téměř úplného utlumení zájmu o geometrii zejména v Evropě, budeme sledovat „cestičky“, které umožnily přenést starověké znalosti o křivkách do doby, kdy se geometrie dočkala postupného oživování. Této epoše – počátkům evropské renesance – je věnována část 3.2. V posledních odstavcích této kapitoly budeme svědky „znovuobjevení“ starověkých znalostí o křivkách a jejich uchopení novými metodami, což vedlo ke vzniku zcela nových myšlenek, a sice ke zrodu analytické geometrie jako metody studia speciálních křivek. Těžiště našeho zájmu bude ve studiu Descartova přínosu k teorii křivek (část 3.3).

3.1. Studium křivek po zániku Západořímské říše

Nejdříve se velmi stručně zmíníme o geometrických znalostech v Číně a Indii (odstavec 3.1.1). V odstavci 3.1.2 se budeme věnovat geometrii pěstované v oblastech obsazených Araby, která měla pro další rozvoj znalostí v Evropě zásadní význam, a v odstavci 3.1.3 soustředíme pozornost na geometrické znalosti ve středověké Evropě. Nebudeme popisovat široké souvislosti s historickými událostmi a kulturním vývojem tehdejší doby. Tato fakta jsou dobře popsána a zhodnocena v dostupné literatuře. Budeme se věnovat výhradně našemu vytyčenému tématu a také ostatní matematické objevy či pokrok v jiných oblastech než těch, které určitým způsobem souvisely s teorií křivek, budeme většinou zamlčovat, neboť (jak již bylo několikrát zdůrazněno) není naším cílem podat široký pohled na rozvoj matematických znalostí.[2]

3.1.1. Čína a Indie

V kapitole první jsme mluvili o tom, že první nepřímé důkazy o geometrických znalostech obyvatelstva žijícího na území dnešní Číny a Indie sahají daleko před počátek našeho letopočtu.

Nejstarší dochovaný čínský spis věnovaný výhradně matematice je *Ťiou čang suan šu (Matematika v devíti knihách)* shrnující výsledky matematiků žijících v prvním tisíciletí př. Kr.[3] Poznatky starověké indické matematiky pocházejí z období, kdy vznikaly *Védy* (posvátné nábožensko filozofické texty). Geometrické konstrukce a výpočty jsou obsaženy v knihách *Šalvasútra (Pravidla provazce)*. Názory odborníků na jejich

[2] Literatura zabývající se rozvojem matematických znalostí ve středověku viz. str. 126. Z těchto prací byly také čerpány výchozí údaje pro tuto kapitolu.

[3] Traktát se dochoval v redakci Liou Chueje z roku 263, sepsán byl pravděpodobně ve 2. století př. Kr., přesná doba vzniku ani autoři nejsou známy [Juš77, str. 31].

(a) Indie

(b) Tibet

Obrázek 3.2: Buddhistické mandaly

přesné datování se liší, většina je řadí do 7.-5. stol. př. Kr. (viz odstavec 1.1). Spisy čínských a indických matematiků – jak tyto první spisy, tak i následující – mají společný rys: stručný výklad, který často neobsahuje žádné důkazy.

Prameny podle nichž soudíme na geometrické znalosti indických matematiků jsou velmi kusé a ve srovnání s prameny přibližujícími nám jejich znalosti z aritmetiky, algebry a teorie čísel mají daleko menší význam. Zvláštní geometrická díla neexistovala a pravidla pro měření geometrických útvarů byla zahrnuta … do obecné vědy o výpočtech. [Juš77, str. 156]

Tento typ geometrických znalostí přetrvával až do novověku. Lze říci, že také po celý novověk (v podstatě až do 20. století) zůstávají geometrické znalosti Indie a Číny daleko za Západem. Z hlediska studia křivek se nabízí otázka, proč se v čínské a indické matematice neobjevují kromě kružnice (a snad elipsy) žádné ze speciálních křivek tak, jak je známe z odkazu antických učenců. A to i přesto, že v některých jiných oblastech matematiky dosáhly tyto civilizace vysoké úrovně znalostí (trigonometrie, řada metod algebry a teorie čísel, Indie - desetinná soustava), které ovlivnily vývoj vědy v Evropě. Tento fakt bezpochyby úzce souvisí se zcela odlišnou filosofií obou kultur. Zatímco řecká matematika vyrůstala spolu s (nám blízkou) „Aristotelovskou“ logikou, východní filozofie (a je v tomto směru jedno, zda jsou to myšlenky spjaté s budhismem, taoismem či jiným náboženským směrem) byla – a dá se říct i je – zcela odlišná. Učí nás, že člověk nikdy nemůže pochopit realitu v myšlení. Myšlení nás může dovést jen k poznání, že nám nemůže dát poslední odpověď. Svět myšlení je v zajetí paradoxu. Ačkoliv se čínští a indičtí matematikové neomezovali výhradně jen na praktické úlohy, měli daleko od toho přístupu k matematice, který byl vlastní Řekům, tj. na základě několika předpokladů deduktivně budovat teorii, podpořenou navíc rozvinutou metodou důkazu. Matematika nikdy nemohla sloužit u východních civilizací jako prostředek k poznání světa a jeho zákonitostí (srovnání str. 33) neboť východní filozofie učí, že pravého poznání lze dosáhnout nikoliv myšlením, ale jednáním. A tak zatímco v antice se objevují nejrůznější křivky nejen jako projev jakéhosi vnitřního cítění a estetiky (korintský sloup, zdobené nádoby apod.), ale především jsou popsány během usilovné myšlenkové činnosti starověkých myslitelů, ve východních kulturách je tomu zcela jinak. V matematice jako odrazu myšlenkové činnosti tyto speciální křivky nenajdeme, ale jejich tvary jsou vtisknuty do uměleckých i spotřebních předmětů s větší intenzitou než kdekoliv jinde. Nejen odlišná filozofie dává zdejším obyvatelům čas (kontrastující s Evropským spěchem) věnovat se mravenčí práci i odlišné vnímání reality se stalo vhodnou půdou pro vznik složitých ornamentů, které nemají v západní kultuře obdoby.

3.1.2. Arabská geometrie

Významnou etnickou skupinou, která ovlivnila evropskou kulturu a vzdělanost byli Arabové.[4] Arabové se během svých výbojů setkávali s „vyšší“ kulturou než byla jejich vlastní. Přicházeli do těsného kontaktu se starými vyspělými kulturami a civilizacemi (mimo jiné řeckou), tuto kulturu i vědecké výsledky přejímali a dále rozvíjeli. Složitý vývoj v oblasti Blízkého a Středního východu zde nebudeme popisovat. Poznamenejme jen, že v 7. století dochází k neobvykle rychlému rozvoji arabské říše a během neceléhо století si Arabové podrobili obrovské území. Svého vrcholu dosáhla arabská říše v letech 750–1258.

Na přelomu 8. a 9. století se mnoho učenců a překladatelů soustředilo

[4]Poznamenejme, že pod názvem **Arabská geometrie** budeme rozumět geometrii v zemích Blízkého a Středního východu. Geometrické práce, o nichž budeme hovořit, vznikaly na území dobytém Araby a v drtivé většině byly psány arabsky. Samotní autoři však byli mnohdy jiné národnosti (Peršané, Řekové, Židé apod.) Někdy se také používá název **Islámská matematika** (např. Juškevič [Juš77], Katz [Kat98]) či geometrie, ale ani otázka náboženství u těchto autorů není jednoduchá.

v Bagdádu.

