř obrázků, kterými se nyní budeme zabývat, je číselná posloupnost

6, 8, 9, 12,

které věnovali pozornost už pythagorejci, a traduje se, že byla známa už babylonským matematikům ([He], str. 86). Studované obrázky jsou věnovány grafickému znázornění vztahů mezi čísly v této posloupnosti a představují vlastně jakýsi plynulý přechod od aritmetiky k *musicce*, protože poměry mezi uvedenými čísly jsou v obrázcích popsány jednak v terminologii „aritmetické“, jednak v terminologii „musiccké“.

Jak už bylo řečeno, budeme se zabývat uvedenými obrázky v té podobě, v jaké byly publikovány v knížce [Bo], do které byly převzaty z rukopisu [Qu]. V souvislosti s tím považujeme za nutné poznamenat, že v rukopisu [Qu] není význam těchto obrázků (jako přechodu od aritmetiky k musicce) patrný, protože

<sup>14</sup> Pokud se geometrie týče, má se dnes zato, že část dnešního pseudoboëthiovského textu vznikla asi v 8. století v benediktinském klášteře v Corbii (dnešní Francie, asi 17 km východně od Amiensu), další část vznikla asi v 11. století v Lotrinsku. Není jasné, zda se v tomto pseudoboëthiovském textu zachoval aspoň zčásti původní text Boëthiův; názory historiků se v tomto směru různí. Souhrnnou informaci o otázkách souvisejících s „Boëthiovou“ geometrií lze najít v [Ge], str. 52–53; podrobný rozbor je proveden v pracích M. Folkertse [Fo1, Fo2].

<sup>15</sup> Např. v práci [Be] na str. 6 je uvedeno, že v 16. století při mistrovských zkouškách na filozofické fakultě Karlovy univerzity byly kladeny dvě otázky z Boëthiovy *Aritmetiky*.

<sup>16</sup> Stručný výklad obsahu Nikomachovy *Aritmetiky* lze najít v [Ca], str. 400–404. Jak Nikomachova, tak Boëthiova *Aritmetika* existují v moderních anglických překladech [Ni, Ma], takže případní zájemci se s nimi mohou seznámit podrobně.

v tomto rukopisu je za aritmetikou zařazena geometrie, což sice na obsahu obrázků nic nemění, ale jejich smysl to poněkud zatemňuje.

Uvedme nejprve text, který se k obrázkům vztahuje. Latinský text převzatý z [Fr], str. 170–172, zní takto:<sup>17</sup>

*Si autem quoddam huius dispositionis exemplar hoc modo, VI, VIII, VIII, XII.<sup>18</sup> ..... In his igitur geometrica proportionalitas invenitur, si ·XII· ad ·VIII· vel ·VIII· ad ·VI· comparemus. Utraque enim comparatio sesquialtera proportio est, et quod continetur sub extremitatibus idem est ei, quod sit ex mediis. Namque quod sit ex duodecies sex, aequum est ei, quod sit ex octies ·VIII·. Geometrica ergo proportio est huiusmodi. Arithmetica autem est, si duodenarius ad novenarium et novenarius ad senarium comparetur. In utrisque enim ternarius differentia est et junctae extremitates medietate duplae sunt. Si enim junxeris senarium et ·XII·, facies ·XVIII·, qui est novenarius, medio termino, duplus. In his ergo geometricam arithmetamque medietatem perspeximus. Hic quoque armonica medietas invenitur, si ·XII· ad ·VIII· et rursus ·VIII· ad senarium comparemus. Qua enim parte senarii octonarius senarium superat, id est parte tertia, eadem duodenarii parte octonarius superatur. Quattuor enim, quibus octonarius a duodenario vincitur, duodenarii tertia pars est. Et si extremitates iungas ·VI· scilicet et ·XII·, easque per octonarium medium multiples, ·CXLIII· sunt. Quod si se extremitates multiplicent, ·VI· scilicet et ·XII·, facient ·LXXII·, quo numero ·CXLIII· duplus est. Inveniemus hic quoque omnes musicas consonantias. Namque ·VIII· ad ·VI· et ·VIII· ad ·XII· comparati sesquiterciam proportionem reddunt, et simul diatessaron consonantiam, ·VI· vero ad ·VIII· vel ·VIII· ad ·XII· comparati reddunt proportionem sesquialteram, sed diapente efficiunt symphoniam. ·XII· vero ad senarium considerati duplicem quidem proportionem, sed diapason symphoniam canunt. ·VIII· vero et ·VIII· ipsi contra se medii considerati, epogdoun iungunt, qui in musico modulamine tonus vocatur, quae omnium musicorum sonorum mensura communis est. Omnium enim est sonus iste parvissimus. Unde notum est, quod diatessaron et diapente consonantiarum tonus differentia est, sicut inter sesquiterciam et sesquialteram proportionem sola est epogdous differentia. Huius descriptionis subter exemplar adiecimus.*

