

Wissenschaftlehre

Von den Beweisen. §512 - §543

In: Bernard Bolzano (author): Wissenschaftlehre. 4. Versuch einer ausführlichen und größtentheils neuen Darstellung der Logik mit steter Rücksicht auf deren bisherige Bearbeiter. (German). Sulzbach: J.E. v Seidel, 1837. pp. 237--315.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/400523>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*
<http://project.dml.cz>

V. Von den Beweisen.

S. 512.*

Begriff und Nutzen der Beweise in einem Lehrbuche.

Eine Art von Sätzen oder von ganzen Inbegriffen der Sätze, welche in einem jeden Lehrbuche vorkommen müssen, sind die Beweise. Ich sage aber mit Beziehung auf S. 370., daß ein einzelner Satz oder ein ganzer Inbegriff mehrerer Sätze in unserm Buche ein Beweis, und zwar ein zu dem Satze M gehöriger Beweis sey, wenn jene Sätze in der bestimmten Absicht erscheinen, oder doch so beschaffen sind, als ob sie daselbst in der bestimmten Absicht erschienen, um in dem Gemüthe der Leser das Urtheil M in einem gewissen Grade der Zuversicht, mit welchem sie es früher noch nicht gefällt hatten, zu erzeugen. Ein Beweis, der wie diesem nächsten, so auch jedem anderen entfernteren Zwecke, dessen Erreichung wir uns nach der Natur des zu beweisenden Satzes und bei der Bestimmung unsers Buches für diese Classe von Lesern vorsehen sollten, entspricht, heißt mir zweckmäßig oder auch vollkommen; jeder andere mehr oder weniger zweckwidrig oder mangelhaft. Es sind aber die vornehmsten Zwecke, welche durch Aufnahme von Beweisen in einem Lehrbuche erreicht werden können, überhaupt folgende: a) Unzählige Sätze, deren Wahrheit die Leser für sich nicht anerkannt, oder die sie wenigstens nicht mit demjenigen Grade der Zuversicht, die sie verdienen, angenommen hätten, sollen durch unsere Beweise von ihnen angenommen werden. b) In jedem Beweise, den wir den Lesern vortragen, sollen sie eine stillschweigende Aufforderung finden, ihn auch zu prüfen; und wenn sie dieß thun, Übung im Denken erhalten. c) Durch manche Beweise sollen sie den objectiven Grund, auf welchem der hier bewiesene Satz beruhet, den Weg, auf welchem wir zu seiner Entdeckung gelangten, und noch verschiedene andere Wahrheiten, die ihnen nützlich seyn können, erfahren. d) Endlich kann auch gar mancher Satz, den wir in unserm Buche aufstellen, unrichtig seyn, und seine Unrichtigkeit oder mindestens die Unhaltbarkeit der Gründe, die uns zu seiner Aufstellung bestimmten, kann eben dadurch, daß wir ihn darzuthun suchen,

und darum jene Gründe auseinander setzen, von den Lesern am Besten beurtheilet werden.

S. 513.

Zu welcher der drei Arten der Sätze die Beweise eines Lehrbuches gehören können?

Als Sätze, welche der Wissenschaft, die wir so eben abhandeln, wesentlich angehören, dürften Beweise in einem Lehrbuche selten erscheinen. Denn nur in gewissen historischen Wissenschaften, namentlich solchen, welche uns die Geschichte einer andern Wissenschaft und der in ihr üblichen Beweisarten erzählen (z. B. in der Geschichte der Philosophie), ingleichen in der Kritik einer Wissenschaft, die man zuweilen als eine eigene Wissenschaft abhandelt, können Beweise als der Gegenstand, den man hier eben darzustellen hat, vorkommen; obgleich selbst da noch gesagt werden könnte, daß es nicht eigentlich der Beweis an sich sey, den man in einer solchen Wissenschaft darstellt, sondern in den historischen Wissenschaften werde das Factum erzählt, daß Jemand diesen Beweis vorgetragen habe, in einer Kritik aber werde die Richtigkeit oder Unrichtigkeit dieses Beweises beurtheilt. 2) Daß aber Beweise in einem jeden Lehrbuche um so häufiger als Hülfsätze vorkommen müssen, ist einleuchtend. Nur in einigen beschreibenden oder erzählenden Wissenschaften, wo wir von Gegenständen handeln, welche vor Jedermanns Augen liegen, so daß sich ein Jeder von der Richtigkeit oder Unrichtigkeit der gemachten Beschreibung oder Erzählung durch seine eigene Beobachtung überzeugen kann, ingleichen dort, wo der Beweis aller aufgestellten Sätze auf einem und eben demselben Umstande, nämlich auf der Glaubwürdigkeit eines Erzählers beruhet, werden wir eben deshalb nur wenig oder gar keine Beweise zu führen brauchen. Werden aber Erscheinungen beschrieben oder erzählt, welche nicht Jedermann zu beobachten Gelegenheit hat, oder müssen wir uns hiebei bald auf das Zeugniß des Einen, bald auf das eines Andern stützen: so werden wir kaum unterlassen dürfen, dem Leser die Gründe, die jede von uns aufgestellte Behauptung für sich allein hat, bemerklich zu machen, und somit mehre Beweise anzuführen. So zeigen z. B. auch die Botaniker bei seltenen

Pflanzen den Namen desjenigen, der sie beschrieben hat, an; und der Geschichtschreiber versäumet nicht, uns die Quellen, aus denen er seine Nachrichten schöpfte, anzugeben. 3) Begreiflich können endlich in einem jeden Lehrbuche Beweise auch als bloße Gelegenheitsätze erscheinen; dann nämlich, wenn Sätze, die wir hier bloß gelegentlich anbringen, nicht für sich einleuchtend genug sind, sondern noch eigens dargethan werden müssen, und zwar durch Sätze, die weder zu den wesentlichen, noch zu den Hülfssätzen in unserem Buche gehören.

§. 514.

Welche Sätze in einem Lehrbuche eigens bewiesen werden sollen.

Da die Beweise, wie Jeder leicht einsehen kann, eine der wichtigsten Stellen in einem Lehrbuche behaupten: so widmen wir der Lehre von denselben billig eine besondere Aufmerksamkeit. Obgleich nun schon §. 370—376. Manches, was sich auf diesen Gegenstand beziehet, zur Sprache gekommen: so haben wir doch die Beweise dort bloß als ein Mittel betrachtet, durch das wir erst uns selbst von dem, was wahr ist, zu überzeugen suchen; Beweise aber, welche in einem Lehrbuche angewandt werden, haben eine andere Bestimmung; sie sollen nicht uns, sondern die Leser überzeugen, und dieß zwar bis zu einem durch die vorhandenen Umstände gebotenen Grade der Zuversicht; sie sollen dieß auf die möglich leichteste Weise und mit Erreichung so vieler anderer Vortheile, als dabei Statt finden können. Es läßt sich erachten, daß dergleichen Beweise um dieser eigenthümlichen Bestimmung willen auch noch manche eigenthümliche Beschaffenheiten an sich haben müssen. Von diesen soll nun hier gesprochen werden. Das Erste aber, was wir hier näher in's Auge zu fassen haben, ist die Frage, welche Sätze in einem Lehrbuche es werth sind, mit eigenen Beweisen versehen zu werden? Hierauf ertheile ich die Antwort: Wir sollen alle Sätze, die wir in unserm Buche aufstellend vortragen, mit einem eigenen Beweise versehen, so oft wir nicht sicher voraussetzen können, daß sie auch ohne denselben von unsern Lesern schon mit demjenigen Grade der Zuversicht werden an-

genommen werden, den wir für sie verlangen. So nämlich folgt es aus dem Begriffe einer Aufstellung (§. 434.), bei der wir widrigenfalls den beabsichtigten Zweck nicht erreichen würden. Gilt dieses aber von allen, auch von denjenigen Sätzen, die wir in unserem Lehrbuche nur gelegentlich vorbringen, falls wir sie nur aufstellend vortragen: so gilt es um so mehr von jenen, die hier als wesentliche Lehrsätze erscheinen. Denn von der Wahrheit dieser die Leser zu überzeugen, ist eine Sache, zu der wir uns schon durch den Titel unsers Buches, d. i. schon dadurch anheischig machen, daß wir es für ein Lehrbuch und für ein Lehrbuch gerade dieser Wissenschaft ausgeben. Oder wie könnte es ein Lehrbuch dieser Wissenschaft heißen, wenn man nicht durch Lesung desselben, wo nicht von allen, doch von den merkwürdigsten Wahrheiten, die dieser Wissenschaft zugehören, Kenntniß und Ueberzeugung erhielte? — Da aber diese Kenntniß und Ueberzeugung nicht zu Stande kommen kann, wenn unsere Leser nicht auch die Sätze, die wir als Hülfsätze anwenden, für wahr halten: so erstreckt sich das eben Gesagte auch auf die Hülfsätze; in so weit wenigstens, als wir nicht völlig berechtigt sind, von unsern Lesern zu fordern, daß sie die nöthige Ueberzeugung von ihrer Wahrheit schon mitbringen. Hierbei ist gleichwohl nicht zu vergessen, daß man in dem Bestreben des Beweisens auch wieder zu weit gehen könne, daß hier sonach eine gewisse Grenze beobachtet werden müsse. Denn a) erstlich gibt es manche Wahrheit, die wir entweder gar nicht, oder doch nur aus lauter solchen Bordersätzen abzuleiten vermögen, die nicht geeignet sind, den Grad der Zuversicht, den sie schon an sich selbst hat, zu erhöhen. In solchen Fällen würden wir also durch den versuchten Beweis nichts nützen. b) Ein Gleiches gilt von Wahrheiten, die in den Augen unserer Leser schon alle diejenige Gewisheit haben, welche sie haben sollen; und um so mehr c) von solchen, die ihnen sammt ihren Gründen schon so bekannt und geläufig seyn müssen, daß es Beleidigung wäre, sie ihnen erst darthun zu wollen. Beweise, die an so unrichten Orten angebracht werden, fallen den Lesern nicht nur lästig, weil sie ihnen einen sehr unnöthigen Aufenthalt verursachen, sondern sie bringen bei ihnen auch den Verdacht hervor, daß es dem Verfasser des

des Buches an der gehörigen Urtheilskraft mangle, weil er nicht selbst einsieht, daß sein Verfahren ungeschickt sey. Hienach ist leicht zu begreifen, daß nach der verschiedenen Beschaffenheit derjenigen, für die wir ein Buch bestimmen, derselbe Satz bald zu der Gattung derer gehören könne, die noch mit einem eigenen Beweise versehen werden müssen, bald wieder nicht.

Anmerk. Ich kann es also nicht billigen, wenn manche Logiker die Sache so darstellen, als ob die Frage, welche Sätze in einem Lehrbuche ohne Beweis aufgestellt werden dürfen, ganz unabhängig von der Beschaffenheit der Leser aus einer bloßen Betrachtung dieser Sätze an sich beurtheilt werden müßte, oder auch wohl, als ob man alle Sätze beweisen müßte, die keine unmittelbaren Erkenntnisse sind. Wie abgeschmackt klingt doch so manche Stelle in Wolfs Lehrbüchern (besonders den technischen) gerade durch dieses Bestreben, Alles erweisen zu wollen! Ein Anderes ist es, wenn wir bei einer schon für sich selbst einleuchtenden Wahrheit nur deshalb länger verweilen, weil wir die Gründe, auf denen sie entweder an sich, oder auf denen doch ihre Erkenntniß in unserem Gemüthe beruhet, den Lesern deutlich machen wollen. Ein solches Nachweisen der Gründe, auch der bloß subjectiven, ist mit dem Bestreben einer Beweisführung durchaus nicht zu verwechseln; jenes kann nützlich und nothwendig seyn auch dort, wo ein Beweis im eigentlichen Sinne ganz überflüssig und darum auch lächerlich wäre.

S. 515.

Welche Voraussetzungen und Schlußarten in einem Beweise gebraucht werden dürfen?

Da ein Buch nichts Anderes ist als ein Inbegriff schriftlicher Zeichen, welche im günstigsten Falle (S. 433.) Vorstellungen von ganzen Sätzen in dem Gemüthe des Lesers erwecken: so begreift man bald, daß die Mittel, die wir in einem Buche anwenden können, um Ueberzeugungen zu bewirken, ordentlicher Weise nur darin bestehen, daß wir den Leser an gewisse, von ihm für wahr gehaltene Sätze erinnern, aus welchen sich dann der Satz, welchen wir darthun wollen, als eine ihm selbst einleuchtende Folge (unmittel- oder mittelbar) ergibt. Ich sage, ordentlicher Weise; denn alle anderen Arten, nach denen die in unserm Buche gebrauchten Zeichen

gewisse Ueberzeugungen in dem Gemüthe unserer Leser veranlassen können, finden nur in besondern Fällen, auf welche in der Regel gar nicht zu rechnen ist, Statt. So ist es, wenn die von uns gebrauchten Zeichen von einer solchen Beschaffenheit sind, daß sie nicht durch die ihnen zukommende Bedeutung, sondern durch andere, ihnen anklebende Beschaffenheiten eine Gedankenreihe zu wecken vermögen, welche die Leser zu dem von uns gewünschten Ziele der Ueberzeugung hinführt. Ein Gleiches gilt, wenn nicht die Sätze, die der Leser liest, sondern die Handlungen, zu deren Verrichtung wir ihn in diesen Sätzen ermuntern, z. B. die Beobachtungen, welche er auf unser Geheiß anstellt, die beabsichtigte Ueberzeugung bei ihm hervorbringen. Mit Ausnahme dieser, immer nur seltenen Fälle nenne ich die Sätze, die wir in einem Beweise der Aufmerksamkeit des Lesers in der Absicht vorzuführen, damit er den zu erweisenden als eine sich aus denselben ergebende Folgerung ableite, die in unserm Beweise gebrauchten Voraussetzungen, Prämissen, Anfänge, Vordersätze. Das eine oder die mehrern wirklichen oder bloß eingebildeten Verhältnisse der Ableitbarkeit aber, vermöge deren sich der zu erweisende Satz aus jenen Vorderätzen unmittelbar oder mittelbar ergibt, nenne ich die in dem Beweise gebrauchten Schlussarten.

