

Tři středověké sbírky matematických úloh

Métrodóros: Matematické úlohy z palatinské antologie

In: Karel Mačák (author): Tři středověké sbírky matematických úloh. Alkuin, Métrodóros, Abú Kámil. (Czech). Praha: Prometheus, 2001. pp. 43–60.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401222>

Terms of use:

© Mačák, Karel

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

2.

**MÉTRODÓROS:
MATEMATICKÉ ÚLOHY
Z PALATINSKÉ ANTOLOGIE**

Překlad s komentářem

2.1. Úvod

Jak už bylo řečeno v úvodu k této práci, jedním z možných inspiračních zdrojů pro Alkuinovu sbírku úloh mohly být matematické úlohy obsažené ve sbírce epigramů zvané *Anthologia Palatina*⁶⁹, za jejichž autora je někdy považován jinak zcela neznámý řecký autor Métrodóros, žijící asi ve 4. stol.n.l. v Byzanci; jako možného autora uvedených epigramů ho uvádí např. [Ko, SAK, Fo1, Fo2, GF], ale vůbec se o něm nezmiňují použité německé překlady [WM, GA]. Protože se nám jedná o matematický obsah uvedených úloh, nepovažujeme otázku autorství těchto epigramů za příliš důležitou; je totiž pravděpodobné, že autor epigramů (ať už to byl onen Métrodóros nebo někdo jiný) není autorem matematického zadání úloh, pouze matematické úlohy literárně zpracoval. V dalším výkladu se přikloníme k názoru M. Folkertse a budeme za autora překládaných matematických epigramů považovat Metrodora.

Metrodorovy úlohy (nebo alespoň úlohy podobného typu) mohl Alkuin znát, protože mezi Karlem Velikým a Byzancí existovaly diplomatické styky a Řek Elissaios působil na dvoře Karla Velikého jako učitel princezny Rotrudy ([Fo1], str. 33 – 34); o možném vlivu Metrodorových úloh na Alkuina je podrobněji pojednáno v [Fo1, Fo2, GF].

Pokud se vydávání a překladu Metrodorových úloh týče, podle [WM] byla většina těchto úloh publikována poprvé v r. 1621 jako příloha k prvnímu vydání řeckého textu a latinského překladu Diofantovy *Aritmetiky*, které uskutečnil Claude Gaspar Bachet de Méziriac (1587 – 1638). Toto vydání obsahovalo jako dodatek za 33. úlohou 5. knihy Diofantovy *Aritmetiky*⁷⁰ 45 úloh z palatinské antologie; k nim byla později přidána ještě jedna úloha. Kromě jedné úlohy (viz dále) se jedná o výběr ze 14. knihy palatinské antologie; tato 14. kniha obsahuje celkem 150 epigramů charakterizovaných v [GA] jako početní úlohy a hádanky. Německý překlad těchto 46 úloh (který zde označujeme [WM]) připojil G. Wertheim ke svému německému překladu Diofantovy *Aritmetiky* [WD] a z tohoto překladu [WM] zde vycházíme.

V r. 1981 vyšel nový německý překlad celé tzv. řecké antologie [GA]⁷¹; k tomuto překladu jsme na některých místech přihlédlí. Abychom usnadnili případnému zájemci porovnání našeho textu s úplným textem 14. knihy palatinské antologie, připojujeme u každé úlohy i její číslo ve 14. knize podle [GA].

⁶⁹Podle [EA, SAK] epigram = původně veršovaný nápis náhrobní nebo věnovací, jeho charakter se však postupně měnil. V helénistické době sloužil především k vyjádření osobních nálad a zážitků; byly skládány epigramy pijácké, milostné, posměšné, mravoučné i jiné. Od Řeků převzali epigram Římané; dnešní chápání epigramu jako jistého druhu satirické poezie je odvozeno hlavně z epigramů Marka Valeria Martiala (okolo r. 40 - po r. 100 n.l.).

Anthologia Palatina – největší sbírka řeckých epigramů o patnácti knihách, zachovaná v jediném rukopise knihovny Bibliotheca Palatina v Heidelbergu; rukopis je dnes rozdělen a část je v Paříži. Byla sestavena z menších sbírek, které vznikaly od 1. stol. př.n.l. až do 9. stol.n.l. (podle [EA, SAK]).

Podrobný rozbor literárně historických otázek souvisejících s uvedenou sbírkou epigramů lze nalézt v úvodu k překladu [GA].

⁷⁰Viz paragraf 1.4.5 této práce.

⁷¹Jako řecká antologie je označováno patnáct knih palatinské antologie s připojenou šestnáctou knihou z tzv. *Antologia Planudea*.

Pokud se autorství epigramů týče, až na dvě výjimky (na které upozorníme v komentáři) je v [GA] uváděn jako autor „neznámý básník“. Považujeme za nutné upozornit na to, že zatímco původní zadání úloh jsou veršovaná, náš překlad je v próze, což považujeme za jistý nedostatek. Úlohy z palatinské antologie jsou sice v porovnání s úlohami Alkuinovými většinou matematicky jednodušší a i jejich tématická šíře je menší, ale z jazykového hlediska jsou jejich zadání daleko pestřejší a květnatější. Bylo by jistě zajímavé mít k dispozici jazykově kvalitní veršovaný český překlad pořízený přímo z řeckého originálu, ale tento úkol bude muset počkat na jiného překladatele.

Překlad zadání je tištěn kurzivou; úlohy jsou číslovány podle [WM], v závorce je připojeno číslo úlohy ve 14. knize řecké antologie [GA]. Pokud se komentáře týče, Metrodorovy úlohy vyžadují místy poměrně obsáhlý výklad antických reálií; potřebné údaje jsme čerpali (pokud není výslovně uvedeno jinak) z encyklopedií [EA, SAK]. Z matematického hlediska jsou úlohy většinou jednoduché a proto považujeme většinou za postačující uvést výsledek podle [WM]; podrobnější komentář připojujeme hlavně tehdy, když formulace úlohy není zcela jasná.

Wertheim připojil na závěr svého překladu jako 47. úlohu rozsáhlou úlohu, která bývá spojována s Archimedovým jménem. Tato úloha sice s naším tématem vůbec nesouvisí, jeví se nám však natolik kuriozní, že jsme ji nakonec na závěr připojili taky.

