sloužily mnohým vědcům v další práci. V sekci 6.1 tyto definice podrobně rozebereme, ukážeme, v čem se odlišují od našeho intuitivního chápání rovinné křivky a jaký je jejich vzájemný vztah.

Klein svým *Erlangenským programem*[1] z roku 1872 otevřel cestu ke vzájemnému ovlivňování geometrie a algebraické teorie invariantů, což se projevilo i v pojetí geometrických objektů, mezi nimi také křivek. Klein zdůrazňuje, že geometrii je třeba chápat jako vícerozměrnou a v tomto duchu se vyvíjela i definice křivky (viz sekce 6.2). Snahy definovat pojem křivka jen s využitím vnitřních vlastností vrcholí v pracích Urysohna. Výkladem jeho přístupu k pojmu křivka na počátku 20. století se zabýváme podrobněji (viz odstavec 6.2.1). Tyto myšlenky byly zásadní pro koncepci teorie dimenze a ovlivnily nejen topologii. Ukazuje se však, že Urysohnova definice, ačkoliv je v mnoha ohledech precizní, nemůže sehrát roli „univerzální“ definice křivky. Neumožňuje totiž zkoumat lokální vlastnosti křivek. Jiný moderní přístup k pojmu křivka přináší diferenciální geometrie s tím, jak se začíná stále více pracovat s pojmem varieta. Pohled na křivku jako jednorozměrnou podvarietu je rozebrán v odstavci 6.2.2.

6.1. Rovinná křivka

6.1.1. Jordanova definice křivky

Francouzský matematik C. Jordan[2] zformuloval v osmdesátých letech 19. století tuto definici rovinné křivky:

Definice křivky (Jordanova). Rovinnou křivkou nazveme soubor bodů $X = [x, y]$ v rovině, jejichž souřadnice jsou dány rovnicemi

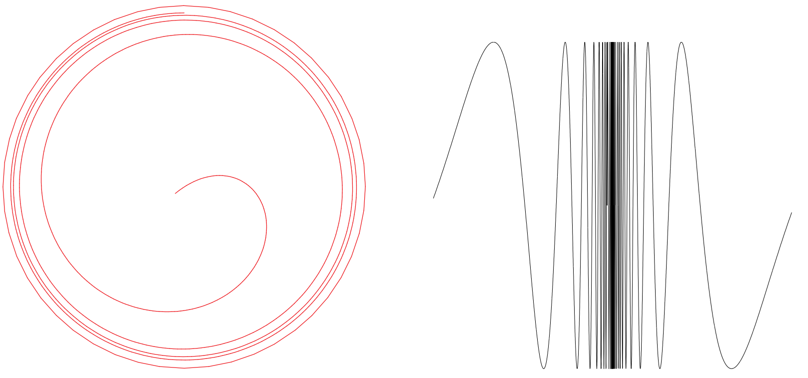
$$x = \phi(t), \qquad y = \psi(t),$$

kde ϕ, ψ jsou spojité funkce proměnné $t \in [0, 1]$.

Pokud bychom nahlíželi na proměnou t jako na čas, pak bod $X = [x, y]$ pohybující se v čase $t \in [0, 1]$ v rovině, opíše křivku. Tato definice zahrnuje kružnici, spirálu, lomenou čáru i mnohé další objekty, které odpovídají naší intuitivní představě křivky. Souřadnice bodů křivky jsou

[1]Felix Klein (1849–1925). Název *Erlangenský program* dostala jeho přednáška *Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen (Srovnávací úvahy o novějších geometrických bádáních)*, kterou přednesl v roce 1872 na erlangenské univerzitě v souvislosti s nástupem na profesorské místo a která v tomtéž roce vyšla jako samostatná brožura.

[2]Marie Ennemond Camille Jordan (1838–1922).



(a) (b)

Obrázek 6.1: Příklady objektů, které nejsou křivkami ve smyslu Jordanovy definice

dány parametrickými rovnicemi, kde parametr nemusí být nutně čas, ale např. úhel, délka oblouku apod. Ze spojitosti funkcí ϕ, ψ plyne, že Jordanovy křivky jsou souviské objekty v tom smyslu, že jsou nedělitelné na dvě otevřené disjunktní množiny. Poznamenejme, že pokud je objekt nesouvislá množina, pak budeme uvažovat jednotlivé souvislé komponenty. V tomto smyslu bude např. také hyperbola složená ze dvou větví Jordanovou křivkou.

