I.10 Stanovení kvality piva a chleba

Jednou z nejpočetnějších skupin úloh jsou příklady zabývající se pečením chleba a vařením piva, které jsou zaznamenány v Rhindově a moskevském matematickém papyru.

Chléb a pivo tvořily základ jídelníčku starých Egypťanů a jako takové zasluhovaly bezpochyby velkou pozornost. Úlohy věnující se jejich přípravě se zaobírají různou kvalitou těchto produktů v závislosti na použitém množství obilí (mouky). Kvalita produktu se označovala výrazem *pesu*, který vyjadřoval počet chlebů nebo džbánů piva vyrobených z jedné měřice obilí.

Některé příklady srovnávají hodnotu produktů na základě jejich kvality, což v zásadě umožňovalo směnu piva a chlebů různých kvalit. Zároveň bylo určování kvality byrokratickým nástrojem, kdy se snadno měřitelné množství obilí procesem vaření a pečení přeměnilo na zcela jiný produkt. Kvalita potom určovala přesný vztah výsledného produktu k jednotce evidovaného obilí.

Výroba chleba a piva

Nejjednodušší výpočty v této skupině se zabývají výrobou chleba a piva ze zadaného množství obilí či mouky. Úkolem je stanovit kvalitu nebo počet kusů. V Rhindově papyru najdeme dva příklady počítající nejen kvalitu pečeného chleba, ale také množství mouky odpovídající každému upečenému kusu. Moskevský papyrus obsahuje několik úloh s rozdílně složitým a různě formulovaným zadáním.

Zajímavostí moskevského papyru je obohacování piva datlemi,[18] jež vedlo ke zvýšení podílu alkoholu. Tento proces se v úlohách popisuje výrazem „$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ sladu pro datle“, který v zásadě znamená, že pro stejně silné pivo se spotřebovalo poloviční množství obilí nebo že ze zadaného množství obilí se získal dvojnásobný počet džbánů piva.

M15: vyrobit x džbánů piva kvality 2 z 10 měřic:

$$10 \cdot 2 = 20$$

Tato jednoduchá úloha ukazuje, jak se určuje množství piva uvařeného z určitého množství obilí při žádané kvalitě. Kvalita 2 znamená, že z každé měřice se uvaří dva džbány piva, tedy z 10 měřic je to 20 džbánů.

[18] O výrobě piva pojednává velmi podrobně např. D. Samuel, „Brewing and Baking“, T. Nicolson, I. Shaw (eds.), *Ancient Egyptian Material and Technology*, Cambridge 2000, s. 537–576, ohledně přidávání datlí viz s. 556–557.

M12: vyrobit 18 džbánů piva kvality x z 13 měřic:

$13 \div (2 + \frac{1}{6}) = 6$

$18 \div 6 = 3$

Kvalita piva při zadaném množství obilí a žádaném počtu džbánů se spočítá rovněž velice snadno. Na rozdíl od předcházejícího příkladu se síla piva zvyšuje přidáním datlí. Koeficient $2 + \frac{1}{6}$ odpovídá stavu, kdy se do směsi během vaření přidává stejné množství datlí, jako je sladu.

R69: 80 chlebů z $3 + \mathit{\frac{1}{2}}$ měřice mouky kvality x, každý chléb odpovídá y měřic mouky:

$80 \div (3 + \mathit{\frac{1}{2}}) = 22 + \frac{2}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{21}$

$(22 + \frac{2}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{21}) \cdot (3 + \frac{1}{2}) = 80$

$3 + \mathit{\frac{1}{2}}$ měřice $= 1\,120$ *ro*

$1\,120 \div 80 = 14$ *ro* $= \mathit{\frac{1}{64}}$ měřice $+ 3$ *ro*

$(\mathit{\frac{1}{64}} + 3) \cdot 80 = 3 + \mathit{\frac{1}{2}}$ měřice

V této úloze se počítá nejen kvalita žádaných chlebů, ale také množství mouky, které připadne na každý bochník. V prvním kroku výpočtu se hledá kvalita chleba, po dosažení výsledku následuje zkouška. V dalším kroku se zadaná mouka převede na *ro* a spočítá se, že každý bochník chleba odpovídá 14 *ro* mouky. Po převedení na měřici následuje zkouška.