2.2. Překlad úloh s komentářem

1. (1.)

Ctihodný Pythagore, potomku helikónských múz, řekni mi, prosím tě o to, kolik v tvém domě na zápasišti vědy dlí žáků horlivě usilujících o odměnu vítězi?

Chei ti to říci, ó Polykrate. Pohled, polovina se zabývá krásnou matematikou, čtvrtina naopak usiluje o poznání přírody, té nesmrtelné, sedmina pak setrvává zcela v mlčení promýšlejíc to, co vyslechla. Připočti k tomu tři ženy, z nichž Theano vyniká; tolik jich vedu ke kněžství pierských múz.

.....

Jako autor této úlohy je v [GA] uveden Sokrates.

Helikon je pohoří (1570 m) v Boiotii (krajina ve středním Řecku, centrum Théby), které bylo podle tradice sídlem Múz a Apollona. Označení Pythagora za jejich potomka je možná básnickým vyjádřením Pythagorovy božské inspirace.

Polykrates se kolem r. 540 př.n.l. zmocnil samovlády na ostrově Samu; na jeho dvoře žil i Pythagoras, který však okolo r. 530 př.n.l. odešel do Krotonu v jižní Itálii.

Pieria je krajina v jihovýchodní Makedonii proslulá kultem Múz.

Výsledek je 28.

2. (3.)

Jednou se zeptala Kypris Erota, který k ní přišel sklíčený: Jaký zármutek tě trápí, mé dítě?

On tedy odpověděl: Právě jsem přicházel z Helikonu, obtížen jablky, ale ta mi ukradly múzy a pak uprchly. Kleio mi vzala pětinu, Euterpe dvanáctinu jablek;

dále osminu Thaleia, ta vznešená, dvacetinu pak ještě sebrala Melpomene, Tersichore mi ukradla čtvrtinu a Erato uchopila jako svůj díl sedminu. Polyhymnia mi ukradla třicet jablek, sto dvacet potom Urania, s těžkým nákladem se odplížila pryč Kalliope s třemi sty jablky. A tak jsem teď přišel domů k tobě – pohleď – s lehkýma rukama; bohyně mi nechaly jen pouhých padesát jablek.

.....

Kypris je příjmení bohyně Afrodite, která si zvolila ostrov Kypr za své sídlo; bůh lásky Eros byl její syn.

Múzy měly obory působnosti rozděleny takto:⁷² Kleio pečovala o historii, Euterpe o lyrické básnictví (o hudbu), Thaleia o komedii, Melpomene o tragédii, Tersichore o tance, Erato o milostnou poezii, Polyhymnia o vážný zpěv (hymnické básnictví), Urania o vědy, především astronomii, Kalliope o epické zpěvy (a také o vědu).

Má se zřejmě vypočítat, kolik jablek měl původně Erós; výsledek je 3360.

3. (48.)

Charitky jednou nesly koš s jablky a v každém byl stejný počet jablek. Potkalo je devět múz a prosily o ovoce. Daly tedy každé, takže každá z oněch devíti i z oněch tří pak měly stejně. Řekni, kolik rozdělily, že všechny měly tentýž počet.

.....

Charitky (u Římanů Grácie) byly dcery Diovy a obvykle se uvádějí tři; byly to bohyně půvabu, krásy a slavnostního veselí.

Úloha je z hlediska školské matematiky poněkud neobvyklá, protože má nekonečně mnoho řešení; předpokládáme-li, že se jablka při rozdělování neporcovala a označíme-li x počet jablek, která měla každá charitka v koši, pak řešením úlohy je každé x , které je dělitelné čtyřmi.

4. (49.)

Ukovej mi korunu a smíchej dohromady zlato s mědí, vezmi k tomu také ještě cín a namáhavě připravené železo. Ať to váží šedesát min. Zlato a měď ať váží dvě třetiny celku, zlata s cínem ať jsou naopak tři čtvrtiny, ale zlato a železo dohromady ať váží tři pětiny. Nuže, nyní mi přesně řekni, kolik zlata musíš vzít a mědi, abys dosáhl oné směsi, jakou váhu cínu a jakou konečně železa, abys ukoval korunu přesně ze šedesáti min.

.....

Muselo se jednat o korunu vskutku královskou, protože 1 mina = 436 g.

Úlohu lze zapsat pomocí soustavy čtyř lineárních rovnic o čtyřech neznámých; ke zhotovení koruny je třeba vzít 30,5 miny zlata, 9,5 miny mědi, 14,5 miny cínu a 5,5 miny železa.

⁷² Údaje v literatuře se u některých múz poněkud rozcházejí.

5. (50.)

Ze stříbrné číše, ó kováři, máš vzít třetinu a čtvrtinu, a pak ještě přidat dvanáctinu k tomu. Vrhni kov do pece a hmotu řádně promíchej. Ať váží jednu minu, až tu hroudu vytáhneš.

.....

Úloha je asi míněna tak, že jakási stříbrná číše je rozdělena na části, z nichž některé jsou použity k dalšímu zpracování, a má být stanovena hmotnost původní číše. Výsledek je 1,5 miny.

6. (51.)

A: Jsem roven druhému a třetině třetího.

B: Jsem roven třetímu a třetině prvního.

C: A já třetině druhého a deseti minám.

.....

Tři blíže neurčení jedinci (podle [GA] tři sochy) si sdělují údaje o svých hmotnostech a má se zřejmě stanovit hmotnost každého z nich. Úlohu lze zapsat pomocí soustavy tří lineárních rovnic o třech neznámých; výsledkem je $A = 45$ min, $B = 37,5$ miny, $c = 22,5$ miny.

7. (11.)

Tisíc statérů, které jsem získal, nařizuji, mají si oba synové takto rozdělit: pětina toho, co obdrží syn z řádného manželství, nechť je o deset větší než čtvrtina toho, co obdrží levoboček.

.....

Statér bylo označení pro některé druhy větších mincí, většinou zlatých. Zřejmě má být stanoveno, kolik dostane syn z řádného manželství a kolik levoboček; úlohu lze zapsat pomocí soustavy dvou lineárních rovnic o dvou neznámých a výsledkem je $577 + 7/9$ statéru pro syna z řádného manželství, $422 + 2/9$ statéru pro levobočka.

8. (12.)

