

Staroegyptská matematika. Hieratické matematické texty

Výpočet sklonu pyramidy

In: Hana Vymazalová (author): Staroegyptská matematika. Hieratické matematické texty. (Czech).
Praha: Český egyptologický ústav FF UK, 2006. pp. 50–52.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401077>

Terms of use:

© Vymazalová, Hana

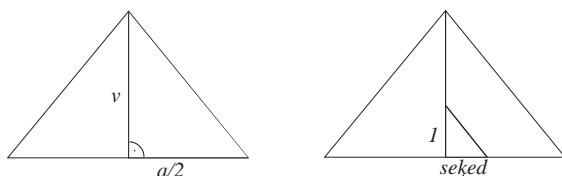
Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

I.8 Výpočet sklonu pyramid

Úlohy zabývající se poměrem mezi výškou a délkou strany pyramidy nacházíme pouze v Rhindově matematickém papyru. Pro výšku pyramidy se užíval termín *per-m-wes*, délka strany se označovala jako *wecha-cebet*. Egypťští písaři vyjadřovali sklon pyramidy jako poměr mezi polovinou délky strany základny vůči výšce. Z našeho pohledu tedy hledali kotangens úhlu pravoúhlého trojúhelníku, jehož jednu odvěsnu tvoří výška pyramidy v a druhou odvěsnu polovina délky základny $\frac{a}{2}$. Sklon *seked* vyjadřovali v dlaních a odpovídal délce $\frac{a}{2}$ pro $v = 1$ loket.



R56: pyramida: $a = 360$, $v = 250$

$$\frac{1}{2} \cdot 360 = 180$$

$$180 \div 250 = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{50} \text{ lokte}$$

$$7 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{50}\right) = 5 + \frac{1}{25} \text{ dlaně}$$

Sklon zadané pyramidy se spočítá vydělením poloviny délky strany základny výškou pyramidy. Následuje převod z loktů na dlaně podle vztahu 1 loket = 7 dlaní.

R57: pyramida: $a = 140$, sklon = 5 dlaní 1 prst

$$1 \div 2 \cdot (5 + 1) = 1 \div \left(10 + \frac{1}{2}\right)$$

$$7 \div \left(10 + \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{2}{3} \cdot \left(10 + \frac{1}{2}\right) = 7$$

$$\frac{2}{3} \cdot 140 = 93 + \frac{1}{3}$$

V tomto příkladu je úkolem stanovit výšku pyramidy při zadané délce strany základny a sklonu. Postup je tedy obrácený, nejprve se vyjádří poměr mezi jednotkovou výškou a dvojnásobkem sklonu, který odpovídá délce strany základny pro výšku rovnou 1 lokti (7 dlaním). Výsledek dělení $7 \div \left(10 + \frac{1}{2}\right)$ se vyjadřuje obrácenou operací, tedy jako činitel ve vztahu $\frac{2}{3} \cdot \left(10 + \frac{1}{2}\right) = 7$. Pomocí takto získaného poměru se z délky strany pyramidy dopočítá hledaná výška.

R58: pyramida: $v = 93 + \frac{1}{3}$, $a = 140$

$$\frac{1}{2} \cdot 140 = 70$$

$$70 \div (93 + \frac{1}{3}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \cdot 1 \text{ loket}$$

$$(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \cdot 7 \text{ dlaní} = 3 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 5 \text{ dlaní } 1 \text{ prst}$$

Úloha počítá s týmiž hodnotami jako R47, zadání je však obrácené. Dělení se provádí písemně a tento výpočet je připojen za slovním komentářem úlohy.

R59: pyramida: $v = 12$, $a = 8$

$$6 \div 8 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \cdot 7 = 5 + \frac{1}{4} = 5 \text{ dlaní } 2 \text{ prsty}$$

Rozměry zadané v úvodu této úlohy jsou zaměněny. Podle výpočtu totiž hodnota 12 odpovídá délce strany a 8 výšce. Další chyba se objevuje ve výsledku, který je ve skutečnosti roven 5 dlaním a 1 prstu.

R59B: pyramida: $a = 12$, sklon = 5 dlaní 1 prst

$$1 \div 2 \cdot (5 + 1) = 7 \div (10 + \frac{1}{2})$$

$$\frac{2}{3} \cdot (10 + \frac{1}{2}) = 7$$

$$\frac{2}{3} \cdot 12 = 4$$

Řešení je stejné jako v úloze R57, zatímco hodnoty, se kterými se počítá, se shodují s hodnotami v úloze R59. Ve výsledku písař opět udělal chybu.

