O vzniku transformační teorie (do roku 1960)

In: Petra Šarmanová (author): Otakar Borůvka a diferenciální rovnice. (Czech). Brno: Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta, 1998. pp. 110--115.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/401476

Poznámka:

V srpnu 1960 se O. Borůvka zúčastnil II. Maďarského matematického sjezdu v Budapešti a v listopadu 1960 oslav 150. výročí založení Humboldtovy univerzity a 250. výročí založení Charité v Berlíně.

V Budapešti proslovil přednášku s názvem *Neuere Ergebnisse auf dem Gebiet der linearen Differentialgleichungen 2. Ordnung* a v Berlíně na matematickém sjezdu, jenž se konal v rámci výše zmíněných oslav proslovil přednášku *Über die Bedeutung und Anwendungen von Zerlegungen in Mengen in der Gruppoid- und Gruppentheorie* (viz 7. kapitola *Zahraniční cesty a mezinárodní konference*).

5 O vzniku transformační teorie (do roku 1960)

V úvodu celé práce jsme se zmínili o tom, že koncem války se mezi matematiky začínaly vést diskuse o zaměření a vývoji vědecké práce po válce. Těmito otázkami se zabývala především skupina pražských matematiků kolem F. Vyčichla, za nimiž se koncem války vypravil i O. Borůvka. Citujme jeho vlastní úvahy z [B17]:

Tehdy nebyla vědecká činnost žádným způsobem řízena, odpovědnost za svou práci nesl každý profesor osobně, a já jsem neměl dobrý přehled o tom, jak to vcelku u nás vypadá a v jakém směru by měla vědecká práce v matematice u nás pokračovat.

Poznamenejme, že před válkou se O. Borůvka zabýval kromě prvních prací z matematické analýzy a práce z teorie grafů hlavně diferenciální geometrií a později algebrou, teorií grup a grupoidů. Je možné, že mu tato témata připadala z jeho pohledu již vyčerpaná. K tomu jistě přispělo i to, že v oblasti algebry působil V. Kořínek, který sepisoval rozsáhlé *Základy algebry* a diferenciální geometrie měla také svého představitele, jímž byl Václav Hlavatý. I některá další témata byla zastoupena významnými matematiky jako byli V. Jarník, E. Čech, M. Kössler nebo M. Katětov. A tak O. Borůvka hledal nové téma svého budoucího vědeckého bádání.

Mluvil jsem hlavně s profesorem, tehdy snad ještě docentem – to si nevzpomínám – Františkem Vyčichlem, kterého jsem si velice vážil. Věc jsme dokonale probrali a došli jsme zejména k závěru, že je naprosto nutné, aby se u nás začala pěstovat teorie diferenciálních rovnic, která je důležitá po stránce aplikační a která u nás byla před válkou dost zanedbávána. [B17]

V části *Pedagogická činnost* byla hlavní pozornost věnována činnosti matematického semináře (pro studenty), neboť ho lze považovat za prvopočátek semináře pro studium diferenciálních rovnic.

Ve školním roce 1945/46 byla v tomto v semináři (pro studenty) probírána teorie grup podle knihy O. Borůvky *Úvod do teorie grup*. Ve školním roce 1946/47 zde byly probírány vybrané statě z teorie diferenciálních rovnic. V každém z těchto seminářů referoval některý z posluchačů na zadané téma, jímž byla nejčastěji určitá část z prací E. Kamkeho, G. Sansoneho nebo F. Montela. V roce 1947/48 byla probírána opět teorie grup a v roce 1948/49 teorie diferenciálních rovnic.

Od počátku školního roku 1948/49 začaly svoji činnost pod vedením O. Borůvky semináře sekce pro klasickou analýzu zaměřené výhradně na studium diferenciálních rovnic.

Který rok tedy lze považovat za rok vzniku semináře pro studium diferenciálních rovnic? Školní rok 1946/47 nebo školní rok 1948/49?

