

Teorie grafů, 1736–1963

Úvod

In: Pavel Šišma (author): Teorie grafů, 1736–1963. (Czech). Praha: Prometheus, 1997. pp. 5–10.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/400866>

Terms of use:

© Šišma, Pavel

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Úvod

Vývoj teorie grafů

Teorie grafů patří mezi relativně mladé části matematiky. Její kořeny sice nacházíme v 18. a 19. století, ale teprve v roce 1936 vychází první kniha, která je celá věnovaná teorii grafů. Bouřlivý rozvoj této matematické disciplíny nastává v druhé polovině 20. století, kdy výsledky teorie grafů nachází uplatnění nejen v řadě matematických oblastí, ale také např. ve fyzice, v elektrotechnice, v chemii, v ekonomii a v lingvistice.

První prací, kterou dnes řadíme k teorii grafů, je práce *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis* [1] švýcarského matematika Leonharda Eulera (1707–1783), který v roce 1736 vyřešil známý problém mostů města Königsbergu. Podobně řada dalších problémů, které mají grafovou interpretaci, patří do oblasti rekreační matematiky. Uvedme úlohu jezdce, otázky existence hamiltonovských kružnic na pravidelném dvanáctistěnu nebo procházení labyrintů. Již v 19. století ale nacházíme grafové problémy, které mají praktické využití. Jde zejména o otázky isomerie či určování počtu některých organických látek, tedy o problémy, které se objevily poté, když chemie začala využívat grafického znázornění chemických vzorců.

V této době, tedy v druhé polovině minulého století, se poprvé objevuje název graf v tom smyslu, jak jej chápeme dnes. Jako první tento pojem použil v práci [59] James Joseph Sylvester (1814–1897) v roce 1878.

První práci, která podává přehled nejstarších výsledků teorie grafů, nalezneme v *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, díl III 1₁. Autoři Max Wilhelm Dehn (1878–1952) a P. Heegaard v části nazvané *Analysis Situs* [148] seznamují čtenáře na několika stranách s problematikou cest v grafech, s vlastnostmi stromů, s rozkladem grafů, s problémem čtyř barev a s několika dalšími problémy.

Další a tentokrát již podstatně rozsáhlejší prací věnovanou grafům je spis *Les réseaux (ou graphes)* [207], který v roce 1926 vydal André Sainte-Laguë (1882–1950). Na 64 stranách autor definoval základní pojmy, zkoumal vlastnosti stromů, věnoval se otázkám cest v grafech, rozkladu pravidelných grafů, úloze jezdce a některým dalším kombinatorickým problémům na šachovnici.

První monografií zcela věnovanou teorii grafů je kniha maďarského matematika Dénese Königa (1884–1944) *Theorie der endlichen und unendlichen Graphen* [275], která vyšla v Lipsku v roce 1936. Podruhé vyšla ve Spojených

státech v roce 1950 a v roce 1986 v řadě *TEUBNER-ARCHIV zur Mathematik*, ve které vycházejí klasická matematická díla minulosti [356]. Kőnig ve své knize soustředil prakticky všechny tehdejší znalosti této nové matematické disciplíny.

Kőnigova kniha je rozdělena do těchto čtrnácti kapitol:

- I. Die Grundlagen
- II. Eulersche und Hamiltonsche Linien
- III. Das Labyrinthproblem
- IV. Kreislose Graphen
- V. Zentren der Bäume
- VI. Spezielle Untersuchungen über unendliche Graphen
- VII. Basisprobleme für gerichtete Graphen
- VIII. Verschiedene Anwendungen der gerichteten Graphen
- IX. Zyklen und Büschel und die entsprechenden linearen Formen
- X. Komposition der Kreise und der Büschel
- XI. Faktorenerlegung regulärer endlicher Graphen
- XII. Faktorenerlegung regulärer endlicher Graphen dritten Grades
- XIII. Faktorenerlegung regulärer unendlicher Graphen
- XIV. Trennende Knotenpunkte und Knotenpunktmengen

Další knihy věnované teorii grafů se objevují až na konci 50. a v 60. letech. Uvedme ty nejznámější. V roce 1958 vyšla kniha *Théorie des Graphes et ses Applications* [357] francouzského matematika Clauda Berge a již v roce 1962 ji následovala kniha *Theory of Graphs* [358], kterou napsal matematik norského původu Oystein Ore (1899–1968). V roce 1969 napsal svoji první knihu věnovanou teorii grafů *Graph Theory* [359] americký matematik Frank Harary.