R60: stavba: $a = 15$, $v = 30$

$$\frac{1}{2} \cdot 15 = 7 + \frac{1}{2}$$

$$(7 + \frac{1}{2}) \cdot 4 = 30$$

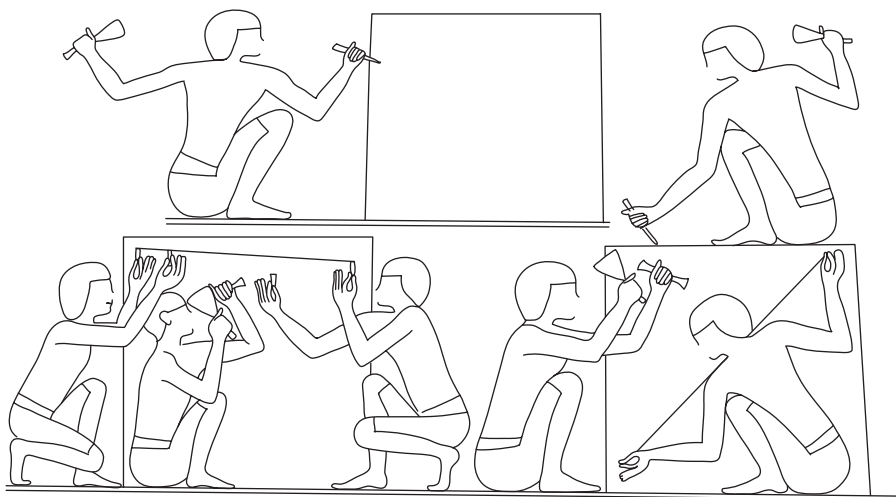
Tato úloha se nevěnuje pyramidě, ale jinému vyššímu, strmějšímu objektu, který je označen ideogramem.¹² Jeho rozměry se označují odlišnými termíny než rozměry pyramid, a to *kai-en-heru* pro výšku a *sentet* pro délku strany základny. Liší se rovněž postup řešení, neboť tato úloha místo $\frac{a}{2} \div v$ určuje poměr $v \div \frac{a}{2}$, tedy tangens úhlu svíraného základnou a stěnou.

Úlohy popisované v této skupině pravděpodobně odrážejí matematickou praxi datující se již do období Staré říše, kdy se zhruba ve 28.–27. století př. Kr. začaly stavět rozměrné pyramidy. Za pozornost stojí, že sklon 5 dlaní a 1 prst, jenž se objevuje ve čtyřech ze šesti úloh v této

¹²Snad se jednalo o pilíř nebo obelisk. Výška tohoto objektu je dvojnásobná oproti délce strany základny.

skupině, přibližně odpovídá¹³ sklonu stěn Rachefovy pyramidy v Gíze,¹⁴ zatímco sklon popsany v úloze R60 odpovídá zhruba sklonu stěn soukromých hrobek.¹⁵ Rozměry z úloh R57 a R58 navíc odpovídají rozměrům Veserkafovy pyramidy v Sakkáře.¹⁶

Vedle počítání sklonu pyramid muselo být z hlediska staroegyptské úřednické praxe rovněž důležité počítat objem pyramid, a tedy množství kamene potřebného na stavbu. Takové úlohy se však v dochovaných textech neobjevují. Pouze úloha 14 v moskevském papyru ukazuje, že algoritmus pro výpočet objemu jehlanu byl znám a používán (viz výše).



Dělníci otesávají a proměřují velký kamenný blok určený pro nějakou stavbu.
Rechmireova hrobka v západních Thébách, 18. dynastie

¹³V této souvislosti musíme mít na paměti, že rozměry pyramid, jak je stanovujeme dnes, nejsou zcela přesné. Památky jsou silně poškozené a obložení stěn bylo u většiny z nich dávno strháno, takže měření nemohou zcela spolehlivě zachytit původní stav.

¹⁴Druhou největší pyramidu v Egyptě vybudoval syn Chufua, stavitele slavné Velké pyramidy v Gíze. Rachefova pyramida má základnu dlouhou 215 m a dosahovala výšky 143,5 m.

¹⁵L. Borchardt, „Wie wurden die Böschungen der Pyramiden bestimmt?“, *Zeitschrift für ägyptischen Sprache* 51 (1893), 16–17.

¹⁶Více k pyramidám viz M. Verner, *Pyramidy: tajemství minulosti*, Praha 1997; M. Lehner, *The Complete Pyramids*, London 1997; H. R. Butler, *Egyptian Pyramid Geometry. Architectural and Mathematical Patterning in Dynasty IV Egyptian Pyramid Complexes*, Mississauga 1998.