

Historický vývoj pojmu křivka

2. Křivky v antické geometrii

In: Lenka Lomtadze (author): Historický vývoj pojmu křivka. (Czech). Brno: Nadace Universitas v Brně, 2007. pp. 29–36.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401098>

Terms of use:

© Lomtadze, Lenka

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Kapitola 2

Křivky v antické geometrii

Antika je opojena božským darem, jímž je geometrický svět. Je to dar, k němuž se upíná a jímž je ovlivněn hlavní směr jejího myšlení a konání.
Vopěnka [Vop89, str. 66]

Antikou dnes rozumíme období starověkého Řecka a Říma zahrnující časový úsek přibližně od 14. století př. Kr. do roku 476 po Kr., kdy došlo k zániku Západořímské říše.¹

Národy žijící na území Řecka mají proti jiným evropským společnostem jednu zvláštnost – nejdále do minulosti sahající písemné zaznamenávání událostí, ke kterým na tomto území došlo.² Přesto jsou tyto dochované písemnosti pouze útržkem odkazu minulosti. Zprávy týkající se geometrie nejstaršího období nám úplně chybí nebo pocházejí ze záznamů pořizovaných mnohem později. Proto by všechna uváděná fakta v textu, životní data atd. měla být opatřena slůvkem „pravděpodobně“, „asi“, „nejspíše“, „cca“ apod. Ačkoliv upouštíme od neustálého opakování těchto slov, nechť to má čtenář na paměti.

V době bronzové (3. a 2. tisíciletí př. Kr.) se na území pozdější rozvi-

¹Výraz *antika* pochází z latinského *antiquus* – starý, starobylý. Původně termín *antika* označoval pouze řecké a římské umělecké památky, jež byly chápány jako klasický vzor krásy. Novodobé chápání antiky jako historické epochy, ve které zásluhou řeckých i římských tvůrců vznikl základ evropské vzdělanosti, bylo plně prosazeno teprve na počátku 20. století.

Počátek antiky – datovaný dříve do 9. století př. Kr. (doba vzniku Homérských básní) – byl po rozluštění hliněných tabulek popsaných krétsko-mykénským písmem posunut do století čtrnáctého. Jako konec se nejčastěji uvádí rok 476 pro západní část (zánik Západořímské říše) a rok 529 pro část východní (zavření „pohanských“ filozofických škol), [Svo73, str. 57].

²Mykénské nápisy – 2. tisíciletí př. Kr. [Hra98, str.].

7. tis.	neolitické kultury		
3. a 2. tis.	krétsko–mykénská kultura		
cca 13. st.	zničení mykénské civilizace		
12.–9. stol.	„temná staletí“	9.–8. st.	geometrický styl
8.–6. stol.	archaické období (městské státy)		
776	podle tradice 1. olympijské hry		
6. stol.	založen Peloponéský spolek	600–550	milétská škola (Thales)
561–528	vzestup Athén za Peisistrata	580–520	Pythagoras
500–336	klasické období		
500–449	řecko–perské války	470–410	Hippokrates
478/7	zal. 1. athénský nám. spolek	460–400	Hippias
431–404	peloponéská válka		
404	kapitulace Athén	428–350	Archytas
404–403	vláda 30 tyranů v Athénách	399	smrt Sokratova
		347	smrt Platonova
378/7	zal. 2. athénský nám. spolek		
336	zavražděn Filip II. Makedonský	332/1	založena Alexandrie
336–30	helénistické období	322	smrt Aristotelova
336–323	vláda Alexandra Velikého	300	Eukleides <i>Základy</i>
323–322	povstání Řeků proti Makedonii	287–212	Archimedes
223–187	Antiochos III. vládce Malé Asie	210	Apollónios <i>Kuželosečky</i>
222/1–179	Filip V. vládcem v Makedonii		
215–205	první makedonská válka		
200–197	druhá makedonská válka		
171–168	třetí makedonská válka		
148	Makedonie římskou provincií		
146	vyvrácení Korintu Římany		
86	dobytí Athén Sullou		
30	pád Alexandrie; smrt Kleopatry		
170	vpád Kostobotů do Řecka	290–350	Pappos
276	vpád Hunů do Řecka		
313	edikt Milánský (povoleno křesťanství)		
324	založena Konstantinopol		
378	porážka Římanů Góty		
393	poslední antické olympijské hry	411–485	Proklos
395	rozdělení římské říše	480–540	Eutokios
476	zánik západořímské říše		