Ve speciálním případě, kdy existují pro funkce ϕ, ψ spojité derivace ϕ', ψ', lze snadno určit délku Jordanovy křivky

$$S = \int_0^1 \sqrt{\phi'^2(t) + \psi'^2(t)} \mathrm{d}t.$$

Tuto formuli uvádí Jordan v *Cours d'analyse de l'École Polytechnique* publikované poprvé ve třech dílech v letech 1882–1887.[3]

Přestože se Jordanova definice jeví dosti obecná, lze najít příklady souvislých geometrických objektů, které bychom intuitivně považovali za rovinnou křivku, ale Jordanova definice je nezahrnuje:

Příklad 1. Objekt skládající se z kružnice k a spirály s, která se od středu nekonečně přibližuje této kružnici – viz. obr. 6.1(a), bychom jistě intuitivně zahrnuli mezi křivky, ale přitom to není křivka v Jordanově smyslu.

[3] Druhá edice vychází v roce 1893, třetí v letech 1909–1915, teprve třetí vydání obsahuje známou Jordanovu větu o rozdělení roviny uzavřenou křivkou na dvě části.

Tuto skutečnost ukážeme sporem. Předpokládejme, že objekt na obr. 6.1(a) je Jordanova křivka. Pak existují spojité funkce ϕ, ψ takové, že tento objekt je množinou bodů $X = [x, y]$, kde $x = \phi(t), y = \psi(t)$ $t \in [0,1]$. Potom existuje uzavřená množina U taková, že kružnice k je jejím obrazem. Protože kružnice k je souvislá množina, je U také souvislá, tj. je uzavřeným podintervalem $U \subset [0,1]$. Odtud plyne, že spirála s musí být obrazem otevřené množiny O, $O = [0,1] \setminus U$. Otevřená množina O nutně obsahuje interval (a,b) takový, že body $M = [\phi(t), \psi(t)]$ pro $t \in (a,b)$ leží na spirále s, ale pro $t = a$ a $t = b$ už tyto body leží na kružnici k, tj. při přechodu

$$\lim_{t \to a+} [\phi(t), \psi(t)], \qquad \lim_{t \to b-} [\phi(t), \psi(t)],$$

bychom se měli dostat k bodům ležícím na kružnici k, což ale není možné vzhledem ke spojitosti funkcí ϕ, ψ.

Příklad 2. Jiný příklad objektu, který bychom patrně také intuitivně zahrnuli mezi křivky, ale přesto není křivkou ve smyslu Jordanovy definice, je na obrázku 6.1(b). Objekt tvoří množina bodů $X[x, y]$, jejichž souřadnice jsou svázány rovnicí

$$y = \sin \frac{1}{x} \text{ pro } x \in [-a, a] \setminus \{0\},$$

sjednocená s úsečkou $[-1 \leq y \leq 1]$. Že se skutečně nejedná o Jordanovu křivku bychom ukázali analogicky jako v předchozím příkladě.

Skutečnost, že Jordanova definice nezahrnuje tyto objekty není pro matematiku nijak závažná. Lze říci, že tyto objekty jsou jistým způsobem „speciální“ a že je můžeme např. vyšetřovat po částech jako Jordanovy křivky. Daleko zásadnější se ukázala skutečnost, že Jordanova definice zahrnuje také objekty, které bychom v žádném případě za křivky nepovažovali. Této otázce se budeme věnovat podrobněji v odstavci 6.1.2.

6.1.2. Zobrazení mezi úsečkou a čtvercem

Konstrukce Cantora

Už v roce 1874 píše G. Cantor R. Dedekindovi[4], že ho poslední dobou zajímá otázka, zda je možné vzájemně jednoznačně zobrazit plochu na křivku (např. čtverec na úsečku) a zmiňuje, že momentálně mu přijde

[4] Julius Wihelm Richard Dedekind (1831–1916).

obtížné dokázat odpověď na tuto otázku. Ještě téhož roku píše Dedekindovi, že mluvil o této otázce s kamarádem v Berlíně a ten mu řekl, že je zřejmá odpověď „ne“, protože převést více souřadnic na jednu je absurdní.[5]

