

Zlatý řez nejen v matematice

Experimentální estetika

In: Vlasta Chmelíková (author): Zlatý řez nejen v matematice. (Czech). Praha: Katedra didaktiky matematiky MFF UK, 2009. pp. 133–144.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/400800>

Terms of use:

© Chmelíková, Vlasta

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

9 Experimentální estetik

Experimentální estetik je psychologická disciplína (součást experimentální psychologie¹), která vznikla v 50. letech 19. století. Snaží se zjistit a popsat objektivní podmínky doprovázející estetický zážitek a stanovit obecné zákony tohoto estetického působení. První experimenty se zabývaly působením jednoduchých obrazců, předmětů a barev na lidskou psychiku. Experimentálně bylo zjišťováno, které tvary nebo barvy lidé preferují před jinými. Výklady takto získaných výsledků se však lišily, a tak se tato psychologická disciplína dostala na okraj zájmu.

9.1 Gustav Theodor Fechner

Gustav Theodor Fechner (* 19. 4. 1801, † 18. 11. 1887), německý fyziolog a psycholog, který mimo jiné působil jako profesor na univerzitě v Lipsku, bývá považován za zakladatele experimentální estetiky. Zabýval se zejména užitím matematických metod v psychologii. Jeho jméno je populární v souvislosti s Fechnerovým-Weberovým² psychofyzikálním zákonem:

Intenzita počitku je logaritmicky úměrná intenzitě podnětu.

Gustav Theodor Fechner se pomocí experimentální estetiky pokusil zjistit, zda je zlatý řez skutečně nejlíbivější proporcí. Metodou volby (posuzování vzorku lidí, kteří vybírají, co z předloženého se jim nejvíce líbí) zkoumal, zda má zlatý řez nějakou zvláštní estetickou hodnotu. Pokusným osobám dal vybrat z deseti obdélníků různých rozměrů, který se jim líbí nejvíce a který nejméně. Výsledky tohoto zkoumání zveřejnil roku 1876 v knize *Vorschule der Ästhetik (Úvod do estetiky)* [7]. Popisuje zde nejen jak vypadalo jeho testování, ale i jak se pokusné osoby chovaly, jak uvažovaly a podle čeho se rozhodovaly. Při vybírání nejlíbivějšího obdélníku lidé často uvažovali nad užitím tohoto obdélníku.

¹Experimentální psychologie se rozvíjela ve druhé polovině 19. století především v Německu zásluhou E. H. Webera, G. T. Fechnera a posléze W. Wundta.

²Ernst Heinrich Weber (* 24. 6. 1795, † 26. 1. 1878), německý lékař, profesor anatomie a fyziologie. Sledoval způsoby, kterými nervový systém zpracovává vnější podněty (například schopnost hmatu rozlišit vnější doteky ve dvou místech). Zformuloval zákon, podle něhož je velikost vzruchu úměrná relativní velikosti podnětu. G. T. Fechner se (zpočátku nezávisle) věnoval podobné problematice a na základě svých pozorování dospěl k výše uvedenému znění zákona, který dnes nazýváme Fechnerův-Weberův.

Většina osob se chovala nerozhodně, při opakování pokusu u téže osoby se stávalo, že dotyčný vybral napodruhé jiný obdélník. Někteří odsuzovali čtverec jako nejjednodušší a nudný obrazec, jiní ho naopak označili za nejestetičtější, protože je „nejpravidelnější“. Přes veškerou nejistotu ve výběru považuje Fechner celkový výsledek za podstatný. Poměr (přibližně) zlatého řezu a poměry jemu blízké získaly nejvíce kladných hlasů a minimum osob je označilo za neoblíbené (poměr zlatého řezu dokonce nevyřadil nikdo). Údajně zlatý obdélník vybírali jako nejhezčí zejména ti, kdo si svým výběrem byli jisti a příliš neváhali.