Tabulka 2.1: Orientační přehled historického vývoje antického světa, vpravo významné osobnosti a události ovlivňující vývoj geometrie (podle [Hra98], [Scr00]).

nuté antické civilizace objevuje tzv. krétsko–mykénská kultura (Minojská Kréta, Mykénské Řecko). Již v této době se objevují na kykladských ostrovech geometrické motivy na keramice, což ukazuje na jistý stupeň abstrakce a pochopení tvaru:

Keramika byla vyráběna ještě bez hrnčířského kruhu a byla zdobena motivy ze spirál a kruhů. [Hra98, str. 15]

Během temných staletí došlo na území dnešního Řecka k hlubokému úpadku v hospodářském a kulturním vývoji. Přesto se udržela jistá kontinuita, kterou můžeme sledovat zejména na výrobě keramiky – opět s geometrickými motivy.

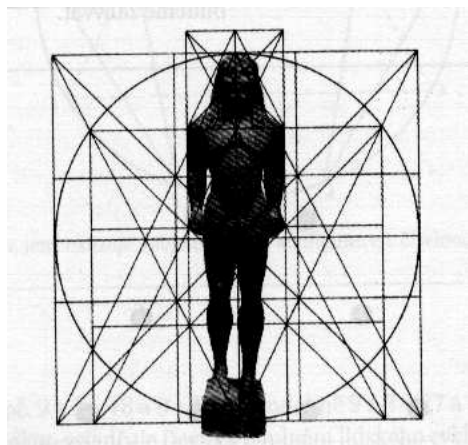
*Na tzv. submykénský styl, jenž následoval po zániku mykénských paláců, navázal – především v Attice – protogeometrický styl, jenž byl předzvěstí nového rozvoje hrnčířské výroby a vyústil v 9. stol v **geometrický styl**, který se rychle rozšířil nejen na řecké pevnině, nýbrž i na ostrovech v Egejském moři. [Hra98, str. 21]*

O tom, jaké byly geometrické znalosti této civilizace a do jaké míry souvisely s geometrickými motivy na užitkových předmětech, můžeme jen spekulovat, ale jisté je, že mnohé ze zobrazených geometrických motivů musely být určitými znalostmi podloženy. Např. s tvarem pravidelného pětiúhelníka, který vyžaduje konstrukci založenou na tzv. zlatém řezu, se setkáváme už na vázách ze 7. století př. Kr.³

Za vnější podobou uměleckých děl, které Řekové vytvořili, se skrývají neměnné zákony čísel a tvarů. Ve formě geometrických pouček jsou tyto konstrukční zákony založeny na vztazích, jež byly přineseny z Egypta, a to nejprve mínojskými Kréťany [...]. Posvátná geometrie, zejména v podobě pravidel „kruhu a čtverce“ a zlatého řezu, ozřejmuje zákony, podle nichž hmota vychází z ducha a vrací se k němu. V řecké kultuře byly tyto proporce jasně vyjádřeny v keramice. Mínojské a mykénské nádoby odhalují zlatý řez jako rozhodující pravidlo, které určovalo práci hrnčířů. [Gel04, str. 100–102]

Právě toto silné mystické zaujetí pro geometrii se stalo snad ještě více než potřeby praxe hnacím motorem pro její další pokrok (obr. 2.1). Ten lze výrazně zaznamenat od 6. století př. Kr., kdy se poprvé u ionských Řeků objevuje snaha podat nový výklad světa, spíše přírodovědecký než

³[Kol68, str. 107]. Termín „zlatý řez“ pochází však až od Leonarda da Vinci z 15. století.



(a) Kruh a čtverec jako východisko proporcí antické sochy



(b) Geometrické ornamenty na keramice, 9. stol. př. Kr.

Obrázek 2.1: Geometrie v nejstarším období řecké civilizace

mystický.⁴ Významnou součástí tohoto výkladu byla také matematika (aritmetika i geometrie), která začala být pěstována jako věda. Řekové se zabývali problémy pro to, aby jim porozuměli, nikoliv jen pro to, aby řešili nějakou praktickou úlohu. Jinak řečeno zabývali se problémem pro problém samotný. Byl to významný kvalitativní skok ve srovnání s matematikou pěstovanou ve starších civilizacích (Egyptě, Mezopotámii apod.)⁵ a my se proto tímto obdobím budeme zabývat podrobněji.