Kroisos věnoval šest číší; vážily šest min a přitom každá následující vážila o jednu drachmu více.

.....

Pro řešení úlohy je důležité, že 1 mina = 100 drachem

V [GA] je výslovně uvedeno, že Kroisos je král; je tedy zřejmě míněn poslední král v maloasijské Lýdii panující asi v letech 560 – 546 př.n.l., jehož bohatství bylo u Řeků pověstné. Podrobil si západní část Malé Asie, ale byl poražen perským králem Kýrem II.

Z matematického hlediska se jedná o nalezení prvního členu aritmetické posloupnosti s diferencí rovnou jedné drachmě a součtem prvních šesti členů rovným šesti minám. Výsledkem je údaj, že nejlehčí číše vážila 97,5 drachmy.

9. (6.)

Nejznamenitější hlasateli času, kolik již uplynulo ze dne? Dvakrát tolik zbývá jako dvě třetiny z času, který uplynul.

.....

Pro řešení úlohy je podstatné, že denní i noční doby byly rozděleny každá na 12 hodin samostatně počítaných, v zadání úlohy tedy den = 12 hodin. Výsledkem je údaj, že ze dne již uplynulo $5 + 1/7$ hodiny.

10. (116.)

Proč mi hrozíš bitím kvůli ořechům, matko? Podělily se z toho půvabné dívky. Pohled, Melission si vzala dvě sedminy ořechů, Titane potom dvanáctinu, šestinu a třetinu si naopak vzaly Astioche a Philinna, ty veselé; dvacet si pak vzala Thetis, ta zlodějka, dvanáct ještě Thisbe; Glauke však – jen se podívej, jak se směje – drží v rukách jedenáct. A tohle je ten jediný ořech, který mi ještě zůstal.

.....

Zřejmě se má stanovit, kolik ořechů bylo celkem; výsledek je 336.

11. (117.)

Kde zůstala jablka, mé dítě? Dvě šestiny má Ino, osminu si však vzala Semele, Autonoe mi ukradla čtvrtinu, Agaue mi zase pětinu vybrala z klína, pak hbitě zmizela. Pro tebe je zde ještě deset jablek, pro sebe však vskutku – při Kypris přísahám – mám už jen jedno.

.....

Úloha je analogická úloze předešlé; celkem bylo 120 jablek.

12. (118.)

Myrto jednou rozdělovala přítelkyním natrhaná jablka. Chrysis z nich obdržela pětinu a Hero čtvrtinu, pak devatenáctý díl Psamathe, Kleopatra desetinu, ale dvacetinu dala půvabné Parthenopei. Dvanáct pouhých obdržela Euadne, pro ni samotnou zůstalo už jen sto dvacet z toho velkého množství jablek.

.....

Úloha je opět analogická úloze předešlé; celkem bylo 380 jablek.

13. (119.)

Ino a Semele jednou rozdělovaly dvanácti spřáteleným pannám, které o to velmi prosily, krásná jablka. Sudý byl počet jablek, které Semele darovala šesti, lichý počet Ininých; ta ovšem rozdělila více.

Ino dala tři sedminy třem přítelkyním, dál byla ještě pětina dvěma rozdělena, Astynome si vzala jedenáct jablek a ještě zůstala dvě pro Ino, která mohla přinést sestrám domů.

Semele dala čtyřem přítelkyním dvě čtvrtiny jablek a šestinu poté darovala páté jako podíl, Eurychore obdržela čtyři jablka; jí nakonec zůstala čtyři z celkového počtu, kterými se mohla potěšit.

.....
 Má se zřejmě stanovit, kolik jablek měla na počátku Semele a kolik Ino. Jedná se vlastně o dvě samostatné úlohy analogické úlohám předešlým spojené do jednoho zadání; informace o sudosti a lichosti na konci prvního odstavce je zbytečná.

Výsledkem je údaj, že Ino měla na počátku 35 jablek a Semele 24.

14. (120.)

Silně obtížen ořechy stál tam mohutný ořešák. Nyní ho jeden (muž) náhle porazil, ale co vypráví?

Z ořechů mi pětinu vzala Parthenopeia a osminu z nich odnesla Philinna, Aganippe ukradla čtvrtinu, ze sedminy se těší Orithyia a Eurynome si otrhala šestinu ořechů. Sto a šest popadly tři Charitky, Múzy si vzaly devětkrát devět. Jen sedm jich ještě zůstalo zbylých, které vidíš viset tam na nejvyšší špičce větví.

.....
 Jedná se o další úlohu stejného typu jako byly úlohy předešlé. Má se zřejmě stanovit, kolik bylo celkem ořechů; odpověď je 1680.

15. (121.)

Kdo z Gadu chce jít do města na sedmi pahorcích, má šestinu cesty, když přijde k Baetis, odtud je pětina k Pyladově fokijské zemi, té plné dobytka, má také jméno podle toho. Dále osmina cesty, a přijde k Pyrenejím, jednu stodvacetinu potom potřebuje, aby je přešel. Pak mezi Pyrenejemi a vysokými štíty Alp leží čtvrtina, a nyní už přijde země Ausonů. Teď je to dvanáctina, než se objeví jantar Eridanu. Urazíš-li ještě dva tisíce stadií a pět set k tomu, ó šťastlivče, pak obrať svůj krok tam k vytouženému cíli, Tarpeinu hradu.

.....
 Gades je dnešní Cádiz, město na sedmi pahorcích je pochopitelně Řím. Baetis je dnešní řeka Guadalquivir.

Další část textu neumíme vysvětlit. Podle [EA, SAK] Fokis je krajina ve středním Řecku při Korintském zálivu; významným kultovním střediskem byly Delfy. Pylades (známý přítel Orestův) byl synem fockého krále Strofia. Jak tato fakta souvisí se zadáním naší úlohy, není jasné; stejně tak není jasný údaj o souvislosti mezi dobytkem a jménem krajiny. Ani podle [GA] není tato část textu jasná; podle komentáře v [GA] se mohlo jednat o nějaké místo osídlené kolonisty z Fokaie⁷³ a v textu došlo k záměně Fokaie s Fokis, ale souvislost s dobytkem zůstává i nadále nejasná.

Ausonové byli původní obyvatelé Itálie, Eridan je dnešní řeka Pád.

Stadion jako délková míra mělo v různých řeckých obcích různou délku; stadion olympijské = 192,27 m, stadion attické = 177,6 m.

