Erich Barvínek

Práce z klasické analýzy

In: Zdeněk Třešňák (author); Petra Šarmanová (author); Bedřich Půža (author): Otakar Borůvka. (Czech). Brno: Nadace Universitas Masarykiana v Brně, 1996. pp. 171--173.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/401299

Práce z klasické analýzy

doc. RNDr. Erich Barvínek, CSc.

Prvním profesorem matematiky na Masarykově univerzitě v Brně se stal Matyáš Lerch, který studoval u slavného K. Weierstrasse. M. Lerch byl typickým představitelem klasické matematické analýzy a měl značný vliv na svého asistenta Otakara Borůvku. Proto také první Borůvkovy publikace z dvacátých let jsou z klasické matematické analýzy ([1], [2], [4]).

Po druhé světové válce Borůvka zorganizoval „Seminář pro studium díla M. Lercha", z něhož v r. 1957 vzešla více než stodvacetistránková publikace *„Dílo M. Lercha v oboru matematické analýzy"* ([44]). Touto publikací O. Borůvka a kolektiv (Jiří Čermák, Věra Radochová, Ludvík Frank) zpřístupnil Lerchovy originální metody a výsledky v klasické analýze následovníkům.

O. Borůvka jako pokračovatel Lerchova odkazu se stal znalcem metod a způsobu myšlení svého mistra, což se více než v příspěvcích ke klasické analýze projevilo v Borůvkově díle jako celku, ať už šlo o mimovolný objev teorie grafů, nebo o jeho práce geometrické, nebo o jeho práce algebraické, nebo o jeho originální teorii diferenciálních transformací.

V raném období O. Borůvka našel zalíbení ve funkci gamma, k jejímuž podrobnějšímu poznání přispěl třemi níže citovanými původními pracemi:

- *O pomyslných kořenech rovnice* $\Gamma(z) = a$
- *K teorii některých transcendent počtu integrálního*
- *Poznámka o vzorci Kummerově.*

V první z uvedených prací Borůvka vychází z přepisu rovnice $\log \Gamma(z) = \log a$ při $a \in \mathbb{C}$ na tvar $\Phi(x, y) = A$, $\Psi(x, y) = B$ s reálnými A, B a nachází lokalizaci kořenu pomocí Stirlingova vzorce. Své výpočty shrnuje do šesti tabulek a doprovází je deseti obrázky, v nichž zejména vykresluje výše uvedené soustavy ortogonálních čar. Při daných A, B nachází separaci a první přiblížení kořenů. Pro konkrétní hodnoty je sestavena tabulka s použitím Newtonovy metody.

Ve druhé z uvedených prací O. Borůvka hledá explicitní vyjádření koeficientu $f_1(x)$ v rozvoji celé funkce

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(x+n)^s} - \frac{1}{s-1} = -\psi(x) + f_1(x)(s-1) + f_2(x)(s-1)^2 + \dots$$

proměnné s. S využitím funkce Γ a virtuózními výpočty O. Borůvka nachází za předpokladu $0 < x < 1$ explicitní vyjádření

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\log(n-x)}{(n-x)} - \frac{\log(n+x)}{n+x} \right] = k\pi \operatorname{cotg} x\pi + \frac{\log x}{x} +$$

$$+ \frac{\pi}{\sin x\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \cos(2n+1)x\pi \cdot \log \frac{n+1}{n},$$

z něhož odvozuje pomocí Lerchova pravidla o derivování trigonometrických řad další zajímavé vzorce, a pomocí věty o reziduích nachází formuli

$$f_1(1-x) - f_1(1+x) = -\left(\log 2\pi - \Gamma'(1)\right) \pi \operatorname{cotg} x\pi - \frac{\log x}{x} +$$

$$+ \frac{\pi}{\sin x\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \cos(2n+1)x\pi \cdot \log \frac{n}{n+1}.$$

Ve třetí z uvedených prací se O. Borůvka zabývá novým způsobem odvození Fourierova rozvoje

$$\log \Gamma(x) = (\log 2\pi + \mathrm{E})(\frac{1}{2} - x) + \frac{1}{2} \log \frac{\pi}{\sin x\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\log k}{k} \sin 2k\, \alpha\pi$$

pro $0 < x < 1$ kde $E = -\Gamma'(1)$, a to metodikou své předchozí publikace.

Patrně jako důsledek jeho studia diferenciální geometrie vznikla osamocená práce z parciálních diferenciálních rovnic: „*Über die partiellen Differentialgleichungen, denen hermitsche Formen genügen*" ([25]), zobecňující pro $n \in \mathbb{N}$ výsledek L. Schlesingera dokázaný pro $n = 2, 3$.

Práce z teorie grafů

doc. RNDr. Eduard Fuchs, CSc.

Představme si zdánlivě jednoduchý problém. Máme navrhnout nejlevnější propojení dané skupiny obcí telefonní sítí, známe-li náklady na propojení každých dvou obcí navzájem. Uvedená úloha je typickou ukázkou problémů, které řeší diskrétní matematika, přesněji řečeno její část zabývající se tzv. kombinatorickými optimalizacemi.

Na první pohled by se mohlo zdát, že výše uvedený problém je v dnešní době s její vyspělou výpočetní technikou v podstatě banální a nevyžaduje žádnou matematickou teorii. Stačí přece probrat všechny možnosti, kterých je pouze konečně mnoho, a pak z nich vybrat tu optimální. Snadno však lze ukázat, že tato představa je naprosto mylná a v praxi absolutně nerealizovatelná. Ke zdůvodnění této skutečnosti však potřebujeme zavést několik matematických pojmů.

Většinu problémů kombinatorické optimalizace lze snadno zformulovat pomocí teorie grafů, jejíž kořeny sice sahají do 18. století, jejíž vznik je však všeobecně datován do třicátých let 20. století, kdy vychází první monografie o grafech. Představa grafu je přitom velmi jednoduchá. Je to jistý počet bodů, kterým říkáme uzly a které si můžeme představit jako malé kroužky namalované v rovině. Některé dvojice těchto uzlů pak jsou propojeny tzv. hranami. Čtenář si nyní jistě