Bagdádská matematická škola aktivně pracovala dvě stě let. V prvním období se věnovala hlavně studiu starých antických autorů a vydávání jejich děl v arabštině. Při formování arabské matematiky však svou roli sehrály i kontakty s Indií, Chwárizmem, Persií a později i Čínou. Velmi rychle byla propracována arabská matematická terminologie, která předtím prakticky neexistovala. Přibližně za 100–150 let byla do arabštiny[5] *přeložena z řečtiny nebo syrských překladů základní díla Eukleida, Archiméda, Apollónia, Hérona, Ptolemaia, Diofanta a jiných autorů. Některá díla, jako např. Eukleidovy Základy, byla přeložena i vícekrát. Překlady a komentáře prováděli významní učenci té doby, kteří k těmto pracím přidali i něco nového. Pokud tedy hovoříme o tom, že se středověká Evropa seznámila s řeckou matematikou, pak to již byla matematika dobře okomentovaná, systematizovaná a didakticky zpracovaná.* [Beč01, str. 155]

Tato práce dala arabské matematice (i vlastní geometrii) zcela odlišný charakter ve srovnání s matematikou čínskou a indickou:[6]

Arabská matematika se od matematiky indické nebo čínské liší právě tím, že se rozvíjí pod vlivem matematiky řecké a je tedy založena na deduktivním výkladu a logickém odvozování. Osvojení klasického dědictví umožnilo arabským matematikům dosáhnout v rozpracování numericko-algebraických problémů vyšší úrovně a použít při jejich řešení a zobecnění podstatně silnější prostředky, než jakých užívali Indové a Číňané. Tam kde se matematici těchto národů omezili na vytvoření izolovaného početního návodu, arabští matematici vytvořili celé teorie. [Beč01, str. 156]

Matematika byla pěstována také v severozápadní Africe a na Pyrenejském poloostrově, tyto oblasti byly obsazeny Maury (jak byli později tito dobyvatelé – Arabové a Berbeři – nazýváni). Právě rozvoj vědy v maurských státech a na územích, která obsadili Španělé, měl pro rozšíření vědeckých poznatků v Evropě zásadní význam. Ve Španělsku pracovalo ve 12. a 13. století mnoho překladatelů a kompilátorů, kteří přepracovali do latiny řadu arabských traktátů a arabských překladů řeckých spisů.

Pro nás budou vzhledem ke studovanému tématu stěžejní dvě otázky:

- Jaký byl osud starověkých geometrických textů, které obsahovaly poznatky o křivkách?
- Čím k těmto poznatkům o křivkách přispěla arabská geometrie?

[5] Výjimečně byla tato díla překládána i do jiných jazyků. Např. al-Bírúní přeložil do sanskrtu Eukleidovy *Základy* a Ptolemaiův *Almagest*.

[6] Svou roli zde jistě sehrála filozofie islámu.

Překlady geometrických spisů

Některé antické spisy se dochovaly právě jen díky Arabům, kteří je přeložili do arabštiny. Od konce 9. století zejména však ve století 12. byly přeloženy z arabštiny do latiny a dostaly se tak zpět do Evropy.

Nás bude vzhledem k vytyčenému tématu zajímat především osud Eukleidova spisu ***Základy*** a Apollóniova spisu ***Kuželosečky***. Stručně se zmíníme také o některých pracích Archimeda a o Ptolemaiově *Almagestu*.

Zejména Eukleidovy *Základy* byly nejvíce opisovány a komentovány, proto nejvíce ovlivnily další vývoj. Do arabských zemí se dostaly nejpozději na konci 8. století. První překlad provedl al-Hadždžádž ibn Júsuf ibn Matár.[7] Autorem druhého překladu je Isháq ibn Hunajn, tento překlad se nedochoval, ale dochovalo se jeho přepracování, které provedl Thábit ibn Qurra.[8] Kromě těchto úplných překladů existovala ještě řada překladů částečných – pouze některých knih či zkrácené verze apod. O těch se zde nebudeme podrobně zmiňovat, neboť při překladu z arabštiny do latiny byly klíčové pouze zmiňované dva překlady – al-Hadždžánův a překlad Isháqa ibn Hunajna přepracovaný Thábitem ibn Qurrou.[9] Pro rozvoj arabské matematiky měly větší význam komentáře Eukleidových *Základů* než samotné překlady. Jeden z nejznámějších je *Výklad Eukleida* z roku 1248 od Násíra at-Túsího.

Pro nás je vzhledem ke křivkám nejpodstatnější Apollóniův spis *Kuželosečky*. Jediný z pozdějších učenců, kdo byl schopen pochopit tento spis, byl Pappos, který toto dílo ve třetím století částečně rozvinul (viz srt. 64). V období středověku Apollónius nenašel ve studiu kuželoseček následovníka. Jsou známy ještě další tři komentáře – Serénos z Antinoie (4. stol.), Hypatie (5. stol.), Eutokios z Askalonu (6. stol.), které ale nepřinesly nic nového. V Byzanci byly opisovány zejména první čtyři knihy kuželoseček, které sloužily jako učebnice – přeloženy do arabštiny al-Himsim. Na straně 50 jsme zmiňovali, že V. až VII. kniha *Kuželoseček*

---

[7] al-Hadždžádž (popř. Hajjáj) ibn Júsuf ibn Matár (cca 786–833) později vytvořil ještě druhou verzi tohoto překladu, ve které opravil chyby a doplnil některé mezery. Dnes máme k dispozici I–VI knihu a část VII z druhé verze včetně komentářů al-Najrízího, pravděpodobně máme i knihy IX–XII, chybí kniha VIII.[Beč01, str. 170].

[8] Thábit ibn Qurra (830–901), významný překladatel a komentátor řeckých děl, vlastní práce zejména v algebře a teorii čísel. Z ibn Qurrova reevidovaného překladu se dochovalo nejméně 19 rukopisů, nejstarší (z 10. století) se nachází v Teheránu. [Beč01, str. 170] Kromě Eukleidových *Základů* a Apollóniových *Kuželoseček* přeložil také Archimedovy spisy *Měření kruhu, O kouli a válci*, jeho práci o pravidelném sedmiúhelníku a další.

[9] Připomeňme ještě, že v arabském světě existovaly i práce v jiných jazycích, např. do hebrejštiny byly *Základy* přeloženy v letech 1225–70.

se dochovala jen díky arabskému překladu. Byl to překlad již zmiňovaného Thábit ibn Qurry. Podrobněji se k tomuto překladu vracíme na straně 79. V arabských zemích dále využil kuželosečky pouze Ibn al-Hajtham[10] a Omar Chajjám, o kterém se zmíníme podrobněji. Dá se říci, že Apollóniovy *Kuželosečky* neměly na arabskou matematiku větší vliv, ovšem zásadní přínos arabských překladů je spatřován v zachování této práce pro evropskou novověkou matematiku.[11]

Právě tuto práci studovali (mimo jiné) Fermat a Descartes a stala se patrně největším podnětem pro rozhodující pokrok ve studiu křivek během 17. století (viz kapitola 3.2).

Poznamenejme ještě, že překlady řeckých pojednání do arabštiny často vyžadovaly značnou kreativitu při vytváření termínů, neboť cizí termíny nezapadaly snadno do struktury arabského jazyka. Např. řecké slovo hyperbolè bylo nejprve přeloženo jako úparbúlá a později jako *quad'zā'id* („chybějící řez“).[12]

Křivky v arabské geometrii

Od 9. století se bagdádští matematikové začali zabývat kubickými rovnicemi.[13]

Geometrickou metodu řešení rovnic třetího stupně pomocí kuželoseček znali už Řekové, ale používali ji jen pro konkrétní případy. V žádném případě nelze mluvit o vypracování obecné teorie řešení těchto rovnic, dokonce tuto metodu ani nepoužívali k řešení nějakého širšího okruhu úloh. To udělali teprve arabští matematici.

Archimédovu úlohu řešili pomocí křivek druhého stupně, tj. kuželoseček, např. Abů Džaᶜfar al či al-Hasan ibn al Hatham.[14] Geometrickou

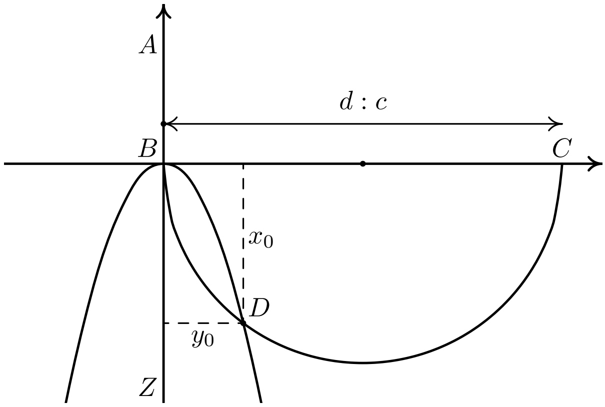
[10]Ibn al-Hajtham (cca 965–1039) studoval vlastnosti paraboly v souvislosti se zápalnými zrcadly [Beč01, str. 177].