Tarpein hrad = Kapitol. Tarpeia podle pověsti zradila Římany a vydala Kapitol Sabinům, když v době Romulovy vlády oblehli Řím, aby pomstili únos svých žen a dcer.

⁷³Fokaia bylo přístavní město v Ionii severně od řeky Hermu. Jeho obyvatelé zakládali kolonie v západní Evropě; kolem r. 600 př.n.l. založili Massalii (nynější Marseille).

V zadání není sice řečeno, co se vlastně má počítat, lze však soudit, že má být stanovena délka cesty z Cádiz do Říma; výsledek je 15000 stadií.

16. (122.)

Běda, znesvětil jsem posvátnou pásku⁷⁴ bohyně Dike, příliš se dívaje na tebe, vše ovládající zlato! Ted' nevlastním nic, neboť přes nepříznivá znamení jsem neuváženě dal čtyřicet talentů příteli. Ó, to proměnlivé štěstí! Ještě polovina a třetina a osmina mi zbyla, ted' vše vlastní nepřítel.

.....

Dike byla dcerou nejvyššího boha Dia a bohyně spravedlnosti Themidy. Jejím úkolem bylo chránit právo; první větu zadání by tedy snad bylo možné vysvětlit tak, že majetek, o který jde (*vše ovládající zlato*) byl získán neregulérně.

Talent byla velká početní a váhová jednotka; 1 talent = 60 min = 26,2 kg.

Úkolem je asi zjistit, jak veliký majetek měl bědující člověk na začátku. Označíme-li toto množství x , pak lze úlohu zapsat ve tvaru rovnice

$$x = 40 + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{8},$$

z čehož plyne řešení $x = 960$ talentů.

17. (123.)

Vezmi si pětinu dědictví, můj synu, ale tobě, ó manželko, bude dvanáctina podúlem. Pak synové zemřelého dítěte, čtyři do počtu, oba bratři, matka, každý ať si z mých peněz odebere jedenáctinu. Dvanáct talentů mají milí bratřenci obdržet a drahý přítel Eubolos ať si vezme pět. Svobodu a náhradu ať obdrží věrné služebnictvo, mzdu za vykonané služby; dávám jim toto: pět a dvacet min ať dědí Onesimos, ty, můj Daosi, můžeš se potěšit z dvaceti, padesát ať obdrží Syros, deset Synete, Tibios osm, Synetos, syn Syrosův, bude mít sedm jako podíl. Třicet talentů pak vezměte na ozdobení hrobu a tím obětujte bohu podsvětí; dva ať jsou na hranici, jídlo a plátno, a dva ať jsou na ozdobení těla.

.....

Zřejmě se má stanovit, jak velké bylo dědictví; označme jeho velikost x . Převedeme-li miny na talenty⁷⁵, pak lze úlohu zapsat ve tvaru rovnice

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{12} + 7\frac{x}{11} + 12 + 5 + \frac{25 + 20 + 50 + 10 + 8 + 7}{60} + 30 + 2 + 2 = x,$$

jejímž řešením je $x = 660$ talentů.

18. (125.)

Já mohyla skrývám nešťastné děti Philinniny, kterých tak mnoho marně přivedla na svět. Mladíků byla pětina, třetina byla ještě panen, pak ještě dcery

⁷⁴V [GA] se mluví o závoji.

⁷⁵Jak už bylo řečeno v předešlé úloze, 1 talent = 60 min.

tři, které teprve krátce byly provdány. Konečně byly ještě čtyři, světla a hlasu postrádající, které tam k Acheronu klesly z matčina klína.

.....

Acheron byla řeka v podsvětí; poslední větě zadání lze tedy rozumět tak, že čtyři děti zemřely hned při porodu. Stanoven má být zřejmě celkový počet dětí; výsledek je 15.

19. (126.)

Zde tento náhrobek přikrývá Diofanta – zázrak na pohled! Aritmetickým uměním sděluje kámen jeho věk. Šestinu života popřál mu Bůh být chlapcem, když pak dvanáctina uplynula, nechal mu vyrašit vous; ještě sedmina, tu rozžehl mu svatební pochodeň, a pět let nato mu udělil synáčka. Běda, nešťastné dítě! Dosáhlo teprve poloviny otcova věku, když přijal ho Hádes, ten strašný. Ještě čtyři roky snášel bolest, žije vědě, a nyní řekni cíl, kterého on sám dosáhl.

.....

Tuto úlohu lze počítat mezi známé středověké úlohy (podobně jako např. Alkuinovu převoznickou úlohu o koze, vlku a hlávce zelí). Odpověď zní, že Diofantos se dožil 84 let.

20. (127.)

Řekni, jak dlouho žil Demochares, který byl chlapcem čtvrtinu, mladíkem pětinu a mužem třetinu života. A když se potom stal starcem s šedými vlasy, tu žil ještě třináct let a byla dosažena hranice vezdejšího života.

.....

Úloha je analogická úloze předešlé; Demochares se dožil 60 let.

21. (128.)

Jak mě podvedl bratr, který rozdělil veskrze proti právu pět talentů zděděných po otci! Z toho, co si vzal on, mám jenom sedm pětin z jedenáctiny. Ó Die, hluboký je spánek, kterým spíš!

.....

Poslední věta zadání je asi povzdechem nad tím, že Zeus si nevšímá páchaných špatností a nezakročí. Vypočítat se zřejmě má, jak bylo rozděleno zděděných pět talentů; nespravedlivý bratr si přivlastnil $4 + 27/62$ talentu, ošizenému bratru připadlo $35/62$ talentu.

22. (129.)

Někdo, kdo proplul širé pláně moře, praví kormidelníkovi loď: Jak daleko je ještě do přístavu?

Ten mu odpověděl: Šest tisíc stadií je od krétských útesů k sikelské hoře Peloros. Vezmi dvě pětiny cesty, které jsi, plavče, již urazil; dvakrát tolik ještě zbývá, než přistaneme na Sicílii.

.....

Sikelia je řecký název pro Sicílii, Peloros je název pro severovýchodní cíp Sicílie (dnes *Capo di Faro* nebo *Faro di Messina* (podle [GW])). Odpověď na otázku položenou na začátku zní, že do přístavu ještě zbývá $2666 + 2/3$ stadia.