V následujícím období se objevuje celá řada dalších publikací a přicházejí i první knihy věnované speciálním částem teorie grafů.

Teorie grafů v Československu

Prvním příspěvkem československé matematiky k teorii grafů se v roce 1926 stala práce *O jistém problému minimálním* [284] Otakara Borůvky (1899–1995), která se zabývá problémem nalezení minimální kostry grafu. K řešení tohoto problému přivedly Borůvku praktické otázky ekonomické výstavby elektrovodných sítí. Krátce nato v roce 1930 stejný problém vyřešil zcela jiným způsobem Vojtěch Jarník (1897–1970) v práci [286], která měla stejný název jako práce O. Borůvky.

Tyto dvě práce ovšem zůstávají v období před druhou světovou válkou jedinými významnými příspěvky naší matematiky k teorii grafů. Další práce se objevují až v polovině 50. let a mezi jejich autory patří Karel Čulík, Miroslav Fiedler, Václav Havel, Anton Kotzig a Jiří Sedláček. Práce českých a slovenských matematiků v tomto období většinou vycházely z Kőnigovy monografie. Zde autoři čerpali jak problémy, kterými se zabývali, tak grafovou terminologii.

O tom, jak velká pozornost byla teprve se rozvíjející disciplíně věnována, svědčí skutečnost, že do roku 1967 jen v *Časopise pro pěstování matematiky* vyšlo 43 prací s grafovou tematikou a tento časopis se tak zařadil v celosvětovém

měřítka na druhé místo hned za *Canadian Journal of Mathematics* (87 titulů).

První česky psanou knihou z teorie grafů se v roce 1964 stala kniha J. Sedláčka *Kombinatorika v teorii a praxi (Úvod do teorie grafů)* [360]. Kniha potom vyšla jednou bulharsky a dvakrát německy, pro druhé české vydání z roku 1977 ji autor značně přepracoval a rozšířil. V roce 1981 vyšla kniha potřetí [361].

Další knížkou je kniha *Kombinatorická analýza v praxi* [362] autorů K. Čulíka, V. Doležala a M. Fiedlera, která vyšla v roce 1967. Zabývá se aplikacemi kombinatorické analýzy v elektrotechnice, dopravě, kybernetice a řadou dalších problémů.

Z řady moderních knih českých a slovenských autorů vzpomeňme alespoň velmi známou knihu Jaroslava Nešetřila *Teorie grafů* [363], která vyšla v roce 1979.

Významným mezníkem vývoje teorie grafů v Československu je rok 1963. V tomto roce se ve dnech 17. až 20. června konala ve slovenských Smolenicích první mezinárodní konference o teorii grafů na území Československa, které se kromě 24 domácích účastníků zúčastnilo také 13 matematiků z Evropy i Severní Ameriky.¹ Mezi nimi nacházíme tak významné představitele světové teorie grafů jako jsou G. A. Dirac, P. Erdős, T. Gallai a G. Ringel. Sborník konference [364] vyšel o rok později a kromě textů jednotlivých přednášek v něm nalezneme řadu problémů, které byly na konferenci položeny. Součástí sborníku je i přehled (značně neúplný) do té doby publikovaných článků o grafech, jehož autorem byl A. A. Zykov.

Historie matematiky a teorie grafů

Historie matematiky nechávala delší dobu teorii grafů mimo svoji pozornost. Výjimku tvořil problém čtyř barev, který patřil od svého vzniku v roce 1852 k nejpopulárnějším matematickým problémům. Na tomto místě uveďme např. práce [121, 208, 365], které podávají historický vývoj tohoto problému.

Řada problémů teorie grafů má svůj původ v rekreační matematice a proto historické poznámky o nich nalézáme ve známých knihách W. Ahrense [136], É. Lucase [81] nebo W. Rouse Balla [101]. V české literatuře má podobné postavení knížka Karla Čupra (1883–1956) [366]. Těžko ovšem můžeme tyto knihy považovat za zdroj seriózních historických informací.

Poměrně rozsáhlou bibliografii k některým nejstarším problémům teorie grafů nalezneme v již zmíněné *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*. Ovšem i zde najdeme celou řadu historických nepřesností. Velké množství historických poznámek a rozsáhlou bibliografii nalezneme v Königově knize [275]. König při výkladu vychází z původních prací, které doplňuje svými výsledky a výsledky svých žáků. Krátký historický přehled vývoje teorie grafů nacházíme v úvodu Hararyho knihy [359, str. 13–20].