[11]*Pokud je však možno soudit ze známé literatury, nebyla v dílech matematiků Blízkého a Středního východu podstatně změněna nebo doplněna antická teorie kuželoseček. Hlavní zásluha matematiků islámských zemí v této oblasti spočívá v zachování a předání antických objevů.* [Juš77, str. 284].

[12]Viz [Gra94, str. 72], kde je arabský termín *quad'zā'id* překládán jako *exceeding section.*

[13]Impulsem k tomu byla pravděpodobně Archimédova úloha o rozdělení koule rovinou tak, aby poměr objemů takto vzniklých kulových úsečí se rovnal danému poměru (4. věta druhé knihy *O kouli a válci*) – viz [Juš77, str. 253].

[14]al-Hasan ibn al Hatham (cca 965–1039), matematik, astronom fyzik a lékař, v západní Evropě známý pod jménem Alhazen. V jeho práci *Kniha optiky* řešil mimo jiné problém tzv. „lesklých bodů“, což vede na rovnici čtvrtého stupně. Řešil ji pomocí kružnice a hyperboly. V 17. století se touto úlohou zabývali Ch. Huygens, I. Barrow a další. Viz [Juš77, str. 254].



Obrázek 3.3: Využití kuželoseček pro konstrukci kořenů rovnice $x^3 + cx + d = 0$ u Omara Chajjáma

teorií kubických rovnic se zabýval také Omar Chajjám.[15] U něj nacházíme zřetelně myšlenky, které později využil Descartes (viz str. 97 a další). Uveďme stručně v dnešní symbolice, jak s využitím kuželoseček řeší rovnici

$$x^3 + cx + d = 0. \tag{3.1}$$

Omar Chajjám se drží zákona homogenity. Jestliže x reprezentuje stranu čtverce, c musí zastupovat plochu, aby $c \cdot x$ bylo těleso, a d samo o sobě je tělesem. Konstruuje řešení, kde AB je strana čtverce c, tj. $|AB| = \sqrt{c}$, BC konstruuje kolmo na AB tak, že $|BC| \cdot |AB|^2 = d$, tj. $|BC| = \frac{d}{c}$ (viz obr. 3.3). Dále prodlouží AB až k Z a sestrojí parabolu s vrcholem B, osou BZ a parametrem $\sqrt{c}$. Tato parabola má v dnešním značení rovnici

$$x^2 = \sqrt{c}y. \tag{3.2}$$

Podobně konstruuje půlkružnici

$$(x - \frac{d}{2c})^2 + y^2 = (\frac{d}{2c})^2 \tag{3.3}$$

nebo-li

$$x(\frac{d}{c} - x) = y^2. \tag{3.4}$$

[15] Abu 'l-Fath ^{c}Umar ibn Ibráhím al-Chajjám [známější jako Omar Chajjám, v angl. literatuře psáno Khayyam] (1048–1131) napsal knihu *O důkazech úloh algebry a almuqábaly* (asi v roce 1074) a komentář k Eukleidovým *Základům* (asi v roce 1077), nevíce však proslul čtyřveršími, ve kterých opěvoval lásku a svobodu.

Z rovnic (3.2) a (3.4) obdržíme rovnici (3.1), tj. kružnice a parabola se protínají v bodě $D = [x_0, y_0]$, kde x_0 je řešením rovnice (3.1).

U některých učenců bylo úspěšně započato i zkoumání algebraických řešení, které se poměrně rychle rozšířilo na široký okruh geometrických a dokonce fyzikálních úloh.

V 17. století vzbudily geometrické konstrukce kořenů rovnic vyššího stupně velkou pozornost evropských matematiků. René Descartes vzal za základ své universální matematiky konstrukci reálných kořenů libovolných algebraických rovnic pomocí vhodně volených algebraických křivek. [...] *S aplikací geometrických konstrukcí v algebře bylo u Descarta těsně spojeno rozpracování analytické geometrie, například klasifikace algebraických křivek. Konstrukcí geometrického řešení rovnic se zabývali všichni velcí matematikové 17. a dokonce 18. století,* [...] [Des53, str. 256]

Významnými učenci, kteří aktivně působili v Bagdádu byli bratři Banú Músá.[16] Pod jejich autorstvím se dochoval v latinském překladu Gherarda z Cremony[17] spis *Liber trium fratrum de geometria (Kniha tří bratrů o geometrii*, původní název *Kniha o měření rovinných a sférických obrazců).* Spis vypovídá o úspěších v geometrii, kterých bylo v Bagdádu během několika desetiletí dosaženo. Jeho latinský překlad sehrál v rozvoji geometrie důležitou roli, neboť v této práci se mohl evropský čtenář poprvé setkat s řešením problému trisekce úhlu v latině. Těžiště knihy je v pravidlech pro výpočet obsahů geometrických obrazců, povrchu koule apod., tj. od námi vytyčeného tématu se poněkud vzdaluje a nebudeme ji zde podrobně rozebírat (obdobně jako al-Chwarízmího geometrická část algebry či na ni navazující praktická geometrie Abu 'l Wafovy knihy pro písaře). Bratřím Banú Músá patří ještě řada dalších geometrických (i astronomických, filozofických aj.) prací – mimo jiné i o kuželosečkách.

V devátém století Banú Músá, tři schopní geometři, chtěli přeložit text, ale měli jen poškozený rukopis prvních sedmi knih a nerozuměli mu. Jeden z bratrů, Hasan, vypracoval vlastní teorii řezů válce, protože věřil, že by mohla sloužit jako úvod do teorie řezů na kuželi v Kuželosečkách. Po jeho smrti jeho bratr Ahmad našel v Sýrii rukopis prvních čtyř knih s komentáři Eutokia. Pomocí dvou rukopisů a Hasanovy teorie, Ahmad

[16] *Tři bratři Banú Músá (Jafar Muhammad, al-Hasan a Ahmad) byli synové jednoho z důvěrníků chalífy al-Ma´múna. Zabývali se matematikou, astronomií, hudebními nástroji a mechanikou. Postavili vlastní observatoř, sbírali rukopisy, podporovali překládání řeckých textů do arabštiny.* [Beč01, str. 176].

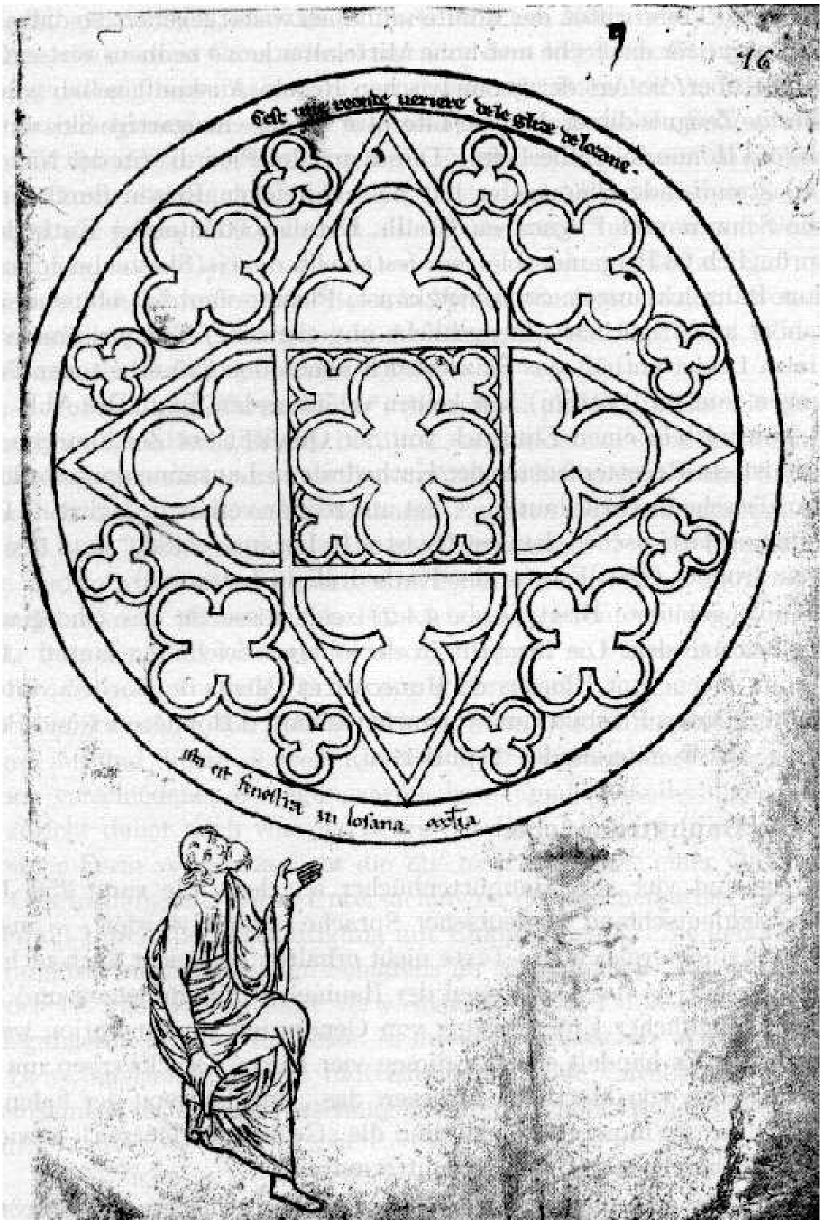
[17] Gherardo z Cremony (1114–1187).

