pro $0 < x < 1$ kde $E = -\Gamma'(1)$, a to metodikou své předchozí publikace.

Patrně jako důsledek jeho studia diferenciální geometrie vznikla osamocená práce z parciálních diferenciálních rovnic: *„Über die partiellen Differentialgleichungen, denen hermitsche Formen genügen“* ([25]), zobecňující pro $n \in \mathbb{N}$ výsledek L. Schlesingera dokázaný pro $n = 2, 3$.

Práce z teorie grafů

doc. RNDr. Eduard Fuchs, CSc.

Představme si zdánlivě jednoduchý problém. Máme navrhnout nejlevnější propojení dané skupiny obcí telefonní sítí, známe-li náklady na propojení každých dvou obcí navzájem. Uvedená úloha je typickou ukázkou problémů, které řeší diskrétní matematika, přesněji řečeno její část zabývající se tzv. kombinatorickými optimalizacemi.

Na první pohled by se mohlo zdát, že výše uvedený problém je v dnešní době s její vyspělou výpočetní technikou v podstatě banální a nevyžaduje žádnou matematickou teorii. Stačí přece probrat všechny možnosti, kterých je pouze konečně mnoho, a pak z nich vybrat tu optimální. Snadno však lze ukázat, že tato představa je naprosto mylná a v praxi absolutně nerealizovatelná. Ke zdůvodnění této skutečnosti však potřebujeme zavést několik matematických pojmů.

Většinu problémů kombinatorické optimalizace lze snadno zformulovat pomocí teorie grafů, jejíž kořeny sice sahají do 18. století, jejíž vznik je však všeobecně datován do třicátých let 20. století, kdy vychází první monografie o grafech. Představa grafu je přitom velmi jednoduchá. Je to jistý počet bodů, kterým říkáme uzly a které si můžeme představit jako malé kroužky namalované v rovině. Některé dvojice těchto uzlů pak jsou propojeny tzv. hranami. Čtenář si nyní jistě snadno představí grafovou formulaci našeho problému z úvodu i řady dalších problémů, například nalezení nejkratší cesty mezi dvěma uzly, nalezení maximálního průtoku danou sítí, nalezení optimální cesty obchodního cestujícího atd.

Vrátíme-li se nyní k našemu problému, kdy obce představují uzly a každé hraně spojující dvojici uzlů je přiřazeno číslo představující náklady na příslušné propojení, je zřejmé, že není nutno probírat všechny možnosti, neboť například u žádné trojice obcí není nutno propojit všechny tři navzájem. V grafové terminologii: hledáme podgraf bez kružnic, v němž zůstanou propojeny všechny uzly. Takovému podgrafu se říká kostra. Naším úkolem nyní je najít ze všech koster minimální (ve smyslu potřebných nákladů).

Nyní se můžeme vrátit k otázce, proč není možno spoléhat na to, že probereme postupně všechny možnosti. Lze dokázat, že graf tvořený n obcemi obsahuje celkem n^{n-2} koster, takže již například při 10 obcích bychom museli probrat postupně 100 000 000 možností. Když si uvědomíme, že při řešení praktických problémů (konstrukce počítačových sítí, výstavba telekomunikačních sítí, řešení dopravních úloh apod.) se pracuje s grafy o řádově tisíci uzlech, je naprosto zřejmé, že řešení těchto úloh je možné pouze pomocí speciálních algoritmů. K důkazu toho, že zvolený algoritmus přitom vede k optimálnímu řešení, je nutno hluboko vniknout do struktury problému a užívané matematické metody jsou mnohdy mimořádně obtížné a důmyslné.

Algoritmus pro hledání minimální kostry má v kombinatorické optimalizaci zásadní roli. Jeho autorem je prokazatelně O. Borůvka, který ho publikoval v r. 1926 v práci *„O jistém problému minimálním“* ([6]), tedy cca 10 let před vznikem teorie grafů, v práci *„O jistém problému minimálním“* ([6]). Již v r. 1927 o této práci referoval v Paříži na semináři u É. Cartana, který si toto téma vybral z několika možností, jež mu O. Borůvka nabídl.

Zajímavé je, že inspirací k této práci pro Borůvku byl reálný problém s elektrifikací jedné oblasti na jižní Moravě. S tímto problémem se na Borůvku obrátil jeho známý, pracovník firmy budující elektrorozvodné sítě. Borůvka ovšem nevyřešil pouze tento konkrétní problém, ale zobecnil ho natolik, že jeho výsledek se stal jedním z fundamentálních výsledků moderní diskrétní matematiky.

Práce z diferenciální geometrie

prof. RNDr. Karel Svoboda, CSc.

Důležitou část vědecké činnosti prof. Borůvky tvoří jeho práce z diferenciální geometrie. Lze je rozdělit na dvě skupiny, z nichž jedna obsahuje pojednání zabývající se otázkami projektivní diferenciální geometrie a druhá shrnuje práce z diferenciální geometrie ploch ve vícerozměrných prostorech s konstantní křivostí.

První Borůvkova geometrická práce [3] navazuje na výsledky G. Fubiniho a E. Cartana o projektivní deformaci ploch. Na základě metody sdělené E. Čechem provedl Borůvka integraci systémů diferenciálních rovnic jimiž jsou určeny jisté typy ploch, které lze projektivně deformovat v sebe. Až na jeden případ jsou v této práci určeny konečné rovnice ploch, při nichž grupa projektivních deformací v sebe, závislá na dvou parametrech, obsahuje podgrupu kolineací v sebe, nebo při nichž všechny projektivní deformace jsou kolineacemi.

V pozoruhodných pracích [5] a [7], které vznikly z podnětu E. Čecha, jsou studovány poprvé v literatuře analytické korespondence mezi dvěma projektivními rovinami a odvozeny jejich vlastnosti invariantní vzhledem k dvojicím transformací projektivní grupy. Ke každé dvojici bodů odpovídajících si v korespondenci mezi dvěma rovinami lze přiřadit projektivně invariantní kubickou diferenciální formu ψ, jejíž vymizení určuje tzv. charakteristické směry korespondence v uvažovaném bodě. Jejich geometrický význam je dán tím, že inflexnímu bodu křivky v jedné rovině odpovídá inflexní bod odpovídající křivky v druhé rovině tehdy a jen tehdy, když tečna křivky v uvažovaném bodě