R70: 100 chlebů z $7 + \mathit{\frac{1}{2}} + \mathit{\frac{1}{4}} + \mathit{\frac{1}{8}}$ měřice kvality x, každý chléb odpovídá y měřic mouky.

$100 \div (7 + \mathit{\frac{1}{2}} + \mathit{\frac{1}{4}} + \mathit{\frac{1}{8}}) = 12 + \frac{2}{3} + \frac{1}{42} + \frac{1}{126}$

$(12 + \frac{2}{3} + \frac{1}{42} + \frac{1}{126}) \cdot (7 + \mathit{\frac{1}{2}} + \mathit{\frac{1}{4}} + \mathit{\frac{1}{8}}) = 2\,520$

$2\,520 \div 100 = 25 + \frac{1}{5}$ *ro* $= \mathit{\frac{1}{16}} + \mathit{\frac{1}{64}}$ měřice $+ \frac{1}{5}$ *ro*

$100 \cdot (\mathit{\frac{1}{16}} + \mathit{\frac{1}{64}} + \frac{1}{5}) = 7 + \mathit{\frac{1}{2}} + \mathit{\frac{1}{4}} + \mathit{\frac{1}{8}}$ měřice

Tento příklad je zadán podobně jako R69 a rovněž postup je stejný. Nejprve se spočítá kvalita chleba a provede se zkouška. Podíl jednoho bochníku se určuje nejprve v jednotkách *ro*. Převod zadaných $7 + \mathit{\frac{1}{2}} + \mathit{\frac{1}{4}} + \mathit{\frac{1}{8}}$ měřice na *ro* není v úloze zazamenán. Toto opomenutí může souviset s chybným zapsáním výsledku první zkoušky, který má být 100, jako by při opisování písař omylem přeskočil celý jeden krok výpočtu.

M9: vyrobit 100 chlebů kvality 20 a x džbánů piva kvality 2, 4, 6 z 16 měřic:

$100 \div 20 = 5$ měřic

$16 - 5 = 11$ měřic

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$
$(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}) \cdot 2 = 1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$
$11 \div (1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}) = 6$ džbánů

V tomto případě se má vyrobit chleba jedné kvality a pivo tří různých kvalit. Nejprve se spočítá, že ze zadaných 16 měřic obilí se 5 měřic spotřebuje na výrobu chleba. Na jeden džbán od každé kvality piva se spotřebuje $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ měřice obilí, což při přidání datlí tvoří $1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ měřice. Vydělením 11 měřic touto hodnotou se tedy získá celkový počet džbánů piva.

M13: vyrobit 100 chlebů kvality 20 a x džbánů piva kvality 2, 4, 6 z 16 měřic:

$100 \div 20 = 5$ měřic

$16 - 5 = 11$ měřic

$1 \div 2 + 1 \div 4 + 1 \div 6 = \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$
$(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}) \cdot 2 = 1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{6}$
$11 \div (1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{6}) = 12$ džbánů

Zadání je totožné s úlohou M9, avšak popis řešení se v některých částech liší. Poslední dělení navíc nepřináší správný výsledek, přesto však na konci úlohy stojí fráze „nalezl jsi správně“.

M22: vyrobit 100 chlebů kvality x a 10 džbánů piva kvality 2 z 10 měřic

$10 \div 2 = 5$

$10 = 5 = 5$

$\frac{1}{2} \cdot 5 = 2 + \frac{1}{2}$

Úloha je pravděpodobně nedokončená. Nejprve se spočítá spotřeba obilí pro normální pivo, potom se však přepočítává kvůli obohacení datlemi. Kvalita chlebů se již nedopočítá. Kvalita sta chlebů by nicméně vycházela $13 + \frac{1}{3}$.

M24: vyrobit 200 chlebů kvality x a 10 džbánů piva kvality y z 15 měřic tak, aby $y = \frac{x}{10}$

$1 \div \frac{1}{10} = 10$

$10 \cdot 10 = 100$

$100 + 200 = 300$

$300 \div 15 = 20 = x$

$\frac{1}{10} \cdot 20 = 2 = y$

V tomto případě je zadán počet žádaných chlebů a džbánů piva a poměr mezi kvalitami obou produktů. Řešení odpovídá vztahu $\frac{200}{x} + \frac{10}{y} = 15$, tedy $\frac{200}{x} + \frac{100}{x} = 15$. Jako první se získá kvalita chleba, potom je již snadné spočítat kvalitu piva.