a třetí z bratrů, Muhammad, byly schopni pochopit Apollónia, a vložili komentáře do řeckého textu, aby byl srozumitelnější. Potom Banú Músá dohlíželi na sedm knih překládných al-Himsim (I–IV) a Thábitem ibn Qurrou (V–VII). [Gra94, str. 72]

Překlad knih V–VII pod vedením bratrů Banú Músa viz [Apo90].

Konstrukce kuželoseček zaujala i jiné matematiky. Např. Ibrahím ibn Sínán[18] napsal práci o bodových konstrukcích elipsy, hyperboly a paraboly pomocí kružítka a pravítka. Byla také vynalezena pomůcka, která dovolovala rýsovat kuželosečky podobně jako kružítkem kružnici.

[18] Ibrahím ibn Sínán (980–946), vnuk Thábit ibn Qurry.



Obrázek 3.4: Skica Villarda d'Honnecourta pro gotickou katedrálu z let 1230–35, [Scr00, str. 210]

3.1.3. Geometrie ve středověké Evropě

> [. . .] *moderní fyzika a technika, ale i myšlenky humanismu a demokracie jsou plodem evropského vývoje.* [. . .] *klíčem, mostem k tomuto vývoji byl právě evropský středověk, oběť středověkého člověka.*
> *Středověký člověk byl* [. . .] *vlastně stále připraven na utrpení a smrt a křesťanská víra mu dávala útěchu a naději na odměnu po odchodu z tohoto slzavého údolí. Zdálo by se, že člověk bude za těchto podmínek rezignovat na tvůrčí aktivity ve svém předchozím pozemském životě. Ale právě naopak. Z počátečních zmatků po rozpadu antického světa a pádu kulturní úrovně, po usazení stěhujících se národů se středověká kultura a myšlení začínají odrážet ode dna, aby se nakonec vzepjaly do výše katedrál a postupně připravily půdu novodobé evropské kultuře.* I. Štoll [Beč01, str. 378]

Publikace *Matematika ve středověké Evropě* [Beč01] v širokém kontextu přibližuje události ovlivňující vývoj vzdělanosti, vědy a kultury a zabývá se vývojem matematického myšlení v tehdejší Evropě. Přistoupíme proto přímo k vytyčenému tématu. Budeme sledovat zejména dvě otázky:

- Co nového přinesl Evropský středověk k teorii křivek?
- Co se dělo se znalostmi o křivkách, které měli starověcí učenci?

Na přelomu 4. a 5. století dochází v západní Evropě ke vzniku nové společnosti postupným míšením římských obyvatel a barbarských dobyvatelů. Vznikání a zanikání nových barbarských státních útvarů na území bývalé západořímské říše, které však byly značně politicky i hospodářsky nestabilní, je charakteristickým rysem 5. až 8. století. Kulturní a vědecký vývoj byl velmi pomalý a nerovnoměrný. V hospodářském a denním životě se vystačovalo s minimem aritmetických a geometrických znalostí – použití základních aritmetických operací a pouček o měření nejjednodušších geometrických útvarů. Duchovní vývoj Evropy v období středověku je výrazně spjat s vývojem křesťanství. V počátku byl ovlivněn zejména významnými ojedinělými učenci a církevními mysliteli, později také církevními řády a jejich kláštery, kde se udržovaly některé prvky antické vědy a vzdělanosti. I v klášterech se však zájem o geometrii omezoval na krátké informace o jednotlivých geometrických útvarech a jednoduchá měření.

Abychom si udělali jasnější představu na jak nízkou úroveň klesly tehdy geometrické znalosti, pojednáme krátce o pracích některých osobností tehdejší doby:[19]

- 6. století: **Boëthius**[20] se zasloužil o organizaci středověkého vzdělávání. Jako průprava ke studiu teologie sloužilo tehdy tzv. sedmero svobodných umění (trivium – gramatika, rétorika, dialektika a quadrivium – aritmetika, geometrie, astronomie a hudba). Boëthius napsal úvody do kvadriviálních disciplín, jednalo se o překlady spisů (nebo jejich částí) různých řeckých autorů, pro geometrii to byl Eukleides. Spisy o geometrii a hudbě byly ztraceny asi v 7. století. Jako tzv. Boëthiova *Geometrie* bývá někdy uváděna i práce *Euclidis Megarensis Geometriae libri duo ab An. Manl. Severino Boetio translati.*

  Názory odborníků na to, které spisy vlastně napsal Boëthius, se liší.[21] Ať už byl jejich autorem kdokoliv, co se týče obsahu těchto spisů, nelze než souhlasit se slovy K. Mačáka:

  Matematický obsah Boëthiových kvadriviálních spisů je ve srovnání s díly antické matematiky takřka nulový. Z hlediska dějin matematiky má dnes Boëthius význam pouze historický, v období přechodu od vzdělanosti antické ke vzdělanosti západoevropské však jeho díla sehrála významnou (ne-li rozhodující roli); podle jeho učebnic se učilo zhruba tisíc let a tuto skutečnost nelze přehlédnout. [Beč01, str. 117]

- 7. století: **Isidor ze Sevilly**[22] je autorem naučného díla *Etymologie*, ve kterém shrnuje ve dvaceti knihách antické vědění všeho druhu.

  Toto Isidorovo dílo bylo vhodné spíše pro vyhledávání informací než pro soustavné čtení a studium. Je nepůvodní, má řadu velmi

[19] Poznamenejme, že tento výběr se řídil výhradně vztahem těchto autorů k našemu úzkému tématu. O některých významných myslitelích se tu nezmiňujeme vůbec. Z obdobných důvodů zmiňujeme jen práce, které měly nějaký vztah ke geometrii, ačkoliv jiné spisy uvedených osob jsou často obecně daleko významnější. Pojednání o uvedených učencích (i o některých dalších) v širším kontextu včetně bohatých odkazů na další literaturu lze najít v [Beč01].

[20] Anicius Manlius Severinus Torquatus Boëthius (cca 480–524)

[21] Podrobnější informace o původu Boëthiových spisů a další odkazy viz článek K. Mačáka v [Beč01, str. 103–119].

[22] Isidor ze Sevilly (cca 560–636).

slabých partií, často jde jen o souhrn toho, co autor někde četl nebo slyšel. Obsahuje i různé pověry, bájná vyprávění a fantastické příběhy, přičemž vše je interpretováno jako věrohodné. Do textu jsou včleněny literárně historické poznámky a komentáře nejrůznějšího druhu. [. . .] Isidorovy Etymologie se staly nejoblíbenějším středověkým úvodem do odborných disciplín pěstovaných v antice a zároveň užitečným souhrnem znalostí o antických reáliích, silně ovlivnily encyklopedisty sedmého až čtrnáctého století. [Beč01, str. 43]

Málá část Isidorových *Etymologií*, kterou věnoval geometrii, je uvedena v tabulce 3.1.[23]

- 10. století: **Gerbert z Aurillacu**[24] byl ve své době jeden z nejvzdělanějších a nejvýznamnějších učenců. Jeho *Geometria* vyšla poprvé tiskem v roce 1721 podle rukopisu benediktinského kláštera sv. Petra v Salzburku.[25]Ačkoliv se o Gerbertově autorství tohoto spisu vedou spory, pro nás je důležité, že tato práce charakterizuje znalosti tehdejších učenců. Tištěné vydání práce obsahuje 94 článků,[26] ve kterých zejména vysvětluje jednoduché geometrické poznatky o rovinných útvarech formou návodů pro řešení konkrétních úloh. Nepodává důkazy ani nevysvětluje použité metody. Na různých místech textu se objevují jména Pythagoras, Platon, Eratosthenes, Boëthius, inspiroval se patrně také některými spisy arabskými.