¹ První národní konference o teorii grafů se konala již v roce 1961 v Liblicích u Mělníka. Smolenické mezinárodní konferenci předcházely podobná setkání v Maďarsku (1958) a v bývalé Německé demokratické republice (1960). Další mezinárodní konference o teorii grafů se v Československu konaly v Praze (1974, 1982) a v Prachaticích (1990).

Pro vlastní historickou práci je ovšem nejvýznamnější kniha *Graph theory 1736–1936* [367] z roku 1976, jejímiž autory jsou Norman L. Biggs, Keith E. Lloyd a Robin J. Wilson.² Autoři rozdělili svoji knihu do deseti kapitol, ve kterých nalezneme 37 původních prací z období let 1736–1936. Latinsky, německy a francouzsky psané práce přitom byly přeloženy do angličtiny; některé jsou uvedeny celé, jiné ve zkrácené verzi. Kniha se zabývá eulerovskými grafy, hamiltonovskými kružnicemi, stromy, vztahem teorie grafů k organické chemii, problémem čtyř barev, Eulerovou větou pro mnohostěny a faktorizací grafů. Kromě základních biografických údajů 34 matematiků, kteří ve sledovaném období výrazně přispěli k vývoji teorie grafů, nacházíme v knize rozsáhlou bibliografii tohoto období.

Po roce 1976 se začínají objevovat další práce, které se věnují historii konkrétních problémů teorie grafů. Jmenujme například práce [368, 369] věnující se problému Königsbergských mostů, práce [370, 371, 372] zabývající se otázkami faktorizace grafů nebo práci [373], která popisuje vývoj řešení problému nalezení minimální kostry.

V česky psané literatuře nalezneme pěkně psanou část věnovanou historii teorie grafů ve světě i v Československu ve třetím vydání Sedláčkovy knihy [361].

Cíle a obsah práce

Tato práce si klade několik cílů. Snaží se zaplnit mezeru v česky psané literatuře a přiblížit čtenáři vývoj teorie grafů v nejstarším období do roku 1936. Přitom autor vychází zejména z historických poznámek a vlastního rozboru původních prací, které nalezneme v knize [367], dále z rozboru Königovy knihy [275]. Vzhledem k tomu, že teorie grafů je mladá matematická disciplína, bylo možno značnou část historických faktů ověřovat přímo z originálních prací.

Dalším cílem, který si autor vytyčil, bylo shromáždění nejstarších prací českých a slovenských autorů z let 1926 (Borůvkova práce) — 1962 (do mezinárodní konference o teorii grafů ve Smolenicích) a jejich rozbor. Snahou bylo zejména ukázat, jaké problémy naši autoři řešili, z jakých pramenů vycházeli a jak jejich práce zapadaly do tehdejšího světového vývoje teorie grafů. Tyto práce byly psány většinou v mateřském jazyce a často tak byly jazykově nedostupné matematikům z ostatních zemí. Řada výsledků pak byla později nezávisle získána i jinými autory. Uvedme např. Jarníkův algoritmus nalezení minimální kostry, Havlovo řešení problému grafových posloupností a Sekaninův výsledek týkající se hamiltonovské souvislosti grafů.

Významnou součástí této práce tvoří seznamy literatury. Autor vyšel z bibliografických poznámek uvedených v knihách [367, 275] a z referativního časopisu *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* a vytvořil seznam asi 300 prací z období let 1736–1936, který opatřil v Příloze 1 krátkými poznámkami. Cílem těchto poznámek je usnadnit orientaci v nejstarších pracech, které měly mnohdy z dnešního pohledu s teorií grafů společného jen velmi málo. Často

²Kniha vyšla v roce 1986 ve druhém nezměněném vydání.

je v těchto poznámkách pouze naznačena možnost grafové interpretace řešeného problému. Přes veškerou snahu jsou některé práce v našich podmínkách nedostupné a jsou proto v seznamu zařazeny bez poznámek.

Příloha 2 obsahuje podobný seznam prací českých a slovenských autorů z období let 1926–1962. Zde je situace mnohem jednodušší. Uvedené práce jsou doplněny poznámkami získanými vždy vlastním rozbořem citované práce. V některých případech je poznámka totožná s abstraktem uvedeným v této práci. Součástí přílohy jsou i práce věnované otázce nalezení všech rovinných konfigurací $(12_4, 16_3)$. Vzhledem k tomu, že tento problém, který má zajímavou grafovou interpretaci, nezapadá do oblastí teorie grafů, které jsou v této práci studovány, jsou tyto práce uvedeny bez poznámek. V seznamu naopak zcela chybí některé práce týkající se teorie binárních relací a uspořádaných množin, tedy problémů, které s grafy též úzce souvisí.