Následující tabulka je přehledem Fechnerových výsledků [7]. Poměry stran (šířka ku výšce) zkoumaných obdélníků byly $\frac{1}{1}$ (čtverec), $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{20}{29}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{21}{34}$ (přibližně zlatý obdélník), $\frac{13}{23}$, $\frac{1}{2}$ a $\frac{2}{5}$. Dotázaní mohli vybrat více obdélníků, v tom případě byl každému z vybraných obdélníků připsán jen zlomek jednoho hlasu (například vybral-li někdo tři obdélníky, které se mu líbí, každý obdélník dostal třetinu hlasu, aby vždy součet na jednu osobu dal číslo jedna). Proto jsou v tabulce u počtů hlasujících pro daný obdélník desetinná čísla. Pokud někdo nezvolil žádný obdélník, jeho hlas není započítán. Z toho důvodu se celkový počet hlasů pro nejlíbivější obdélník neshoduje s počtem hlasů pro nejméně oblíbený obdélník. Počty kladných hlasů Fechner uvádí i v procentech.

Tabulka 1: Fechnerovy výsledky

Poměr stran obdélníku	Kladné hlasy		Záporné hlasy		Procenta	
	muži	ženy	muži	ženy	muži	ženy
1/1	6,25	4,0	36,67	31,5	2,74	3,36
5/6	0,5	0,33	28,8	19,5	0,22	0,27
4/5	7,0	0,0	14,5	8,5	3,07	0,00
3/4	4,5	4,0	5,0	1,0	1,97	3,36
20/29	13,33	13,5	2,0	1,0	5,85	11,35
2/3	50,91	20,5	1,0	0,0	22,33	17,22
21/34	78,66	42,65	0,0	0,0	34,50	35,83
13/23	49,33	20,21	1,0	1,0	21,64	16,99
1/2	14,25	11,83	3,83	2,25	6,25	9,94
2/5	3,25	2,0	57,21	30,25	1,43	1,68
Celkem	228,00	119,00	150,00	95,00	100,00	100,00

Po Fechnerovi se objevily další pokusy zkoumat oblíbenost zlatého řezu, většinou však s podobnými závěry. Tato zkoumání provedl například **Edvard Lee Thorndike**³ nebo **Charles Lalo**.⁴ V tabulce 2 a na obr. 9.1 je srovnání Fechnerových a Lalových výsledků podle [20]. (Výsledky Fechnerova výzkumu

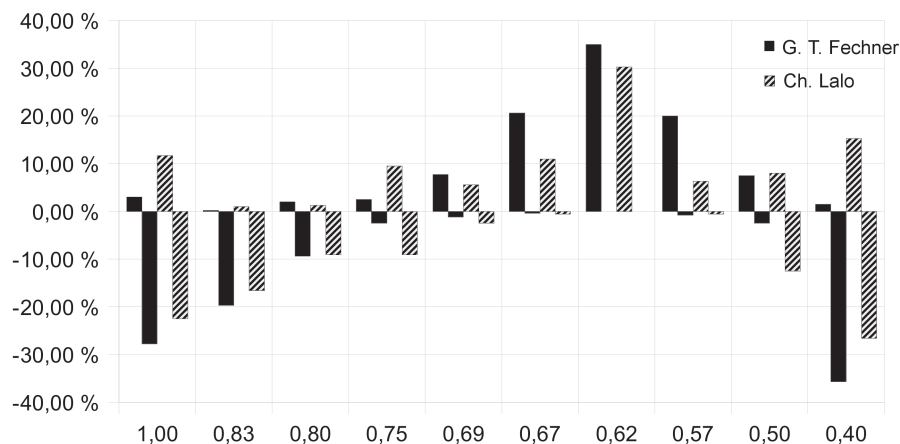
³Edvard Lee Thorndike (1874-1949), americký pedagog a psycholog, působil na univerzitě v Kolumbii. Mimo jiné se zabýval chováním zvířat a jejich schopností učit se. Je považován za jednoho ze zakladatelů moderní pedagogické psychologie.

⁴Charles Lalo (1877-1953), francouzský estetik.

nejdou na první pohled totožné s údaji v tabulce 1, protože zde jsou smíchány dohromady výběry mužů i žen. Pokud bychom na základě hodnot uvedených v tabulce 1 vypočítali, kolik procent ze všech kladných odpovědí připadá na jednotlivé obdélníky, hodnoty by odpovídaly údajům v tabulce 2.) Jako kladné hodnoty jsou v grafu vyneseny hlasy pro nejvíce líbivý pravoúhelník, jako záporné hodnoty hlasy pro nejméně líbivý pravoúhelník.