  Pro nás je zajímavý první článek, ve kterém vysvětluje základní pojmy, mezi jinými si také klade otázku, co je to *linea*, tj. čára: *Quid sit corpus solidum? Quid linea, punctum, superficies? Quid pes solidus constratus etc. (Co je pevné těleso? Co čára (přímka), bod, plocha? Co základ(na) konstrukce tělesa atd.)*

I když se kultura středověké Evropy rozvíjí až do 10. století, kdy se *objevily první příznaky intelektuálního procitnutí*,[27] velmi pomalu, přece jen se život postupně obohacoval novými technickými postupy, rozvíjel

[23]Poznamenejme, že tato ukázka je i v [Beč01, str. 85] ovšem bez obrázků a poznámek.

[24]Gerbert z Aurillacu, také Gerbertus Remensis (cca 950–1003).

[25]Pez B. (ed.) *Thesaurus Anecdotorum Novissimus*, 1721.

[26]Poznamenejme, že některé části z tohoto textu jsou přetištěny a komentovány opět v [Beč01].

[27][Juš77, str. 332].

11. DE QVADRIPERTITA DIVISIONE GEOMETRIAE

(1) Geometriae qvadripertita divisio est, in planarum, in magnitudinem numerabilem, in magnitudinem rationalem et in figuras solidas. (2) Planae figurae sunt, quae longitudine et latitudine continetur. Numerabilis magnitudo est, quae numeris aritmeticae dividi potest. (3) Magnitudines rationales sunt, quorum mensuram scire possumus, inrationales vero, quorim mensurae quantitas cognita non habetur.

12. DE FIGURIS GEOMETRIAE

(1) Figurae solidae sunt, quae longitudine, latitudine et altitudine continentur, quae sunt iuxta Platonem quinque.
In plano figuram prima circulus est, figura plana et circumducta, cuius in medio punctus est, quo cuncta convergunt, quod centrum geometrici vocant, Latini punctum circuli nuncupant *(sequitur figura)*.
(2) Quadrilatera figura est in plano quadrata, quae sub quattutor rectis lineis iacet, ita *(seq. figura)*. Dianantheton grammon figura plana, [ita] *(seq. figura)*. Orthogonium, id est rectiangulum figura plana. Est enim triangulum et habet angulum rectum *(seq. figura)*. Isopleuros figura plana, recta et subter constituta *(seq. figura)*.
(3) Sphaera est figura in rotundum formata, partibus cunctis aequalis *(seq. figura)*. Cubus est figura propria solida, quae longitudine, latitudine et altitudine continetur *(seq. figura)*. (4) Cylindrus est figura quadrata, habens superius semicurculum *(seq. figura)*. (5) Conon, figura, quae ab amplo in angustum finit, sicut orthogonium *(seq. figura)*. (6) Pyramidis est figura, quae ab in modum ignis ab amplo in acumen consurgit; ignis enim apud Graecos $\pi\upsilon\rho$ appelatur *(seq. figura)*.
(7) Sicut autem infra X omnis est numerus, ita intra hunc circulum omnium figurarum concluditur ambitus *(seq. figura)*.
Prima autem figura huius artis punctus est, cuius pars nulla est. Secunda linea, praeter latitudinem longitudo. Recta linea est, quae ex aequo in suis punctis iacet. Superficies vero, quod longitudines et latitudines solas habet. Superficiei vero fines lineae sunt, quorum formae ideo in superioribus decem figuris positae non sunt, quia inter eas inveniuntur.

Tabulka 3.1: Výklad geometrických pojmů z encyklopedického díla Isidora ze Sevilly *Etymologiae* podle [Isi00, str. 302–305]. Poznámka *j* překladatele k Isidorově definici válce je chybná. U obrázku válce se nejedná o perspektivu, ale o kombinaci dvou kolmých průmětů.

11. ROZDĚLENÍ GEOMETRIE NA ČTYŘI ČÁSTI

(1) Geometrie se dělí na čtyři části: na rovinu, číselnou velikost, racionální velikost a tělesa. (2) Rovinné útvary jsou ty, které jsou vymezeny délkou a šířkou.[a] Číselná velikost je taková, kterou lze dělit aritmetickými čísly.[b] (3) Racionální velikosti jsou ty, jejichž míru můžeme poznat, zatímco iracionální jsou ty, u nichž se nedá poznat, jakou míru mají.[c]

12. GEOMETRICKÉ ÚTVARY

(1) Tělesa jsou vymezena délkou, šířkou a výškou. Je jich pět typů.[d]
Prvním z rovinných útvarů je kruh, což je rovinný útvar vymezený svým obvodem. V jeho prostředku je bod, kam se všechno sbíhá, který geometři[e] nazývají „střed“; latinsky *punctus circuli* (bod kruhu) *(následuje obrázek)*.[f]
(2) Čtyřúhelník je čtyřstranný plošný útvar, který tvoří čtyři úsečky *(následuje obrázek)*. *Dianatheton grammon* je útvar, který vypadá takto: *(následuje obrázek)*.[g] *Orthogonium* je pravoúhlý plošný útvar, a sice trojúhelník, který má pravý úhel *(následuje obrázek)*. *Isopleuros*[h] je plošný útvar, vzpřímený a stojící na základně *(následuje obrázek)*.
(3) Koule je těleso zaokrouhleného tvaru, na všechny strany stejné *(následuje obrázek)*. Krychle je těleso ve vlastním slova smyslu, které je vymezeno délkou, šířkou a výškou *(následuje obrázek)*. (4) Válec je čtverec s půlkružnicí nahoře *(následuje obrázek)*[i] (5) Kužel je těleso, které se zužuje od široké základny, podobně jako rovnostranný trojúhelník[j] *(následuje obrázek)*. (6) Jehlan (*pyramis*) je těleso, jež se zdvihá na způsob ohně od široké základny k hrotu; „oheň“ se totiž řecky řekne πυρ [pȳr] *(následuje obrázek)*.[k]

---

[a] Lindsay vykládá na tomto místě glosu *quae sunt iuxta Platonem numero quinque* („Podle Platona je jich [totiž rovinných útvarů] co do počtu pět“), kterou Arevallus (162a) podle smyslu vhodněji vkládá do odstavce *Etymol.* III,12,1 o prostorových tělesech (v jeho členění III,11,4). Platón ovšem pojednává o jiných tělesech než Isidor, totiž o pravidelném čtyřstěnu, osmistěnu, dvacetistěnu a dvanáctistěnu.

[b] Číselná velikost je ta, která je nějakým počtem zvolených jednotek velikosti.

[c] Nepoznatelnost míry nějaké velikosti znamená, že daná velikost nemůže vzniknout dělením celočíselné velikosti na několik stejně velkých částí.

[d] Lindsayův text na tomto místě nedává dobrý smysl: *Figurae solidae sunt, quae longitudine, latitudine et altitudine continentur, ut est cubus, cuius species quinque in plano. Quarum prima circulus. . .*, („Tělesa jsou vymezena délkou, šířkou a výškou, např. krychle, jíž je pět typů v rovině. Prvním z nich je kruh. . . “. Přejímáme proto text Arevalův (162a). Srv. též pozn. 33 k *Etymol.* III,11,2

[e] Lindsayův text uvádí *geometriae*, což na tomto místě nedává dobrý smysl. Arevalus opravuje na *geometrae*, což svým významem odpovídá formě *geometrici*, kterou přebíráme z kodexu *K* (viz Lindsay *ad loc.)*.