Uvedený text může být přeložen takto:<sup>19</sup>

*Budiž pak příklad tohoto uspořádání následující: 6, 8, 9, 12. ....*

*V nich je tedy nalezena geometrická úměra, když porovnáme 12 ku 8 nebo 9 ku 6. Obojí porovnání je totiž poměr 3:2, a co je obsaženo pod krajními členy, je stejné jako to, co je pod středními členy. Neboť to, co je dvanáctkrát šest, je rovno tomu, co je osmkrát 9; taková je tedy geometrická úměra.*

<sup>17</sup> Jedná se o závěr 53. kapitoly II. knihy *Aritmetiky*; název kapitoly je *De mazima et perfecta symphonia, quae tribus distenditur intervallis*.

<sup>18</sup> Upozorňujeme na to, že devítka je zapsána jinak, než jsme dnes zvyklí psát římskou devítku.

<sup>19</sup> Kvůli lepší přehlednosti je překlad rozčleněn na odstavce, které v původním textu nejsou.



Aritmetická pak je, když je porovnána dvanáctka s devítkou a devítka s šestkou. V obou případech je totiž rozdílem trojka a spojené<sup>20</sup> krajní členy jsou dvojnásobkem středního. Neboť spojení šestky a 12 tvoří 18, což je dvojnásobný střední člen devítka.

V tom jsme tedy poznali geometrický a aritmetický střed. Nachází se zde také harmonický střed, když porovnáme 12 ku 8 a opět 8 ku 6. Jakou totiž částí šestky osmička převyšuje šestku, tj. třetinou, takovou částí dvanáctky je převýšena osmička. Neboť čtyři, o které je dvanáctkou překročena osmička, je třetinou dvanáctky. A když spojíš krajní členy, totiž 6 a 12, a vynásobíš je prostřední osmičkou, máš 144. Když se krajní členy násobí, totiž šestka a 12, vznikne 72, čehož je číslo 144 dvojnásobkem.

Nalézáme zde také všechny hudební konsonance. Neboť porovnání 8 ku 6 a 9 ku 12 dávají poměr 4:3 a současně konsonanci kvarty. Avšak porovnání 6 ku 9 nebo 8 ku 12 dávají poměr 2:3 čili tvoří souzvuk kvinty. Je-li však uvažováno 12 ku šestce, zní dvojnásobným poměrem čili souzvukem oktávy. Je-li však uvažováno 8 a 9 proti sobě, spojují se v poměru 8:9, který je v melodii zván celým tónem a je společnou mírou všech hudebních zvuků. Tento zvuk je totiž ze všech nejmenší. Z toho je zřejmé, že celý tón je rozdílem konsonancí kvarty a kvinty, tak jako mezi poměrem 3:4 a 2:3 je pouze rozdíl 8:9. Dole připojujeme příklad, který to popisuje.