Tabulka 2: Srovnání Fechnerových a Lalových výsledků

Poměr šířky k výšce	Nejvíce líbivý pravoúhelník		Nejméně líbivý pravoúhelník	
	Fechner	Lalo	Fechner	Lalo
1,00	3,0 %	11,7 %	27,8 %	22,5 %
0,83	0,2 %	1,0 %	19,7 %	16,6 %
0,80	2,0 %	1,3 %	9,4 %	9,1 %
0,75	2,5 %	9,5 %	2,5 %	9,1 %
0,69	7,7 %	5,6 %	1,2 %	2,5 %
0,67	20,6 %	11,0 %	0,4 %	0,6 %
0,62	35,0 %	30,3 %	0,0 %	0,0 %
0,57	20,0 %	6,3 %	0,8 %	0,6 %
0,50	7,5 %	8,0 %	2,5 %	12,5 %
0,40	1,5 %	15,3 %	35,7 %	26,6 %



Obrázek 9.1: Srovnání Fechnerových a Lalových výsledků

Z grafu i tabulky je vidět, že výsledky obou badatelů jsou podobné. V obou případech byl zlatý obdélník (poměr délek stran přibližně 0,62) vybrán jako nejlíbivější a nikdo tento poměr neoznačil za nejméně líbivý. Nejvýrazněji se

Lalo a Fechner liší výsledky u poměrů 1,00 a 0,40 (což jsou krajní hodnoty – čtverec a nejprotáhlejší obdélník).

9.2 Vlastní test a jeho výsledky

Fechnerovy pokusy experimentálně prokázat, že zlatý obdélník vyniká svou krásou nad ostatní obdélníky, mě inspirovaly k provedení vlastního testu. Sestavila jsem dotazník, ve kterém jsou čtyři skupiny obrazců, přičemž v každé skupině je jeden, jehož rozměry souvisí se zlatým řezem (obr. 9.6, 9.7 na konci podkapitoly). Úkolem dotázaných bylo vybrat z každé skupiny dva obrazce. Jeden, který považují za nejhezčí, a druhý, který se jim líbí nejméně.

První skupinu obrazců tvoří 10 protáhlých obdélníků stejných rozměrů, rozdělených vždy na dvě části (černou a bílou), u každého v jiném poměru. Poměry délek černé a bílé části u jednotlivých obrázků jsou:

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| a) $2,5 : 2,5 = 1,00$, | f) $1,5 : 3,5 = 2,33$, |
| b) $2,3 : 2,7 \doteq 1,17$, | g) $1,3 : 3,7 \doteq 2,85$, |
| c) $2,1 : 2,9 \doteq 1,38$, | h) $1,1 : 3,9 \doteq 3,55$, |
| d) $1,9 : 3,1 \doteq 1,63$, | i) $0,9 : 4,1 \doteq 4,56$, |
| e) $1,7 : 3,3 \doteq 1,94$, | j) $0,7 : 4,3 \doteq 6,14$. |

Nejblíže zlatému číslu je varianta **d**. Obrázky mají simulovat rozdělení úsečky v nějakém poměru, v případě **d** se jedná přibližně o rozdělení zlatým řezem.

Druhou skupinou je deset různých obdélníků, které mají přibližně stejné obsahy, ale liší se poměry délek stran. Tyto poměry v jednotlivých případech jsou (výška ku šířce):

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| a) $4,2 : 1,5 = 2,80$, | f) $3,2 : 1,9 \doteq 1,68$, |
| b) $2,7 : 2,3 \doteq 1,17$, | g) $6,2 : 1,0 = 6,20$, |
| c) $5,3 : 1,2 \doteq 4,42$, | h) $4,7 : 1,3 \doteq 3,62$, |
| d) $3,4 : 1,8 \doteq 1,89$, | i) $2,9 : 2,1 \doteq 1,38$, |
| e) $2,5 : 2,5 = 1,00$, | j) $3,8 : 1,6 \doteq 2,38$. |

Obdélník, jehož délky stran jsou přibližně v poměru zlatého obdélníku, je pod písmenem **f**. V případě **e** se jedná o čtverec.