[f] Lindsayovo vydání nepřináší ani ke kapitole III,12 žádné obrázky. Přejímáme zobrazení, která ke své edici připojil Arevalus na základě starobylých předloh.

[g] Výraz *dianatheton grammon* je dosti záhadný. Snad se jedná o zkomoleninu slova z δια καθετον [dia katheton] (καθετος [kathetos], „svislý“), srv. Aristotelés, *Pr.* 913b18: δια την καθετον [dia ten katheton] (sc. γραμμῶν) [grammen], „svislicí“. Jednalo by se tedy patrně o pravoúhlý čtyřúhelník.

[h] Řec. ισοπλευρος [isopleuros], „rovnostranný“; podle definice se však jedná spíše o trojúhelník rovnoramenný (řec. ισοσκελης [isoskeles])

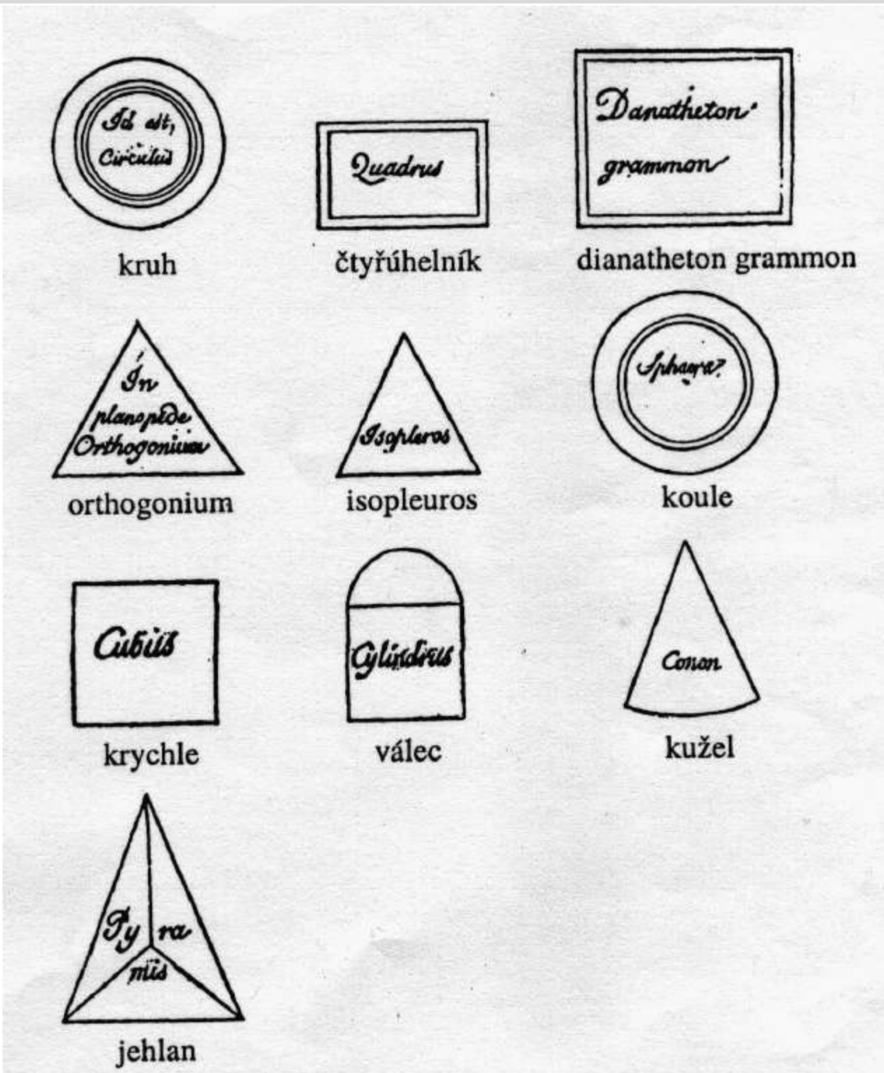
[i] Definice vychází z pohledu deformovaného v perspektivě.

[j] Isidorovo *orthogonium* (pravoúhlý trojúhelník) je patrně rovnostranný trojúhelník, viz pozn. 40 k *Etymol.* III,12,2.

[k] Text je identický jako *Etymol.* III,8,2. [. . .]

(7) Stejně jako se každé číslo vejde do deseti, lze i každý útvar vepsat do kruhu *(následuje obrázek)*.

Základním prvkem geometrie je bod, který je nedělitelný. Na druhém místě je čára, která nemá šířku, ale jen délku. Přímka je čára, jež se táhne ve všech svých bodech stejným směrem. A plocha má pouze délku a šířku. Hranice plochy tvoří čáry, jejichž formy nejsou na uvedených deseti útvarech patrné, protože se nalézají uvnitř.



se obchod, začala se budovat města, ve kterých se objevují od 12. století monumentální gotické stavby. Nejdříve nastal tento rozvoj na území Itálie.

Matematické znalosti se staly nutností. Byly čerpány jednak ze zbytků antické vzdělanosti zachované v klášterech, a potom také z praktické zkušenosti (viz odstavec 3.1.3 Gotická architektura). Současně s rozšiřováním obchodu se začaly navazovat i vědecké styky s arabskou kulturou, především přes Španělsko a Sicílii.

Od Leonarda Pisánského[28] pochází sbírka geometrických a trigonometrických úloh z roku 1220 *Practica geometriae (Praxe geometrie)*. Název je poněkud matoucí, neboť sbírka je více teoretická než praktická a geometrické i trigonometrické úlohy ve sbírce obsažené jsou řešeny metodami, které spadají spíše do oblasti algebry.[29]

Nicole Oresme[30] ve spise napsaném kolem roku 1370 a zachovaném v opisech pod různými názvy[31] popisuje funkční závislost veličin slovně vyjádřeným pravidlem nebo graficky a užívá pro tuto závislost pojem *proportio (poměr, vztah)*.

Jakýkoliv vztah by se ukázal mezi jednou intenzitou a druhou [...]*, tentýž vztah se nachází i mezi první čárou a druhou; a naopak.* [Juš70, str. 141]

Zmiňujeme ho zde zejména proto, že patřil patrně k jednomu z důležitých spisů, které inspirovaly Descarta k jeho *Geometrii* – viz str. 102. Kromě zmiňované práce Oresmeho napomohla Descartovy pravděpodobně prehistorie oboru, který dnes nazýváme infinitesimální počet. Systematický výklad výsledků dosažených v tomto směru do 17. století podal Bonaventura Cavaliery[32] v roce 1635.

Latinské překlady geometrických textů

První úplný překlad Eukleidových *Základů* (I.-XIII. a XV. knihy) z řečtiny do latiny vznikl v polovině 12. století na území dnešní jižní Itálie. Autora neznáme. Tento překlad byl však ve středověku neznámý, tudíž geometrii v tomto období neovlivnil. Jistou roli ve středověké výuce geometrie

[28] Leonardo Pisánský (1170–1250) známý také jako Leonardo Pisano Fibonacci.
[29] Podrobněji včetně ukázek originálního textu viz [Beč01, str. 265–339].
[30] Nicole Oresme (1323–1382).
[31] *De configuratione qualitatum (O konfiguraci kvalit), De uniformitate et difformitate intensionum (O rovnoměrných a nerovnoměrných intenzitách)* apod.
[32] *Geometria indivisibilibus continuorum*; více o tomto tzv. Cavalieriho principu např. F. Cajori: *The History of Mathematics*, Scientia, 1925, str. 301-306.

sehrál zlomkovitý překlad Boëthiův.[33] I když vývoj tehdejší matematiky výrazně ovlivnit nemohl a v okamžiku, kdy došlo k prvnímu překladu *Základů* z arabštiny, ztratily takovéto neúplné překlady význam.

Tři latinské verze *Základů* přeložených z arabštiny jsou spojovány se jménem Adelhardovým.[34] Bývají označovány v literatuře I, II, III a právě verze II byla patrně nejpopulárnější – zachovala se cca v 50 exemplářích, z nichž jeden je v Národní knihovně v Praze. Adelhard vycházel patrně z al-Hadždžádže. Latinské *Základy* přeložené převážně z arabské verze ibn Qurry vytvořil Gherardo z Cremony, jeho překlad je nejbližší původnímu řeckému vydání ze všech překladů z arabštiny do latiny.[35] Existuje ješte další překlad *Základů* z 12. století, zřejmě od Hermana z Dalmácie a z poloviny 13. století pocházejí překlady od Campana[36] doplněné jeho vlastními vysvětlivkami a úvahami.