O tři roky později, v dopise Dedekindovi z 20. 6. 1877, píše Cantor, že dokázal existenci takového vzájemně jednoznačného zobrazení a podává jeho konstrukci. Popíšeme hlavní myšlenku:

Uvažujme jednotkový čtverec $[0,1]\times[0,1]$, jehož body označíme $X = [x, y]$, a jednotkovou úsečku $[0,1]$, na které jsou body o souřadnici $[z]$. Sestrojíme zobrazení $\varphi : [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$. Souřadnice bodů čtverce vyjádříme v nekonečných desetinných rozvojích

$$\begin{aligned} x &= 0, x_1x_2x_3x_4\dots \\ y &= 0, y_1y_2y_3y_4\dots \end{aligned} \tag{6.1}$$

kde $x_i, y_i,\ i = 1, 2, 3, \dots$, jsou celá čísla z množiny $\{0, 1, \dots, 8, 9\}$. Aby byl nekonečný rozvoj za desetinnou čárkou jednoznačný, vyloučíme čísla, jejichž rozvoj končí nekonečnou posloupností nul, tj.

$$\begin{aligned} 0,23000\dots &=> 0,22999\dots \\ 1 &=> 0,99999\dots \text{ apod.} \end{aligned}$$

Potom každý bod čtverce vyjádřený v souřadnicích (6.1) se zobrazí na bod úsečky o souřadnici $z = 0, x_1y_1x_2y_2x_3y_3\dots$ a naopak ke každému bodu úsečky o souřadnici $z = 0, z_1z_2z_3z_4z_5z_6\dots$ najdeme odpovídající bod čtverce $X[x, y]$, kde $x = 0, z_1z_3z_5\dots$, $y = z_2z_4z_6\dots$.

O dva dny později Dedekind píše Cantorovi, že jeho zobrazení není vzájemně jednoznačné, protože dvěma různým bodům na jednotkové úsečce, odpovídá stejný bod ve čtverci. Ukážeme příklad v našem označení:

$$\begin{aligned} z &= 0,1210101010\dots, & \to x &= 0,11111\dots \\ & & y &= 0,20000\dots => 0,19999\dots \\ \overline{z} &= 0,11191919\dots, & \to \overline{x} &= 0,11111\dots \\ & & \overline{y} &= 0,19999\dots \end{aligned}$$

Hned druhý den Cantor odpovídá, že Dedekindova námitka je správná, ale naštěstí se vztahuje jen k důkazu a nikoliv k faktu samotnému. Následně podává jiný důkaz.[6] Nastíníme opět jeho hlavní myšlenku. Cantor nejprve sestrojí vzájemně jednoznačné zobrazení mezi jednotkovým

[5] Dopisy Dedekindovi z 5. 1. 1874 a 18. 1. 1874 v [Can85, str. 334].

[6] Dopisy z 20.6., 22.6. a 23.6.1874 v [Can85, str. 337–340].

čtvercem obsahujícím jen body s iracionálními souřadnicemi a jednotkovým intervalem obsahujícím jen iracionální čísla, potom ukáže existenci vzájemně jednoznačného zobrazení mezi jednotkovým intervalem iracionálních čísel a jednotkovým intervalem všech reálných čísel. Z toho plyne existence vzájemně jednoznačného zobrazení $\varphi : [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$.

Při konstrukci zobrazení intervalu iracionálních čísel na jednotkový čtverec obsahující body s iracionálními koeficienty použil Cantor fakt známý z teorie čísel, že každé iracionální číslo q lze jednoznačně vyjádřit ve tvaru

$$q = \cfrac{1}{q_1 + \cfrac{1}{q_2 + \cfrac{1}{q_3 + \cfrac{1}{q_4 + \cdots}}}} = (q_1, q_2, q_3, g_4, \ldots)$$

Poté Dedekind píše Cantorovi:

Ještě jednou jsem prověřil Váš důkaz a nenašel jsem v něm mezeru. Jsem přesvědčen, že Vaše zajímavá věta je pravdivá a gratuluji Vám. Avšak, jak jsem Vám už sdělil na lístku, chtěl bych vyslovit jednu námitku, proti úvahám, které jste přidal k Vašemu dopisu z 25. června a které se týká pojetí spojité variety. Dopis z 2.7.1874 v [Can85, str. 346–347].