23. (130.)

Jsou čtyři fontány. První naplní nádrž za den, druhá za dva, třetí za tři a čtvrtá za čtyři dny. Jakkoli dlouho to trvá, jsou-li všechny otevřené?

.....

Úlohy tohoto typu patří ve výuce matematiky ke klasickým; v našem případě je odpověď $12/25$ dne.

24. (131.)

Za čtyři hodiny může naplnit celou nádrž, co vlévám dovnitř, proto mě hned otevři. Vždyť při plnění nádrže o stejně mnoho hodin je za mnou tento vpravo a ten třetí zde dokonce o dvojnásobek. Když oba spojené se mnou necháš téci, naplníme ti nádrž hbitě. Řekni čas, který to trvá.

.....

Zdá se, že „vypravěčem“ zadání je socha, která spolu se dvěma dalšími stojí na okraji nějaké nádrže a „nalévá“ do ní vodu⁷⁶. Z matematického hlediska je úloha analogická úloze předešlé; odpověď je $2 + 2/11$ hodiny.

25. (132.)

Pohleď, jak stojí tu bronzový Kyklop Polyfémós. Jak dovedně mu kovář zhotovil oko a ústa a ruku, ukryv mu do nich trubky. Věru vypadá ten obr úplně jako by z něj lilo! Ještě teď mu proudí z úst pramen. Trubky jsou takto uspořádány: nádrž se naplní trubkou v ruce, když tři dny teče, jeden stačí oku, dvě pětiny stačí ústům. Kdo může říci čas, který potřebují ve třech?

.....

Jedná se opět o variantu předešlé úlohy; odpověď je $6/23$ dne.

26. (133.)

Jak svižně smísí v nádrži dvě řeky nádherné vlny s Bromiovým ušlechtilým darem. Zcela rozdílná je však síla proudu, neboť Neilos, tekl-li by sám jeden den, naplní nádrž po okraj, tolik vody prýští z jeho hrudi. Naopak Bakchův thyrsos, rozlévající víno, potřebuje k tomu tři dny. Však Achelai, tvůj roh ji naplní ve dvou. Nyní nechť tečou všechny společně a jistě naplní nádrž rychle.

.....

Z matematického hlediska se jedná o další variantu dvou předešlých úloh, která však je zapsána poněkud „zašifrovaně“. Do nádrže vedou stejně jako v předešlých úlohách prostřednictvím soch tři přívody, zdá se však, že zatímco ze dvou soch přitéká voda (Neilos = Nil, Acheloos = řeka v Řecku ústící do Jónského moře), z třetí přitéká víno (Bromios = jedno z příjmení boha vína

⁷⁶Z tohoto hlediska lze tuto úlohu porovnat se dvěma následujícími, hlavně s úlohou č. 26.

Dionýsa; Bakchus = latinské jméno pro Dionýsa). Thyrsos byla tyč, opatřená na vrcholu piniovou šiškou a stužkami a pod tím ovinutá trsem révových nebo břečťanových listů; byl to slavnostní odznak boha Dionýsa a symbol bakchického nadšení.

Nicméně ať už do nádrže teče cokoli, otázkou asi je (stejně jako v předešlých úlohách), za jak dlouho naplní nádrž všechny tři přívody tekoucí najednou; odpověď je 6/11 dne.

27. (134.)

Ženo, jak jsi zapomněla na chudobu! Doléhá na tebe přece pořád hořkost nouze přinášející osten trampot. Dříve jsi přece sprádala vlnu za jednu minu denně a tvé starší dítě tkalo za jednu a třetinu; také mladší dcera si vydělala půl. Teď máte dohromady jednu minu, stačí to k životu?

.....

Ze zadání není jasné, co se vlastně má počítat. Protože však první dvě věty jsou výčitkami ženě, která se asi přestala snažit o výdělek, lze předpokládat, že se má vypočítat, kolik si jednotliví členové rodiny vydělají za den nyní, jsou-li vzájemné poměry jejich výdělků stejné jako dříve. Označíme-li tedy výdělek matky x , lze zadání zapsat pomocí rovnice

$$x + \frac{4}{3}x + \frac{x}{2} = 1$$

a výsledek je: x (tj. výdělek matky) = 6/17 miny, výdělek staršího dítěte je 8/17 miny a výdělek mladší dcery je 3/17 miny.

V [GA] je úloha pojata poněkud jinak, protože mina byla jednotka nejen peněžní, ale i váhová; v [GA] tedy není řeč o výdělku, ale o množství zpracovaného materiálu.

28. (135.)

Vodu ke koupeli vylévající stojíme zde my tři Eroti, posílající své vlny do půvabně vyhlížející nádrže. Já zde vpravo naplním ze široce rozepjatých křídel tvou koupel už za šestinu dne. Onen vlevo ji naplní z urny za čtyři hodiny. Ten uprostřed z luku potřebuje polovinu dne. Řekni, jak krátká je doba, ve které ji naplníme všichni, proudí-li voda z křídel, urny i luku.

.....

Jedná se o další variantu úloh č. 24 – 26; Eroti naplní společně nádrž za 1 + 1/11 hodiny.

29. (136.)

Výrobce pálených cihel, velice moc si přeji dokončit dům. Dnešní den je bez mraků a já už nepotřebuji mnoho pálených cihel; dohromady je jich jenom tři sta, které chybí. Tak mnoho jsi udělal sám za jeden den a dvě stě přinesla denní práce synova, právě tak mnoho a padesát dodal zeť. Kolik hodin to tedy trvá, když se vy tři společně pustíte do práce?

.....

Připomeňme, že 1 den = 12 hodin (viz úloha č. 9). Z matematického hlediska se jedná o variantu úloh týkajících se naplňování nádrží; odpovědi na otázku jsou $4 + 4/5$ hodiny.

30. (137.)

Prolejte slzy, než půjdete dále. Zde jsme pohřbeni my, které ubil řítící se Antiochův dům. Hodující seděli jsme zde, když bůh nám hodovní síň proměnil v hrob. Čtyři Tegeaté to jsou, kteří zde leží, dvanáct Messeňanů a pět ještě z Argu, ale polovina hostů byla z města Sparty. Též Antiochus sám zahynul, pětina z pětiny byli Athéňané. Korint pláče nad jediným Hylasem.

.....