1) Was nun die Voraussetzungen belangt, so ist die erste und wesentlichste Erforderniß, daß sie der Leser für wahr halten muß, und zwar mit einem Grade der Zuversicht, der wenigstens nicht geringer seyn darf, als der Grad der Zuversicht, den wir ihm für den zu erweisenden Satz selbst beibringen wollen. Daß auch uns selbst diese Sätze alle als Wahrheiten erscheinen, wird nach S. 456. nicht ohne Ausnahme erfordert. Es versteht sich aber, daß wir zu diesen, vom Leser für wahr gehaltenen Sätzen nicht nur diejenigen zählen dürfen, deren Bekanntschaft er zu unserm Buche schon mitbringt, sondern auch solche, die wir in dem Vorhergehenden bereits mit einem Beweise versehen haben, der ihnen einen hinlänglich hohen Grad der Gewißheit ertheilte. Denn daß wir einen solchen, schon einmal erwiesenen Satz wieder von Neuem darthun, wäre nur dann vernünftig, wenn wir besorgen müßten, daß der Leser die früheren Gründe bereits

vergessen habe, und das Wiedernachlesen derselben aus Trägheit unterlassen würde.

2) Auch von den Schlußarten, deren wir uns in unserm Beweise bedienen wollen, gilt, daß sie den Lesern durchgängig bekannt, ja selbst geläufig seyn müssen. Ich halte aber dafür, daß alle diejenigen Schlußarten, die im Hauptstücke von den Schlüssen aufgestellt wurden, als solche angesehen werden dürfen, die wenigstens ein im Denken nicht ganz ungeübter Leser ohne Schwierigkeit nachbilden wird. Ja, ich meine, daß nicht nur dergleichen bloß logische oder formale Schlüsse (§. 223. Anm.) Jedem als einleuchtend zuzumuthen wären, sondern daß wir auch eine große Anzahl materialer Schlüsse von der verschiedensten Art bei unsern Lesern als bekannt voraussetzen dürfen und sollen, und daß das Gegentheil, nämlich ein Vortrag, der sich keiner andern als logischer Schlüsse bedienen würde, höchst langweilig und abgeschmackt wäre.

Anmerk. Eine sehr alte und noch fortwährend, wenn auch vielleicht nicht mehr allgemein herrschende Vorstellung ist es, daß zu den unmittelbar gewissen Wahrheiten, welche als Bordersätze (*principia, ἄρχαι*) in dem Beweise gebraucht werden dürfen, auch die Erklärungen (*definitiones, ὀρίσμοι*) gehörten; und zwar behaupten Einige dieses von allen Erklärungen schlechtweg, Andere dagegen beschränken ihre Behauptung nur auf diejenige Gattung der Erklärungen, welche sie Namen-erklärungen (*definitiones nominis*) nennen. Ganz allgemein sprechen Wolf (*Phil. rat.* S. 562.), Baumgarten (*Acr. L.* S. 254. 521.), Keimarus (*Bernunftlehre*, S. 303.), Maass (S. 440.), Hr. Prof. Krug (*L. G.* 472), Hr. Hofr. Fries (*G.* 538), Hr. Galkner (S. 197.) u. A. Die Verfasser der *Ars cog.* (p. I. c. 12.) behaupteten dagegen nur: *omnem nominis definitionem principii vicem sustinere; quod tamen de rerum definitionibus dici non potest; und erklärten dieß noch genauer dahin: illud quippe verum tantum est, quia. controverti nequit, quin determinata idea possit assignato nomine vocitari: nihil tamen ea propter debemus de ipsa idea concludere, nec credere, illam nobis quid positivi exhibere, ex eo solum, quod tali nomine nuncupetur.* Dieses Letztere nun, womit sich auch Crusii Aeußerung (*W. 3. G.* S. 519.) vergleichen läßt, ist beinahe ganz die Meinung, welche auch mir die richtige scheint. Verstehet man nämlich unter einer Erklärung erstlich das, was ich §. 500. einen Bestimmungs-

satz nannte, also einen Satz, der aussagt, daß eine gewisse Beschaffenheit *b* den unter der Vorstellung *A* begriffenen Gegenständen ausschließlich zukomme: dann dünkt mir ein Satz dieser Art selten oder nie so einleuchtend, daß wir ihn ohne einen eigenen Beweis aufstellen dürften; es wäre denn etwa, daß *B* und *A*, statt ein Paar Wechselbegriffe zu seyn, eine und dieselbe Vorstellung wären. In diesem Falle aber wäre (nach §. 502.) ein solcher Bestimmungsatz gar nicht der Aufstellung werth; oder es ist wenigstens offenbar, daß er zu keinem Vorderzuge in einem Beweise, zu keiner Ableitung einer Wahrheit benützt werden kann, die sich nicht eben so gut auch ohne ihn ableiten ließe. Denn aus dem Satze: *A* ist *A*, wird Niemand etwas folgern, was er nicht ohne ihn schon wußte. Verstehet man aber unter Erklärungen Sätze, in denen ausgesagt wird, ob ein gewisser Begriff einfach oder zusammengesetzt, und aus welchen andern Vorstellungen er zusammengesetzt sey: so ist es vollends einleuchtend, daß Erklärungen von dieser Art nicht ohne einen denselben beigegebenen Beweis aufgestellt werden dürfen. Oder wer wollte die Behauptung, daß ein vorliegender Begriff einfach, oder aus diesen und keinen andern Theilen zusammengesetzt sey, als eine Wahrheit ausgeben, die Jedem schon von selbst einleuchten müßte? — Verstehet man endlich (und so hat man es hier wohl meistens gethan) unter Erklärungen bloße Verständigungen, d. h. Sätze, die anzeigen, daß wir mit einem gewissen Worte (oder Zeichen) diesen und jenen Begriff verbunden sehen wollen: so ist es allerdings wahr, daß dergleichen Sätze aufgestellt werden dürfen, ohne mit einem Beweise in der Bedeutung des §. 512. begleitet zu werden. Denn ob es gleich nicht zu vergessen ist, daß wir in einer solchen Verständigung auch eine Lüge begehen, oder die Leser absichtslos täuschen können, indem wir aus Irrthum einen andern Begriff beschreiben, als den wir eigentlich meinen: so werden die Leser doch in der Regel kein Recht haben, dieses vorauszusetzen, oder wenn sie ja einigen Grund zu diesem Argwohne haben, so kann derselbe nicht durch einen unserer Erklärung angehängten Beweis, sondern nur durch den Gebrauch, welchen wir in dem ganzen Buche von unserm Zeichen machen, gehoben werden. So wahr es aber ist, daß Erklärungen, welche bloße Verständigungen sind, nicht bewiesen zu werden brauchen: so wahr ist es auch, daß sie höchstens dann zur Herleitung einer neuen Wahrheit benützt werden können, wenn diese Wahrheit zu der Art derer gehöret, welche von Worten oder Bezeichnungen handeln. Denn

in dem Umstande, daß wir einen gewissen Begriff mit diesem oder jenem Worte bezeichnen, kann ja doch weder der objectivse Grund, noch ein bloß subjectiver Erkenntnißgrund irgend einer Wahrheit liegen, die nicht von Worten handelt. Da inzwischen alle Wahrheiten, welche in einem Lehrbuche aufgestellt werden, hier nur durch Worte oder Zeichen ausgedrückt sind: so ist es freilich zum Verständnisse dieser Sätze nöthig, eine beständige Rücksicht auf die Bedeutungen der dabei gebrauchten Zeichen zu nehmen; und die Entscheidung der Frage, ob die sprachlichen Ausdrücke, die sich in unserm Buche befinden, Wahrheiten darstellen oder nicht, hängt wesentlich von den Bedeutungen ab, die wir mit unsern Zeichen verbinden. Wir müssen uns also hiebei auf unsere Erklärungen oder Verständigungen gar oft berufen; welches den Anschein erzeugt, als ob die Wahrheiten, welche wir aufstellen, selbst von diesen Verständigungen abhingen; obgleich dieß gar nicht der Fall ist, weil nicht sie selbst, sondern nur ihre sprachlichen Ausdrücke auf jene Verständigungen sich stützen, und nach ihnen beurtheilt werden müssen. Wenn wir z. B. den Satz, daß auch die Seelen der Thiere unsterblich sind, aufstellen: so müssen wir, um die Leser in den Stand zu setzen, den Sinn desselben zu verstehen, und hiemit auch seine Wahrheit zu beurtheilen, sie erst auf die Erklärung, die wir von dem Worte unsterblich gegeben haben, verweisen. Da scheint es nun, als wäre diese Erklärung einer der Vordersätze, auf welche sich unser Beweis für die Unsterblichkeit der Thierseelen stüzet; und doch ist es wirklich nicht so; denn nur um den Satz, den wir hier aussprechen, kennen zu lernen (den Sinn unserer Worte zu fassen), nicht aber um die Wahrheit desselben einzusehen, muß jene Verständigung berücksichtigt werden. Ein Anderes ist es bei Wahrheiten, in welchen von Zeichen eigens gehandelt wird. Die Wahrheit z. B., daß das gegebene Erklärung dieser Zeichen erwiesen. Hier also bedienen wir uns einer Erklärung in der That als eines Vordersatzes im Beweise.

§. 516.*

Beweise in einem Lehrbuche müssen den Lesern den von uns angekündigten Grad der Ueberzeugung so leicht als möglich machen.

Die erste Eigenschaft, die ich von Beweisen in einem Lehrbuche fordere, ist, daß sie in dem Gemüthe eines jeden,

mit den gehörigen Vorkenntnissen versehenen und hinlänglich aufmerksamen Lesers den Grad der Zuversicht für unsern Satz erzeugen, dessen wir zu unserem Zwecke bedürfen und in unserer Aufstellung desselben vernünftiger Weise versprochen haben; sie müssen das überdieß auf eine Art bewirken, welche dem Leser so leicht wird, als an sich möglich ist. Man bemerke wohl, daß ich nicht fordere, der von uns angegebene Beweis müsse den Grad der Zuversicht, den wir bei Aufstellung unsers Satzes erwarten, bei jedem Leser wirklich hervorbringen. Dieß zu verlangen, wäre unbillig, weil doch auch Mancher aus bloßem Mangel an gehörigen Vorkenntnissen, oder an Aufmerksamkeit, oder wohl gar aus bösem Willen selbst Schuld daran ist, daß er nicht überzeugt wird. Allein wenn unser Beweis nicht einmal diejenigen unserer Leser befriedigt, welche die Vorkenntnisse, die wir uns ein für alle Mal und mit Recht ausbedungen haben, besitzen, die auch den Grad der Aufmerksamkeit, die unser Gegenstand seiner Natur nach erfordert, anwenden, wenn auch selbst diese entweder gar nicht, oder doch nicht bis zu demjenigen Grade der Sicherheit, den wir erwarteten, und dessen Erreichung nichts an sich selbst Unmögliches ist, überzeugt werden, oder wenn sie, damit dieß geschehe, mehr Mühe und Zeit auf die Auffassung unserer Schlüsse verwenden müssen, als es bei einer andern Einrichtung unsers Beweises nöthig gewesen wäre: dann haben sie offenbar Ursache, sich zu beklagen, und es fehlt unserem Beweise an der gehörigen Zweckmäßigkeit. Ob aber ein Beweis die hier geforderte Beschaffenheit habe oder nicht, das hängt begreiflicher Weise größtentheils ab von der Beschaffenheit der Leser, für welche unser Buch bestimmt ist. Ein und derselbe Beweis kann für gewisse Leser, welche die von uns vorausgesetzten Vorkenntnisse haben, und mit den Schlüssen, welche wir uns darin erlauben, vertraut sind, völlig befriedigend seyn, Andern dagegen kann er sehr viel zu wünschen übrig lassen.

§. 517. *

Beweise in einem Lehrbuche müssen die Gründe, auf denen sie beruhen, so deutlich, als es seyn kann, hervorheben.

Es gibt Beweise, die einen hohen Grad der Ueberzeugung gewähren, und doch die Gründe, auf welchen sie beruhen, —

ich verstehe darunter die Bordersätze, aus denen der zu erweisende Satz eigentlich abgeleitet wird, und die Schlußarten, nach welchen diese Ableitung geschieht, — zu keinem recht deutlichen Bewußtseyn erheben. Daß dieser Fall wirklich oft Statt finde, können wir schon aus dem folgenden, sehr bekannten Umstande entnehmen, daß wir, ein Jeder eine beträchtliche Menge von Wahrheiten mit Ueberzeugung annehmen, ohne, wenn wir befragt werden sollten, den Grund, auf welchem diese Ueberzeugungen bei uns beruhen, angeben zu können. Sicher befinden sich unter diesen Wahrheiten viele, die wir nicht unmittelbar erkannt, sondern aus andern Wahrheiten erst durch Schlüsse abgeleitet haben; mit andern Worten, für die wir uns einen Beweis entweder selbst gebildet, oder von Andern haben mittheilen lassen. Allein aus S. 399. ist es gewiß, daß wir in einem jeden zweckmäßigen Lehrbuche darauf hinwirken sollen, daß sich die Leser der Gründe, auf welchen jede hier aufgestellte Lehre beruhet, so deutlich als möglich bewußt werden. Hieraus ergibt sich denn, daß die Beweise, mit denen wir die darin aufgestellten Behauptungen versehen, alle so eingerichtet werden müssen, wie es erforderlich ist, damit sich der Leser der Gründe, auf welchen sie beruhen, deutlich bewußt werden können, sobald sie nur anders die nöthige Aufmerksamkeit darauf verwenden. Zu diesem Zwecke müssen wir also, a) wenn nicht alle, doch die meisten, doch alle diejenigen Bordersätze, von denen wir nicht sicher annehmen können, daß sie der Leser von selbst und mit einem deutlichen Bewußtseyn hinzudenken werde, ausdrücklich anführen; in gleichen b) so oft es nöthig ist, auch die Schlußweisen selbst, vermittelt deren der zu erweisende Satz aus jenen Bordersätzen fließet, bezeichnen. Es ist leicht zu erachten, daß uns die Erfüllung dieser Vorschriften besonders dort als eine ganz unerläßliche Pflicht obliege, wo einer von folgenden Fällen Statt hat: a) Wo Uebung im Denken der vornehmste Nutzen ist, den die Erlernung unserer Wissenschaft oder doch unser Lehrbuch derselben bezwecket. Denn daß die Erhebung der Gründe, auf welchen unsere Urtheile beruhen, zu einem deutlichen Bewußtseyn eine der besten Uebungen im Denken sey, wird Niemand in Abrede stellen. b) Wo wir noch selbst im Zweifel sind, ob unser Beweis seine völlige Richtigkeit