Dedekind následně reaguje na Cantorovo příkré vyjádření k invariantnosti počtu nezávislých souřadnic u spojitých variet. Upozorňuje Cantora, že jeho zobrazení není spojité, píše:

Souhlasím s vámi, že je třeba to dokázat a nebylo to dosud dokázáno, avšak já nepochybuji o této invariantnosti počtu souřadnic, i když se možná na první pohled zdá, že je narušena Vaší větou. [...] Věřím ve správnost věty: Je-li možné vzájemně jednoznačně zobrazit množinu A dimenze a na množinu B dimenze b, $a \neq b$, potom toto zobrazení nemůže být spojité. [...] Tento dopis nemá jiný účel než, že Vás chci poprosit, abyste nezačínal veřejnou polemiku proti dosud uznaným a publikovaným článkům z teorie variet dokud neproberete hlouběji moje námitky. Dopis z 2.7.1874 v [Can85, str. 346–347].

Cantorovy výsledky byly publikovány v roce 1878.[7] Dedekindem předjímaná věta, že spojité množiny různých dimenzí nelze zobrazit jednu na

[7] *Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre.* J. reine und angew. Math., 1878, 84, str. 242–258. Také v ruském překladu v [Can85, str. 22–39].

druhou spojitě a vzájemně jednoznačně byla dokázána teprve roku 1910 Brouwerem.[8]

Tyto úvahy však vedly už na konci století k vyšetřování takovýchto zobrazení a k dalším důsledkům pro definici křivky.

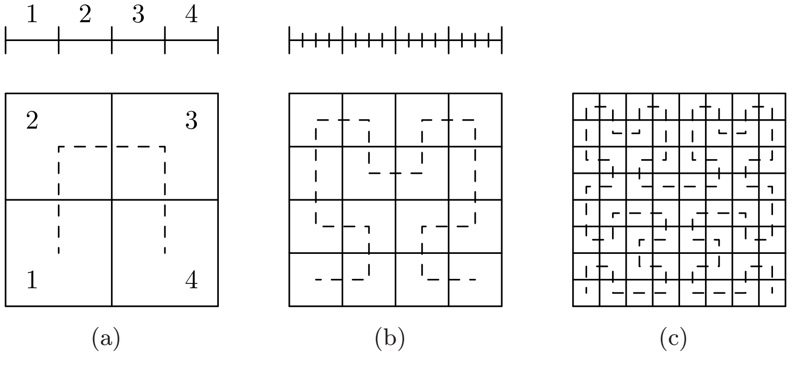
Konstrukce Peana

V roce 1890 popsal italský matematik Peano[9] spojitá zobrazení ϕ, ψ taková, že body $X = [\phi(t), \psi(t)], t \in [0, 1]$ vyplní celý jednotkový čtverec.[10] Důsledkem jím podaného příkladu je, že čtverec je křivkou ve smyslu Jordanovy definice.

Definice. Peanovou křivkou budeme nazývat libovolnou Jordanovu křivku vyplňující plochu čtverce.

Ukažme konstrukci takového zobrazení úsečky $[0, 1]$ na čtverec. Tento příklad nepatří Peanovi, ale sestrojil ho Hilbert[11] v roce 1891.

Příklad 3. Úsečku $[0, 1]$ budeme postupně dělit: nejdříve na 4 stejné části, pak každou z těchto částí opět na 4 stejné, takže v n-tém kroku budou délky příslušných úseček $D_n = \frac{1}{4^n}$. Obdobně můžeme postupně dělit čtverec: nejdříve na 4 stejné části, pak každou z těchto částí opět na 4, takže v n-tém kroku budou délky příslušných stran čtverce $K_n = \frac{1}{2^n}$. Na obrázku 6.2 je ukázáno, jakým způsobem provedeme přiřazení



Obrázek 6.2: Hilbertův příklad konstrukce zobrazení úsečky na čtverec

[8]Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881–1966), Math. Ann., 1970, 10, str. 161–165.

[9]Giuseppe Peano (1858-1932).

[10]Peano G. *Sur une courbe, qui remplit toute une aire plane*, 1890, Math. Ann. 36, 137–160. Felix Hausdorff (1868–1942) publikoval jeho výsledky v *Grundzüge der Mengenlehre* 1914, Leipzig (reprint 1949, 1965).

[11]David Hilbert (1862–1943).