Tegea, Messene a Argos byla město na Peloponnésu, stejně jako Sparta.

Zřejmě má být stanoveno, kolik hodovníků zahynulo při zřícení domu; odpověď je 50.

31. (138.)

S pěti přítelkyněmi si jednou hrála Nikarete a rozdělovala jim ořechy. Dala Kleis třetinu z nich, Sapho dostala čtvrtinu, Aristodike pětinu, ale Theano dvanáctinu a také dvacetinu. Philinně darovala čtvrtinu z šestiny; teď pro ni zůstalo jen zbylých padesát ořechů.

.....

Jedná se o další „rozdělovací“ úlohu, ve které se asi má stanovit, kolik ořechů měla Nikarete na začátku; odpověď je 1200.

32. (139.)

Ó Diodore, ty světlo astronomie, jaký je čas? Vezmi tři pětiny času, který uplynul od doby, kdy od východu na nebi uháněla Heliova kola, a počítej to čtyřikrát; to zbývá z běhu až tam k moři Hesperidek.

.....

Helios byl bůh slunce; každé ráno vyjížděl na oblohu ve voze taženém okřídlenými oři.

Hesperidky, dcery bohyně Noci, opatrovaly strom se zlatými jablky, propůjčujícími nesmrtelnost. Jejich sídlo kladli Řekové daleko na západ za pohoří Atlas, takže „moře Hesperidek“ by mohl být dnešní Atlantický oceán.

Předpokládáme-li, že se má stanovit množství již uplynulého času, pak odpověď je, že již uplynulo $3 + 9/17$ hodin (stále platí, že 1 den = 12 hodin).

33. (140.)

Blažený Die, copak se ti líbily žerty, které provozovaly thessalské čarodějnice plné bujnosti? Smrtelníkům zmizelo jasné Selenino oko! Viděl jsem to. Zůstalo z noci až do rána dvakrát tolik jako třetina a sedmina času, který už byl pryč.

.....

Thessalie je krajina ve východní části severního Řecka, tvořená rozsáhlou úrodnou rovinou obklopenou horami (kromě jiného na východě Olympem). Byla dějištěm mnoha mýtů a pověstí; byla též proslulou zemí čarodějnicví ([EA], str. 617). Pokud se pověsti thessalských čarodějnic týče, uveďme citát z druhého dějství druhého dílu Goethova „Fausta“ ([Go], str. 333):

MEFISTOFELES *vilně*:⁷⁷

Thessalské babky! to jsou mi ty pravé!

Po těch jsem já už pásl moc!

Není to asi příliš zdravé,

lehávat s nimi noc co noc;

leč na vizitu – jednou něco zvlášť -

Selene byla bohyně Měsíce; podle komentáře v [GA] lze druhou větu textu vyložit tak, že (působením thessalských čarodějnic) došlo k zatmění Měsíce.

Vypočítat se asi má, jaká část noci už uplynula nebo naopak jaká část noci ještě zbývala, když k onomu zatmění došlo; odpověď zní, že uplynulo $6 + 6/41$ hodin noci (připomínáme (viz úloha č. 9), že noc měla 12 hodin).

34. (141.)

Řekni mi polohu hvězd a jak šly planety kolem nich, když včera přišlo na svět mé dítě. Vezmi dvě sedminy času, který uplynul od rána, šestkrát tak mnoho ještě zbývá až k moři Hesperidek.

.....

Ponecháme-li stranou první větu textu, je tato úloha pouze variantou úlohy předešlé; odpověď zní, že ve chvíli narození uplynulo $4 + 8/19$ hodin dne (znovu připomínáme (viz úloha č. 9), že den měl 12 hodin).

35. (142.)

Vzhůru, dělníci, probudte se! Je světlo a uplynula pětina ze tří osmin času, který nám den ještě poskytně.

.....

V [GA] jsou do práce burcovány přadleny, ale to nemění nic na skutečnosti, že se jedná pouze o další variantu předešlých „časoměrných“ úloh; odpověď zní, že ve chvíli buzení již uplynulo $36/43$ hodiny.

36. (143.)

Běda, otec utonul v syrských mělčinách. Přece však nám bratr přinesl z té cesty domů pět talentů. Dal mi jako podíl dvakrát tolik jako dvojnásobek třetiny

⁷⁷ MEPHISTOPHELES lüstern:

Thessalische Hexen! Wohl! das sind Personen,

Nach denen hab' ich lang' gefragt.

Mit ihnen Nacht für Nacht zu wohnen,

Ich glaube nicht, daß es behagt;

Doch zum Besuch! Versuch'!

(Podle vydání Th. Knauer Nachf., Berlin 1929.)

z toho, co si sám ponechal, matka však obdržela dvě osminy našeho podílu. A tak se, pravda, proti právu nepochytilo.

.....

Syrty jsou písčité mělčiny na severním břehu Afriky.

Zřejmě se má vypočítat, kolik komu připadlo z oněch pěti talentů. Označíme-li x část, kterou si ponechal bratr, pak lze úlohu zapsat ve tvaru rovnice

$$x + 2\frac{2}{3}x + \frac{2}{8}(x + 2\frac{2}{3}x) = 5 ;$$

z této rovnice plyne, že x , tj. bratrův podíl, činí $1 + 5/7$ talentu, „můj“ podíl činí $2 + 2/7$ talentu a matka obdržela 1 talent.

37. (144.)

A) Já a podstavec, na kterém stojím, my nevážíme málo.

B) Právě tolik talentů váží podstavec se mnou.

A) Já sám jsem dvakrát tak těžký jako podstavec, který ti slouží.

B) A já vážím dokonce třikrát tolik jako tvůj podstavec.

.....

Jedná se zřejmě o rozhovor dvou soch, ze kterého se má stanovit jednak hmotnost každé sochy, jednak hmotnost jejich podstavců. Snadno zjistíme, že úloha má nekonečně mnoho řešení; označíme-li k hmotnost podstavce sochy A , je hmotnost sochy A rovna $4k$, hmotnost sochy B je rovna $3k$ a hmotnost podstavce sochy B je rovna $2k$.

38. (145.)

A) Dej mi deset min a mám tě třikrát.

B) Dej ty mi deset a mám pětkrát tvoji hodnotu.

.....