Rané období řeckého myšlení začíná školou milétskou (600–550 př. Kr., Thales⁶, Anaximandros, Anaximenes) a vrcholí v době rozkvětu Athén (Sokrates, Platon, Aristoteles).

Platonova idealistická škola neviděla význam geometrie (a matema-

⁴Pozoruhodné je, že v této době hlásali své vědění také Konfucius, Lao'c a Buddha. V 6. století př. Kr. otevřely písemné záznamy na celém světě dveře do skrytých svatyní. Viz [Gel04, str. 95].

⁵Rozhodně však nelze říci, že by matematika těchto civilizací byla jen souborem předpisů pro řešení praktických úloh, přece však kvalitativní zlom, který nastal v antice je značný.

⁶Historikové matematiky se všeobecně shodují na tom, že geometrické znalosti přišly do Řecka z Egypta a přinesl je Thales.

Thales první z milétských filozofů navštívil na obchodní cestě Egypt a přinesl si odtud znalost geometrie. [...] Říká se, že zdokonalil egyptskou geometrii také v tom důležitém ohledu, že pochopil podmínky obecného důkazu lépe než Egypťané. Nejen věděl, že kruh je rozpůlen svým průměrem, nýbrž to i dokázal. [...] Velká Thaletova sláva však není založena na jeho znalostech geometrie nebo na jeho obchodní zdatnosti, nýbrž na jeho novém, rozumovém způsobu, jímž pohlížel na svět věcí. Viz [Far50, str. 37].

tiky vůbec) v jejím praktickém využití – to dokonce považovala za ponižující, geometrii pokládala za vzor logiky a její ovládání za základ porozumění filozofii. Nad vchodem do Platonovy akademie prý býval nápis ΓΕΩΜΕΤΡΗΤΟΣ ΜΗΔΕΙΣ ΕΙΣΙΤΟ, což volně přeloženo znamená „Nevstupuj, kdo neovládáš geometrii!“ [Kat98, str. 52].

V *Ústavě* [Pla93, VI, 510] praví Platon o geometrech: *Víte, že používají viditelných obrazců a vyvozují z nich důkazy, ale činíce tak, nemyslí na tyto obrazce, ale na věci, které představují. Absolutní čtverec a absolutní průměr jsou předměty jejich argumentace, ne průměr, který kreslí.*

Nesmíme však zapomínat, že kromě Platonovy idealistické školy působila v tomto období také přírodovědecká a matematická škola Eudoxova (Eudoxos, Menaichmos,⁷ Deinostratos⁸ a další).

Menaichmos považoval matematické pravdy za problémy, protože nestačí pouze definovat rovnostranný trojúhelník, ale k důkazu jeho existence je nutné sestojit a ověřit, zda vyhovuje podmínkám. [Kol68, str. 109]

Domyšleno do důsledků byl platonovský pohled obecnější, neboť nevyučoval studium útvarů, které neumíme sestojit, ale Eudoxova škola přinášela přednosti studia reality, což podněcovalo – jak ukážeme dále – i studium křivek.

První období, někdy nazývané *hrdinským věkem*,⁹ končí Aristotelovou smrtí roku 322 př. Kr.

Na počátku druhého, tzv. helénistického období, byla po tažení Alexandra Makedonského vytvořena ohromná říše. Ačkoliv se brzy rozpadla, vzájemný styk různých národů Alexandrový říše měl výjimečný vliv na rozvoj jejich vědy a kultury. Nejvýznamnějšími středisky byly v té době Alexandrie, Antiochie, Pergamon a ostrov Rhodos. Pro vědu sehrála zásadní úlohu Alexandrie. Tamní středisko – Muzeion – uchovávalo několik set tisíc rukopisných svitků.

Matematika alexandrijské kultury, která zasahovala nejen do Egypta, nýbrž do všech helénistických zemí, dospěla na nejvyšší stupeň rozvoje, jaký kdy byl ve starověku. Zejména na začátku, v 3. stol. př. Kr., se shromáždili v Alexandrii nejvýznamnější učenci tehdejšího světa, mezi nimi tak významní matematici jako byli Eukleides, Eratostenos a Apollónios . Mezi tyto vědce patří i Archimedes.