Pokud se názvů „geometrická, aritmetická úměra“ (*proportio*), resp. „geometrický, aritmetický, harmonický střed“ (*medium*) týče, odpovídají podle našeho názoru v dnešní terminologii názvům „geometrická, aritmetická posloupnost“, resp. „geometrický, aritmetický, harmonický průměr“. Pokud se týče „hudební“ terminologie, historické názvy příslušných poměrů jsme přeložili takto:

- a) Poměr 2:1 byl nazýván v hudební teorii *diapason* (dnes: (čistá) oktáva).
- b) Poměr 3:2 byl v matematice nazýván *proportio sesquialtera* a v hudební teorii *diapente* (dnes: (čistá) kvinta).
- c) Poměr 4:3 byl v matematice nazýván *proportio sequitertia* a v hudební teorii *diatessaron* (dnes: (čistá) kvarta).
- d) Poměr 9:8 byl v matematice nazýván *proportio sesquioctava* nebo *epogdous* a v hudební teorii *tonus* (dnes: (velká) sekunda nebo velký (pythagorejský) celý tón).

Za uvedeným textem následují čtyři obrázky, kterými se budeme nyní zabývat. V rukopisu [Qu] jsou všechny čtyři tyto obrázky zařazeny na konec aritmetiky na f. 46v; na f. 47r začíná geometrie. Rozdělíme-li f. 46v na čtyři stejné části, pak v levém horním rohu stránky je obrázek nadepsaný *GEOMETRICA*, vedle něj je obrázek nadepsaný *ARITHMETICA*, v levém dolním rohu je obrázek nadepsaný *ARMONICA* a vedle něj je obrázek nadepsaný *CONSONANTIAE*; v tomto pořadí je také uspořádán výklad v Boëthiově textu, který jsme citovali výše, a ve stejném pořadí budeme nyní obrázky komentovat.

<sup>20</sup> Tj. sečtené.

GEOMETRI C d

Multiplicatio mediarum  
 & ex  
 tromarum

Lxx ii

Lxx ii

vi	viii	viii	xii
----	------	------	-----

Sesquialte Sesquialte

Propor a o n e s

## 4.2 GEOMETRICA.

Obrázek se vztahuje k výkladu o geometrické úměře, kterým naše část textu začíná. Nadpis *Geometrica* nad obrázkem uvádí typ úměry, která bude studována; uprostřed obrázku jsou vedle sebe napsána římská čísla VI, VIII, VIII, XII, na kterých bude geometrická úměra demonstrována.

Oblouky v dolní části obrázku odpovídají začátku našeho textu, kde se říká:

*... když porovnáme 12 ku 8 nebo 9 ku 6. Obojí porovnání je totiž poměr 3:2 ...;*

tato skutečnost je v obrázku vyjádřena tím, že k oblouku spojujícímu šestku a devítku i k oblouku spojujícímu osmičku a dvanáctku je připsáno *sesqualt*; značka nad „t“ znamená zkratku (zkratku), takže úplný nápis u oblouku by asi byl *sesqualter* (což je poměr 3 : 2).<sup>21</sup> Na to navazuje nápis *Proportiones* pod obrázkem, který má asi zdůraznit, že v daném případě jsou důležité poměry mezi čísly (na rozdíl od dalšího obrázku, kde jsou u aritmetické úměry zdůrazněny rozdíly mezi čísly).

Oblouky v horní části obrázku zachycují fakt vyjádřený v textu slovy:

*Neboť to, co je dvanáctkrát 6, je rovno tomu, co je osmkrát 9,*

pod oblouky je zapsáno římské číslo LXII, tj. 72. Nápis nad oblouky by po rozepsání abreviatur byl:

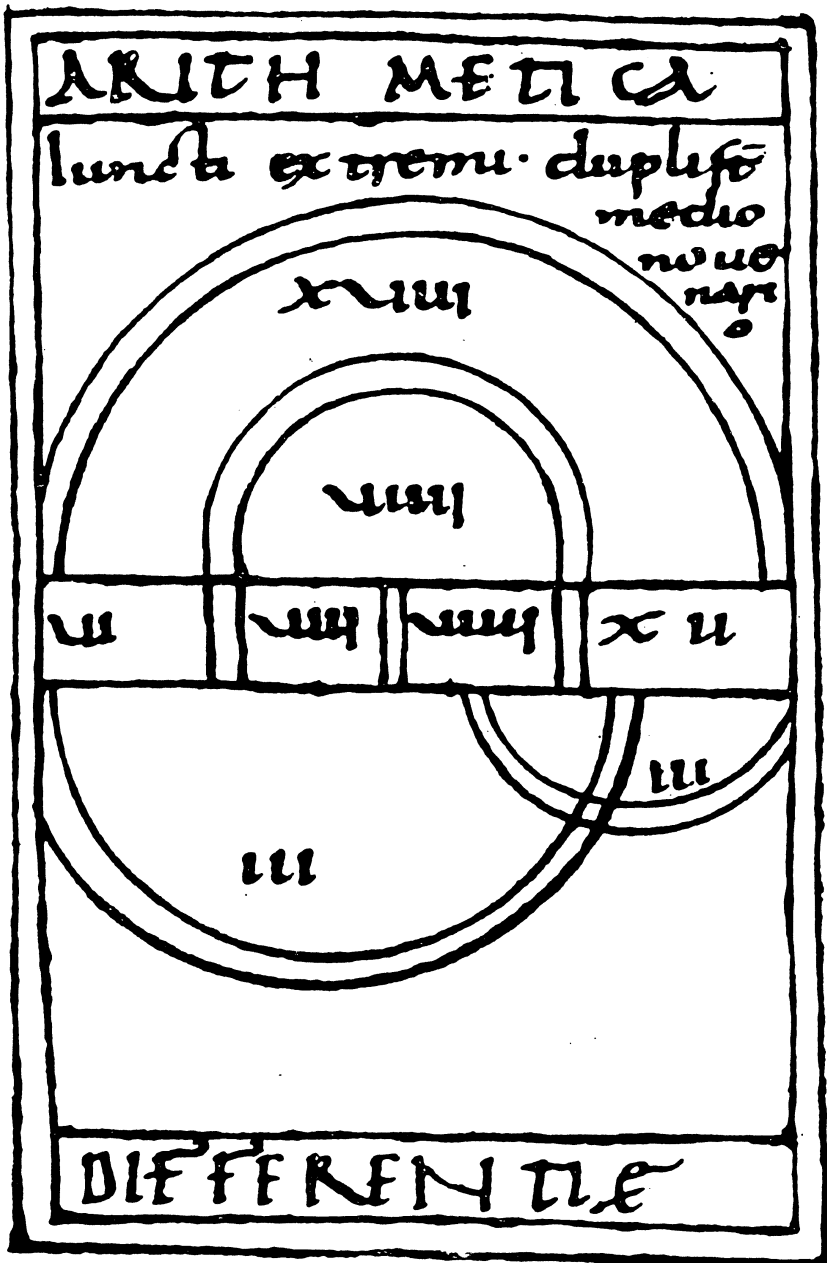
*Multiplicatio mediorum & extremorum* (tj. *Součin prostředních a krajních*).

V této části není Boëthiův výklad matematicky správný, protože uvedená posloupnost čísel netvoří geometrickou posloupnost, má však některé vlastnosti geometrické posloupnosti. Vezmeme-li v libovolné geometrické posloupnosti čtyři za sebou jdoucí členy (označme je pro jednoduchost  $a_1, a_2, a_3, a_4$ , i když se nemusí jednat o první čtyři členy uvažované posloupnosti), pak platí to, co říká Boëthius: je

$$a_4 : a_2 = a_3 : a_1, \quad a_4 \cdot a_1 = a_2 \cdot a_3 ;$$

to však pochopitelně nestačí k tomu, abychom mohli mluvit o geometrické posloupnosti.

<sup>21</sup> Podle slovníku [GA] je „sesqualter“ variantou slova „sesquialter“.