Mísení a změna kvality hotového produktu

Změna kvality či mísení hotových produktů vyžadovala spočítání kvality výsledné směsi. Takovým výpočtem se zabývá jedna úloha v Rhindově papyru a jedna úloha v moskevském papyru. Praktický význam takových příkladů je zcela nepochybný.

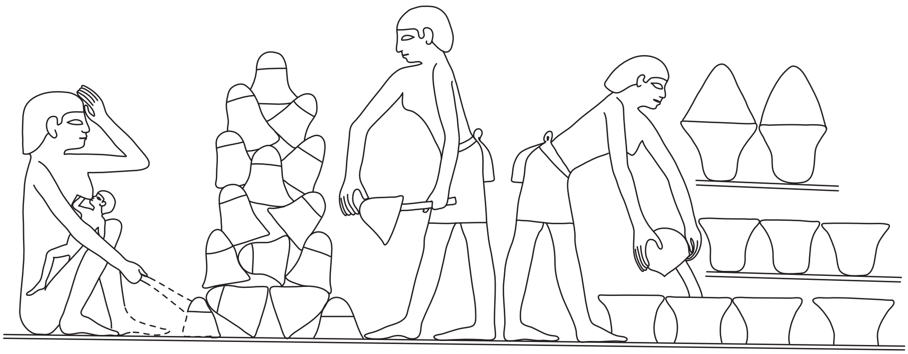
R71: čtvrtina džbánu piva byla odlita a doplněna vodou

$1 \div 2 = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \mathit{\frac{1}{4}} + \mathit{\frac{1}{8}}$

$1 \div (\frac{1}{4} + \frac{1}{8}) = 2 + \frac{2}{3}$

Nejprve se spočítá množství obilí, z něhož se uvařil zadaný džbán piva (kvality 2), což je polovina měřice. Od tohoto množství se odečte odlitá čtvrtina. Výsledné pivo tedy bylo uvařeno z $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ měřice obilí, což odpovídá kvalitě $2 + \frac{2}{3}$.



Pečení chlebů. Sedící žena s nemluvnětem na klíně prohrabuje oheň pod hliněnými chlebovými formami, které na sebe skládá její pomocnice. Třetí žena plní rozehřáté formy přichystaným těstem. Hrobka Nianchchnuma a Chnumhotepa v Sakkáře, 6. dynastie

M21: 20 chlebů z $\frac{1}{8}$ měřice, 40 chlebů z $\frac{1}{16}$ měřice, každý chléb v průměru odpovídá x měřicím

$\frac{1}{8} \cdot 20 = 2 + \frac{1}{2}$ měřice

$\frac{1}{16} \cdot 40 = 2 + \frac{1}{2}$ měřice

$2 + \frac{1}{2} + 2 + \frac{1}{2} = 5$

$20 + 40 = 60$

$5 \div 60 = \frac{1}{16}$ měřice $= x$

Nejprve se spočítá množství obilí odpovídající oběma kvalitám chlebů. Jejich součet udává celkové množství obilí použité k výrobě zadaného obětního pečiva. Když se potom obilí vydělí celkovým počtem chlebů, vyjde průměrné množství na jeden chléb z celkového počtu, tedy $\frac{1}{12}$ měřice. Písař však ve výsledku chyboval.

Srovnání chlebů různých kvalit

Další skupina úloh v Rhindově matematickém papyru srovnává počet chlebů rozdílných kvalit. Úlohy přitom ukazují dvě různé metody řešení tohoto problému, a to buď s využitím množství obilí potřebného k výrobě chlebů, nebo vzájemného poměru mezi oběma kvalitami chlebů.

R73: 100 chlebů kvality 10 odpovídá x chlebům kvality 15

$$100 \div 10 = 10$$

$$10 \cdot 15 = 150 = x$$

Nejprve se stanoví množství mouky, ze kterého se vyrobily chleby první kvality. Poté se snadno spočítá, na kolik chlebů kvality 15 toto množství vystačí.