[Kol68, str. 124]

⁷Menaichmos (380–320 př. Kr.).

⁸Deinostratos (390–320 př. Kr.), žák Platóna a Eudoxa, bratr Menaichmův.

⁹Viz [Hei33].

Na základě souhrnných prací, které v té době vznikaly,¹⁰ bývá toto druhé období někdy nazýváno historií vědy *věkem učebnic*. V těchto pracích byly shrnuty nejen tehdejší znalosti, ale i filozofický pohled na matematiku. Názory na rozvoj matematiky v tomto období se značně liší.¹² Nepřikláníme se k tomu, že by matematika již v druhé polovině helénistického období začala upadat, ale spíše se ztotožňujeme s těmi, kteří tvrdí, že docházelo ke změně jejího zaměření od čistě teoretické k aplikované a skutečný úpadek nastal mnohem později (3. století po Kr.). Jak uvidíme, lze tuto tendenci sledovat i na studiu křivek. Helénistické období trvá až do úplného podrobení Řecka Římany.¹³

Podmanění ptolemaiovského Egypta bylo dokončeno v roce 30 př. Kr. Alexandrie se za Římanů stala vědeckým střediskem celého římského imperia, ale alexandrijská matematika se výrazně lišila svým zaměřením od matematiky helénistického období. Částečně již započatý přechod k praktickému využití matematiky (pod vlivem zejména babylónských tradic) se během římské okupace ještě urychlil. Typickým příkladem tehdy pěstované aplikované geometrie je dílo Vitruviovo *Deset knih o architektuře* [Vit79] (viz str. 58). V této době žil i Klaudios Ptolemaios,¹⁴ mimo jiné autor proslulého *Almagestu*¹⁵ a dalších dvou astronomických prací značně využívajících geometrických znalostí (*Náčrtek* – pravoúhlá projekce nebeské sféry, *Planisférium* – stereografická projekce nebeské sféry). Zmiňují se zde o něm proto, že se v jeho pracích, zejména v *Geografii* (viz obr. 2.2),¹⁶ objevují zcela zřetelně první náznaky užití souřadnic.¹⁷

¹⁰Nejnámější jsou Eukleidovy¹¹ *Základy*, (řec. *Stoicheia*) ze 3. stol. před Kr.

¹²Řecká matematika vzešla ze stejných impulzů jako řecká filozofie. Na rozdíl od řecké filozofie, která svého vrcholu dosáhla již v období Platona a Aristotela (4. stol. př. Kr.), v geometrii je 4. století obdobím rozkvětu, jež bylo završeno zhruba o století později – zejména Eukleidovými *Základy* a Apoloniovými *Kuželosečkami*. Můžeme tedy říct, že zlatý věk řecké geometrie následoval těsně po zlatém věku řecké filozofie (viz např. [Tho80a, str. vii]), tj. zhruba ve 3. století př. Kr.

I když matematika v helénistických zemích zůstávala ve svém rozvoji na té úrovni, ke které dospěla kolem roku 200 př. Kr., bylo by nicméně chybné se domnívat, (...), že od této doby nastoupilo období úpadku antické matematiky. Viz [Kol68, str. 169].