ARITHMETICA

### 4.3 ARITHMETICA.

Obrázek se vztahuje k výkladu o aritmetické úměře, kterým naše část textu pokračuje. V obrázku je opisovačská chyba; oblouk vlevo dole vycházející z šestky (VI) má končit na devítce (VIII), ne na dvanáctce (XII), neboť v textu se říká:

*... je porovnána dvanáctka s devítkou a devítka s šestkou. V obou případech je totiž rozdílem trojka ....*

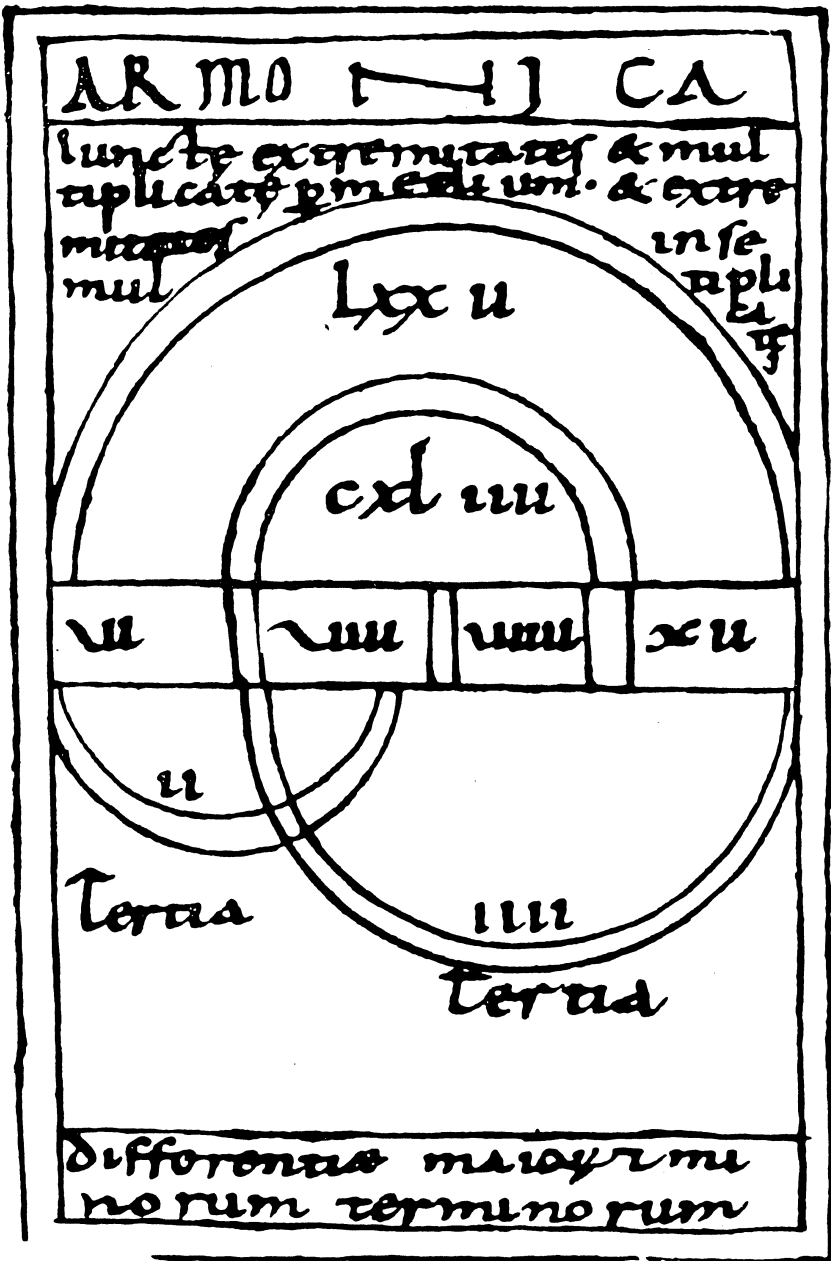
Na to navazuje nápis *Differentiae* pod obrázkem, který má asi zdůraznit, že v daném případě jsou důležité rozdíly mezi čísly (na rozdíl od předešlého obrázku, kde jsou u geometrické úměry zdůrazněny poměry mezi čísly).