Třetí skupinu tvoří šest dvojic soustředných kružnic. Poloměr vnější kružnice je ve všech případech stejný, poloměr vnitřní kružnice se postupně zmenšuje. Poměry poloměrů jsou:

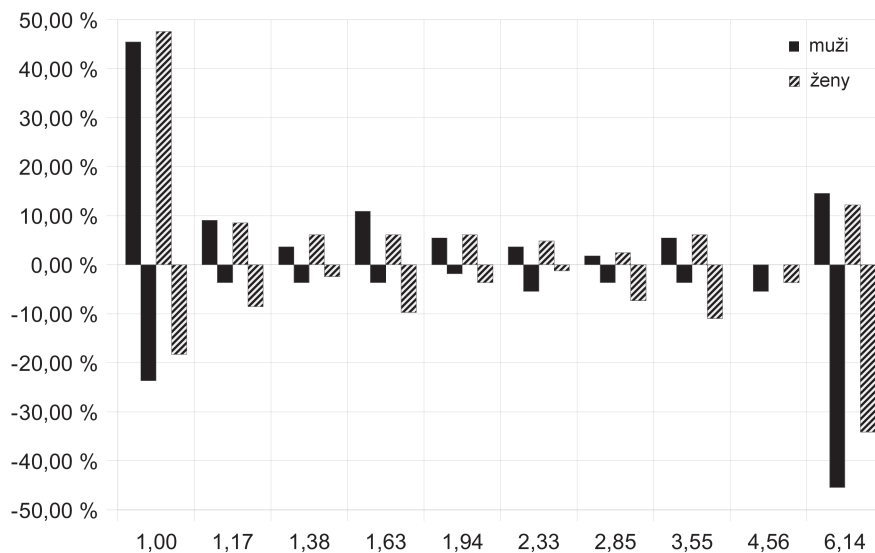
- a) $2,5 : 2,2 \doteq 1,14$,
 b) $2,5 : 1,9 \doteq 1,32$,
 c) $2,5 : 1,5 \doteq 1,67$,
 d) $2,5 : 1,2 \doteq 2,08$,
 e) $2,5 : 0,8 \doteq 3,13$,
 f) $2,5 : 0,5 = 5,00$.

Nejblíž je poměr poloměrů zlatému číslu v případě **c**.

Konečně poslední skupinou je deset různých rovnoramenných trojúhelníků. Poměry délek ramene a základny těchto trojúhelníků jsou:

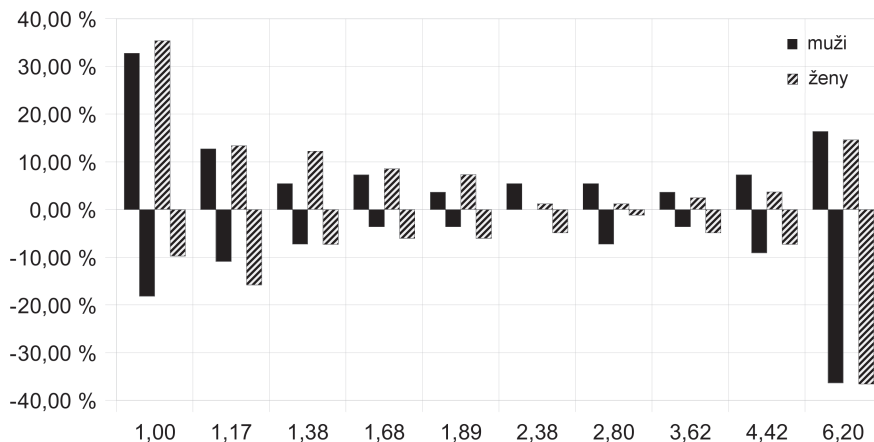
- a) $5,1 : 1,5 = 3,40$,
 b) $4,1 : 2,5 = 1,64$,
 c) $4,6 : 2,0 = 2,30$,
 d) $5,7 : 1,0 = 5,70$,
 e) $3,3 : 3,3 = 1,00$,
 f) $4,4 : 2,3 \doteq 1,91$,
 g) $3,6 : 3,1 \doteq 1,16$,
 h) $5,5 : 1,2 \doteq 4,58$,
 i) $3,8 : 2,8 \doteq 1,36$,
 j) $4,9 : 1,8 \doteq 2,72$.