Jedná se o variantu předešlé úlohy; odpověď zní, že socha A má hmotnost $15 + 5/7$ miny, socha B má hmotnost $18 + 4/7$ miny.

39. (146.)

A) Dvě miny dej a mám dvojnásobek tvého zbytku.

B) Dej ty mi dvě a mám tě čtyřikrát.

.....

Jedná se o další variantu předešlé úlohy; odpověď zní, že socha A má hmotnost $3 + 5/7$ miny, socha B má hmotnost $4 + 6/7$ miny.

40. (147.)

Homér Hesiodovi na otázku, jak velký byl počet Helénů, kteří táhli do pole proti Tróji.

Bylo tam sedm ohnišť, mocný žár, ohniště pak obsahovalo padesát rožňů a na každém rožni byl kus masa. Ale každý ten kus obklopilo devět set Achájů.

.....

Jako autor úlohy je v [GA] uveden Homér; je zde také poznamenáno, že úloha existuje ve dvou variantách. Z matematického hlediska se jedná v každém případě o pouhé násobení; pro naši variantu je výsledkem 315 000 bojovníků, táhnoucích proti Tróji.

Hesiodos žil kolem r. 700 př.n.l.; napsal dvě básnická díla.

41. (2.)

Jsem Pallas, ukovaná ze zlata. To mi přinesli v oběť mladíci, milující zpěv, jako zasvěcující dar. Pohleď, polovinu zlata dal Charistios, Thespis pak daroval osminu, Solon desetinu, a dvacetinu ještě k tomu Themison. Nakonec, co chybělo, devět talentů a práci, přidal Aristodikos.

.....

Zřejmě se má vypočítat, kolik bylo celkem zlata; výsledek je 40 talentů.

42. (4.)

Augeias se jednou tázal Alkides, mocný silou, na počet dobytčat, a ten mu odpověděl:

U Alfeia, rychlé řeky, se pase polovina, ale osmina na pahorku, zasvěceném Kronovi; na Taraxippu⁷⁸ pak ještě dvanáctina, daleko na hranici; také se pase dvanáctina ve staroslavné Elidě a třicetina jich zůstala na arkádských nivách. Co ještě zbylo ze stáda, vidíš zde: padesát celkem.

.....

Augeias byl králem v Elidě a měl rozsáhlá stáda dobytka; vyčištění jeho chléva bylo jedním z úkolů Heraklových; jménem Alkides (Alcides, Alkeides) bývá někdy nazýván právě Herakles. Elis je krajina v západní části Peloponnésu, Alfeios je řeka v Elidě; je to jedna z řek, kterých použil Herakles k vyčištění Augeiasova chléva. Arkádie je krajina ve střední části Peloponnésu; pahorek zasvěcený Kronovi a Taraxippos nedokážeme lokalizovat.

Pokud se jména Taraxippos týče, [SAK] uvádí, že to byl duch Sisyfova syna Glauka, kterého usmýkali jeho koně, živení lidským masem. Při závodech v hippodromu děsil koně a zavínil řadu nehod, proto mu závodníci přinášeli oběti, aby si zachovali život; měl také oltář přímo na hippodromu v Olympii. Jak by to však mohlo souviset se zadáním naší úlohy, není nám jasné.

Celé Augeiasovo stádo v tomto příkladu čítalo 240 dobytčat⁷⁹.

43. (7.)

Jsem bronzový lev. Z chodidla pravé nohy, z obou očí a z úst proudí ven voda. Za dva dny naplní nádrž pravé oko, levé pak za tři, ale noha za čtyři. Už šest hodin stačí ústům. Jakpak dlouho to trvá, jsou-li současně otevřeny oči a noha a ústa?

.....

⁷⁸V [GA] se píše: u Taraxippovy svatyně.

⁷⁹Podle [SAK], str. 87, měl Augeias dobytčat celkem tři tisíce.

Připomínáme (viz úloha č. 9), že 1 den = 12 hodin. Jsou-li otevřeny všechny přítoky, pak k naplnění nádrže stačí $3 + 33/37$ hodiny.

44. (13.)

Třem sochám: Zethovi, Amphionovi a jejich matce.

My dva jsme dohromady těžcí dvacet min, já Zethos a bratr. Když mi vezmeš třetinu a Amphionovi čtvrtinu, vyjde právě matčina váha, šest min.

.....

Zethos a Amphion byli dvojčata, jejich otcem byl sám Zeus. Jsou známi z helénistického sousoší zvaného „Farneský býk“ (viz např. [Pi], str. 192), kde přivazují k rohům býka manželku thébského vladaře Lyka Dirke, která krutě pronásledovala jejich matku Antiope.

Pravděpodobně se má vypočítat hmotnost Zethovy a Amphionovy sochy; výsledek zní, že Zethova socha má hmotnost 12 min a Amphionova 8 min.

45. (?)

Těžce naložena vínem šla oslice s mezkem. A oslice sténala velice silně pod tíží nákladu. Její společník to viděl a řekl vzdychajícimu zvířeti: Matko, pročpak naříkáš jako plačící holčička? Kdybys mi dala jednu libru, nesl bych dvakrát tolik jako ty neseš; když mi jednu vezmeš, ponese me pak oba stejně. Vypočítej mi, ó matematiku, kolik každý nesl.

.....

Jedná se o velice známou úlohu, která bývá někdy připisována Eukleidovi. Odpověď zní, že oslice nesla 5 liber a mezek 7 liber.

Úloha není uvedena v [GA]. Bachet de Méziriac pravděpodobně čerpal z jiného rukopisu palatinské antologie než je rukopis považovaný dnes za základní a z jeho vydání se tato úloha dostala do [WM].

46. (124.)

Slunce, Měsíc a hvězdy v dokola kroužícím zvěrokruhu ti propůjčily takový osud:

Šestinu života můžeš být u matky, oloupen o otce. Pak osminu přinutí tě nouze sloužit za mzdu lidem, kteří jsou tvými nepřáteli. Potom se vrátíš domů a třetinu času se budeš těšit z ženy a dítěte podle vůle bohů. Padnou však pod skytskými oštěpy žena a milovaný syn. Budeš plakat pln hoře nad drahými, dokud tě smrt nedostihne po sedmadvaceti letech.

.....

Zřejmě má být stanovena délka života, který je osudem přisouzen hrdinovi této úlohy; tato délka je 72 let.