Apollóniovy *Kuželosečky* byly už pro jeho bezprostřední následovníky příliš obtížné (viz str. 76) a

> *evropskou středověkou matematiku Kuželosečky rovněž neovlivnily. Gherardo z Cremony ve 12. století přeložil pouze zlomky první knihy. První čtyři knihy, které známe z řečtiny, přeložil a tiskem vydal v roce 1566 Frederico Commandino, který přeložil a v roce 1588 vydal rovněž Pappovy komentáře. Z nich se evropští matematici seznámili s obsahem do té doby ztracených knih. Knihy V.–VII. z arabštiny přeložil nepříliš dobře poprvé v roce 1661 Abraham Ecchellensis. Nový překlad těchto knih a rekonstrukci ztracené VIII. knihy vytvořil až v roce 1710 Edmund Halley (1656–1742).* [Beč01, str. 173]

Studium Archimédových prací začíná cca v 6. století, tj. arabští matematici a matematici byzantští se začali s Archimédovými pracemi seznamovat zhruba ve stejnou dobu a západní Evropa je poznala z obou zdrojů. Práce Archiméda a Eutokiovy komentáře studovali také např. stavitelé Sofiina chrámu v Istanbulu – Isidor z Milétu a Anthémios z Frallu. Tyto rukopisy se ale podobně jako mnohé další nezachovaly.[37] Byzantský rukopis z 10. století obsahující překlady Archiméda byl nalezen na palimpsestu Heilbergem v roce 1906 v Istanbulu.

[33] *Boëthiův překlad zahrnoval pouze definice, postuláty a axiomy prvních pěti knih, znění většiny tvrzení z prvních čtyřech knih a důkazy pouhých tří vět z první knihy. Kromě Boëthiova překladu existovaly i další neúplné překlady.* Viz [Beč01, str. 172].

[34] Adelhard z Bathu (1075–1160), jeho překladatelská činnost spadá cca do období 1116–1142).

[35] Viz [Beč01, str. 173].

[36] Giovanni Campano z Novary (1220–1296).

[37] Viz [Beč01, str. 175].

Připomeňme, že významnou roli pro šíření řecké geometrie ve středověké Evropě sehrál překlad geometrického spisu bratří Banú Músá od Gherarda z Cremony, o němž se zmiňujeme na str. 79.

Tím jsme naznačili cestičky, jimiž se ubíraly práce starověkých učenců, které jsou úzce spjaty s naším tématem. V této podobě byly nakonec v 17. století k dispozici Descartovi, Fermatovi a dalším novodobým učencům, aby mohla být řecká geometrie nejen znovuobjevena, ale především dále rozvíjena.

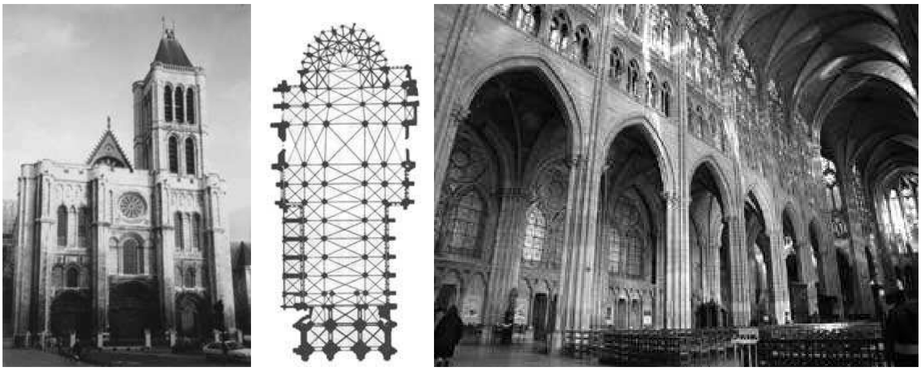
Gotická architektura

> *Nejvýznamnějšími stavbami středověku jsou katedrály,* [...] *právě zde mohli stavitelé ukázat, jak dokonale ovládají hmotu a dovedou jí vtisknout jimi určený tvar, čímž se také svým způsobem mohli blížit Bohu.* A. Šarounová [Beč01, str. 403]

Nelze opominout alespoň krátkou zmínku o křivkách, které se tak impozantním způsobem objevují v gotické architektuře. Gotický sloh vznikl ve Francii na počátku 12. století a vyvíjel se do své vrcholné podoby v podstatě 400 let.[38] Nejstarší dochovanou stavbou, kterou historikové označují za gotickou, je chór opatského kostela v Saint Denis zbudovaný v letech 1140–1143 (viz obr. 3.5). Katedrály jsou považovány za nejvýznamnější gotické stavby, byly jakýmsi vnějším projevem zbožnosti, ale často především moci církve. Geometrie vtisknutá do jejich půdorysů, architektonických tvarů a výzdoby skrývá mnohé zákonitosti. My v tomto odstavci uvádíme jen několik příkladů týkajících se přímo křivek.

Typickým znakem gotických staveb je lomený oblouk vytvořený ze dvou oblouků kružnice (viz obr. 3.5(c)). Základní tvar se konstruoval pomocí rovnostranného trojúhelníku, jehož vrcholy jsou středy oblouků. Posunutím středů oblouků se měnil jeho tvar, přičemž v rané gotice se používal snížený (stlačený) lomený oblouk, ve vrcholné gotice převažoval základní tvar a v pozdní gotice se objevuje i oblouk převýšený, případně různé modifikace – např. oslí hřbet nebo oblouk tudorský. Lomený oblouk působí menšími tlaky do stran než oblouk půlkruhový, umožňuje

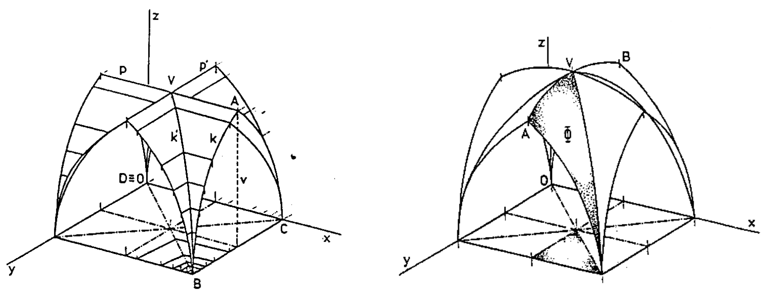
[38] Název *gotika*, ve smyslu „umění barbarského kmene Gótů neboli Němců“, užili poprvé v 15. století italští humanisté k označení „barbarského slohu“, který vládl před nástupem renesance, a který se podle jejich názoru zcela rozcházel s antickým uměním. Ve středověku byl tento sloh šířící se z Francie nazýván *opus francigenum* (dílo Franků).



(a) průčelí (b) půdorys (c) gotické oblouky v interiéru

Obrázek 3.5: Kostel v Saint Denis (zbudovaný 1140–1143)

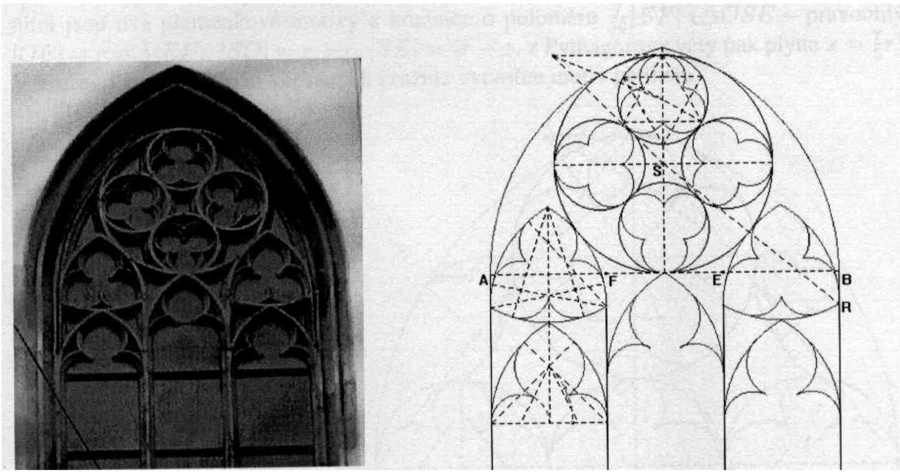
odlehčit stěny a zaklenout různě široká okna nebo čtyřúhelníky při zachování stejné výšky. Při projektování průčelí katedrál a jejich detailů byl lomený oblouk základním dekorativním prvkem, proto je někdy nazýván také gotický. Útvary složené z kružnic a kruhových oblouků se objevují také v klenbách, půdorysech, opěrných systémech, oknech i výzdobě v nespočetných kombinacích od kružnic jednoduše vepsaných do lomených oblouků až po složité variace rozetových oken.