habe. Denn indem wir die Gründe, auf denen er beruhet, deutlich auseinandersetzen, erleichtern wir den Lesern seine Prüfung und die Entdeckung seines etwaigen Fehlers. c) Wo unsere Behauptung aus mehren Theilen zusammengesetzt ist, die, auf verschiedenen Gründen beruhend, entweder nicht gehörig verstanden oder nicht gehörig gewürdigt werden kann, wenn wir nicht deutlich zeigen, aus welchen Gründen der eine, aus welchen der andere Theil derselben folge. So würden wir den bekannten Lehrsatz, daß ein geworfener Körper eine Parabel beschreibe, sehr schlecht erweisen, wenn wir dasjenige, was hier aus bloßen Erfahrungen folgt (daß eine fortwährend gleiche Kraft den Körper nach abwärts treibe), von demjenigen, was sich aus bloßen Begriffen ergibt, nicht unterscheiden wollten. — Ist es aber verdienstlich, den Lesern die sämtlichen Gründe, auf denen ein Beweis beruhet, zu einem klaren Bewußtseyn zu bringen; so ist es nicht minder verdienstlich, den Wahn, als ob sich dieser Beweis auf gewisse Gründe stütze, auf die er sich wirklich nicht stützt, zu entfernen. Ein solcher Wahn kann bei Lesern, welche im Denken nicht geübt sind, nur allzu leicht entstehen, wenn wir in unserm Beweise Sätze und Schlüsse gebrauchen, welche zur Ableitung des zu beweisenden Satzes nicht eben erforderlich sind, oder statt deren höchstens gewisse andere, aus ihnen bloß abgeleitete und weniger sagende Sätze genügen würden. Ein solcher Wahn wird zuweilen selbst dann schon veranlasset, wenn wir nicht ausdrücklich genug erinnern, die Leser hätten gewisse Beschränkungen, die man oft stillschweigend zu gewissen Sätzen hinzudenkt, diesmal wegzudenken, und unsere Ausdrücke somit ganz in derjenigen Allgemeinheit, in der wir sie aussprechen, zu nehmen. Daß aber ein solcher Wahn nachtheilig sey, und daß wir seiner Entstehung nach Möglichkeit vorbeugen müssen, ist einleuchtend. Denn a) wenn wir es zulassen, daß die Leser Bedingungen zur Gültigkeit unsers Schlusses für nöthig erachten, die es doch wirklich nicht sind, führen wir sie da nicht, statt sie im richtigen Denken zu üben, in einen Irrthum? b) Und wie manche, vielleicht sehr wichtige Wahrheit, die sie, auch ohne eine eigene Anweisung dazu erhalten zu haben, aus unsern Vordersätzen hätten ableiten können, werden sie jetzt bloß darum nicht bemerken, weil sie

meinen, daß wirklich nicht diese Sätze allein, sondern noch einige stillschweigend hinzuzudenkende Bedingungen nothwendig sind, um auf die Art, wie es in unserm Beweise geschieht, zu schließen. c) Sind die Bedingungen, welche sie irriger Weise für nöthig erachten, wenn unser Schlußsatz stehen bleiben soll, Sätze, die in ihren Augen noch nicht völlig gewiß und ausgemacht sind: so ist das Uebel um desto größer, und die Ueberzeugung, die wir durch unsern Beweis bei ihnen bewirken, erstiegt bei Weitem nicht den Grad der Zuversicht, den unser Satz verdienet. — Nicht genug also, daß wir die Gründe, auf denen ein Beweis beruhet, deutlich hervorheben; müssen wir auch eigens bedacht darauf seyn, zu verhindern, daß sich die Leser nicht Gründe hinzudenken, die gar nicht Statt finden. Und zu diesem Zwecke müssen wir a) in unserm Beweise nie mehrer Sätze erwähnen, als nur derjenigen, deren wir zur Ableitung des zu beweisenden Satzes wirklich bedürfen. Wir müssen b) diese alle in ihrer gehörigen Allgemeinheit, entledigt von jeder unnöthigen Beschränkung, vortragen, und wo statt des mehr sagenden auch schon ein anderer, weniger sagender hinreicht, nie uns auf jenen, sondern auf diesen beziehen. Wir müssen endlich, c) so oft zu besorgen ist, daß sich der Leser gewisse, beschränkende Bedingungen stillschweigend hinzudenken würde, wenn wir nicht ausdrücklich erklärten, daß er sie wegzudenken habe, auch diese ausdrückliche Erklärung beifügen. Dieß Alles um so gewissenhafter, wenn es Beschränkungen von einer solchen Art sind, welche die zu erweisende Wahrheit der Zuversicht, die sie verdienet, berauben würden.

§. 518. *

Auf welche Sätze und Schlüsse in einem Beweise besonders aufmerksam gemacht werden müsse?

So sehr es auch aus den so eben angedeuteten Gründen zu wünschen wäre, die Leser möchten die Sätze und Schlüsse, aus denen unser Beweis zusammengesetzt ist, alle im Einzelnen zu einem recht deutlichen Bewußtseyn bei sich erheben: so begreift man doch, daß dieses nicht immer bewirkt werden könne; besonders wo ein Beweis sehr lange ist, oder bei Lesern, die

einer so anhaltenden Aufmerksamkeit unfähig sind. Häufig werden wir also, weil wir nicht hoffen können, daß Alles gehörig betrachtet werde, uns begnügen müssen, nur gewisse einzelne Theile unsers Beweises einer vorzüglicheren Aufmerksamkeit der Leser anzuempfehlen. Zu erwägen ist aber, daß alle Aufmerksamkeit, welche die Leser diesen von uns bezeichneten Theilen schenken, den übrigen wieder entgehe. Denn je aufmerksamer sie das Eine in's Auge fassen, um so flüchtiger eilen sie über das Andere weg. Um so mehr liegt also daran, daß wir in diesem Stücke eine sehr zweckmäßige Auswahl treffen. Meines Erachtens nun gibt es der Zwecke, die wir erlaubter Weise beabsichtigen können, wenn wir die Aufmerksamkeit der Leser auf gewisse, in unserm Beweise vorkommende Sätze und Schlüsse richten, wesentlich nur diese zwei: Wir können wünschen, a) daß ein gewisser Satz oder Schluß von ihnen mit einer ganz vorzüglichen Aufmerksamkeit betrachtet werden möge, weil wir besorgen, daß hier vielleicht eine Unrichtigkeit obwalte, und hoffen, daß sie von ihnen, wenn sie recht aufmerksam sind, bemerkt werden dürfte. Wir können wünschen, b) daß ein gewisser Satz oder Schluß vor andern beachtet werde, weil wir dafür halten, daß er von einer besonderen Brauchbarkeit sey, daß er z. B. ein Mittel zur Auf- findung anderer nützlicher Wahrheiten angebe u. dgl. — Eine dritte Absicht, die vielleicht nur zu oft in der Wirklichkeit Statt hat, daß man die Aufmerksamkeit des Lesers mit einem Satze oder Schlusse, der sehr einleuchtend ist, nur darum beschäftigt, damit er andere, schwächere Stellen in dem Beweise desto gewisser übersehe, oder sich einbilde, daß Alles so sicher und ausgemacht sey, wie dieses Eine, kann offenbar nie ge- billiget werden. Hieraus ergibt sich aber von selbst, welche die Sätze und Schlüsse sind, auf die wir die Aufmerksamkeit der Leser rechtmäßig leiten dürfen, nämlich nur a) solche, die uns nicht sicher genug scheinen, in Betreff deren wir also eine genauere Prüfung verlangen; oder b) solche, die uns besonders merkwürdig scheinen, weil sie zur Ableitung anderer, wichtiger Wahrheiten benützet werden können. Will man auch eine eigene Benennung für diese Theile eines Beweises, die wir der vor- züglichen Aufmerksamkeit der Leser empfehlen: so mögen sie die *Hauptsätze* oder *Hauptpunkte* (*nervi probandi*) heißen.

Anmerk. In der hier angenommenen Bedeutung scheinen den Ausdruck: *nervus probandi*, auch Crusius (W. z. G. §. 517., „was als das Hauptwerk betrachtet wird“), Jakob (L. §. 352.), Fr. Twisten (L. §. 179.) u. A. zu nehmen. Diese Bedeutung dünkt mir auch zweckmäßiger als jene, die Krug (L. §. 128.), Schulze (S. 111.), Reinhold (L. §. 148.), Bachmann (S. 348.) u. A. annehmen, für welche wir schon das Wort Ueberzeugungskraft haben.

§. 519.

Beweise in einem Lehrbuche müssen jeden zweckwidrigen Einfluß der Neigungen möglichst verhindern.

Eine sehr wesentliche Eigenschaft jedes Beweises, den wir in ein Lehrbuch aufnehmen wollen, bestehet darin, daß Alles angewandt sey, was sich von unserer Seite thun läßt, um jenen zweckwidrigen Einfluß zu hindern, den nur allzuoft die Neigungen unserer Leser auf ihre endliche Entscheidung für oder wider unsern Satz, und auf den Grad ihrer Zuversicht bei dieser Entscheidung nehmen. Ich sage aber, daß wir nur einem zweckwidrigen Einflusse entgegen wirken sollen, weil ich der Meinung bin, daß es auch einen sittlich erlaubten und durchaus zweckmäßigen gebe. Wenn nämlich die Leser erachten, daß der vorliegende Satz, falls sie von seiner Wahrheit erst überzeugt werden könnten, vortheilhaft auf ihre Tugend sowohl als auch auf ihre Glückseligkeit einwirken müßte: dann wird ihr Wunsch, daß eine solche Ueberzeugung ihnen zu Theil werden möchte, ein sittlich guter Wunsch seyn; und wenn sie getrieben von einem solchen Wunsche, die Gründe, die für die Wahrheit des Satzes sprechen, mit allem Fleiße auffuchen, beherzigen und hiedurch endlich auch zu der gewünschten Ueberzeugung gelangen: dann dürfen wir den Einfluß, den ihre Neigung auf die Entstehung ihrer Ueberzeugung hatte, ohne Zweifel einen sittlich erlaubten Einfluß nennen. Ist überdieß der Satz, von welchem sie aus einem so sittlichen Grunde überzeugt zu werden wünschen, eben der nämliche, den wir selbst aufstellen und als wahr darthun wollen; setzen wir endlich, auch wir könnten es uns nicht anders vorstellen, als daß die Annahme

dieses Satzes ihnen erspriesslich seyn werde: so liegt am Tage, der Einfluß, den ihre Neigung auf ihre Ueberzeugungen hier zu nehmen sucht, ist nicht nur sittlich, sondern er ist auch zweckmäßig, und darf somit auf keine Weise von uns gestört werden, sondern wir müssen ihn vielmehr befördern. Anders ist schon der Fall, wenn das Bestreben unserer Leser, obwohl es aus einem gleich sittlichen Grunde, wie vorhin entspringt, doch nicht dahin gerichtet ist, sich von der Wahrheit, sondern vielmehr von der Unwahrheit des Satzes, mit dessen Beweise wir eben beschäftigt sind, zu überzeugen; wenn wir nämlich vorhersehen, daß sie vor unserm Satze sich fürchten, weil sie der Meinung sind, daß er auf ihre Tugend verderblich einwirken könnte. Sind wir fest überzeugt, daß diese Besorgniß eine ungegründete sey, ja daß am Ende wohl gar gerade der Satz, vor dessen Annahme sie sich aus einem sittlichen Grunde sträuben, gehörig verstanden, ungleich erspriesslicher auf ihr Herz einwirken werde, als die Meinung, der sie bisher zugethan sind: dann ist der Einfluß, den ihre Neigung hier auf ihre Ueberzeugungen nimmt, zwar sittlich, aber doch keineswegs zweckmäßig und darf von uns nicht unterstützt werden. Ihre sittliche Gesinnung zwar verdient mit aller Achtung und Schonung behandelt zu werden; und sicher würden wir uns auf's Unverantwortlichste versündigen, wenn wir, nur um das Hinderniß, welches der Ueberzeugungskraft unsers Beweises entgegensteht, zu heben, versuchen wollten, sie gleichgültiger gegen die Tugend zu machen. Das einzige Mittel, welches wir anwenden dürfen, ist, ihnen recht deutlich zu zeigen, daß unser Satz ihre Tugend durchaus mit keinen Gefahren bedrohe, sondern vielmehr ihnen noch neue, stärkere Beweggründe zur Erfüllung ihrer Pflicht darbieten werde. Doch viel gewöhnlicher ist leider die Erscheinung, daß nicht ein sittlicher Beweggrund, sondern bald diese bald jene sinnliche Neigung und Leidenschaft in den Herzen der Leser einen nur allzu starken Antheil an der Art hat, wie unser Beweis von ihnen aufgenommen werde. Sie sind geneigt, einmal uns beizupflichten, ein anderes Mal uns zu widersprechen, bloß, weil der Satz, den wir behaupten, dort ihren Neigungen zusagt, hier sie beschränket, weil ihre Eitelkeit, ihr Widerspruchsgeist, ihre Rechthaberei, ihre Unterschei-

dungssucht, oder sonst eine andere Leidenschaft es fordert, ein so oder anders lautendes Urtheil zu fällen. Daß solche Triebfedern unsittlich sind, daß sie von uns nie angeregt und genährt, um wie viel weniger gebilliget werden dürfen, ist außer allem Zweifel. Daraus folgt aber doch nicht, daß wir nicht mindestens zuweilen, wenn sie ganz ohne unser Zuthun vorhanden sind, und zum Guten hinwirken, wenn sie die Ueberzeugung von einer heilsamen Wahrheit bei unsern Lesern befestigen helfen, zu ihnen stillschweigen dürften. Oder warum dürften wir es z. B. nicht stillschweigend dulden, daß unsere Leser eine gewisse, von uns vorgetragene Lehre, von deren Wahrheit und Nützlichkeit wir überzeugt sind, unter Andern auch deshalb um so begieriger ergreifen, weil diese Lehre den Reiz der Neuheit für sie hat? Genug, wenn wir sie nur bei andern Gelegenheiten warnen, nicht Alles, was neu ist, deshalb in Schutz zu nehmen. U. s. w. Da inzwischen Fälle von dieser Art nur selten eintreten können: so dürfen wir wohl sagen, in der Regel müsse dem Einflusse jeder sinnlichen Neigung, welche die Leser für oder wider unsere Behauptung einnehmen will, nach Kräften entgegen gewirkt werden. Also, so oft wir ahnen können, daß unsre Leser, wenn sie den Satz, den wir beweisen wollen, vorher wüßten, unsere Gründe nicht mehr mit Unbefangenheit beurtheilen würden, so fordert die Klugheit, so lange es möglich ist, zurückzuhalten. Wir müssen ferner der Abneigung, welche sie etwa gegen den von uns angenommenen Satz gefaßt haben, dadurch entgegen wirken, daß wir ihnen zeigen, derselbe sey in seinen Folgen gar nicht so furchtbar für sie, als sie sich vorstellen; und was es noch sonst für Gründe gibt, welche das Thörichte eines vergeblichen Ankämpfens gegen die bessere Erkenntniß in das gehörige Licht setzen, die lassen uns ihnen vorführen. Da wir jedoch nicht darauf rechnen können, daß es uns auch durch alle diese Vorstellungen gelingen werde, eine vielleicht sehr tiefgewurzelte Abneigung auszurotten: so bestehet die Pflicht, in unsern Beweisen immer mit vieler Sorgfalt alles dasjenige zu vermeiden, was Uebelgesinnten einen willkommenen Anlaß zu Mißverständnissen, Zweifeln und Einwürfen darbieten könnte. Was endlich insbesondere die Eitelkeit der Leser anlangt: so dürfen wir uns freilich

wohl nie herablassen, diese bestechen zu wollen; aber wir sollen sie doch nicht ohne Noth verletzen. Wir sollen es billig verschmähen, die Leser durch schnödes Lob zu gewinnen; aber wir sollen ihnen doch auch den Beitritt zu unserer Meinung nicht dadurch selbst erschweren, daß wir sie zu dem Geständnisse, sie wären früher ganz irrig daran gewesen, zwingen; u. dgl.