Pod písmenem **b** se skrývá (téměř) zlatý trojúhelník. V případě **e** se jedná o rovnostranný trojúhelník.



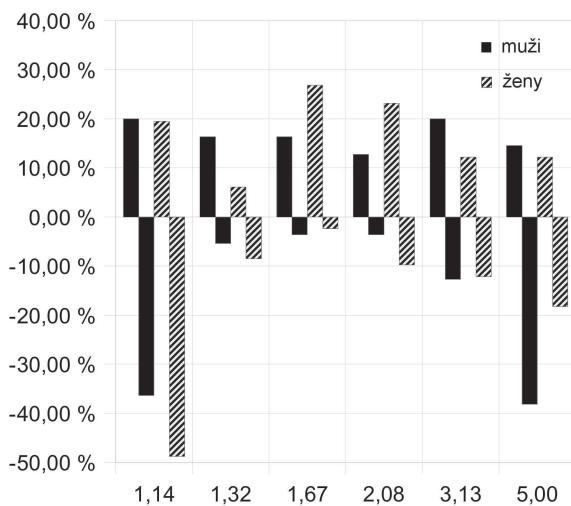
Obrázek 9.2: Černo–bílé obdélníky

Test vyplnilo celkem 137 osob, z toho 55 mužů a 82 žen, ve věkovém rozmezí 11–89 let (věk a pohlaví byly jediné osobní informace, na které jsem se ptala; jinak byl test zcela anonymní). Poměrně velká část dotázaných projevila při vyplňování nejistotu, někteří se mi svěřili, že obrazce vybírali zcela náhodně,



Obrázek 9.3: Různé obdélníky stejných obsahů

protože se nemohli rozhodnout. Našlo se ale i dost osob, které přesvědčivě a bez váhání označili jak nejlíbivější, tak nejméně líbivý obrazec. Účastníky tohoto pokusu byli zejména (ale nejenom) studenti a učitelé pražského gymnázia Na Pražačce.



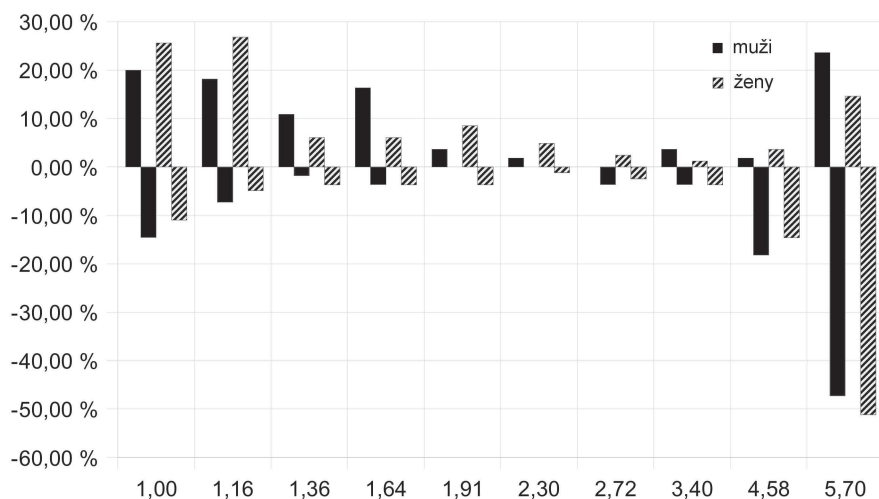
Obrázek 9.4: Soustředné kružnice

Výsledky testu jsou zde znázorněny pomocí grafů, ve všech případech značí tmavé sloupčky hlasy mužů a šrafované sloupčky hlasy žen. V kladném smyslu

jsou vyneseny počty procent kladných hlasů (neboli kolik osob označilo daný obrazec za nejlíbivější), v záporném smyslu jsou vyneseny počty procent hlasů záporných (neboli kolik osob označilo daný obrazec jako nejméně líbivý). V závěru kapitoly v tabulkách 3–6 jsou navíc pro zájemce přehledně uvedeny konkrétní počty hlasů pro jednotlivé obrazce; kladné hlasy jsou (stejně jako ve Fechnerově tabulce) vyjádřeny rovněž v procentech. Poznamenejme ještě, že pro lepší názornost jsou jak v grafech, tak v tabulkách obrazce seřazeny podle rostoucích poměrů jejich charakteristických délek.