R72: 100 chlebů kvality 20 odpovídá x chlebům kvality 45

$$45 - 10 = 35$$

$$35 \div 10 = 3 + \frac{1}{2}$$

$$100 \cdot (3 + \frac{1}{2}) = 350$$

$$350 + 100 = 450 = x$$

V tomto případě se stejný problém počítá složitější metodou, a to přes rozdíl kvalit obou druhů chlebů. Tento rozdíl, tedy 35, vyžaduje upravení kvality koeficientem $3+\frac{1}{2}$, čili pro kvalitu 45 se vyrobí o 350 chlebů více než pro původní kvalitu. Tento výpočet je oproti předchozímu příkladu složitější, na druhou stranu však nabízí druhou možnost řešení téže úlohy.

R74: 1 000 chlebů kvality 5 odpovídá x chlebům kvality 10 a y chlebům kvality 20

$$1\,000 \div 5 = 200$$

$$\frac{1}{2} \cdot 200 = 100$$

$$100 \cdot 10 = 1\,000 = x$$

$$100 \cdot 20 = 2\,000 = y$$

V této úloze se zadané chleby přepočítávají na dvě jiné kvality chlebů. Nejprve se spočítá množství mouky potřebné na výrobu zadaného chleba.

Na každou novou kvalitu potom připadne stejné množství, tedy polovina z této mouky. Určit počet výsledných chlebů je již snadné.

R75: 155 chlebů kvality 20 odpovídá x chlebům kvality 30

$155 \div 20 = 7 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

$(7 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \cdot 30 = 232 + \frac{1}{2}$

Úloha je podobná příkladu R73, avšak čísla, s nimiž se zde počítá, nejsou tak výhodná.

R76: 1 000 chlebů kvality 10 odpovídá x chlebům kvality 20 a x chlebům kvality 30

$1\,000 \div 10 = 100$ měřic

$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{2+\frac{1}{2}}{30}$

$30 \div (2 + \frac{1}{2}) = 12$

$100 \cdot 12 = 1\,200 = x$

Zadání se podobá úloze R74, avšak z výpočtu vyplývá, že na rozdíl od ní se v tomto případě má vyrobit stejný počet chlebů obou kvalit. Nejprve se spočítá množství mouky, které odpovídá zadaným chlebům. Potom se pokračuje podle vztahu $100 = \frac{1}{20}x + \frac{1}{30}x$, čili $x = 100 \div \frac{1}{12}$. V závěru je ještě uvedeno, kolik mouky se spotřebuje na každou kvalitu chlebů, tedy 60 měřic na kvalitu 20 a 40 měřic na kvalitu 30.

Srovnání chleba a piva různých kvalit

Obdobně jako se v předchozí skupině srovnávaly různé kvality chlebů, bylo možné stejným způsobem porovnat chleba vůči pivu. Tyto příklady můžeme najít v Rhindově a moskevském papyru. Postup řešení všech těchto úloh využívá množství obilí či mouky potřebné k výrobě zadaných produktů.

R77: 10 džbánů odpovídá x chlebům kvality 5

$10 \div 2 = 5$

$5 \cdot 5 = 25 = x$

Kvalita zadaného piva není výslovně uvedena, z výpočtu však plyne, že byla rovna 2. Pivo odpovídá 5 měřicím mouky, z nichž lze vyrobit 25 chlebů požadované kvality.

R78: 100 chlebů kvality 10 odpovídá x džbánům piva kvality 2

$100 \div 10 = 10$

$10 \cdot 2 = 20 = x$

V tomto příkladu je zadání obrácené. Nejprve se stanoví množství mouky potřebné k výrobě zadaných chlebů a v dalším kroku se spočítá počet odpovídajících džbánů piva.

M5: 100 chlebů kvality 20 odpovídá x džbánům piva kvality 4

$100 \div 20 = 5$

$\frac{1}{2} \cdot 5 = 2 + \frac{1}{2}$

$(2 + \frac{1}{2}) \cdot 4 = 10 = x$

Stejně zadaná úloha navíc počítá s úpravou kvality piva, což je operace typická pro moskevský papyrus. Nejprve se spočítá množství obilí či mouky potřebné k výrobě zadaných chlebů. Toto množství se potom vydělí dvěma, protože pivo se obohacuje datlemi. Jinými slovy, počet džbánů, které svou hodnotou odpovídají zadaným chlebům, se vyrobí z polovičního množství obilí. Jejich počet je potom snadné stanovit.