První varianta, školní rok 1946/47, vychází z činnosti semináře pro studenty. K ní se přiklání autoři většiny jubilejních článků o O. Borůvkovi, kteří udávají vznik semináře v roce 1946, například [A1], [A12], [A19] nebo [A25]. Zřejmě za nejdůležitější z nich lze považovat článek [A1], neboť většina ostatních se na něj odkazuje. Velmi pádným důvodem přiklonění se k této variantě je však vlastní názor O. Borůvky. Ten ve svých přednáškách [B3] a [B4] uvádí:

... Seminář pro studium diferenciálních rovnic, který vedu sám od roku 1947, ...

Druhá varianta, rok 1948/49, vychází až z činnosti semináře sekce pro klasickou analýzu. K této možnosti se přiklání například M. Novotný v [A14].

Z výše zmíněných důvodů budeme v této práci za rok vzniku semináře považovat školní rok 1946/47.

V roce 1951 plnili členové semináře v čele s O. Borůvkou výzkumný úkol *Studium obtížnějších kapitol o diferenciálních rovnicích*[7] a v letech 1952 – 1960 vědecko-výzkumný úkol *Studium speciálních vlastností diferenciálních rovnic obyčejných se zřetelem k aplikacím.*[8]

Práce na zmíněných úkolech probíhala formou pracovních seminárních schůzí, jichž se konalo přibližně 10 ročně a jichž se pravidelně zúčastňovali matematikové z vysokých škol brněnských i mimobrněnských.

V prvních letech byla činnost semináře pro studium diferenciálních rovnic věnována spíše přípravě vědecké a výzkumné práce a formulaci problémů než vlastnímu badatelskému úsilí.

Citujme část přednášky s názvem *O vývoji prací v oboru diferenciálních rovnic na zdejší fakultě* [B6], kterou O. Borůvka proslovil na sjezdu absolventů fakulty dne 20. 11. 1959.

V té době jsme studovali hlavně Perronovy práce o průběhu integrálních křivek diferenciálních rovnic 1. řádu $y' = f(x, y)$ *v okolí singulárních bodů, práce téhož autora o asymptotických vlastnostech integrálů systémů diferenciálních lineárních rovnic a též spisy jiných autorů o rozmanitých tématech vyžadujících hlubších znalostí o dif. rovnicích. Chtěl bych zdůraznit, že mám na mysli obyčejné diferenciální rovnice v reálném oboru.*

V průběhu tohoto studia jsme byli vedeni k lineárním diferenciálním rovnicím vyšších řádů, zejména k rovnicím druhého řádu. Je s podivem, že právě teorie diferenciálních lineárních rovnic n-tého řádu jakoby byla přeskočena při bouřlivém rozvoji moderní matematiky. Třebaže jde o úsek oboru diferenciálních rovnic, který v hlavních rysech byl vypracován již v první polovině minulého století a jímž se zabývala – ovšem tehdy v komplexním oboru – řada klasiků a jejich pokračovatelů, jmenuji na př. Eulera, Gausse, Laplacea, Kummera, Jacobiho, Sturma – přinesl pozdější vývoj v tomto směru nové poznatky v podstatě jenom v případě lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu.

[7]Tento úkol, jež byl vyhlášen v rámci pracovního plánu ÚÚM, byl v průběhu roku 1951 převzat Ministerstvem školství, věd a umění.

[8]Jedná se o dlouhodobý vědecko-výzkumný úkol z matematiky, zařazený do resortního plánu Ministerstva školství a kultury. V rámci reorganizace vědecko-výzkumných úkolů na léta 1961–65 v souvislosti se zařazením matematiky do státního plánu vědecko-výzkumných prací v III. pětiletce, byl úkol pro příští léta z resortního plánu MŠK vyčleněn a další práce v tomto směru byly od 1. 1. 1961 pojaty do státního plánu výzkumu. Vzhledem k tomu byl zmíněný resortní úkol ke dni 31. 12. 1960 ukončen.