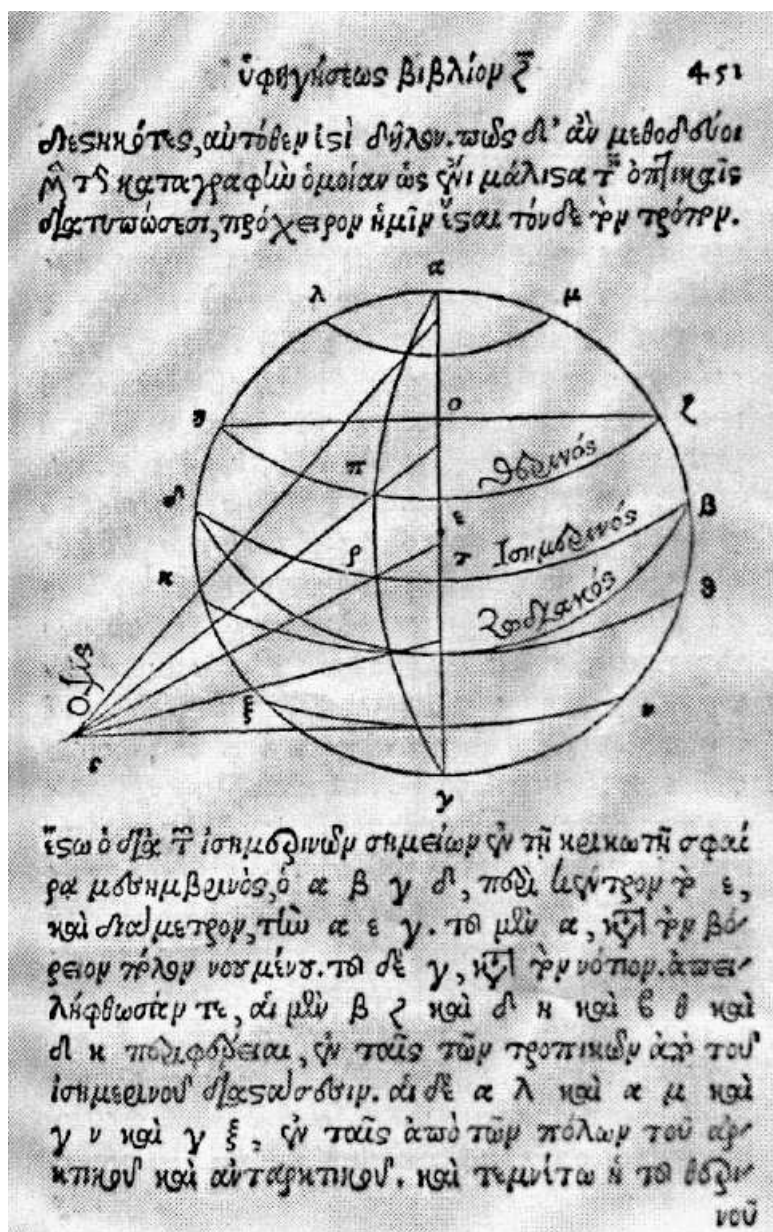
¹³*Do řeckých dějin vstupuje římská říše od 3. století př. Kr. V roce 146 př. Kr. Římané ovládli poslední řecké městské státy.* [Hra98, str. 687] V roce 30 př. Kr. byla dobytá Alexandrie.

¹⁴Klaudios Ptolemaios (85–168 po Kr.) významný řecký astronom, geograf a optik.

¹⁵*Almagest* je poarabštěný název z řeckého *Μεγιστη συνταξις* – *Největší skladba*.

¹⁶Osmisvazkové dílo, ve kterém stanovil zeměpisnou délku a šířku 8000 bodů na zemském povrchu.

¹⁷Ačkoliv je nutno poznamenat, že mnohé výsledky obsažené v pracích Klaudia Ptolemaia patří zřejmě Hipparchovi (190–120 př. Kr.)



Obrázek 2.2: List z Ptolemyovy *Geografie*, vydání z roku 1533

Z posledního období antické kultury už zmiňujeme vzhledem k vytyčenému tématu jen Pappa¹⁸ a Prokla.¹⁹ Zejména jim vděčíme za mnohé údaje o křivkách, které jsou uvedeny v následujících odstavcích. Především díky Pappově spisu, který dnes známe pod názvem *Sbírka*,²⁰ bývá někdy historiky 4. století nazýváno „Stříbrný věk“ řecké matematiky, ale Pappos sám věděl, že žije v době úpadku, dával najevo úctu starému a nenávisť současnému.²¹ Odkazu Pappa a Prokla je věnován samostatný odstavec v závěru kapitoly.

Nutným důsledkem obecného úpadků zemí římského impéria byl i úpadek matematiky (a vědy vůbec). Po rozpadu antické společnosti (roku 445 padl Řím), se rychle vytrácely i geometrické znalosti.

¹⁸Pappos z Alexandrie (cca 290–350 po Kr.).

¹⁹Proklos (cca 410–485 po Kr.).

²⁰Viz odstavec 2.2.9.

²¹*Pappus knew that he lived in a period of decline, and his reverence for the 'ancients' is matched by his disdain for his contemporaries.* Viz [Gra94, str. 65].