S. 520.

Beweise in einem Lehrbuche müssen den ihnen gebührenden Grad der Zuversicht, wie möglich, selbst bestimmen.

Die Gründe, mit denen wir eine Behauptung unterstützen, können vom Leser oft sehr richtig aufgefaßt werden, er kann sie auch wohl bis zu einem deutlichen Bewußtseyn bei sich erhoben haben, und es ist dennoch möglich, daß er den Grad der Zuversicht, den sie dem zu beweisenden Satze ertheilen, unrichtig schätze, daß er den Satz, bald für gewisser, bald wieder für minder gewiß, als er es wirklich ist, halte. Soll dieß verhindert, und soll im Gegentheile, so viel möglich, bewirkt werden, daß unser Leser die aufgestellten Lehren alle mit demjenigen Grade der Zuversicht ergreife, mit dem wir selbst sie aufgestellt haben: so wird es nicht selten nothwendig seyn, die Gründe, die wir so eben zum Beweise eines vorliegenden Satzes beigebracht haben, mit einer eigenen Betrachtung zu begleiten, die nur den Zweck hat, den Grad der Gewißheit, den unser Satz durch jene Gründe erhält, genauer nachzuweisen. Es wird erlaubt seyn, diese Betrachtung als einen zu dem Beweise selbst gehörigen Bestandtheil anzusehen; denn durch sie wird ja erst erreicht, daß der Leser gerade diejenige Art der Zuversicht zu unserem Satze faßt, welche derselbe nach unserer Meinung verdienet. Da es jedoch nur in den seltensten Fällen möglich, und selbst da nicht immer von einem Nutzen ist, den Grad der Wahrscheinlichkeit, den ein Satz hat, mit der genauesten Bestimmtheit anzugeben: so werden wir uns auf so genaue Bestimmungen schon in der Aufstellung unserer Sätze nicht einlassen, und darum auch nicht nöthig haben, in unsern Beweisen diese Bestimmungen wieder zu

rechtfertigen; sondern es wird meistens genug seyn, nur ungefähr zu zeigen, wienach die von uns beigebrachten Gründe hinreichen, unserm Satze den Grad der Gewißheit zu geben, den wir ihm beigelegt haben. Bekanntlich findet aber bei einem jeden Satze, dessen Wahrheit wir nicht unmittelbar erkennen, sondern den wir durch eine längere Reihe von Schlüssen erst ableiten müssen, eine bald größere bald geringere Unsicherheit Statt, welche bloß aus dem Umstande entspringt, daß wir in dieser Ableitung selbst irgendwo geirrt haben können, z. B. indem wir durch einen Fehler des Gedächtnisses den einen Satz mit einem andern vertauschten u. dgl. Von dieser Unsicherheit eines Satzes, die in der bloßen Ableitung bestehet, ist eine andere sehr wohl zu unterscheiden, welche nur eintritt, wiesern ein Satz hergeleitet werden muß aus einer unvollständigen Induction oder aus sonst einer andern Schlußart der bloßen Wahrscheinlichkeit (S. 253.); wie dieses bei den meisten Erfahrungswahrheiten der Fall ist. Die Unsicherheit der ersten Art, d. i. diejenige, die unserm Satze nur in soferne anklebt, als wir uns in der langen Reihe von Schlüssen, durch die wir ihn herleiten mußten, irgendwo irren konnten, hat das Besondere, daß sie durch unsern eigenen Fleiß sowohl, als durch den unserer Leser je mehr und mehr vermindert werden kann, bis sie zuletzt als eine ganz unbedeutende Größe verschwindet. Denn wenn wir die Reihe der Schlüsse, aus welchen unser Beweis zusammengesetzt ist, recht aufmerksam und zu wiederholten Malen durchgehen und nie einen Fehler bemerken, wenn eben dieß auch von unsern Lesern geschieht, und einen gleichen Erfolg hat: dann bekommt die Annahme, daß wir uns gleichwohl Alle geirrt haben sollten, eine so große Unwahrscheinlichkeit, daß sie gar keine Beachtung mehr verdienet. Nicht also ist es mit der Unsicherheit der zweiten Art, zu deren Verminderung kein bloßes Nachdenken hinreicht, sondern Erfahrungen nothwendig sind, die wir oft gar nicht, oft nur mit Mühe anstellen können. Die Unsicherheit z. B., die einem neu erfundenen, mathematischen Lehrsatze bloß wegen der Möglichkeit eines Irrthums in seiner Herleitung anklebt, wird sich sehr schnell vermindern und beinahe verschwinden, sobald ihn erst viele Andere geprüft und keinen Fehler in unsern Schlüssen

bemerkt haben werden. Die Unsicherheit dagegen, die eine von einem alten Geschichtschreiber uns erzählte Begebenheit hat, läßt sich durch kein, auch noch so oft wiederholtes Nachdenken über die Gründe, auf welchen die Glaubwürdigkeit derselben beruhet; über einen gewissen Grad hinaus vermindern; sondern hiezu wäre nöthig, daß wir noch neue Zeugen oder Ereignisse kennen lernten, welche uns zur Bestätigung jener Begebenheit dienen. In einem zweckmäßigen Lehrbuche also muß auch dafür gesorgt werden, daß die Leser denjenigen Grad der Unsicherheit unsers Beweises, der auf die erste Art entspringt, von dem der zweiten Art gehörig unterscheiden können.

§. 521.

Beweise in einem Lehrbuche erscheinen füglich immer in einem einzigen Satz vereinigt.

Bekanntlich ist es fast immer nicht die Betrachtung eines einzigen Satzes, sondern die eines ganzen Inbegriffes von Sätzen, durch die wir zur Ueberzeugung von der Wahrheit eines gewissen anderen Satzes gelangen. * Auch in einem Lehrbuche also wird es insgemein nicht ein einzelner Satz, sondern ein ganzer Inbegriff von Sätzen seyn müssen, aus welchen unsere Beweise zusammengesetzt werden. Daraus folgt aber nicht, daß jene mehren Sätze vereinzelt da stehen müßten; sondern wir könnten sie wohl auch als bloße Theile von einem einzigen, größeren Satze erscheinen lassen. Und in der That, wenn wir die Sache genauer erwägen, wird uns einleuchten, wie geziemend dieß Letztere sey; und wir werden fordern, daß in jedem Beweise am Ende wenigstens ein Satz vorkomme, der alle die einzelnen A, B, C, D, ..., aus deren vereinter Betrachtung die Wahrheit des zu beweisenden M mit einem bestimmten Grade der Zuversicht eingesehen werden kann, in ein einziges Ganzes vereinigt, und von ihnen erklärt, daß sie nur eben in der Absicht hier an einander gereihet worden sind, damit der Leser die Wahrheit M durch ihre Betrachtung erkenne. Denn wo dieß nicht geschieht, wo also die Sätze A, B, C, D, ... zwar alle vorkommen,

men, aber durch nichts zu erkennen gegeben wird, daß man bei ihrer Anführung die Hervorbringung jener Erkenntniß eben zur Absicht habe: da ist zu besorgen, daß die Erkenntniß M in den wenigsten Fällen wirklich zu Stande kommt werde, indem es bekannt ist, daß wir die sämtlichen, zu einem Schlußsatze gehörigen Vordersätze oft im Bewußtseyn haben, ohne zu diesem Schlußsatze selbst zu gelangen, wenn man uns nicht auf ihn und sein Verhältniß der Ableitbarkeit zu jenen Vordersätzen eigens aufmerksam macht. Ja selbst, wo die Leser dieses Verhältniß bemerken, und aus den ihrer Betrachtung vorliegenden Sätzen A, B, C, D, ... ohne eine besondere Erinnerung von unserer Seite den sich ergebenden Satz M ableiten würden: selbst da noch liesse sich, strenge genommen, bezweifeln, ob sie durch unsern Unterricht, durch eine absichtlich von uns ertheilte Belehrung zu dieser Einsicht gelangt wären, wenn in unserm Vortrage so durchaus nichts vorkäme, wodurch wir diese Absicht zu erkennen gegeben hätten. Doch man wird sagen, daß ja zuweilen auch schon die bloße Anführung aller zur Ableitung eines gewissen Schlußsatzes M benöthigten Vordersätze A, B, C, D, ... an gehörigem Orte, und in gehöriger Folge deutlich genug die Absicht des Verfassers, daß seine Leser den Satz M daraus ableiten möchten, zu erkennen gebe. Dieß will ich gar nicht in Abrede stellen; sondern erinnere nur, daß unter solchen Umständen ein Satz, wie ich ihn eben verlange, nämlich ein solcher, der die gesammten Vordersätze A, B, C, D, ... in ein einziges Ganzes vereinigt und aussagt, daß die zu beweisende Wahrheit aus ihnen einleuchtend werde, schon wirklich da sey. Die Zeichen, durch welche wir die Sätze A, B, C, D, ... ausdrücken, sind in der Ordnung und Verbindung, in der wir sie hier gebrauchen, zugleich das Zeichen, durch welches die Leser von unserer Absicht, also von jenem Satze, verständiget werden. Und so bliebe denn allemal wahr, daß ein zweckmäßig eingerichteter Beweis auch einen Satz haben müsse, der die gesammten Sätze A, B, C, D, ..., aus deren Betrachtung die Wahrheit des zu beweisenden M eingesehen werden soll, in ein einziges Ganzes vereinigt, und von denselben aussagt, daß sie nur eben angeführt würden, damit der Leser aus ihrer Betrachtung die Wahrheit M erkenne.

§. 522. *

Noch einige Tugenden solcher Beweise: a) leichte Behältlichkeit.

Wenn die bisher angegebenen Beschaffenheiten jedem, in einem Lehrbuche erscheinenden Beweise zukommen müssen: so gibt es noch einige andere, die nur zuweilen möglich sind, und also auch nur dann gefordert werden können. Zu diesen gehört zuerst, daß ein Beweis sich leicht in das Gedächtniß auffassen und behalten lasse. Offenbar gibt es Fälle, wo es ganz unbillig wäre, zu fordern, daß der Beweis, den wir für unsern Satz führen, aus einer so geringen Anzahl so einfacher Sätze bestehe, daß es ein Leichtes wird, sie alle dem Gedächtnisse einzuverleiben; schon die Natur des Satzes, oder doch die Natur unsern Erkenntnißvermögens macht es oft unmöglich, einen Beweis von solcher Art zu liefern. Wo sich dieß aber thun läßt, wird es gewiß ein Verdienst seyn; zumal so oft es sich um eine Wahrheit handelt, gegen deren Anerkennung die sinnliche Natur sich sträubet. So müssen wir also namentlich bei den Beweisen religiöser oder sittlicher Wahrheiten (§. 475.) uns stets der möglichsten Behältlichkeit befeißigen.

§. 523. *

b) Begreiflicher Gang des Beweises.

Eine andere, nicht minder wichtige Tugend eines Beweises ist es, wenn er so eingerichtet ist, daß der nachdenkende Leser überall einsehen kann, warum man seine Aufmerksamkeit jetzt eben auf diese, jetzt wieder auf jene Vorstellungen und Sätze hinleitet. Es sey mir erlaubt, von einem solchen Beweise zu sagen, daß er einen begreiflichen Gang befolge. Nicht immer kann man diesen begreiflichen Gang verlangen, nicht einmal von Beweisen, welche aus reinen Begriffen geführt werden, um wie viel weniger von bloßen Erfahrungsbeweisen. Wie schwierig wäre es z. B. den bekannten Lehrsatz, der die Cardanische Auflösungsart der Gleichungen des dritten Grades heißt, auf eine solche Art zu beweisen.

sen, daß der Leser bei jedem Schritte, den man ihn thun läßt, im Voraus einsehe, er werde ihn zu dem gewünschten Ziele führen. Noch weniger dürfte ein Leser verlangen, im Voraus einzusehen, daß die historischen Quellen, auf die wir ihn zum Beweise eines gewissen Ereignisses verweisen, ihm die erwartete Auskunft wirklich ertheilen werden. Soferne es aber nicht unmöglich ist, daß wir in dem Beweise auf eine Art verfahren, von welcher der Leser im Voraus einsehen kann, daß sie zum Ziele führen müsse: soferne thun wir sehr wohl daran, gerade so und nicht anders zu Werke zu gehen. Denn sicher muß ein solches Verfahren den Lesern nicht nur viel angenehmer seyn, sondern sie werden solche Beweise auch weit leichter in das Gedächtniß auffassen können. Wenn es aber nicht möglich ist, die Leser überall im Voraus einsehen zu lassen, daß der Weg, den wir sie führen, zum Ziele leiten müsse: so läßt sich doch wenigstens immer so viel im Voraus zeigen, daß dieser Weg zum Ziele führen könne, ja vielleicht auch, daß er etwas an sich habe, was unsere Leser, auch wenn sie sich selbst überlassen wären, bestimmen könnte, denselben eher als einen andern einzuschlagen. Hier wird es also verdienstlich seyn, wenigstens dieses zu zeigen. Doch gibt es allerdings auch Fälle, wo bald die Ungeübtheit der Leser, bald der Mangel am Raume uns vollkommen rechtfertigen, wenn wir selbst dieses unterlassen.

§. 524. *

c) Erklärung in der Art, wie man den Satz gefunden haben dürfte.

