S jistou rezervou lze říci, že zde podal zcela moderní definici křivky. V šesté kapitole se zabýváme tím, jak obtížné je podat dosti obecnou a současně dostatečně přesnou definici pojmu čára (křivka). K této Bolzanově pasáži se budeme vracet.

5.6. Tendence v geometrii v polovině 19. století

Nelze si nepovšimnout zvýšeného zájmu o geometrickou problematiku obecně v první polovině 19. století.[74] Toto oživení zájmu o geometrii způsobily zejména dva faktory (1) stále více se objevují tendence o zobecňování, které starší problematiku elementární geometrie postavily do nového světla; (2) objekty zkoumané analytickou metodou Descartovou se díky nové metodice obohatily o řadu nových objektů. Současně se začaly vytvářet nové oblasti geometrie jako zcela samostatné geometrické disciplíny, ale dlouhou dobu bez zpozorování užších vztahů k vedlejším disciplínám. G. Monge na samém konci 18. století svou první publikací *Geometrie Descriptive* (1795) položil základy deskriptivní geometrie. Pěstování této disciplíny v 19. století bylo bezpochyby nejen odpovědí na podněty z praxe (rozvíjející se průmysl), ale vynutilo si i vědecký pohled na tuto disciplínu. Studium některých situací v Mongeově deskriptivní geometrii vedlo Ponceleta k vytvoření systému projektivní geometrie v roce 1822,[75] ve které se paralelně syntetickými i analytickými metodami rozvíjí zkoumání nových geometrických objektů – křivek a ploch (i vyšších stupňů).

Analytické zaměření postupně oprošťuje geometrii od názornosti, která ji svým způsobem svazuje. Stále více se prosazuje algebraické chápání objektů. Naznačili jsme, že pokrok v teorii algebraických forem a v teorii funkcí n proměnných bezprostředně předcházel prvním pokusům formulovat základní pojmy n-rozměrné geometrie. Snaha o jejich geometrickou interpretaci byla jedním z hlavních stimulů, které k postupnému formování n-rozměrné geometrie vedly. Přínosem v této oblasti byly práce Jacobiho[76] a Cayleyho, které připravily pro geometrii algebraický aparát.

V roce 1844 podává Grassmann rozpracování n-rozměrné geometrie v knize *Die lineale Ausdehnungslehre (Teorie lineární extenze)*,[77] ale

[74] Podrobněji se této otázce věnuje např. J. Folta: *Vývoj geometrie v 19. století* [Fuc87, str. 31–44].

[75] J. V. Poncelet *Traité des propriétés projectives des figures*, Paris 1822.

[76] Carl Gustav Jacobi (1804–1851).

[77] Nutno poznamenat, že myšlenka vektorového prostoru se objevila již u B. Bolzana v roce 1810, ale tehdejší matematiku ovlivnila až práce Grassmana.

k plnému pochopení jeho myšlenek došlo později.[78]

V 19. století vznikají významné teritoriální školy. Patří k nim zejména škola francouzských geometrů vyrůstající z odkazu G. Monge, J. V. Ponceleta, italská škola Cremonova a německá škola algebraické geometrie zahájená J. Plückerem. Podstatným krokem v přibližování algebraických základů n-rozměrné geometrie k dnes používané terminologii analytické n-rozměrné geometrie byly až práce C. Jordana a E. Bettiho po roce 1870.

Aplikace algebraických a infinitezimálních metod v geometrii přináší výrazný posun ve vlastní teorii křivek. Křivky byly dosud chápány a vyšetřovány většinou jako prostředky k řešení algebraických rovnic (viz str. 166) a nyní jsou vyšetřovány pro ně samotné. Důležitou partií algebraické povahy v Eulerově *Introductio in Analysin Infinitorum* je afinní klasifikace rovinných algebraických křivek 3. stupně do 16 typů a řešení otázek dotyku křivek, násobnosti bodů a inflexe (i když bez hlubší systematizace). U Gausse jsme navíc viděli, že křivky jako řezy na ploše se stávají nástrojem pro vyšetřování ploch a stávají se její nedílnou součástí. Systém hlavních křivek tvoří ortogonální síť na ploše a tím dává možnost vytvořit vnitřní geometrii plochy.

Zcela nový pohled na křivku přináší Riemann zavedením pojmu *Mannigfaltigkeit (rozmanitost)*, kterému dnes v české terminologii odpovídá pojem *varieta*. I když se později stává varieta fundamentálním pojmem diferenciální geometrie, v Riemannově pojetí jde spíše o vystižení topologicko-geometrických vlastností křivky. Počátky topologie historikové matematiky spojují až s pracemi Cantora,[79] ale byly to práce Riemanna, které se zasloužily o to, že topologie získala větší pozornost, protože Riemann přesně rozeznal, kde jsou myšlenky topologie potřebné, vytvořil nezbytné topologické metody a ihned je aplikoval do analýzy.[80] Otázkou navždy zůstane, kam by se posunul zrod některých topologických pojmů, včetně topologické definice křivky, kdyby Riemann předčasně nezemřel. Jeho nedokončená práce o topologii ukazuje, že Riemann

[78] *Unfortunately, Grassmann's work, like that Bolyai and Lobachevsky, was not appreciated until the end of century. At that time Giuseppe Peano gave a set of axioms for a finite-dimensional vector space to provide a basis for the study of higher dimensional geometry and Elie Cartan (1869–1951) applied Grassman's work to the study of differencial forms.* Viz [Kat98, str. 767].