Všimneme-li si dif. lineárních rovnic 2. řádu, vidíme, že mají důležité aplikace v otázkách fyzikálních a technických. Od nejjednodušších úloh klasické mechaniky, jako je analysa harmonického pohybu, k mnohem složitějším otázkám týkajícím se na př. vedení tepla, chvění tyčí a membrán nebo v problémech nebeské mechaniky, setkáváme se s těmito dif. rovnicemi zpravidla jako s ústředními místy obsahujícími odpověď na dané otázky. K tomu přistupuje, že teorie dif. lineárních rovnic 2. řádu je ovládána nevelkým počtem jednoduchých theorémů, takže jest jednoduchá a průhledná a přitom obsahově bohatá. Je přirozené, že při studiu theorie dif. lineárních rovnic n-tého řádu mají dif. lineární rovnice 2. řádu důležitý význam jakožto nejjednodušší vzor. Těmito úvahami jsme dospěli k tomu, že jsme v pozdější fázi činnosti našeho semináře, asi od roku 1952, zaměřili pozornost především k dif. lineárním rovnicím 2. řádu a pak k lineárním rovnicím vyšších řádů s konečným cílem definitivně vybudovat jejich theorii.

...

Naši vlastní výzkumnou práci o dif. lineárních rovnicích jsme ve zmíněném semináři zahájili tím, že jsem přednesl referát o svém obsáhlém pojednání týkajícím se t.zv. dispersí dif. lineárních rovnic 2. řádu a položil jsem řadu problémů vztahujících se k pojmům, jež jsem v této theorii zavedl. Theorie dispersí popisuje vlastnosti nulových bodů neboli kořenů integrálů a jejich derivací dif. lineárních rovnic 2. řádu

$$y'' = Q(t)y. \tag{a}$$

Tato problematika byla už od dob Sturmových velmi často studovaná. Známé výsledky v tomto směru mne však neuspokojovaly proto, že nevyrůstaly ze širokých metodických principů a proto byly většinou víc nebo méně isolované.

Základním předpokladem theorie dispersí je to, že funkce Q *je v intervalu* $(-\infty, \infty)$ *stále záporná a že integrály dif. rovnice (a) oscilují. Poznal jsem, že v této situaci lze definovat spočetné systémy jistých funkcí* $\varphi_n(t)$, $\psi_n(t)$, $\chi_n(t)$, $\omega_n(t)$ *(*$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$*), které nazývám centrální disperse 1., 2., 3. a 4. druhu. „Disperse" proto, že popisují rozložení neboli rozptyl kořenů integrálů a jejich derivací dif. rovnice (a); přívlastek „centrální" má hlubší význam. Hlavní úspěch theorie dispersí je dán tím, že zmíněné funkce jsou přístupné široké a hluboké analyse a jejich vlastnosti se dají vyjádřit elegantními vzorci. Zmíním se zde stručně jenom o centrálních dispersích 1. druhu. Budiž* t *libovolné číslo a* $z(t)$ *nenulový integrál dif. rovnice (a), mající v čísle* t *kořen, takže* $z(t) = 0$*. Označme* $\varphi_n(t)$ *po př.* $\varphi_{-n}(t)$ *n-tý kořen funkce z, který následuje po bodu* t *po př. předchází bodu* t*;* $n = 1, 2, 3, \dots; \varphi_0(t) = t$*. Takový kořen vždycky existuje vzhledem k předpokladu, že integrály dif. rovnice (a) oscilují. Funkce* $\varphi_n(t)$ *se nazývá n-tá centrální disperse 1. druhu.*

...

Ukazuje se, že centrální disperse $\varphi_n(t)$ *splňují dif. nelineární rovnici 3. řádu*

$$-\frac{1}{2}\frac{X'''}{X'} + \frac{3}{4}\frac{X''^2}{X'^2} + Q(X)X'^2 = Q(t). \tag{$\bar{b}$}$$

A právě podrobná analysa této dif. rovnice, zejména theorém o existenci a jednoznačnosti jejích řešení, úvahy o algebraické struktuře systémů těchto řešení a s tím souvisící otázky, které se týkají geometrické konstrukce zmíněných řešení tvoří hlavní náplň oné části theorie dispersí, která se vztahuje na disperse 1. druhu.