Ein Beweis kann die im vorigen Paragr. gerühmte Beschaffenheit haben; es kann den Lesern bei einem jeden Schritte, den wir sie führen, begreiflich seyn, warum wir sie diesen Schritt thun lassen, und doch begreifen sie vielleicht nicht im Geringsten, wie man nur auf den Satz, dessen Wahrheit wir ihnen hier darthun, gekommen seyn möge. So läßt sich die Wahrheit der Binomialformel ($a^n + n a^{n-1} + \dots$) für jeden ganzzahligen Exponenten vermittelst der bekannten Schluß-

art von n auf $n+1$ auf eine Art erweisen, welche den Forderungen des vorigen Paragr. vollkommen entspricht, ohne daß gleichwohl die Leser sich zu erklären vermögen, wie man auf die Gestalt jener Reihe habe verfallen können. Daß jeder Wißbegierige verlangen werde, auch dieses Letztere zu erfahren, daß ihn die bloße Kenntniß einer Wahrheit nicht befriedige, so lange er nicht auch die Art, wie man sie etwa erfunden haben könnte, wenigstens einiger Maßen begreift, daß es auch inögemein die wichtigsten Vortheile gewähre, diese wirkliche oder nur mögliche Art der Erfindung einer Wahrheit kennen zu lernen: das Alles brauche ich wohl nicht erst darzuthun. Zuweilen ist es nun möglich, in eben der Betrachtung, durch welche wir die Wahrheit eines Satzes erweisen, auch zugleich zu zeigen, wie ungefähr man zu diesem Satze gelangt sey oder doch habe gelangen können. So gibt es für das erwähnte Binomialtheorem Beweise, welche nicht nur die Wahrheit desselben darthun, sondern auch recht gut erklären, wie man auf die darin vorkommende Reihe verfallen sey. Unstreitig müssen wir es nun als einen eigenen Vorzug eines Beweises betrachten, wenn er uns diese Erklärung liefert. Einige geben dergleichen Beweisen den eigenthümlichen Namen der Ductionen. Da es aber auch Wahrheiten gibt, die wir durch einen bloßen Zufall gefunden haben, ja bei unsern bisherigen Kenntnissen wohl nicht anders zu finden vermocht hätten (in welchem Falle denn die Angabe ihrer Erfindungsart eben nichts Lehrreiches hat), da ferner auch dort, wo wir nach einer Regel gesucht oder nach einer Regel doch hätten suchen und sie finden können, diese Regel nicht immer der Art ist, daß sie sich auch den Lesern begreiflich machen läßt, oder da dieses wenigstens Betrachtungen eines ganz andern Inhaltes erfordert, als zum Beweise des Satzes gehören: so kann man es abermals nicht zur Pflicht machen, daß wir in einem jeden Beweise zugleich auch die Art der Erfindung der bewiesenen Wahrheit erklären. Zeigen wir aber nicht den wirklichen, sondern einen bloß möglichen Weg der Erfindung: so müssen wir unter mehrern denjenigen wählen, der am Geeignetesten ist, die Kunst der Erfindung zu lehren, oder Lust und Muth zum Erfinden zu machen, oder sonst andere Vortheile zu erreichen.

§. 525.*

d) Erklärung des objectiven Grundes der Wahrheit.

Nicht selten können wir den Beweis, daß etwas ist, gerade dadurch führen, daß wir den Grund, warum das- selbe ist, bemerklich machen. Da nun die Nachweisung des objectiven Grundes etwas so Nützlichcs ist, daß wir sie über- haupt so oft sie nur irgend möglich ist, in unsern Lehrbüchern mittheilen sollen (§. 401.): so ist kein Zweifel, daß es als eine Tugend eines Beweises angesehen werden müsse, wenn er die zu erweisende Wahrheit aus ihrem objectiven Grunde selbst ableitet. Beweise dieser Art könnte man zum Unter- schiede von anderen Begründungen, die übrigen aber, die nur den Zweck der Gewißheit haben, Gewißmachungen nennen. In einigen Wissenschaften, namentlich in den reinen Begriffswissenschaften und in der Sittenlehre läßt sich fast jeder Satz, den man hier aufzustellen hat, aus seinem objecti- ven Grunde erweisen. Fast alle Beweise sollten hier also echte Begründungen seyn. In andern besonders empirischen Wissenschaften dagegen, in der Chemie, Arzneiwissenschaft, Geschichte u. dgl. ist es nur selten möglich, den Beweis einer Wahrheit aus ihrem objectiven Grunde allein herzuweisen, in- dem uns dieser bald gar nicht, bald doch nicht vollständig genug bekannt ist. Wieferne wir aber doch eine theilweise Kenntniß von ihm haben, in sofern können wir uns seiner zuweilen auch hier zur Unterstützung unsercs Beweises bedienen. So können wir z. B. die statt gefundene Ermordung eines Menschen durch einen Andern zwar nie daraus allein erwei- sen, daß dieser mit jenem in Feindschaft gelebt, ihn zu er- morben gedrohet, sich auch mit einem Mordgewehr versehen habe, u. dgl.; aber diese inneren Gründe können durch ihren Hinzutritt zu gewissen äußeren Erkenntnißgründen (z. B. Zeugenaussagen) den Grad der Wahrscheinlichkeit des Ereignisses gar sehr erhöhen.

Anmerk. Da man bisher den objectiven Grund einer Wahr- heit von ihren subjectiven Erkenntnißmitteln nicht immer deutlich genug unterschied, so folgt von selbst, daß man auch die Begründungen nicht immer genau von den bloßen Gewiß-

machungen unterscheiden konnte. Aristoteles (Anal. post. L. I. c. 2 et 13.) zwar und die Scholastiker führen die Eintheilung der Beweise in solche, die nur zeigen, daß ($\delta\epsilon\iota\chi\iota$), und andere, die auch angeben, warum ($\delta\iota\delta\omicron\chi\iota$) etwas ist, sehr fleißig an, und behaupten wohl mit einiger Uebertreibung, daß nur die letzteren allein ein echtes Wissen erzeugen; die neueren Logiker aber scheinen diesen Unterschied nur wenig zu beachten. Crusius (W. z. G. S. 47, 523 ff.) dürfte denselben noch am Schärfften aufgefaßt haben; er nennt Beweise, aus welchen man versteht, nicht nur daß, sondern auch warum etwas wahr ist, Beweise a priori, alle übrigen Beweise a posteriori, und macht hierauf die richtige Bemerkung, daß die meisten bisherigen Beweise der Geometrie nur Beweise a posteriori in dieser Bedeutung wären. Hr. Hofr. Fries (S. 74.) ist der Meinung, daß alle Beweise der ersten Figur, weil sie das Besondere aus dem Allgemeinen darthun, die Wahrheit aus ihrem Realgrunde ableiten, d. i. das $\delta\iota\delta\omicron\chi\iota$ zeigen, während die Beweise der zweiten Figur sich nur auf Erkenntnißgründe, die keine Realgründe wären, berufen, und also nur das $\delta\epsilon\iota\chi\iota$ angeben. Ähnliches lehrt auch Hr. Calker (S. 192.), der die Benennungen erklärender und darstellender Beweis vorschlägt. Der Graf de Tracy dagegen glaubt (Idéol. P. III. p. 327.) gerade umgekehrt: qu'une proposition générale ne peut jamais être la cause réelle de la vérité d'une proposition particulière. Aus S. 221. weiß man, daß ich weder der einen, noch der andern dieser beiden Meinungen unbedingt beipflichte. Jakob (S. 356.) sagt, daß jeder directe Beweis aus Einsicht der Gründe geführt werde. Da nun hier unter den Gründen nicht bloße Erkenntnißgründe verstanden werden können, weil solche ja auch ein indirecter Beweis enthält: so scheint es, J. habe geglaubt, daß jeder directe Beweis die objectiven Gründe oder das $\delta\iota\delta\omicron\chi\iota$ angebe. Auch Hr. Prof. Krug (S. 130.) theilt alle Beweise in directe, welche das zu Beweisende geradezu aus seinen Gründen, und indirecte, welche es aus der Falschheit des Gegentheils darthun. Fast eben so äußert sich Hr. E. Reinhold (S. 409). Ich meine aber, wenn wir alle Beweise, welche die Wahrheit ihres Satzes nicht aus der Falschheit seines Gegentheils darthun, directe nennen wollen; so lasse sich keineswegs behaupten, daß alle directen Beweise den objectiven Grund der zu beweisenden Wahrheit angeben. So ist z. B. der Beweis des ersten Satzes in Euklids Elementen (von der Möglichkeit eines gleichseitigen Dreiecks) nach aller Mathematiker Meinung nicht apagogisch,

sondern direct; gibt er uns aber wohl den Grund der zu erweisenden Wahrheit an? Ist ein gleichseitiges Dreieck nur darum möglich, weil jene Kreise sich schneiden; oder ist es nicht vielmehr umgekehrt der Fall, daß sich die Kreise schneiden, weil es ein gleichseitiges Dreieck gibt? Was soll ich erst von so manchen andern Beweisen, z. B. den empirischen sagen?

§. 526.

e) Mittheilung anderer Kenntnisse.

Wenn ein Beweis so eingerichtet ist, daß die Leser zugleich erfahren, wie der Satz, dessen Wahrheit er darthut, gefunden worden sey oder doch hätte gefunden werden können, ingleichen wenn er so eingerichtet ist, daß man den objectiven Grund, auf welchem die erwiesene Wahrheit beruhet, ganz oder zum Theile kennen lernt: so läßt sich in jedem dieser Fälle sagen, er lehre uns nebst der Wahrheit, für die er eigentlich bestimmt ist, noch eine andere kennen. Zuweilen gibt es nun noch mehre solche Wahrheiten und mitunter sehr nützliche, auf welche ein Beweis, wenn er zweckmäßig eingerichtet ist, die Leser aufmerksam machen kann; indem dergleichen Wahrheiten entweder in der Reihe von Sätzen, aus welchen er besteht, ausdrücklich vorkommen, oder sich aus denselben durch einen leichten Schluß ableiten lassen, oder in einer der dabei gebrauchten Schlußarten selbst bestehen. So oft wir nun unserm Beweise diese lehrreiche Einrichtung ertheilen können: so verstehet sich von selbst, daß wir dieß nicht abäumen sollen.

§. 527.

Ob die Beweise in unserm Buche immer dieselben seyn müssen, durch die wir uns selbst überzeugten?

Da jeder Satz, den wir in unserm Lehrbuche aufstellen und mit einem eigenen Beweise ausstatten wollen, immer erst von uns selbst für wahr erkannt werden muß, und da dieß, soferne der Satz nicht zu der Classe der unmittelbaren Erkenntnisse gehöret, nur dadurch geschehen kann, daß wir zuvor einen für uns selbst überzeugenden Beweis desselben finden: so erhebt sich die Frage, ob wir nicht eben den Beweis, der uns überzeugte, jedesmal auch zur Ueberzeugung der Leser gebrau-

chen dürften: so daß die Beweise, die wir im Buche vortragen, immer genau die nämlichen wären, die unsere eigene Ueberzeugung bewirkten? Daß dieses in vielen Fällen angehe, ist nicht in Abrede zu stellen. Denn die Natur des Erkenntnißvermögens hat doch bei allen Menschen so viel Gemeinsames; daß zu erwarten stehet, dieselben Gründe, welche uns überzeugten, werden im Stande seyn, unter gehörigen Verhältnissen auch bei einem Andern dieselbe Ueberzeugung zu bewirken. Gleichwohl gilt dieß nicht allgemein, und nicht immer dürfen die Beweise, die wir in unser Buch aufnehmen, nur eine Wiederholung derjenigen Betrachtungen seyn, durch die wir uns selbst überzeugten. Denn a) kann es seyn, daß mancher Vorderatz oder Schluß, durch dessen Vermittlung wir zu unserer Ueberzeugung gelangten, nicht von der Art ist, daß er bei unsern Lesern als schon bekannt vorausgesetzt werden darf. Und wo dieß auch wäre, da könnte doch b) der Weg, den wir bei unserer Betrachtung einschlugen, zu lange und zu verwickelt seyn, als daß es billig wäre, die Leser den nämlichen Weg zu führen. Sie können wir vielleicht auf eine kürzere und überdieß noch lehrreichere Art überzeugen.

§. 528.

Was zu thun sey, wenn der Beweise mehre vorliegen?

Das Bisherige setzet uns in den Stand, zu beurtheilen, was wir dann thun sollen, wenn uns der Gründe, die zum Beweise eines Satzes hinreichend sind, mehre vorliegen? Dieser Fall ist noch keineswegs da, wenn nur überhaupt der Gründe mehre vorliegen, die aber von einer solchen Beschaffenheit sind, daß sie nicht einzeln, ja auch nicht theilweise vereinigt, sondern nur alle zusammengenommen hinreichen, unserm Satze den benöthigten Grad der Gewisheit zu geben. Hier ist es keine Frage, daß wir diese Gründe insgesammt vortragen müssen, und es sind eigentlich zu reden dann noch nicht mehre Beweise, die wir für unsern Satz beibringen, sondern nur mehre Gründe vorhanden, die aber zusammengenommen erst einen einzigen, hinreichend überzeugenden Beweis ausmachen. Wie aber, wenn in der That verschiedene, aus einem einzigen oder aus einem Inbegriff mehrer Gründe be-

stehende Beweise da sind, deren jeder schon für sich selbst im Stande ist, dem zu erweisenden Satze den Grad der Gewißheit zu geben, der uns als hinreichend für ihn erscheint? — Hier kommt es, glaube ich, auf den Umstand an, ob wir erwarten können, durch die Mittheilung etlicher oder auch aller dieser Beweise einen Nutzen zu stiften. Finden wir, daß der eine dieser Beweise für den einen, ein anderer für einen andern Theil unserer Leser geeigneter sey, daß der eine von Diesem, der andere von Jenem leichter verstanden oder in das Gedächtniß aufgefaßt werden könne, oder daß uns der Eine Gelegenheit gibt, auf die eine, ein anderer wieder auf eine andere heilsame Wahrheit aufmerksam zu machen: warum sollten wir da uns nicht erlauben, mehre Beweise nebeneinander zu setzen, wenn anders nicht etwa Rücksichten auf den Raum uns beschränken? So erscheint es mir also durchaus nicht als Uebelstand, sondern vielmehr als etwas Verdienstliches, wenn man in einem Lehrbuche der Geometrie einen und eben denselben Lehrsatz zuweilen mit zwei oder mehren Beweisen ausstattet; wenn anders nur jeder dieser Beweise genau das darthut, was hier erwiesen werden soll, und wenn an jedem auch wieder etwas Besonderes sich findet, welches dem Anfänger eine Gelegenheit zur Belehrung oder eine eigene Übung im Denken gewähret u. dgl. Verlangt es aber der Raum, daß wir aus mehren, uns vorliegenden Beweisen, deren jeder für sich einen hinreichenden Grad der Gewißheit gewähret, nur einen oder etliche auswählen sollen: so ergibt sich aus dem Nächstvorhergehenden von selbst, durch welche Rücksichten wir uns bei dieser Auswahl dürfen bestimmen lassen. Ein Beweis, der entweder mit leichter Mühe a) verstanden, oder b) in das Gedächtniß aufgefaßt werden kann, oder c) bei dem sich leichter einsehen läßt, warum wir gerade so und nicht anders verfahren, oder der d) für unsere Leser belehrender ist, oder sie e) insonderheit mit dem objectiven Grunde der zu beweisenden Wahrheit bekannt macht, verdient unter übrigens gleichen Umständen den Vorzug vor andern. Wenn in der einen dieser Rücksichten der eine, in einer andern ein anderer Beweis mehr leistet: dann erübriget freilich nichts Anderes, als die Wichtigkeit dieser Vortheile gegen einander, wie möglich, abzuwägen.