Oblouky v horní části obrázku zachycují fakt vyjádřený v textu slovy:

*... spojené krajní členy jsou dvojnásobkem středního. Neboť spojení šestky a dvanáctky tvoří 18, což je dvojnásobný střední člen devítka.;*

pod oblouky jsou zapsána římská čísla XVIII a VIII (tj. 18 a 9). Nápis nad oblouky by po rozepsání abreviatur asi byl:

*Iuncti extremi . duplisti medio novenario* (tj. *Spojené konce = (?) zdvojené prostřední devítce*).



ARMONICA

#### 4.4 ARMONICA.

Obrázek se vztahuje k výkladu o harmonickém středu (tj. průměru), kterým náš text pokračuje. Oblouky v dolní části obrázku se vztahují k textu:

*Jakou totiž částí šestky osmička převyšuje (šestku), tj. třetinou*

(viz levý oblouk, nad kterým je napsána dvojka (rozdíl mezi šestkou a osmičkou) a pod kterým je napsáno *tertia*, tj. třetina (dvojka je třetinou šestky)), *takovou částí dvanáctky je převyšena osmička. Neboť čtyři, o které je dvanáctkou překročena osmička, je třetinou dvanáctky* (viz pravý oblouk, nad kterým je napsána čtyřka a pod kterým je opět napsáno *tertia*, tj. třetina). K číslům nad dolními oblouky se zřejmě vztahuje text pod obrázkem, který by po rozepsání abreviatur mohl být:

*Differentiae maiorum & minorum terminorum* (tj. *Rozdíly větších a menších členů*).

Oblouky v horní části obrázku se vztahují k textu:

*A když spojíš<sup>22</sup> krajní členy, totiž 6 a 12, a vynásobíš je prostřední osmičkou, máš 144*

(toto číslo je napsáno uprostřed dole jako CXLIIII).

*Když se krajní členy násobí, totiž šestka a 12, vznikne 72*

(toto číslo je napsáno uprostřed nahoře jako LXXII),

*čehož je číslo 144 dvojnásobkem.*

Vysvětlení čísel CXLIIII a LXXII je podáno v nápisu nad oblouky, který by po rozepsání abreviatur asi byl:

*Iunctae extremitates & multiplicatae per medium . & extremitates in se multiplicatae* (tj. *Spojené konce násobené středem & konce mezi sebou násobené*).

---

<sup>22</sup> Tj. sečteš.





#### 4.5 CONSONANTIAE.

Výchozí posloupnost 6, 8, 9, 12 je tentokrát napsána ve sloupci uprostřed obrázku. Smysl obrázku je vysvětlen v dolní části, kde je napsáno:

*proporti(o)nes & consonantiae.*

V levé části jsou oblouky spojeny jednak devítka a šestka, jednak dvanáctka a osmička, a poměry těchto čísel jsou charakterizovány jednak „matematicky“ (*sesquialter*), jednak „hudebně“ (*diapente*). V pravé části obrázku jsou nejprve charakterizovány poměry mezi sousedními čísly „hudebně“ (8 : 6 a 12 : 9 je *diatesseron*, 9 : 8 je *tonus*); nad těmito třemi malými oblouky jsou pod horním obloukem napsány „matematické“ názvy uvedených poměrů *sesquitertia*, *epogdous*, *sesquiertia* (některá písmena asi chybí nebo jsou zkráceny špatně čitelné). Ke krajnímu pravému oblouku se vztahuje až krajní pravý nápis charakterizující poměr mezi šestkou a dvanáctkou; nahoře je „matematický“ termín *dupla*, dole „hudební“ termín *diapason*.