2.3. Úloha připisovaná Archimedovi

Jak už bylo řečeno v úvodu, připojil Wertheim na závěr svého překladu matematických epigramů z palatinské antologie také jednu úlohu z jiného rukopisu a označil ji pořadovým číslem 47 ([WM], str. 343 – 344). Úloha bývá

spojována s Archimedovým jménem (podle všeho neprávem) a podle našeho názoru je to úloha, jejíž zadání (i když asi je matematicky korektní) hraničí s absurditou⁸⁰. Ve [WM], str. 331, je úloha nazvána „Das Rinderproblem des Archimedes“, což by v češtině asi znělo „Archimedův hovězí (nebo dobytčí) problém“, zde uvedeme tuto úlohu bez zvláštního názvu. Úloha je původně veršovaná, náš překlad bude v próze. Zadání je následující:

Řekni mi, příteli, přesně počet Heliova skotu. Pečlivě mi vypočítej, není-li ti moudrost cizí, kolik ho bylo, když se jednou pásł na nivách ostrova Sicílie, rozdělen do čtyř stád. Každé stádo bylo jinak zbarveno; první bylo mléčně bílé, ale druhé zářilo zcela tmavou černí. Třetí pak bylo hnědé, čtvrté strakaté; v každém měli býci v počtu velikou převahu. A tito (býci) byli nyní v takovémto poměru: bílí se rovnali v počtu hnědým vzatým dohromady s třetinou a polovinou černých, ó příteli. Dále množství černých bylo rovno čtvrtině a pětině strakatých zvětšených o všechny hnědé. Nakonec musíš počet strakatých býků položit rovný, příteli, šestině a sedmině bílých s přičteným ještě množstvím hnědých.

Jinak však tomu bylo s kravami: ty s bílou srstí byly rovny třetině a čtvrtině černého skotu, krav i býků. Dále černé krávy byly rovny čtvrtině a pětině strakatého stáda, když byli počítáni jak býci, tak krávy. Právě tak byly strakaté krávy pětina a šestina všeho (skotu) s hnědou srstí, když šel na pastvu. Nakonec hnědé krávy byly šestina a sedmina celého stáda s bílou srstí.

Můžeš-li mi říci přesně, můj příteli, kolik skotu tam bylo dohromady a také kolik bylo krav každé barvy a dobře živených býků, pak tě věru právem nazývají zdatným v počtech.

Ještě tě však nepočítají k mudrcům; nuže, pojď tedy a řekni mi, jak se to má dále:

Když se spojil celkový počet černých a bílých býků, pak zde stáli uspořádání stejně do šířky jako do hloubky; širé sicílské nivy byly zcela zaplněny tím množstvím býků. Když se ale postavili dohromady hnědí a strakatí, pak byl vytvořen trojúhelník, jeden stál na špičce a nechyběl žádný z hnědých a strakatých býků, ještě se mezi nimi našel jeden jiné barvy.

Když jsi to také vypátral a v duchu pochopil a uvedeš mi poměr, příteli, který se nalézá v každém stádu, pak můžeš pyšně vykračovat jako vítěz, protože teď tvá vědecká sláva jasně září.

Úloha je podrobně rozebrána v [KA], přičemž první z autorů (dr. Krumbiegel) provedl na str. 121 – 136 filologický rozbor textu a na jeho základu provedl druhý z autorů (dr. Amthor) na str. 153 – 171 matematický rozbor textu. Dr. Krumbiegel totiž došel k závěru, že údaj o seřazení bílých a černých býků na začátku předposledního odstavce lze v originálu číst dvojím způsobem: buď jako seřazení do čtverce (což podle našeho názoru odpovídá překladu [WM], ze kterého zde vycházíme) nebo jako seřazení do obdélníka. V souladu s tím provedl dr. Amthor řešení pro obě varianty, přičemž varianta s řazením býků do obdélníka je jednodušší, varianta s řazením do čtverce je daleko složitější⁸¹.

⁸⁰ Autor tohoto pojednání se přiznává, že se úlohu ani nepokusil řešit a celá tato část je pouhým referátem z literatury [WM, KA].

⁸¹ Zdá se nám však, že existuje i jistý rozdíl v interpretaci druhé části předposledního od-

Sestavit soustavu rovnic pro první část zadání není problém. Použijeme stejného označení jako v článku [KA]:

λ = počet bílých býků, λ^* = počet bílých krav,
 κ = počet černých býků, κ^* = počet černých krav,
 μ = počet strakatých býků, μ^* = počet strakatých krav,
 ξ = počet hnědých býků, ξ^* = počet hnědých krav.

Pak první část zadání vede k následující soustavě rovnic:

$$\begin{aligned}\lambda &= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \kappa + \xi, \\ \kappa &= \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \mu + \xi, \\ \mu &= \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) \lambda + \xi, \\ \lambda^* &= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) (\kappa + \kappa^*), \\ \kappa^* &= \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) (\mu + \mu^*), \\ \mu^* &= \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) (\xi + \xi^*), \\ \xi^* &= \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) (\lambda + \lambda^*).\end{aligned}$$

Další část původního zadání pravděpodobně není textově jasná. Podle textu ve [WM], se kterým zde pracujeme, by měly následovat rovnice

$$\lambda + \kappa = \text{čtvercové číslo},$$

$$\mu + \xi + 1 = \text{trojúhelníkové číslo},$$

zatímco [KA] uvádí pro první z těchto rovnic dvě varianty (kromě čtvercového čísla může být na pravé straně i obdélníkové číslo) a druhou z těchto rovnic uvádí ve tvaru

$$\mu + \xi = \text{trojúhelníkové číslo}.$$

V každém případě má úloha nekonečně mnoho řešení; v jednodušším případě ($\lambda + \kappa =$ obdélníkové číslo,) bylo v [KA] zjištěno, že celkový počet skotu při nejmenším řešení je roven přibližně $5,9 \cdot 10^{12}$ kusů⁸².

* * * * *

stavce, protože dr. Amthor považuje součet počtu hnědých a strakatých býků za trojúhelníkové číslo, zatímco podle překladu [WM], ze kterého zde vycházíme, by tento součet měl být roven nějakému trojúhelníkovému číslu zmenšenému o jedničku (viz dále).

⁸²V řešení v [KA] je samozřejmě uveden přesný počet býků a krav jednotlivých barev.