(a) s horizontální přímkovou vrcholnicí (b) se stoupající křivkovou vrcholnicí

Obrázek 3.6: Gotická křížová klenba

Křížová klenba je průnikem dvou válcových ploch a postupně se vyvíjela (viz. obr. 3.6, 3.8(b)). Průnikové křivky – tzv. žebra klenby – jsou částmi elipsy. Tesání různých kamenů bylo nevýhodné, ale zvednutím vrcholu klenby přejdou části elips do kruhových oblouků. Do kruhových oblouků mohou přejít i lomené vrcholnice. V pozdní gotice se zvýraz-



Obrázek 3.7: Gotické okno kostela Sv. Jakuba v Brně, [Pol03, str. 52]

ňují žebra, užívá se klenba kroužená, hvězdová a objevují se i žebra prostorová ve tvaru křivek navíjených na plochy v prostoru – nejčastěji na plochy válcové. Klenební žebra tohoto typu najdeme u nás např. ve Vladislavském sále v Praze (viz obr. 3.8(c)).

Charakteristickým znakem gotické katedrály je kružba. Je to stavební ornament, který se objevuje jak na vnějšku stavby, tak i v interiéru. Kruhová okna s kružbami najdeme většinou nad západním vchodem do katedrál (obr. 3.8(d)). Jsou členěná profilovanými kamennými žebry a bývají buď prázdná nebo zasklená. Kamenné žebra se postupně vyvíjela od jednoduších ornamentů zvýrazňujících symetrie kruhu až po dynamicky působící rozety pozdní gotiky. S rozvojem stavebních technik se zvětšovala také okna v bočních stěnách, i tam bylo třeba vyztužit prosklené plochy kamenými žebry. Později se objevuje kružba i na stěnách, lavicích, oltářích apod. jako tzv. kružba slepá, která má již jen funkci dekorativní. Největší ornamenty měří několik metrů, nejmenší mají sotva průměr dvou centimetrů. Objev kružby bývá spojován se stavbou chrámu v Remeši v roce 1211.

Typickou ornamentikou katedrály je kružba. Vyvinula se z kruhů, které původně vyplňovaly cvikly pod velkými lomenými oblouky oken. V kaplích remešského chóru byl do nich vepsán šestilist, a tak byl nalezen klasický tvar kružby. [...] Z oken se kružba přenesla na parapety a jiné části stavby pročleněné otvory a nakonec jako slepá kružba sloužila k dekorativní výplni ploch. [Ull87, str. 32]

Na našem území můžeme jednoduchou kružbu poprvé najít v klášterních oknech ze 13. století (např. klášter v Tišnově u Brna) nebo vesnických kostelících i ze století pozdějších. Bohatší ornamentiku najdeme u chrámů vrcholné gotiky (např. katedrála sv. Víta v Praze – obr. 3.8(d)), dynamicky působící plaménkovou kružbu u nás poprvé použil Petr Parléř.[39] Návrh kružeb vyžadoval nejen umělecký cit, ale i geometrickou zdatnost.

Během oživeného zájmu o gotické katedrály v 19. století bylo nutné k jejich opravě a dostavbě znovuobjevit i mnohé geometrické zákonitosti staveb,[40] jejichž odkrýváním se i dnes zabývají nejen mnozí architekti.

Naznačili jsme, že gotická architektura svědčí o praktickém používání mnoha geometrických znalostí. Rostoucí nároky architektury měly přímý vliv na jejich další rozvoj. Co se týče křivek, dominovaly otázky konstrukce kružnic, varianty Apollóniových úloh.[41] Kromě zmiňované praktické přednosti při přípravě materiálu hrál podstatnou roli i symbolický význam kruhu, neboť středověká architektura je prodchnuta mystickými symboly.

Vlastním smyslem každého středověkého uměleckého díla je postižení [...] *universálního řádu existujícího nad naším smyslovým světem.* [Beč01, str. 401]

A tomu kruh jako dokonale symetrický objekt vyhovoval. Kruh sám o sobě byl navíc chápán jako symbol slunce, opakujícího se cyklu, věčnosti, vesmíru. Kružba, hlavně okenní, měla chránit proti zlu – růžice a hvězdy působily jako znamení světla proti moci temnot.

3.1.4. Shrnutí období středověku

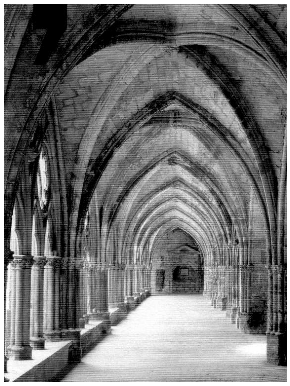
Není pochyb, že ve středověké matematice převládají nad geometrií počtářské praktiky spojené se základními společenskými potřebami té doby. Matematické poznatky o křivkách se téměř nerozvíjí, ve středověké Evropě až na výjimky nejsou ani známy nebo nejsou pochopeny. Lze říci, že křivky byly uchopeny v této době jen dvěma proudy: (1) částečně algebraicky v arabských zemích, kde je v některých případech

[39] Petr Parléř (1332/3–1399), německý architekt a sochař, jeho originální rysy na pergamenu jsou uloženy ve Vídni.

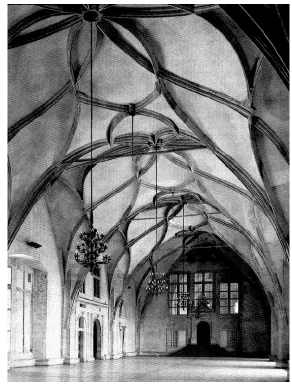
[40] Např. v roce 1859 vznikla jednota pro dostavbu chrámu sv. Víta v Praze. Viz [Beč01, str. 443].

[41] Apollóniovou úlohou nazýváme úlohu sestrojit kružnici zadanou třemi prvky, z nichž může jít o bod (B), tečnu ke kružnici (t) nebo dotykovou kružnici (k), tj. dostáváme deset základních typů těchto úloh: BBB, BBk, BBt, Bkt, Btt, Bkk, tkk, ttk, kkk, ttt. Např. v okně řešeném na obrázku 3.7 najdeme speciální případy Apollónivých úloh.

(a) Sevillská katedrála, Španělsko



(b) Katedrála v Bayonu, Francie



(c) Vladislavský sál, Praha

(d) Velké kruhové okno (průměr 10,2 m) na západné fasádě katerály sv. Víta navržené Fr. Kyselou 1929 zvané *Stvoření světa v šesti dnech* (sestaveno z 26 470 barevných sklíček spojených olovem)

Obrázek 3.8: Křivky v gotické architektuře ukázáno jejich využití pro řešení rovnic, čímž předznamenaly příchod analytické geometrie; (2) v podobě významných mystických symbolů se objevují v orientální i evropské středověké architektuře a umění a spolu se zdokonalující se technikou staveb to byly mimo jiné i křivky, které začaly klást vyšší nároky na geometrické znalosti (průnik ploch [chodeb], výplň oken apod. – viz odstavec 3.1.3). Ale zúžit oživení zájmu o křivky na potřeby praxe by nebylo správné. Podobně jako před více než tisíciletím (cca v 6. stol. př. Kr.) rodící se nová řecká filozofie uchopila kněžími střeženou Egypskou mystiku plnou geometrických symbolů a vztahů, tak také nastupující období renesance se začíná ptát na tajemství středověkých klášterů.

Arabským zemím pak vděčíme za zachováná znalostí starověku do doby, kdy byly znovuobjeveny italskou renesancí.