čtverců jednotlivým částem úsečky braným zleva doprava. Dostaneme postupně pro každé dělení vzájemně jednoznačný vztah mezi segmentem úsečky a segmentem čtverce. V tomto procesu můžeme do nekonečna pokračovat. Pro délky úseček platí

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{4^n} = 0 \tag{6.2}$$

a pro délky stran čtverců platí

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2^n} = 0, \tag{6.3}$$

tj. obě délky budou konvergovat k nule. Tento proces umožňuje konstrukci spojitého zobrazení úsečky na čtverec. Pro $n \to \infty$ každému bodu úsečky odpovídá jeden bod čtverce, ale naopak jednomu a témuž bodu čtverce může být vzorem více různých bodů úsečky – z obrázku je zřejmé, že střed čtverce odpovídá třem různým bodům úsečky a vrcholy dokonce čtyřem bodům úsečky apod. Jinak řečeno pouze body, které jsou vnitřními body čtverců všech řádů mají tu vlastnost, že každý z nich odpovídá jen jednomu bodu úsečky.

Přirozeně vzniká otázka, čím oddělit Peanovy křivky z Jordanových. Ve smyslu předchozích úvah je patrné, že nebude splněna jednoznačnost zobrazení, tj. ukazuje se, že platí následující věta:

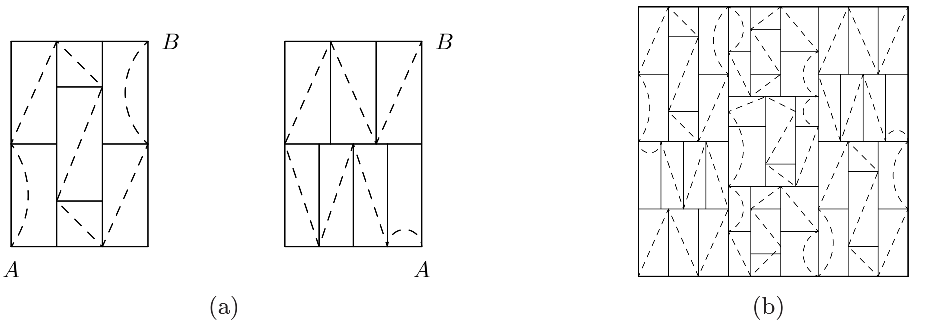
Věta 6.1. Každá Peanova křivka obsahuje násobné body.

Jinak řešeno: spojitá zobrazení ϕ, ψ v definici Jordanovy křivky (viz str. 202) jsou surjektivní ale nikoliv bijektivní. Důkaz tohoto tvrzení viz např. [Luz48, str. 215]. Platí dokonce silnější tvrzení:

Věta 6.2. Neexistuje Peanova křivka, která by obsahovala jen jednonásobné a dvojnásobné body.

Tj. každá Peanova křivka musí obsahovat minimálně trojnásobné body. Tato množina trojnásobných bodů je spočetná. V Hilbertově příkladu (viz příklad 3) existovaly nejen trojnásobné ale i čtyřnásobné body. Příklad podaný Peanem neobsahuje více než trojnásobné body, byl tedy nejen historicky první, ale i ve smyslu předchozí věty optimální. Jeho konstrukce je složitější než konstrukce Hilbertova příkladu, ale princip si lze představit podle obrázku 6.3.

Věty 6.1 a 6.2 mají velký principiální význam v geometrii, neboť dávají možnost pochopit význam dimenze. Ukazují, v čem je rozdíl mezi dimenzí roviny a přímky. Protože, jak ukázal Cantor, ve smyslu mohutnosti mezi nimi rozdíl není. Ale i když mezi těmito dvěma množinami existuje vzájemně jednoznačné zobrazení (bijekce), toto zobrazení nemůže být oboustranně spojité.



Obrázek 6.3: Peanův příklad konstrukce zobrazení, které zobrazí úsečku na čtverec

6.1.3. Cantorova definice křivky

Riemannovy práce daly jeden ze základních impulzů nejen k rozvoji topologie, ale inspirovaly také Cantora při vytváření teorie množin.[12] Ke konci 19. století začíná teorie množin do matematiky stále více pronikat. Každý matematický objekt je považován za množinu prvků, geometrické objekty jsou potom množinami bodů. Pojem *množina* se již nijak nedefinuje a je považován za pojem základní.