Anmerk. Auch Aristoteles (Anal. post. I. 1. c. 29.) scheint nicht in Abrede zu stellen, daß man für Einen Satz zuweilen mehre Beweise beibringen dürfe. Kant (Tugendl. Einl. §. 13.) dagegen will in allen solchen Wissenschaften, die ihre Beweise nicht wie die Mathematik durch Construction, sondern aus bloßen Begriffen führen, keine Mehrheit der Beweise gelten lassen. „Denn nur in der Anschauung a priori könne es mehre Bestimmungen der Beschaffenheit eines Objectes geben, die alle auf eben denselben Grund zurückführen. Wenn aber z. B. für die Pflicht der Wahrhaftigkeit ein Beweis erstlich aus dem Schaden, den die Lüge andern Menschen verursacht, dann aber auch aus der Unwürdigkeit eines Lügners und der Verletzung der Achtung gegen sich selbst geführt werden will: so ist im ersten eine Pflicht des Wohlwollens, nicht eine der Wahrhaftigkeit, mithin nicht diese, von der man den Beweis verlangte, sondern eine andere Pflicht bewiesen worden.“ Ich meines Theils, da ich glaube, daß auch die mathematischen Beweise aus bloßen Begriffen geführt werden können und sollen, kann diesen Unterschied nicht zugestehen. Was aber das Beispiel belangt: so dünkt es mir eine unrichtige Behauptung, daß derjenige, der uns die Unerlaubtheit des Lügens aus der Betrachtung des Schadens erweist, den es bald näherer, bald entfernterer Weise verursacht, nicht die Pflicht der Wahrhaftigkeit, sondern nur die des Wohlwollens erwiesen habe. Denn da aus seinen Gründen doch in der That folgt, daß man nicht lügen dürfe (wäre es auch nur aus bloßem Wohlwollen): so ist ja die Pflicht der Wahrhaftigkeit richtig erwiesen worden; oder man müßte sagen, daß auch derjenige, der uns die Pflicht der Wahrhaftigkeit daraus erweisen will, weil Lügen die Achtung gegen sich selbst verlege, nicht diese Pflicht, sondern die Pflicht der Selbstachtung dargethan habe. Nur in Betreff solcher Beweise, welche zugleich Begründungen seyn sollen (§. 525.), möchte ich zulassen, daß es für jede Wahrheit nur einen einzigen gibt, weil doch der objective Grund nur einer seyn kann.

§. 529.*

Beweise mit vor-, oder rückwärts schreitendem oder gemischtem Verfahren.

Schon im Voraus läßt sich vermuthen, daß die verschiedenen Beweisarten, welche ich §§. 328—330. freilich nur so beschrieben habe, wie sie beschaffen seyn müssen, um für

den Zweck der eigenen Ueberzeugung zu taugen, gehörig eingerichtet, auch zur Aufnahme in ein Lehrbuch geeignet seyn werden. Besonders ist kein Zweifel, daß die Beweise eines Lehrbuches bald nach dem Verfahren, welches ich oben das fortschreitende, bald nach demjenigen, das ich das rück-schreitende nannte, bald auch nach einem, welches aus beiden zusammengesetzt ist, eingerichtet seyn dürfen. Denn daß wir progressiv vorgehen, d. h. daß wir mit Wahrheiten, oder (um allgemeiner zu sprechen) mit Sätzen, die unsere Leser schon als entschieden ansehen, den Anfang machen, aus ihnen durch manche, den Lesern gleichfalls bekannte Schlüsse neue Behauptungen ableiten, bis wir so allmählig zu dem Satze, der zu beweisen war, gelangen, wird in den meisten Fällen wohl das natürlichste Verfahren seyn. Zuweilen jedoch wird es auch seinen Nutzen haben, erst zu zeigen, wie der von uns behauptete Satz aus gewissen anderen Sätzen, deren Wahrheit die Leser gleichfalls noch nicht erkennen, dann wie diese wieder aus andern ableitbar wären, bis wir zuletzt auf solche Sätze kommen, welche die Leser entweder schon von selbst zugeben, oder die wir ihnen jetzt erst durch Folgerungen aus lauter bekannten Wahrheiten erweisen. Das Erste wäre ein regressives, das Letzte ein gemischtes Verfahren. Ich werde also nur noch zu untersuchen haben, in welchen Fällen die eine oder die andere dieser Beweisarten die angemessenere sey.

1) Die vorwärts schreitende Beweisart wird nun a) zuvörderst in allen denjenigen Fällen nothwendig, wo wir es nicht für dienlich erachten, den zu beweisenden Satz den Lesern früher bekannt werden zu lassen, bevor sie die Wahrheit der Gründe, aus denen er unwidersprechlich folgt, anerkannt haben. In einem solchen Falle dürfen wir offenbar nur mit Sätzen beginnen, welche die Leser schon als entschieden zugeben; aus diesen müssen wir Folgerungen ableiten, die uns dem Satze, den wir aufzustellen gedenken, allmählig näher bringen; mit einem Worte, wir müssen verfahren, wie ich so eben die progressive Beweisart beschrieb. Ein solches Verfahren aber ist rathlich, so oft der Satz, den wir zu beweisen haben, den sinnlichen Neigungen der Leser widerstreitet; in-gleichen so oft wir in dem Verdachte gewisser, schon vorge-faster Meinungen bei ihnen stehen; wie auch so oft gerade

das Nichtwissen des Zieles, wohin wir streben, ihre Aufmerksamkeit um so mehr spannt u. dgl. b) Auch wenn die Leser schon wissen, was für ein Satz es sey, den wir erweisen wollen, wird ein vorwärts schreitendes Verfahren zweckmäßig seyn, so oft sie den Weg, den wir da einschlagen, begreiflich finden, d. h. bei einigem Nachdenken einsehen können, warum wir gerade von diesen und jenen Wahrheiten ausgehen, unsere Aufmerksamkeit dann eben auf diese und keine andere Folgerungen aus ihnen richten, mit diesen Folgerungen nun wieder diese und jene andere Wahrheiten verbinden, u. s. w. So können die meisten Lehrsätze der Elementargeometrie recht füglich durch ein bloß vorwärts schreitendes Verfahren dargethan werden, weil sich fast immer leicht einsehen läßt, daß man, um diese Sätze zu beweisen, seine Aufmerksamkeit gerade auf diese und keine anderen, vorher erwiesenen Wahrheiten richten müsse. c) Auch wo der Leser nicht auf der Stelle begreift, wienach es nützen soll, daß wir ihn jetzt an diese, jetzt wieder an jene, ihm schon bekannten Sätze erinnern, ist es doch besser, die vorwärts schreitende Beweisart beizubehalten, wenn bei der rückschreitenden gleichfalls nicht mehr erreicht würde; d. h. wenn sich der Vordersätze, die zum Behufe des zu beweisenden Satzes versucht werden sollten, mehre darbieten, ohne daß irgend ein leicht zu verstehender Grund da ist, der es dem Leser erklärte, warum wir uns eben an diese halten. Müssen wir nämlich auf jeden Fall schon den Leser Wege führen, denen er es im Voraus nicht ansehen kann, daß sie zum Ziele bringen: so ist es wenigstens natürlicher, leichter und angenehmer, von den Erkenntnißgründen zu ihren Folgen, als von den Folgen zu ihren möglichen Gründen überzugehen.

2) Eine rückschreitende Beweisart dagegen ist ohne Zweifel an ihrem rechten Orte, wenn der Satz, dessen Beweis wir unternehmen, den Lesern nicht nur bereits bekannt, sondern auch einiger Maßen wahrscheinlich ist, wenn sich uns überdieß nur ein einziger Inbegriff von Vorderätzen darbietet, die sichtlich wahr seyn müssen, wenn er selbst wahr seyn soll, und denen wir es auch bald ansehen können, daß über ihre Wahrheit sich leichter als über ihn selbst entscheiden lassen werde. So kann zum Beweise der Wahrheit, daß Gott nichts Gutes unbelohnt, nichts Böses unbestraft lasse, recht füglich

das rückschreitende Verfahren angewandt werden; indem wir zuerst bemerken, daß uns dieß Jeder werde zugeben müssen, sobald wir nur zweierlei dargethan haben, erstlich Gott thue Alles, was das Sittengesetz fordert, und zweitens, das Sittengesetz fordere von einem jeden Wesen, welches die Macht dazu hat, daß es das Gute belohne, das Böse aber strafe. Bei einer näheren Betrachtung wird sich bald zeigen, wie wir auch diese Sätze wieder auf andere zurückführen können, aus welchen sie folgen, und die als einfachere auch einen leichteren Beweis versprechen.

3) In welchen Fällen nun eine gemischte Beweisart anzuwenden sey, ergibt sich nach dem Gesagten von selbst. Wir führen, wenn wir im Anfange ein rückschreitendes Verfahren wählen, den zu beweisenden Satz so lange auf gewisse andere Sätze, als seine Vordersätze, zurück, so lange dieß Rückschreiten einen der beschriebenen Vortheile hat. Wie diese aufhören, wie der Vordersätze, die sich mit einer anscheinend gleichen Tauglichkeit darbieten, mehre werden, hören wir auf, nach den Gründen zu fragen, und versuchen nun, die eben zuletzt erhaltenen Vordersätze durch progressives Verfahren zu erweisen.

§. 530.*

Beweise durch die Zurückführung auf eine Ungereimtheit.

1) Wir haben schon S. 329. gesehen, daß es ein sehr brauchbares Mittel sey, sich von der Wahrheit eines vorliegenden Satzes zu überzeugen, wenn man versucht, ob sich nicht aus der angenommenen Verneinung desselben irgend ein offenbar falscher Satz ableiten lasse. Denn wenn dieses ist, so erhellet, daß diese Verneinung falsch, und der verneinte Satz selbst also wahr sey. Beweise, in welchen ein solches Verfahren angewandt wird, pflegt man Beweise durch die Zurückführung auf eine Ungereimtheit (*deductio ad absurdum*), auch *apagogische*, *indirecte* oder *mittelbare* Beweise zu nennen; alle übrigen nennt man dagegen *directe*, *unmittelbare* oder auch *ostensive* Beweise. Es fragt sich nun, ob der Gebrauch der indirecten Beweise in einem Lehrbuche nicht etwas Anstoßiges habe? In einem solchen Beweise verlangen wir von unsern Lesern wesentlich

nichts Anderes, als daß sie die Wahrheit eines von uns zu beweisenden Satzes *M* daraus entnehmen, weil wir aus seiner Verneinung oder dem Satze *Neg. M* entweder unmittelbar, oder durch die Verbindung mit gewissen anderen Sätzen *B*, *C*, *D*, ..., welche sie alle für wahr halten, eine Folgerung *Neg. A* ableiteten, die sie als falsch erkennen. Wir wollen also, daß sie eigentlich folgenden Schluß bilden: „Wenn *M* „ein falscher, also *Neg. M* ein wahrer Satz wäre: so wäre „auch *Neg. A* eine Wahrheit. *Neg. A* aber ist falsch. Also „ist auch *Neg. M* falsch und mithin *M* eine Wahrheit.“ Da nun ein Schluß dieser Art sehr einleuchtend ist: so begreift man, daß der Grad der Gewisheit, welchen ein apagogischer Beweis dem Satze *M* verschaffen wird, lediglich davon abhängt, mit welchem Grade der Zuversicht die Leser seine zwei Vordersätze erkennen. Sind ihnen diese verlässlich genug, so werden sie auch den Satz *M* ganz verlässlich finden. Ist der Satz *Neg. A*, d. i. die Ungereimtheit, auf die wir unsern Beweis zurückführen, ein Satz, dessen Falschheit Jedem schon von selbst einleuchtet, d. h. ist der Satz *A* eine ganz unbezweifelte Wahrheit: so kommt Alles nur darauf an, mit welchem Grade der Gewisheit wir unsern Lesern den hypothetischen Obersatz, d. i. den Satz: „Wenn *Neg. M* wahr wäre, so müßte auch *Neg. A* wahr seyn,“ erwiesen haben. Ist auch dieser für sich selbst einleuchtend, oder ist doch die Anzahl der Sätze *B*, *C*, *D*, ..., durch deren Vermittlung wir ihn beweisen, nicht allzu groß, sind diese alle hinlänglich sicher, und sind die Schlüsse, durch die wir ihn aus ihnen ableiten, keine bloßen Schlüsse der Wahrscheinlichkeit, sondern vollkommene Schlüsse: so wird die Zuversicht, die wir durch unser apagogischen Beweis dem Satze *M* verschaffen, befriedigend seyn. Sehen wir also nur auf den Zweck der Ueberzeugung, so ist kein Grund vorhanden, weshalb die apagogische Beweisart in einem Lehrbuche gemieden werden müßte; und der Umstand, daß sich uns solche Beweise so oft von selbst darbieten, rechtfertiget die Vermuthung, daß sie auch unsern Lesern leicht und natürlich vorkommen werden. Was ich nichts desto weniger solchen Beweisen glaube vorwerfen zu dürfen, ist Folgendes. Soll aus dem Satze *Neg. M*, der falsch ist, durch die Vermittlung von lauter wahren Sätzen

B, C, D,... der falsche Satz Neg. A ableitbar seyn: so muß sich dagegen aus den ganz wahren Sätzen B, C, D,... und A der gleichfalls wahre Schlusssatz M ableiten lassen; woraus man sogleich entnimmt, daß es ein Umweg seyn müsse, wenn statt aus den Sätzen B, C, D,... und A geradezu M abzuleiten, erst aus den Sätzen B, C, D,... und Neg. M der Satz Neg. A, dann aber aus der einleuchtenden Falschheit des letztern geschlossen wird, daß sich auch unter den ersteren irgend ein falscher Satz befinde, und weil nun die Sätze B, C, D,... alle entschieden wahr sind, daß dieser falsche Satz Neg. M, und somit M selbst wahr sey. Wenn die S. 221. aufgestellten Ansichten über den inneren Zusammenhang zwischen den Wahrheiten nicht unrichtig sind: so erhellet, daß die Sätze, auf welche ein apagogischer Beweis den Satz, welchen er darthun soll, stüzet, niemals den objectiven Grund desselben rein darstellen können. Denn sicher kann doch der objective Grund einer Wahrheit nicht in den mehrern Sätzen, aus denen sie nach dieser Beweisart abgeleitet wird, liegen, da sie auch schon aus wenigeren ableitbar ist.