[79] Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845–1918) v roce 1872 definoval některé základní pojmy teorie množin, jeho článek publikovaný v roce 1874 v *Crelle Journal* je považován za zrod vlastní teorie množin.

[80] Viz [Aul97, str. 360].

chtěl rozpracovat teorii homologií pro dimenzi n.[81]

Riemanovo vystižení křivky jako jednorozměrné variety v této podobě je zatím intuitivní, ale v kapitole 6 uvidíme, že Riemann přesně vystihl geometrickou podstatu toho, čím objekty, které chceme považovat za křivky, odlišit od jiných. Předběhl tím dobu o několik desítek let, pojem topologické variety se objevuje teprve na počátku 20. století.[82]

Všechny naznačené tendence v rozvoji geometrických disciplín vedly ke zobecňování a ke snaze definovat pojem geometrická čára nebo-li křivka. Moderní definici tohoto pojmu se věnujeme v kapitole šesté.

[81] Po Riemannově smrti teorii homologií rozpracoval jeho přítel E. Betti (1823–1892), který o Riemannově práci věděl. Viz [Aul97, str. 362].

[82] *This was the beginning of the theory of manifolds (in which topological manifolds were to appear only in our century).* Viz [Aul97, str. 362].

Literatura

[Aul97] Aull, C. E.–Lowen, R., ed. *Handbook of the History of General Topology*, svazek 1. Kluwer Academic Publishers, London, 1997.

[Beč01] Bečvář, J. a kol. *Matematika ve středověké Evropě*, svazek 19 v *Dějiny matematiky*. Prometheus, Praha, 2001.

[Ber42] Bernoulli, J. *Opera Omnia*. Lausannae–Genevae, 1742.

[Can01] Cantor, M. *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, svazek III. Teubner, Leipzig, 1901.

[Fol82] Folta, J. *Česká geometrická škola - historická analýza*. Academia, Praha, 1982.

[Fuc87] Fuchs, E. a kol. *Světonázorové problémy matematiky IV*. SPN, Praha, 1987.

[Fuc96a] Fuchs, E.–Bečvář, J., ed. *Matematika v 19. století*, svazek 3 v *Dějiny matematiky*. Prometheus, Praha, 1996.

[Fuc96b] Fuchs, E.–Bečvář, J., ed. *Člověk – umění – matematika*, svazek 4 v *Dějiny matematiky*. Prometheus, Praha, 1996.

[Fuc99] Fuchs, E.–Bečvář, J., ed. *Matematika v 16. a 17. století*, svazek 12 v *Dějiny matematiky*. Prometheus, Praha, 1999.

[Gra94] Grattan–Guinness, I., ed. *Companion Encyklopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*. Routledge, London, 1994.

[Juš70] Juškevič, A. P. *Istorija matěmatiki – matěmatika VII stoletija*, svazek II. Nauka SSSR, Moskva, 1970.

[Juš72] Juškevič, A. P. *Istorija matěmatiki – matěmatika VIII stoletija*, svazek III. Nauka SSSR, Moskva, 1972.

[Juš76b] Juškevič, A. P. The concept of function up to the middle of the 19th century. *Archive for History of Exact Science*, 16, 37–85, 1976.

[Kat98] Katz, V. J. *A history of mathematics: an introduction*. Addison-Wesley Educational Publishers, Inc., 2. vydání, 1998.

[Lar31] Lardner, D. *A Treatise on Algebraic Geometry*, svazek II. Whittaker, Treacher, and Arnot, London, 1831.

[Rie19] Riemann, B. *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen*. Verlag von Julius Springer, Berlin, 1919.

[Sal25] Salmon, G. *A treatise on the higher plane curves*. Hodges a Smith, Dublin, 1825.

[Sch00] Schwabik, Š. Bernard Bolzano a základy matematické analýzy. V *IX. seminář o filozofických otázkách matematiky a fyziky*, str. 63–85. Prometheus, Velké Meziříčí, 2000.

[Šmí69] Šmídová, J. *Pojetí diferenciální geometrie u Monge a Gausse*. Diplomová práce MFF UK, Praha, 1969.

[Ště64] Štěpánková–Budilová, J. *Význam Descartesovy geometrie pro analytickou geometrii*. Diplomová práce MFF UK, Praha, 1964.

[Stu77] Studnička, F. J. *Karel Bedřich Gauss*. JČMF, Praha, 1877.