U první skupiny obrazců zabodovaly (pozitivně i negativně) dva případy – obdélník **a** (tedy poměr 1,00) a obdélník **j** (tedy obdélník, ve kterém byl poměr délek černé a bílé části největší). Tyto dvě krajní hodnoty evidentně zaujaly na první pohled. Variantu **a** vybralo nejvíc osob jako nejhezčí obrazec, pravděpodobně díky souměrnosti. Z ostatních možností bylo vybíráno převážně náhodně, přesto u mužské populace obsadil (téměř) zlatý řez třetí místo v oblíbenosti. Naopak poměrně dost žen tuto variantu zavrhl (obr. 9.2).

Ani ve druhé skupině obrazců není postavení zlatého obdélníku optimální. Opět nejvíce zaujaly obě krajní hodnoty – čtverec a nejprotáhlejší obdélník. Na třetím místě v oblíbenosti je obdélník, který se svými rozměry čtverci blíží (poměr délek stran 1,17). Většina ostatních hlasů vypadá na náhodnou volbu (obr. 9.3).



Obrázek 9.5: Trojúhelníky

V případě soustředných kružnic mohou konečně prohlásit, že zlatý řez uspěl. Varianta **c** (poměr poloměrů 1,67, což je z nabízených možností hodnota nejbližší zlatému číslu) získala celkově největší počet kladných hlasů a nejméně osob tuto možnost označilo za „nehezkou“. Na druhou stranu nelze říct, že by ostatní obrazce z této skupiny nijak nezaujaly. Paradoxní je situace prvního

obrázku (poměr poloměrů 1,14), který nejvíc osob vybralo jako nejméně líbivý, přesto je celkově druhým nejlíbivějším v této skupině (obr. 9.4).

V poslední skupině rozhodně trojúhelník nejbližší zlatému trojúhelníku (poměr 1,64) nepatří mezi outsidersy, přesto ho nelze zdaleka označit za nejlíbivější. Za nejhezčí trojúhelníky byly vybrány ty pod písmeny **e** (mimořádně opět zvítězila symetrie – tento trojúhelník je rovnostranný, poměr délek ramene a základny je 1,00), **g** (poměr 1,16) a **d** (poměr 5,70). Přitom trojúhelník **d** byl současně největším počtem osob označen jako nejméně líbivý (obr. 9.5).

Na základě výsledků nelze prohlásit, že je zlatý poměr nějak výrazně preferován. Vybírány byly většinou útvary symetrické (poměr délek 1,00) nebo naopak ty, kde byl sledovaný poměr délek největší. Zlatý řez nebo poměry jemu blízké vybírali častěji lidé starší třiceti let, ti však tvořili menšinu všech dotázaných.

Tabulka 3: Počty hlasů pro černo–bílé obdélníky

Poměr délek	Kladné hlasy		Záporné hlasy		Procenta	
	muži	ženy	muži	ženy	muži	ženy
1,00	25	39	13	15	45,45	47,56
1,17	5	7	2	7	9,09	8,54
1,38	2	5	2	2	3,64	6,10
1,63	6	5	2	8	10,91	6,10
1,94	3	5	1	3	5,45	6,10
2,33	2	4	3	1	3,64	4,88
2,85	1	2	2	6	1,82	2,44
3,55	3	5	2	9	5,45	6,10
4,56	0	0	3	3	0,00	0,00
6,14	8	10	25	28	14,55	12,20
Celkem	55	82	55	82	100,0	100,0