2) Ich halte aber dafür, daß sich ein jeder apagogische Beweis, wenn er sonst keinen andern Fehler hat, durch einige, eben nicht schwer anzubringende Veränderungen so umgestalten lasse, daß die mit Recht mißfällige Betrachtung falscher Sätze gänzlich vermieden wird. Um dieß auf eine allgemeine Art zu zeigen, erinnere ich, es seyen insgemein nur Sätze, deren Prädicativvorstellung eine verneinende ist, bei deren Beweisführung wir uns versucht fühlen, eine Apagoge zu gebrauchen. Ich nehme also an, daß der Satz, für den ein apagogischer Beweis geliefert worden ist, folgender Form unterstehe: Jedes A ist ein Nicht B. (1)

Hoffentlich wird Jeder im Stande seyn, was ich von diesem Falle sage, auf andere anzuwenden. Der apagogische Beweisführer betrachtet das contradictorische Gegentheil des zu beweisenden Satzes, also den Satz, es gebe irgend ein A, das zugleich B ist, oder eigentlicher den Satz:

Die Vorstellung eines A, das B ist, hat Gegenständlichkeit, (2)

und zeigt, daß die Annahme dieses Satzes einer bereits erwiesenen und bekannten Wahrheit:

(3) Jedes R ist S,

widerspreche, d. h. daß aus dem Satze (2) ableitbar sey der Satz:

(4) Die Vorstellung eines R, welches kein S ist, hat Gegenständlichkeit.

Zu diesem Schlusssatze gelangt er aber auf richtigem Wege nicht anders, als indem er aus dem als wahr angenommenen Satze (2) durch Verbindung mit lauter wahren und bereits erwiesenen Sätzen drei Sätze von folgender Form ableitet:

(5) Die Vorstellung X hat Gegenständlichkeit,

(6) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Jedes X ist ein R,} \\ \text{Jedes X ist ein Nicht S.} \end{array} \right.$

Um nämlich darzuthun, daß die Vorstellung eines R, welches kein S ist, Gegenständlichkeit habe (4), gibt es kein anderes Mittel, als irgend einen Gegenstand aufzuweisen, der Beides, sowohl ein R als auch ein Nicht S ist. Begreiflich können wir aber einen solchen Gegenstand nicht anders aufweisen, als indem wir eine, ihn ausschließlich darstellende Vorstellung X angeben, und beweisen, erstlich, daß dieser Vorstellung X wirklich ein Gegenstand entspreche, d. h. daß sie Gegenständlichkeit habe (5), und zweitens, daß der dieser Vorstellung unterstehende Gegenstand, d. h. ein jedes X, Beides ein R sowohl als auch ein Nicht S sey. Zwar könnte man einwenden, daß zur Hervorbringung eines Widerspruches mit (4) genüge, wenn Einer der beiden Sätze in (6) statt allgemein auch nur particulär lautet. Allein man erinnere sich, daß auch in diesem Falle eine, nur enger zu fassende Vorstellung X angeblich sey, bei welcher die in (6) angeführten, allgemein lautenden Sätze gelten; indem der Ausdruck: Jedes X, nicht nothwendig die Bedeutung hat, daß die Vorstellung X in der That mehrere Gegenstände umfasse. — Sollen nun diese drei Sätze, und somit auch der erste unter ihnen (5) aus der als wahr angenommenen Voraussetzung (2) herleitbar seyn: so muß die Vorstellung, deren Gegenständlichkeit in (2) angenommen wird, zu der Vorstellung X in dem Verhältnisse des Umfassens, nach der S. 108. erklärten Bedeutung dieses Ausdruckes stehen, d. h. diese letztere muß

muß entweder gleichgeltend oder weiter seyn als die in (2). Denn es ist offenbar, daß aus der vorausgesetzten Gegenständlichkeit einer Vorstellung wohl auf die Gegenständlichkeit einer ihr gleichgeltenden oder weiteren, nicht aber auf die einer engeren geschlossen werden könnte. Es wird also die Vorstellung X, wenn wir ihre Bestandtheile näher betrachten, von einer Form, wie:

Ein A', das auch ein B' ist, (7)

befunden werden, wo A' und B' ein Paar aus A und C durch Weglassung gewisser Bestandtheile gebildeter weiterer, oder jedenfalls doch nicht engerer Vorstellungen sind. — Nach diesen Voraussetzungen ist es nun leicht, zu zeigen, wienach sich jeder apagogische Beweis so umgestalten lasse, daß man von keiner falschen Voraussetzung auszugehen braucht. Weil nämlich die Wahrheit (3), daß jedes R ein S sey, besteht: so sind die Sätze (5) und (6) sicher nicht alle drei wahr. Entweder also der erste derselben ist falsch, d. h. die Vorstellung X ist gegenstandslos, weil sie, obgleich vielleicht schon einfacher als die in (2), doch immer noch zu viele und darunter einige, den übrigen widersprechende Merkmale vereinigt; oder es ist, wenn X schon gegenständlich ist, doch einer der beiden Sätze in (6) falsch. In jedem dieser Fälle aber wird es durch eine zweckmäßige Weglassung gewisser, in der Vorstellung (7) vereinigter Merkmale möglich seyn, ein Paar Vorstellungen X' und X'' zu bilden, die beide Gegenständlichkeit haben, und die zwei Sätze:

Jedes X' ist ein R, und }
 Jedes X'' ist ein NichtS, } (8)

wahr machen. Auch muß es möglich seyn, die Wahrheit dieser Sätze darzuthun durch bloße Benützung derselben Vordersätze, die zum Beweise der Sätze (5) und (6) gedient. Denn aus den Merkmalen, welche die Vorstellung X imaginär machten und in X' und X'' weggelassen wurden, konnte gewiß keine Folgerung, die zum Beweise dieser Sätze nothwendig war, hergenommen werden. — Ist uns dieß aber einmal gelungen, d. h. haben wir ein Paar Sätze, wie (8) gefunden und erwiesen: so ist schon Alles gewonnen. Denn die Verbindung derselben mit der Wahrheit (3) berechtigt ja sogleich zu dem

Schlusse, daß X' und X'' ein Paar einander ausschließender Vorstellungen (S. 103.) seyen, oder (was eben so viel heißt) daß die Vorstellung eines Etwas, das zugleich X' und X'' wäre, um so gewisser also die engere (zusammengesetztere) Vorstellung eines A , welches zugleich ein B wäre, gegenstandslos sey. Aus dieser Wahrheit aber ergibt sich (sobald nur gewiß ist, daß die Vorstellung A eine gegenständliche sey) die zu erweisende Wahrheit selbst:

Jedes A ist ein Nicht B .

5) Als Beispiel zur Erläuterung diene uns der bekannte Euklidische Beweis des Satzes (El. I, 19.), daß in einem jeden Dreiecke acb dem größern Winkel $a > b$ auch eine größere Seite $cb > ca$ gegenüberstehe. Er lautet wesentlich so: „Wäre cb nicht $> ca$, so müßte entweder $cb = ca$ oder $cb < ca$ seyn. Wäre $cb = ca$, so müßten nach El. I, 5 die gegenüberstehenden Winkel $a = b$ seyn, welches gegen die Voraussetzung ist. Wäre $cb < ca$, so müßte nach El. I, 18 zwischen den gegenüberstehenden Winkeln das Verhältniß $a < b$ Statt finden, welches abermals gegen die Voraussetzung ist. Also erübriget nur, daß $ca < cb$ sey.“ — Dieser Beweis schließt, wie man sieht, zwei apagogische in sich, indem ein jeder der beiden folgenden Sätze:

In einem $\triangle acb$, in dem $a > b$, ist cb nicht $= ca$,

In einem $\triangle acb$, in dem $a > b$, ist cb nicht $< ca$,

apagogisch dargethan, und erst aus ihnen dann der zu beweisende Satz directe hergeleitet wird. Es dürfte also genug seyn, nachzuweisen, wie nach der in n^o 2. gegebenen Anleitung die apagogische Form in dem Beweise des ersten Satzes vermieden werden könne; denn ganz ähnlicher Weise verfährt man bei dem zweiten. Vergleichen wir nun den hier zu beweisenden Satz:

In einem $\triangle acb$, in dem $a < b$, ist nicht $cb = ca$, mit der in n^o 2. angenommenen Form (1): so sehen wir, daß die dortige Vorstellung A hier die Vorstellung eines $\triangle acb$ sey, in dem $a > b$; die Vorstellung B aber die Vorstellung eines $\triangle acb$ sey, in dem $cb = ca$ ist. Die falsche Annahme nun, von der man in dem apagogischen Beweise ausgeht, ist nach n^o 2. der Satz:

Die Vorstellung eines Dreiecks, in dem $a > b$ und gleichwohl $cb = ca$ ist, hat Gegenständlichkeit, (2) und diesen Satz legt Euklid auch in der That, obgleich nur stillschweigend in dem hypothetischen Satze: Wenn in dem $\triangle acb$, $cb = ca$ wäre, so müßte auch $a = b$ seyn, zu Grunde. — Der Satz (3), dessen Wahrheit in diesem Bezugsweise als schon bekannt vorausgesetzt wird, ist der Satz:

In jedem $\triangle acb$, in dem $cb = ca$, ist auch $a = c$. Also ist die Vorstellung R hier die Vorstellung eines $\triangle acb$, in dem $cb = ca$, und S die Vorstellung eines $\triangle acb$, in dem $a = b$. Der Satz (4) lautet hier also:

Die Vorstellung eines $\triangle acb$, in dem $cb = ca$ und doch nicht $a = b$, hat Gegenständlichkeit. (4)

Und zu diesem Schlussfaze gelangt man aus dem angenommenen Satze (2) hier ohne alle Zuziehung anderer Sätze bloß dadurch, daß man statt der engeren Vorstellung:

Ein $\triangle acb$, in dem $a > b$, und $cb = ca$ ist, die weitere:

Ein $\triangle acb$, in dem a nicht $= b$, und $cb = ca$ ist, setzt. Diese ist also das X, oder die Vorstellung (7) eines A', das auch ein B' ist; so daß in diesem besondern Falle B' mit B (und R) einerlei ist, und nur A' aus einer Erweiterung des A hervorging, indem statt des Merkmals $a > b$ das weitere a nicht $= b$ gesetzt wurde. Die Sätze (5) und (6) lauten hier also:

Die Vorstellung eines $\triangle acb$, in dem $cb = ca$, aber nicht $a = b$, hat Gegenständlichkeit; (5)

Ein $\triangle acb$, in dem $cb = ca$, aber nicht $a = b$,
 hat $a = b$,
 Ein $\triangle acb$, in dem $cb = ca$, aber nicht $a = b$,
 hat nicht $cb = ca$. . . (6)

Um nun die apagogische Form vermeiden zu können, handelt es sich nach n^o 2. bloß darum, aus der Vorstellung X oder auch der eines Etwas, das zugleich A und B ist, durch Weglassung schicklicher Bestandtheile ein Paar weiterer und wirklich gegenständlicher Vorstellungen X' und X'' von

der Art zu erzeugen, daß man die beiden, ganz wahren Sätze (8) erhalte. Es findet sich folgende

(7) . . . Ein Δacb , in dem $ca = cb$, hat $a = b$,

(8) . . . Ein Δacb , in dem a nicht $= b$, hat auch nicht $ca = cb$.

Der Beweis dieser zwei Sätze kann gar nicht schwer fallen: der erste ist der Satz El. I, 5; der zweite entsteht durch bloße Umkehrung aus dem ersten, woraus man zugleich ersieht, daß in diesem besondern Falle nicht einmal beide nothwendig sind, um zu dem Schlußsatz:

Die Vorstellung eines Δacb , in dem a nicht $= b$, und doch $ca = cb$, ist gegenstandslos,

zu gelangen. Aus diesem ergibt sich dann der zu beweisende:

Die Vorstellung eines Δacb , in dem $a > b$, und doch $ca = cb$, ist gegenstandslos; oder:

Ein Δacb , in dem $a > b$, hat nicht $ca = cb$.

Der ganze Beweis lautet also kurz so:

Ein Δacb , in dem $ca = cb$, hat $a = b$.

Ein Δacb also, in dem a nicht $= b$, hat auch nicht $ca = cb$.

Within auch ein Δacb , in dem $a > b$, hat nicht $ca = cb$.