Vložme nyní citaci části přednášky *Nové výsledky v teorii diferenciálních rovnic* [B2] z roku 1954, kde O. Borůvka sám hodnotí přínos teorie dispersí.

Přínos je v tom, že se objevuje úzká souvislost mezi d. lineárními rovnicemi 2. řádu a theorií spojitých grup; dále v tom, že se popisují nové vlastnosti integrálů těchto d. rovnic, které se dají vyjádřit jednoduchými a elegantními vzorci; a konečně v tom, že se v této souvislosti ukazují nové problémy, které se zejména týkají d. rovnic řádů vyšších, a současně se naznačují cesty vedoucí k jejich řešení. Pokud jde o aplikace, theorie dispersí již umožnila podstatné zjednodušení klasických úvah o Sturmových d. systémech, vedla k objevu nových vlastností integrálů d. lineárních rovnic 4. řádu a k novým výsledkům v mechanice, a ukazuje další možnosti v některých theoriích, které souvisí s klasickou Floquetovou theorií, d. rovnicí Hillovou, Mathieuovými funkcemi aj.

Vraťme se nyní zpět k citaci z přednášky [B6] z roku 1959:

Těmito úvahami jsem byl veden ke studiu transformací řešení dvou dif. lineárních rovnic 2. řádu:

$$(a) \qquad y'' = q(t)y, \qquad\qquad Y'' = Q(T)Y. \qquad (A)$$

Východiskem k těmto úvahám je transformační problém, který poprvé formuloval v r. 1834 proslulý německý matematik E. E. Kummer: Mají se najít ke každému řešení Y dif. rovnice (A) dvě funkce $w(t)$, $X(t)$ tak, aby funkce y, vyjádřená vzorcem

$$y(t) = w(t)Y[X(t)]$$

byla řešením dif. rovnice (a).

Vidíme, že v tomto problému jde o vzájemnou transformaci integrálů y, Y rovnic (a), (A), čili, stručně řešeno, o transformaci dif. rovnic (a), (A). Již Kummer ukázal, že tento transformační problém vede k dif. nelineární rovnici 3. řádu

$$-\frac{1}{2}\frac{X'''}{X'} + \frac{3}{4}\frac{X''^2}{X'^2} + Q(X)X'^2 = q(t), \tag{b}$$

která, jak vidíme, přechází v dif. rovnici $(\bar{b})$, když $q(t) = Q(t)$, t.j. když obě dif. rovnice (a), (A) splynou v jedinou a problém se redukuje na vzájemnou transformaci integrálů téže dif. rovnice (a).

Zkušenosti, které jsem získal v theorii dispersí umožnily podrobnou analysu dif. rovnice (b), kterážto dif. rovnice má pro theorii transformací dif. lineárních rovnic 2. řádu podobný význam jako dif. rovnice $(\bar{b})$ v theorii dispersí.

O významu transformační teorie a výsledcích, které byly nalezeny v souvislosti s teorií dispersí a transformací, citujme ze zprávy o ukončení resortního úkolu Ma-6:

Je přirozené, že teorie dif. lineárních rovnic 2. řádu je pro tyto dif. rovnice důležitá, neboť v konkrétních případech umožňuje převést studium vlastností integrálů dané a často složité dif. lineární rovnice 2. řádu na dif. rovnice jako jsou $y'' = 0$ nebo $y'' = -y$. Nemohu zde ovšem zacházet do podrobností, avšak dovolím si alespoň heslovitě uvést některé výsledky, které jsme v souvislosti s výše uvedenými theoriemi nalezli ve spolupráci s jednotlivými členy našeho semináře, zejména též mimobrněnskými: Nový způsob řešení okrajového problému 2. řádu, řešení některých okrajových problémů vyšších řádů, rozšíření Floquetovy teorie na dif. rovnice s neperiodickými koeficienty, *nové výsledky o Abelově funkční rovnici* $F[\varphi(t)] - F(t) = 1$, *nové vlastnosti integrálů dif. lineárních rovnic 3., 4. a 5. řádů, zejména úplná teorie rovnic 3. řádu, kanonické tvary rovnic vyšších řádů, rozšíření teorie dispersí a teorie transformací na systémy dvou dif. lineárních rovnic 1. řádu, aj. Zejména se obě teorie ukázaly účinnými při řešení otázek, v nichž jsou předepsány jisté vlastnosti integrálů a hledají se všechny dif. lineární rovnice 2. řádu, jejichž integrály je mají. V tomto směru byly např. určeny všechny dif. lineární rovnice 2. řádu s ekvidistantními kořeny integrálů, rovnice s danými centrálními dispersemi 1. druhu, rovnice se splývajícími centrálními dispersemi 3. a 4. druhu, aj.*

...

Vedle studia dif. rovnic lineárních věnoval jsem v semináři pozornost i rovnicím nelineárním. V tomto směru jsem našel velmi obecné a současně účinné kriterium pro jednoznačnost integrálů dif. rovnice $y' = f(x, y)$ *(nebo systému, značí-li* y *a* f *vektory), které zahrnuje řadu známých kritérií, jako podmínku Montelovu, Peanovu, Bompianiovu a Nagumovu a další kriteria zcela nového typu. Také tato práce byla v semináři předmětem podrobného a hlubokého studia a vedla k pozoruhodným výsledkům objasňujícím vztah zmíněného kriteria k obecnému kriteriu Kamkeovu.*

Lze říci, že rokem 1960 ukončil O. Borůvka první, nejzávažnější etapu výzkumu a položil základy nové teorii dispersí a transformací. V pozdějších letech tuto teorii neustále rozšiřoval a prohluboval, obohacoval o algebraické a geometrické pohledy, nacházel nové aplikace a přenášel ji na rovnice vyšších řádů. Vytvořil přitom obrovskou základnu, na níž stavěli a nové výsledky nacházeli jeho mladší kolegové a spolupracovníci z celé republiky. O tom, že si O. Borůvka byl tohoto přínosu pro mladou matematickou generaci plně vědom, svědčí následující citace ze zprávy o ukončení resortního úkolu Ma-6:

Velký úspěch vyplynuvší z plnění zmíněného úkolu vidím v tom, že řada mladších pracovníků byla uvedena do vážné vědecké práce a získala pevný a široký základ pro další vlastní vědecké výzkumy. Práce v semináři vedly u řady jeho členů k dosažení hodnosti kandidáta věd fyzikálně-matematických[9] *a v některých případech k habilitaci, právě na základě výsledků z okruhu problémů probíraných v semináři (docenti: M. Švec, M. Greguš, Z. Hustý, M. Laitoch; odb. asistenti: V. Šeda, M. Ráb, E. Barvínek, J. Chrastina, S. Šantavá-Krohová). Někteří z těchto pracovníků zakládají již vlastní vědecké kroužky, v nichž dále rozvíjejí docílené výsledky.*

O. Borůvka sám na základě dosažených výsledků slavil mnohé úspěchy a dostalo se mu mnohých významných ocenění a poct. Z těch nejvýznamnějších jmenujme Eulerovu medaili Německé akademie věd v Berlíně roku 1957, Státní cenu Klementa Gottwalda roku 1959 a Eulerovu medaili AV SSSR roku 1960.

O výsledcích docílených v rámci plnění uvedeného úkolu Ma-6 přednášel na řadě matematických sjezdů u nás (1955) a v cizině (Varšava 1953, Bukurešť 1956, Vídeň 1956, Berlín 1959, Budapešť 1960) a mimo to v roce 1955 konal přednášky na univerzitách v Krakově, Vratislavi a Varšavě. Více o tom pojednává 7. kapitola *Zahraniční cesty a mezinárodní konference*.