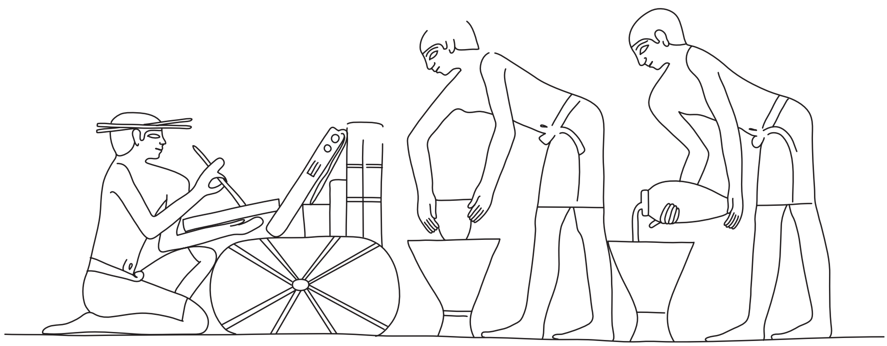
M8: 100 chlebů kvality 20 odpovídá x džbánům piva kvality 4

$100 \div 20 = 5$

$\frac{1}{5} \cdot 5 = 2 + \frac{1}{2}$

$(2 + \frac{1}{2}) \cdot 4 = 10 = x$

Tento příklad je totožný s úlohou M5. Zadání i řešení se nijak neliší, jediným rozdílem jsou trochu odlišné formulace v popisu řešení úlohy.



Písař zapisuje množství vyrobeného chleba a piva, které před ním ukládají do připravených nádob představený skladů chleba a představený skladů piva. Nikauisesiho hrobka v Sakkáře, 6. dynastie

Počítání hodnoty piva

Dva příklady v moskevském matematickém papyru přepočítávají pivo vyrobené z ječmene na určité množství pšenice odpovídající hodnoty. Přitom cena měřice pšenice odpovídá ceně $2 + \frac{1}{2}$ měřice ječmene. Postup řešení se v obou příkladech liší, první příklad při výpočtu využívá celkové množství obilí potřebné na vyrobení zadaných produktů, zatímco druhý příklad se řeší přes množství připadající na jednotlivý bochník.

M16: 1 džbán piva kvality 2 má hodnotu x měřic pšenice

$1 \div 2 = \mathit{\tfrac{1}{2}}$ měřice

$\frac{1}{2} \cdot 2 = 1$ měřice

$1 \div (2 + \frac{2}{3}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

$(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}) \cdot 1$ měřice $= \mathit{\tfrac{1}{4}} + \mathit{\tfrac{1}{8}}$ měřice $= x$

První dva kroky výpočtu počítají množství ječmene, z něhož se vyrobí zadaný džbán piva obohacený o obvyklý přídavek datlí. Výsledná měřice se poté vydělí zadaným poměrem mezi hodnotou pšenice a ječmene a výsledek se nakonec převede na zlomky Horova oka.

M20: 1 000 chlebů kvality 20 má hodnotu x měřic pšenice

$(2 + \frac{2}{3}) \div 20 = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}$

$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1\,000 = 133 + \frac{1}{3}$ měřice $= x$

$133 + \frac{1}{3} = \mathit{133} + \mathit{\tfrac{1}{4}} + \mathit{\tfrac{1}{16}} + \mathit{\tfrac{1}{64}}$ měřice $+\frac{2}{3}$ *ro*

První krok vyjadřuje hodnotu pšenice vůči každé jednotce ječmene. Výsledkem se potom vynásobí zadaný počet chlebů. Takto se vyjádří množství pšenice v určitém množství ječmene, které odpovídá zadanému množství chlebů. Nakonec se výsledek převede na měřice, přičemž pro vyjádření $\frac{1}{3}$ měřice se využívá znalostí, jež jsou zachyceny na dřevěných tabulkách z Achmímu (viz oddíl I.3).