#### 5. Závěr.

Matematický obsah Boëthiových quadriviálních spisů je ve srovnání s díly antické matematiky takřka nulový. Z hlediska dějin matematiky má dnes Boëthius význam pouze historický, v období přechodu od vzdělanosti antické ke vzdělanosti západoevropské však jeho díla sehrála významnou (ne-li rozhodující) roli; podle jeho učebnic se učilo zhruba tisíc let a tuto skutečnost nelze přehlédnout. V češtině byly z Boëthiových quadriviálních spisů publikovány zatím jenom čtyři obrázky;<sup>23</sup> protože byly publikovány bez jakéhokoli komentáře, bylo cílem předloženého příspěvku pomoci případným čtenářům aspoň trochu k pochopení smyslu a matematického obsahu těchto obrázků.

<sup>23</sup> Je sice trochu podivné říci, že v češtině byly publikovány obrázky, ale autora tohoto příspěvku nenapadl žádný jiný stručný obrat vystihující danou situaci.



Anitius Manlius Severinus Boëthius

## LITERATURA

- [Be] Beránek, K., *Bakaláři a mistři promovani na filozofické fakultě Univerzity Karlovy v Praze v letech 1586 – 1620*, Univerzita Karlova, Praha, 1988.
- [Bo] *Boëthius. Poslední Říman*, Vyšehrad, Praha, rok vydání neuveden, asi 1981.
- [Ca] Cantor, M., *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, I., 2. Aufl., Teubner, Leipzig, 1894.
- [Če] Černý, J., *Středověká hudba*, In: P. Spunar a kol.: *Kultura středověku*, 2. vyd., Academia, Praha, 1995, 199–226.
- [EA] *Encyklopedie antiky*, Academia, Praha, 1973.
- [FW] Fischer-Wollpert, R., *Malý teologický slovník*, Zvon, Praha, 1995.
- [Fo1] Folkerts, M., *Das Problem der pseudo-boethischen Geometrie*, Sudhoffs Archiv **52** (1968), 152–161.
- [Fo2] Folkerts, M., „*Boethius*“ *Geometrie II. Ein mathematisches Lehrbuch des Mittelalters*, Steiner, Wiesbaden, 1970.
- [Fr] Friedlein, G. (ed.), *Anicii Manlii Torquati Severini Boetii De institutione arithmetica libri duo, De institutione musica libri quinque, accedit geometria quae fertur Boetii*, Teubner, Leipzig, 1867.
- [Ge] Gericke, H., *Mathematik im Abendland. Von den römischen Feldmessern bis zu Descartes*, Fourier Verlag, Wiesbaden, asi 1991.
- [GA] Georges, K. E., *Ausführliches lateinisch-deutsches Handwörterbuch*, dotisk 8. vydání, Hahnsche Buchhandlung, Hannover, 1995.
- [He] Heath, T., *A history of Greek mathematics*, Vol. I., Clarendon Press, Oxford, 1921.
- [Ma] Masi, M., *Boethian number theory. A translation of the „De Institutione Arithmetica“*, Rodopi, Amsterdam, 1983.
- [MP] Mimio-Paluello, L., *Boethius, Anicius Manlius Severinus*, In: *Dictionary of scientific biography* II., Scribner, New York, 1970.
- [Ni] Nicomachos of Gerasa, *Introduction to Arithmetic*, Macmillan, New York and London, 1926, přeložil Martin Luther D’Ooge.
- [Qu] *Boethii Quadrivium*, Rukopis chovaný v Národní knihovně ČR v Praze pod signaturou IX C 6; název rukopisu uveden podle katalogu [Tr].
- [SAK] *Slovník antické kultury*, Svoboda, Praha, 1974.
- [Sp] Spunar, P., *Středověké školství a knihovny*, In: P. Spunar a kol.: *Kultura středověku*, 2. vyd., Academia, Praha, 1995, 77–97.
- [Tr] Truhlář, J., *Catalogus codicum manu scriptorum latinorum, qui in C.R. Bibliotheca publica atque universitatis Pragensis asservantur*, Praha, 1905/06.
- [Vi] Vidmanová, A., *Boëthius a Čechy*, In: *Boëthius. Poslední Říman*, Vyšehrad, Praha, rok vydání neuveden, asi 1981, 13–45.