[9] Soupis všech disertačních prací k dosažení doktorátu, disertačních prací kandidátů věd a doktorů věd, jež se týkaly diferenciálních rovnic a byly obhájeny na brněnské univerzitě od jejího založení do roku 1967 je uveden v *Příloze 3*.

Ukončeme toto shrnutí vývoje transformační teorie do roku 1960 citací z dopisu M. Greguše O. Borůvkovi ze 17. listopadu 1958:

Váž. pán profesor,

v prílohe Vám posielam stručný popis Vašich disperzií a transformácií v aplikáciach na naše výsledky, presnějšie v našich výsledkoch. Viete vec sa má tak, že Vaše práce boli nielen výdatnou a podstatnou pomôckou pri dôkazoch určitých viet, hlavne okrajových úloh, ale čo je najdôležitejšie inšpirovali celý kolektiv ako brnenských tak aj bratislavských matematikov k hlbšiemu štúdiu problematiky lineárnych rovníc a boli výstižným príkladom štúdia problematiky, ktorá sa naoko nezdala problematikou, alebo sa problémy nevideli. Možno som to poriadne nevystihol čo chcem povedať, avšak pri štúdiu lineárnych dif. rovníc sa vždy bude vychádzať z Vašich výsledkov hlavne u rovníc vyšších rádov, kde sa nutne prichádza k zväzkom riešení a ku skúmaniu ich vlastností.

6 Seminář v letech 1961 – 1966

Státní plán vědeckovýzkumných prací na léta 1961 – 1965, jenž byl součástí státního plánu rozvoje národního hospodářství na totéž období, obsahoval 16 komplexních úkolů. Komplexní úkoly se dělily na stěžejní výzkumné úkoly a každý stěžejní úkol byl členěn na hlavní problémy. Práce na hlavním problému se zúčastňovalo zpravidla více vědeckovýzkumných pracovišť. Každé z těchto pracovišť řešilo dílčí problém.

Výzkum O. Borůvky spadal pod komplexní úkol *I. Výzkum matematických metod a fysikálních zákonitostí k získání podkladů pro nové řešení problémů přírodních a technických věd*, pod stěžejní úkol *I-1 Matematické metody přírodních a technických věd* a hlavní problém *I-1-1 Matematická analýza.*[10] Dílčí problém, jenž byl plněn O. Borůvkou, nesl název *Teorie diferenciálních rovnic obyčejných. (Studium speciálních vlastností obyčejných diferenciálních rovnic hlavně lineárních 2. řádu se zřetelem k aplikacím.)* S řešením bylo započato 1. ledna 1961 a hlavním cílem bylo sepsání moderní a původní učebnice z oboru obyčejných diferenciálních rovnic.

V následujících odstavcích si všimneme činnosti semináře v jednotlivých letech 1961 – 1966. Nebudeme již činnost semináře rozdělovat na I. a II. pololetí, ani uvádět publikační činnost členů semináře. Vzhledem k nedostatku archivních zdrojů se zaměříme pouze na obsahovou náplň semináře a zmíníme se o zahraničních cestách a přednáškách O. Borůvky.

6.1 Činnost semináře v roce 1961

Bylo vykonáno 5 schůzí semináře 20. 6.), jichž se průměrně zúčastňovalo 20 členů.

Ve dvou seminářích přednášeli o svých výsledcích M. Greguš (o některých vlastnostech řešení diferenciální rovnice $y''' + 2Ay' + (A + b)y = 0$ $(b \geq 0)$) a M. Zlámal (o odhadu chyb při okrajových problémech druhého a vyšších řádů s použitím Greenovy funkce).

V ostatních seminářích přednášel O. Borůvka. Vyložil přehledný úvod do teorie transformací lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu za účelem uvedení nových členů semináře do této teorie

[10] Koordinátorem hlavního problému I-1-1 byl J. Kurzweil z MÚ ČSAV.