V souvislosti se vznikem teorie množin se objevuje u Cantora definice křivky založená na množinovém pojetí, která v podstatě jazykem teorie množin popisuje to, co intuitivně vytyčil Riemann. Dnešním jazykem bychom ji zformulovali následovně:

Definice křivky (Cantorova). Rovinnou křivkou nazveme rovinné kontinuum neobsahující žádný vnitřní bod.

Kontinuum je zde chápáno ve smyslu množiny, která je současně souvislá a kompaktní.

Příklad 4. Kružnice daná parametrickými rovnicemi

$$x = \cos t,\ y = \sin t, \quad t \in [0, 2\pi],$$

je křivkou ve smyslu Cantorově. Také všechny další běžné rovinné křivky.

Příklad 5. Není těžké si rozmyslet, že i objekty na obrázku 6.1 jsou Cantorovými křivkami.

[12] Viz [Aul97, str. 263].

Příklad 6. Významným příkladem rovinné Cantorovy křivky je křivka, kterou zkonstruoval W. Sierpinský[13] a která dostala po něm název ***Sierpinského koberec***.

Uvažujme čtverec, který rozdělíme na 9 stejných čtverců, přičemž z něj vyloučíme vnitřek prostředního čtverce (viz obr. 6.6 d). Každý ze zbývajících osmi čtverců znovu rozdělíme na 9 stejných čtverců a z každého z nich opět vyloučíme vnitřek prostředního čtverce. Tak dostaneme $8^2 = 64$ čtverců. Zopakováním procesu dostaneme v dalším kroku $8^3 = 512$ čtverců a tak dále pro libovolné číslo $n \in \mathbb{N}$. Množina bodů, kterou obdržíme pro $n \to \infty$ se nazývá ***Sierpinského koberec*** a tato množina je křivkou ve smyslu Cantorovy definice.[14]

Sierpinského koberec má navíc zajímavou vlastnost, totiž obsahuje libovolnou rovinnou křivku. Přesně řečeno:

Tvrzení. Pro libovolnou Cantorovu křivku C existuje v Sierpinského koberci podmnožina C' homeomorfní s množinou C.

Je zřejmé, že Cantorova definice vylučuje Peanovy křivky. Na druhé straně se ukazuje, že zahrnuje jiné objekty, které bychom intuitivně jistě nezahrnuli mezi křivky jako např. Sierpinského koberec.

Bude zajímavé podívat se blíže na vztah mezi křivkou ve smyslu Jordanově a křivkou ve smyslu Cantorově.

6.1.4. Vztah mezi Jordanovou a Cantorovou definicí rovinné křivky

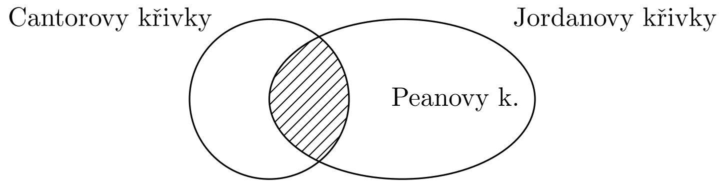
Ačkoliv by se na první pohled mohlo zdát, že obě definice vzešly ze zcela odlišného základu – Jordanova definice z poznatků matematické analýzy a Cantorova definice jako pojem rodící se teorie množin, není tomu pravděpodobně tak. Jordan je dnes znám především díky svému důkazu, že jednoduchá uzavřená (Jordanova) křivka rozděluje rovinu přesně na dvě oblasti, což je jedna z nejznámějších vět topologie.[15] Přesné znění tohoto tvrzení uvádíme ve větě 6.3. Jordan už v roce 1866 zavedl důležité topologické pojmy a seznámil se s Riemannovou prací o topologii.

[13] Waclaw Sierpinski (1882–1969).

[14] Je třeba ukázat, že (a) množina je kontinuum a (b) neobsahuje vnitřní bod. Množina je kontinuum, protože je společnou částí posloupnosti kontinuí – první kontinuum je složeno z 8 čtverců, druhé z 64, třetí z 512 atd. a každé následující kontinuum je obsaženo v kontinuu předcházejícícím. Ani jeden bod tohoto kontinua není vnitřním bodem, protože v libovolně blízkém okolí libovolného bodu můžeme vždy nalézt bod patřící do některého čtverce, který jsme vyloučili.

[15] Objevila se ve třetím vydání práce "Cours d'analyse de l'École Polytechnique" v letech 1909 až 1915.