Tabulka 4: Počty hlasů pro obdélníky

Poměr délek	Kladné hlasy		Záporné hlasy		Procenta	
	muži	ženy	muži	ženy	muži	ženy
1,00	18	29	10	8	32,73	35,37
1,17	7	11	6	13	12,73	13,41
1,38	3	10	4	6	5,45	12,20
1,68	4	7	2	5	7,27	8,54
1,89	2	6	2	5	3,64	7,32
2,38	3	1	0	4	5,45	1,22
2,80	3	1	4	1	5,45	1,22
3,62	2	2	2	4	3,64	2,44
4,42	4	3	5	6	7,27	3,66
6,20	9	12	20	30	16,36	14,63
Celkem	55	82	55	82	100,0	100,0

Tabulka 5: Počty hlasů pro soustředné kružnice

Poměr délek	Kladné hlasy		Záporné hlasy		Procenta	
	muži	ženy	muži	ženy	muži	ženy
1,14	11	16	20	40	20,00	19,51
1,32	9	5	3	7	16,36	6,10
1,67	9	22	2	2	16,36	26,83
2,08	7	19	2	8	12,73	23,17
3,13	11	10	7	10	20,00	12,20
5,00	8	10	21	15	14,55	12,20
Celkem	55	82	55	82	100,0	100,0

Tabulka 6: Počty hlasů pro trojúhelníky

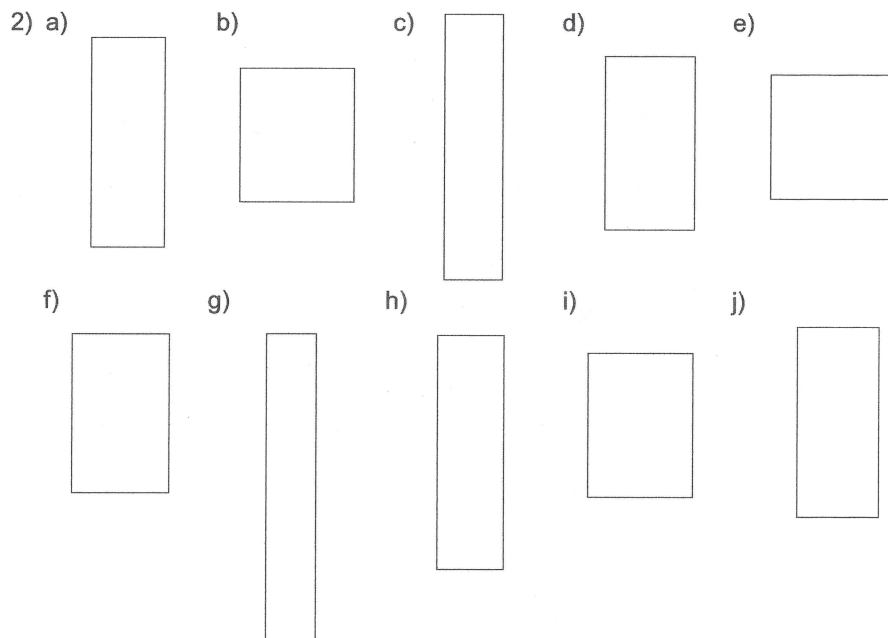
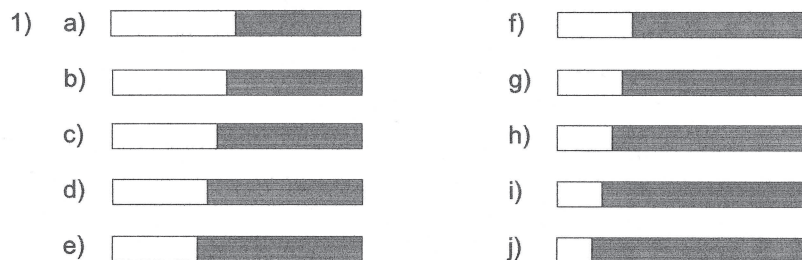
Poměr délek	Kladné hlasy		Záporné hlasy		Procenta	
	muži	ženy	muži	ženy	muži	ženy
1,00	11	21	8	9	20,00	25,61
1,16	10	22	4	4	18,18	26,83
1,36	6	5	1	3	10,91	6,10
1,64	9	5	2	3	16,36	6,10
1,91	2	7	0	3	3,64	8,54
2,30	1	4	0	1	1,82	4,88
2,72	0	2	2	2	0,00	2,44
3,40	2	1	2	3	3,64	1,22
4,58	1	3	10	12	1,82	3,66
5,70	13	12	26	42	23,64	14,63
Celkem	55	82	55	82	100,0	100,0