Podívejme se nyní velmi stručně, co je obsahem jednotlivých kapitol naší práce. První kapitola je věnována nejstarším problémům teorie grafů. Seznamuje s problémem königsbergských mostů a s vlastnostmi eulerovských grafů. Druhá část této kapitoly je věnována problematice hamiltonovských grafů.

Ve druhé kapitole je nejprve pojednáno o prvních pracech, které se věnovaly otázce stanovení počtu stromů. Dále jsou definovány pojmy kostra grafu a fundamentální systém kružnic. Nejvýznamnější část této kapitoly představuje historický vývoj řešení problému nalezení minimální kostry grafu.

Třetí kapitola je věnována otázkám spojeným s barvením uzlů grafu a otázkám vlastností rovinných grafů. Podrobně zachycuje vývoj řešení problému čtyř barev a ukazuje, jaký měl tento problém vliv na vývoj celé teorie grafů.

Čtvrtá kapitola se zabývá otázkou faktorizace grafů. Problém je zúžen zejména na otázky rozkladu pravidelných grafů. Značná pozornost je věnována pracem J. Petersena a D. Königa. Druhá část této kapitoly podává rozbor prací A. Kotziga.

Pátá kapitola je nejkratší a zachycuje první práce a problémy spojené s orientovanými grafy. Vychází přitom z Königovy knihy a prací našich autorů.

O obsahu obou příloh jsme již hovořili. Práce jsou řazeny chronologicky po jednotlivých letech a v každém roce pak abecedně. Práce z let 1868–1936, které byly citovány v referativním časopise *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, jsou opatřeny odkazem na tuto citaci. Vzhledem k dnešnímu elektronickému zpracování časopisů *Mathematical Reviews* a *Zentralblatt für Mathematik*, autor nepovažoval za nutné uvádět u prací, které jsou v nich citovány, odkazy na tyto citace.

Práce vznikla během let 1992–1996 v rámci distančního postgraduálního doktorandského studia na katedře matematiky Přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity v Brně. Některé její výsledky již byly publikovány. Ve 4. svazku edice *Dějiny matematiky* vyšel v roce 1996 příspěvek *Vznik a vývoj teorie grafů*, který se stručně zabývá vývojem teorie grafů v letech 1736–1936. V 7. svazku téže edice byl v tomto roce publikován článek *Problém čtyř barev*.

Předložená práce mohla zachytit pouze krátké období vývoje teorie grafů v Československu. Po roce 1963 nastává prudký růst počtu prací a zpracovat je v plně šíři již zřejmě bude velmi obtížné. Je ale možné se zabývat pouze

konkrétními problémy či konkrétními autory. Za velmi užitečné bude jistě považováno případné zpracování celého rozsáhlého díla slovenského matematika Antona Kotziga (1919–1991). Podobně zajímavá práce by mohla vzniknout při podrobném sledování dalšího vývoje problematiky hledání minimální kostry grafu, tentokrát spíše z pohledu počítačového zpracování. Ovšem i v období let 1926–1963 najdeme dosud nezpracované problémy. Jde například o otázky nalezení rovinných konfigurací $(12_4, 16_3)$, kterým věnovali velkou pozornost B. Bydžovský, J. Metelka a V. Metelka, nebo o algebraické práce se vztahem k teorii grafů.

Autor by na tomto místě chtěl poděkovat všem, kteří mu jakýmkoliv způsobem pomohli při přípravě této práce. Zejména by chtěl poděkovat doc. RNDr. Eduardu Fuchsovi, CSc. za cenné rady a pomoc při celém postgraduálním studiu a prof. RNDr. Bohdanu Zelinkovi, DrSc. za pečlivé přečtení textu a konkrétní připomínky, kterými přispěl k odstranění některých nepřesností, a zejména za osobní vzpomínky na počátky teorie grafů v Československu. Dále by chtěl poděkovat doc. RNDr. Jaromíru Kubenovi, CSc. za velmi obětavou pomoc při počítačovém zpracování tohoto textu systémem \LaTeX .

V Brně v květnu 1997

Autor