Cantor proti tomu pracuje v matematické analýze a teprve otázky kolem Fourierových řad ho přivádí k základním myšlenkám teorie množin.



Obrázek 6.4: Vztah mezi Jordanovou a Cantorovou definicí křivky

Obrázek 6.4 ukazuje jaký je vztah mezi oběma definicemi. Viděli jsme, že existují objekty, které jsou křivkou ve smyslu Jordanově, ale nejsou křivkou ve smyslu Cantorově (viz Peanovy křivky) a také jsme ukázali objekty, které jsou křivkou ve smyslu Cantorově a nejsou křivkou ve smyslu Jordanově (viz obr. 6.1).

Podmínka pro to, aby Jordanova křivka byla křivkou Cantorovou je přímým důsledkem vět 6.1 a 6.2:

Tvrzení. Každá Jordanova křivka, která není křivkou Peanovou je křivkou v Cantorově smyslu.

Přirozeně vzniká otázka, jaké podmínky musíme dodat, aby Cantorova křivka byla křivkou Jordanovou. Takových podmínek bylo nalezeno několik:

Tvrzení. Aby rovinné kontinuum C bylo Jordanovou křivkou, je nutné a stačí, aby libovolné dva body M_1, M_2 libovolně blízké bylo možno spojit kontinuem C', $C' \subset C$, jehož poloměr konverguje k nule.

S těmito úvahami přímo souvisí tzv. Jordanova věta, která se v populárním znění uvádí ve tvaru:

Tvrzení. Každá uzavřená jednoduchá křivka dělí rovinu na dvě oblasti – vnitřní a vnější.

My ovšem nyní již tušíme, že by bylo třeba nejdříve vymezit, co je v tomto tvrzení míněno pojmem křivka, uvedeme proto Jordanovu větu v matematicky preciznějším tvaru:[16]

Označme S_1 kružnici, S_2 sféru.

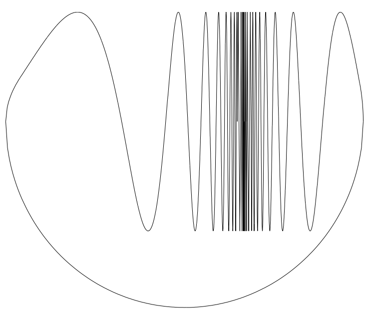
[16]Viz např. [Pul86, str. 158].

Věta 6.3 (Jordanova). Buď X topologický prostor homeomorfní s $\mathbb{E}_2$ nebo S_2, buď $Y \subset X$ homeomorfní s S_1. Potom $X \setminus Y$ má právě dvě komponenty.

Poznamenejme ještě, že v prostorech vyšší dimenze není situace zdaleka tak jednoduchá a Jordanovu větu lze uvést jen ve slabším tvaru.[17] Nyní zformulujeme další zajímavou podmínku pro to, aby dané kontinuum bylo Jordanovou křivkou:

Tvrzení. Aby ohraničené kontinuum C, které dělí rovinu na dvě oblasti bylo uzavřenou Jordanovou křivkou, je nutné a stačí, aby každý bod M tohoto kontinua C byl koncem dvou spojitých čar L a L', které sestávají ze spočetně mnoha vzájemně navazujících úseček, přičemž jedna z nich sestává z bodů vnitřní oblasti (kromě bodu M) a druhá sestává z bodů vnější oblasti (kromě bodu M).

Na obrázku 6.5 je příklad kontinua, které dělí rovinu na dvě oblasti, ale není Jordanovou křivkou.



Obrázek 6.5: Příklad kontinua, které dělí rovinu na dvě oblasti, ale není křivkou ve smyslu Jordanovy definice

6.2. Křivka v prostoru dimenze n

V úvodu práce *Les multiplicités Cantoriennes (O Cantorových varietách)* z roku 1922 píše Urysohn:[18]

Problém čistě geometrické definice křivky v současné době není plně řešen. [Ury51, str. 219]

[17]**Jordanova věta pro prostory vyšší dimenze:** Buď X topologický prostor homeomorfní s $\mathbb{E}_n$ nebo S_n. Každá podmnožina $A \subset X$, která je homeomorfní s S_{n-1}, roztíná X .

[18]Pavel Samujlovič Urysohn (1898–1924).