Experimentální estetika

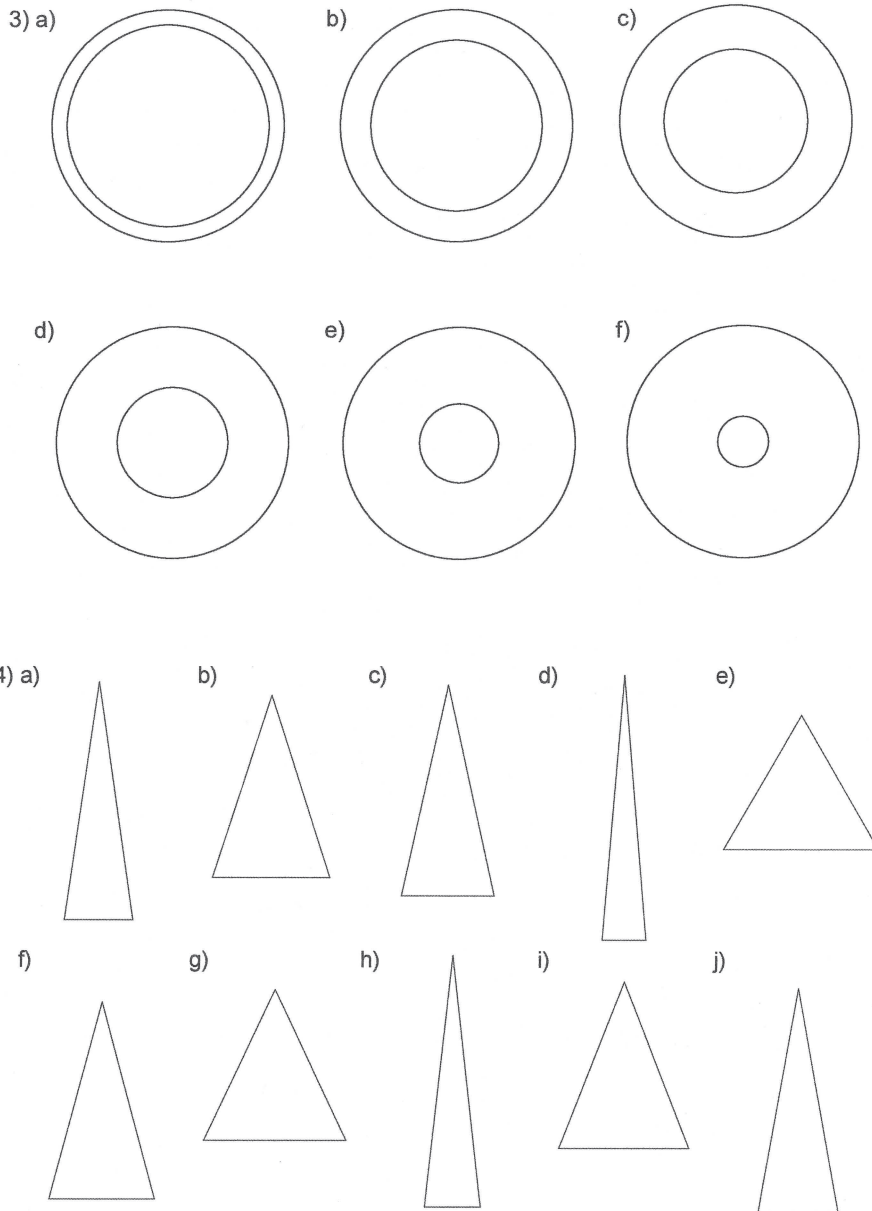
Věk:

Pohlaví: žena muž

V každé skupině obrázců zakroužkujte ten, který se vám nejvíce líbí, a přeškrtněte ten, který se vám líbí nejméně.



Obrázek 9.6: Dotazník – strana 1



Obrázek 9.7: Dotazník – strana2