4) Man sieht, daß es, um einen apagogischen Beweis so umzugestalten, daß keine falschen Sätze dabei betrachtet werden, im Grunde nur darauf ankomme, einige der darin erscheinenden Sätze einfacher auszudrücken, und zwar dadurch, daß man aus ihren Subjectvorstellungen gewisse Merkmale, durch welche diese imaginär werden, wegläßt. In dem gewöhnlichen Vortrage erscheinen dergleichen Sätze meistens in hypothetischer Form ungefähr wie der nachstehende: „Wenn etwas, „das die Beschaffenheiten α , β , γ ,... hat, die Beschaffenheit „ μ hätte, so hätte es auch die Beschaffenheit non γ' , wo non γ' eine der γ widerstreitende Beschaffenheit bezeichnet. In einem solchen Satze kann nun offenbar das Merkmal γ aus der Subjectvorstellung des Bordersatzes weggelassen werden; und durch diese Vereinfachung wird weder der Beweis dieses hypothetischen Satzes, noch die Ableitung anderer Sätze aus

ihm erschwert werden. Hieraus ergibt sich denn, daß man die apagogische Beweisart nirgends gebrauchen sollte, wo eine recht deutliche Erkenntniß der (wenn auch nur subjectiven) Gründe, auf welchen die zu erweisende Wahrheit beruhet, bezweckt wird. Denn einem solchen Zwecke entspricht sie offenbar nicht; und durch einige Abänderungen in den gebrauchten Sätzen, durch welche sie eigentlich nur einfacher werden, und durch welche die Anzahl der Schlüsse am Ende nur vermindert wird, ist es jedesmal möglich, einen Beweis zu erhalten, der keine Zurückführung auf eine Ungereimtheit in sich schließt. Daß es aber nirgends, auch nicht in denjenigen Fällen, wo es sich nicht so sehr um eine deutliche Einsicht der Gründe handelt, als vielmehr nur um Ueberzeugung auf eine den Lesern geläufige Art und mit möglichst wenigen Worten, erlaubt seyn sollte, apagogisch vorzugehen, möchte ich nicht behaupten. Denn obgleich die Gedanken hier in der That zusammengesetzter sind: so können sie doch dem Leser geläufiger seyn, und selbst der Ausdruck kann zuweilen kürzer seyn; weil ja bekanntlich oft eine zusammengesetztere Vorstellung sich kürzer ausdrücken läßt als eine einfachere. — Scheint es uns aber irgendwo dienlich, die apagogische Beweisart beizubehalten: so mögen wir wenigstens für die Erfüllung folgender Vorschriften sorgen: a) Es soll für die Leser, selbst die unaufmerksameren schon durch die Art unsers Vortrages zu erkennen seyn, daß alle Sätze, welche wir aus der angenommenen Verneinung des zu beweisenden M einschließlichs bis zu dem Satze Neg. A ableiten, von uns nicht behauptend, sondern nur des Beweises wegen vorgetragen werden. b) Der Satz Neg. A, der eben derjenige seyn soll, dessen Ungereimtheit wir bei den Lesern als schon bekannt voraussetzen, muß mit besonderer Vorsicht ausgewählt seyn. Denn durch die eigenthümliche Stelle, die er in dem Beweise einnimmt, zieht er die Aufmerksamkeit der Leser vor allen übrigen auf sich, und eben darum würde, wenn sie von seiner Falschheit nicht überzeugt genug wären, der ganze Beweis seine Wirkung verfehlen.

1. Anmerk. Einige, wie Hr. Calker (Denk. §. 190.), nennen jeden Beweis schon abführend oder apagogisch, in welchem nur ein Schluß in modo tollente, d. h. von folgender Form vor-

Kommt: Unter den Sätzen *M, N, P, ...* ist (wenigstens) Einer wahr. Die Sätze *N, P, ...* sind falsch. Also ist *M* wahr. In diesem weitern Sinne läßt sich nicht jede Apagoge in unsern Beweisen vermeiden; ja ich behaupte, daß es Wahrheiten gebe, die wir durch solche Betrachtungen selbst objectiv begründen. Dieß dürfte namentlich gleich bei dem Satze *El. I, 19* der Fall seyn; denn schwerlich kann der objective Grund der Wahrheit, daß $cb > ca$ seyn müsse, wenn $a > b$ ist, irgendwo anders liegen, als daß unter dieser Voraussetzung weder $cb = ca$, noch $cb < ca$ seyn kann. Aber eben darum thut man nicht recht, dergleichen Beweise mit den Zurückführungen auf eine Ungereimtheit in eine Classe zu setzen. Aristoteles (*Anal. post. I, 26.*) unterscheidet jene von dieser, indem er die erstere *ἀπόδειξις σερητική*, die letztere *εἰς ἀδύνατον* nennt. Lateinische Logiker haben jener den Namen: *privativa*, auch *per exhaustionem* gegeben; und die Verwechslung beider ward wohl nur dadurch veranlaßt, daß bei den Beweisen in *modo tollente*, nämlich um die Falschheit der Sätze *N, P, ...* darzuthun, die *deductio ad absurdum* gewöhnlich angewandt wurde.

2. Anmerk. Daß apagogische Beweise in der hier festgesetzten Bedeutung den objectiven Grund der zu beweisenden Wahrheit nicht angeben, und überhaupt den ostensiven nachstehen, hat man von jeher erkannt. Hr. E. Reinhold (*L. S. 409*) will ihnen gar nicht den Namen logischer Beweise zugestehen. Aristoteles (*Anal. prior. II, 14.*) sucht darzuthun, daß sich ein jeder apagogische Beweis in einen ostensiven umsetzen lasse; wogegen Leibniz (*Nouv. Ess. IV, 8.*) meint, daß dieses in vielen Fällen wenigstens schwer halten dürfte. Ich meines Theils möchte der Meinung des Aristoteles beitreten; denn ob mir gleich sein Beweis nicht Genüge thut, weil er sich auf die Voraussetzung stützt, daß alle Schlüsse nur in einer der drei syllogistischen Figuren erfolgen: so ist es mir doch bisher mit allen Beispielen, mit denen ich einen Versuch gemacht (namentlich mit allen in Euklids Elementen vorkommenden Beweisen *per absurdum*) gelungen, sie ostensiv zu machen; vorausgesetzt, daß man jeden Beweis ostensiv nennt, sobald er nur nicht apagogisch ist, und einen Beweis nur dann apagogisch nennt, wenn er sich eines hypothetischen Obersatzes bedient, der die Verneinung des zu beweisenden Satzes in seinem Vorderatz, und eine Ungereimtheit in seinem Nachsatz enthält. Bei diesen Begriffen bleibt ein Beweis ostensiv, auch wenn ein sogenannter Schluß der Umkehrung in ihm vorkommt;

es sey der ganz gewöhnliche, wo man aus einem Satze der Form: „Jedes A ist ein B,“ den Schlussatz: „Was also nicht B ist, ist auch kein A,“ ableitet; oder der in den bisherigen Lehrbüchern der Logik minder beachtete: „Jedes A, das B ist, ist auch ein C. Ein A also, welches kein C ist, ist auch kein B.“ Durch die Benützung solcher Umkehrungen aber und die in n^o 2. erwähnten Mittel gelang es mir bisher noch immer, die Annahme einer Verneinung des zu beweisenden Satzes und die Zurückführung dieser Annahme auf andere falsche Sätze entbehrlich zu machen. — Allein wenn auch ein so abgeänderter Beweis nicht mehr apagogisch genannt zu werden verdient: so wird man ihm doch vielleicht nie nachrühmen können, daß er den objectiven Grund der Wahrheit angebe? Auch dieses möchte ich nicht geradezu für unmöglich erklären. So würde ich z. B. meinen, daß der in n^o 3. angedeutete Beweis des Satzes El. I, 19 eine wahre Begründung genannt werden könnte; oder ich wüßte doch sonst keinen andern, der diesen Namen mit einem volleren Rechte verdiente. — Obgleich aber die neueren Logiker darüber einig sind, daß man die ostensiven Beweise im Ganzen höher zu schätzen habe, als die apagogischen: so haben doch Einige den letztern in gewissen Rücksichten einen Vorzug eingeräumt, der mir nicht richtig scheint. So heißt es in Kiesewetters W. U. d. L. (S. 493), daß die Nothwendigkeit des behaupteten Satzes bei ihnen in die Augen falle; und bei Hrn. Twesten (S. 156): „Der indirecte Beweis gibt ein stärkeres Bewußtseyn der Nothwendigkeit.“ Warum sollte dieß seyn? Ist der Schluß: „M ist wahr, denn die Verneinung von M führt auf die Ungereimtheit Neg. A,“ in der That zwingender, als wenn ich aus der einleuchtenden Wahrheit von A die Wahrheit M geradezu ableite? Auch dünkt es mir eine falsche Voraussetzung, daß apagogische Beweise immer die Nothwendigkeit des bewiesenen Satzes zeigen. Dieß wird nur dann geschehen, wenn sie aus lauter reinen Begriffssätzen geführt sind; und in diesem Falle leistet der ostensive Beweis daselbe. Allein wir wenden ja die apagogische Beweisart auch bei Sätzen an, welche nur aus Erfahrungen erwiesen werden; z. B. wenn wir darthun, daß Jemand gelogen habe, weil er im widrigen Falle, wenn er die Wahrheit gesprochen, nicht so verlegen geworden wäre, als wir Micne gemacht, die Wahrheit seiner Aussage zu untersuchen. Woher es übrigens komme, daß man sich dieser Beweise am Häufigsten in der Mathematik, namentlich in der Geometrie bedient, das möchte ich aus der n^o 4. gemachten

Bemerkung erklären, daß diese Beweise oft einen kürzeren Ausdruck erlauben, als die directen, die wirklich einfacher sind. Zu dieser Abkürzung nämlich bieten die in der Mathematik gewöhnlichen Zeichen, die Buchstaben der Algebra, und die Figuren der Geometrie eine besonders häufige Gelegenheit dar. Ich nehme das obige Beispiel. Wie kurz ist nicht das Verfahren des Geometers! Er zeichnet uns irgend ein ungleichseitiges Dreieck vor, benennet einen der größeren Winkel durch a , einen kleineren durch b , den dritten durch c ; und sagt nun: Wenn $a > b$, so muß $bc > ac$ seyn. Denn wäre bc nicht $> ac$, so müßte entweder $bc = ac$ oder $bc < ac$ seyn. $bc = ac$, gäbe $a = b$, $bc < ac$, gäbe $a < c$. Beides gegen die Voraussetzung. Also ist auch weder $bc = ac$, noch $bc < ac$; somit $bc > ac$. Wer sieht nicht, wie viele Worte hier die Buchstaben ersparen. Wollte man aber ostensiv vorgehen, so sähe man sich in die Nothwendigkeit versetzt, statt der Buchstaben einige Male erklärende Worte zu brauchen. Denn man könnte nur etwa so verfahren. Weil $a > b$, so ist weder $a = b$, noch $a < b$. Weil a nicht $= b$ ist, so kann auch cb nicht $= ca$ seyn; denn wenn — nicht in dem vorliegenden, sondern in irgend einem anderen Dreiecke — zwei Seiten gleich sind, so sind auch die gegenüberstehenden Winkel gleich. Weil a nicht $< b$, so ist auch nicht $cb < ca$; denn wenn — in irgend einem Dreiecke — eine Seite kleiner als die andere, so ist auch der der ersten gegenüberstehende Winkel kleiner als der, welcher der zweiten gegenübersteht. Also u. s. w.

3. Anmerk. Da es der wahren sowohl als falschen Schlusssätze, die sich aus einer einzigen falschen Voraussetzung Neg. M herleiten lassen, gar mancherlei gibt, je nachdem man bald diese, bald jene wahren Hülfssätze B, C, D, ... dazu nimmt, und sich dabei bald dieser, bald jener Schlusarten bedient: so hat man von jeher geglaubt, daß es auch Fälle geben dürfte, wo sich aus einer falschen Voraussetzung Neg. M durch die Verknüpfung mit einigen wahren Hülfssätzen B, C, D, ... ein Schlusatz ableiten ließe, der das contradictorische Gegentheil von Neg. M, d. h. M selbst wäre. Es versteht sich, daß in einem solchen Falle, wo selbst die Annahme des Gegentheils von M auf den Satz M leitet, die Wahrheit dieses letzteren um so gewisser anerkannt werden müßte; und so betrachtete man denn diese Art, die Wahrheit eines Satzes darzuthun, als eine eigene Beweisart, die man nur ihrer Ähnlichkeit wegen den apagogischen beizählte. Diese Darstellung gibt J. W. Wolf (Phil. rat. S. 558. 9.). Andere haben jedoch wichtige

Zweifel gegen die Möglichkeit eines solchen Verfahrens erhoben; und besonders Lambert (M. D. Dian. S. 383 ff.) suchte sehr weitläufig darzuthun, daß der hier angenommene Fall nie Statt finden könne, und daß alle Beispiele, auf die man sich beruft, nur scheinbar wären. Von dem Beispiele nun, welches man aus Euklids El. IX, 12 entlehnet, und von manchem ähnlichen möchte auch ich behaupten, daß sie mit Unrecht als Beispiele aufgestellt worden sind; denn bei diesen Beweisen zeigt sich, wenn man sie näher untersucht, daß der Satz Neg. M, ob er gleich unter den Vordersätzen, aus welchen man zuletzt sein Gegentheil M ableitet, mit aufgeführt ist, doch wirklich nicht dazu gehöre; in sofern wenigstens als hier nur lauter genaue Schlüsse (§. 155. n. 27.) vorkommen sollen. Es zeigt sich nämlich, daß dieser Satz bald schlechthin weggeworfen werden dürfe, weil der verlangte Schlusssatz M schon aus den übrigen Vordersätzen B, C, ... allein fließt, bald daß nur ein gewisser, aus ihm gefolgterter Satz m, der weniger aussagt, als er, und eben deshalb sich auch mit M verträgt, erforderlich sey, um in Verbindung mit B, C, ... zu dem Schlusssatze M zu führen. Um darzuthun, daß die Zahl a durch eine Primzahl e theilbar seyn müsse, wenn die Potenz a^n theilbar durch diese Primzahl ist, braucht man die in dem Euklidischen Beweise gemachte Annahme, daß a durch e nicht theilbar sey, gar nicht; sondern man macht nur bemerklich, daß $a^n = a^{n-1} \cdot a$ durch e als eine Primzahl nur theilbar seyn könne, wenn entweder a^{n-1} oder a durch e theilbar ist; und zeigt nun, daß jede dieser Annahmen der zu beweisende Satz entweder schon selbst sey, oder doch auf ihn führet. — Allein daß überall, wo man aus einem falschen Satze durch die Zuziehung einiger wahren sein Gegentheil ableitet, dasselbe Verhältniß obwalten müsse, und daß somit der Fall, den so viele Logiker und Mathematiker voraussetzten, etwas Unmögliches sey, hat Lambert nicht erwiesen. Sein §. 384. geführter Beweis ist kurz der: „Wenn aus dem falschen Satze: A ist B, durch die Verbindung mit einigen wahren sein Gegentheil, d. i. der Satz: A ist nicht B, gefolgert werden sollte: so müßten diese Zwischensätze eine Kette von folgenden Form bilden: B ist C, C ist D, D aber ist nicht B. Denn daraus ergäbe sich offenbar: Also ist auch A nicht B. Allein man sieht, daß diese Zwischensätze nicht alle wahr seyn können; weil sie einander auch schon allein widersprechen. Denn aus ihnen würde ja auch der Schlusssatz: B ist nicht B, folgen.“ —

In diesem Beweise nun gewahre ich mehre Fehler. Erstlich da der Satz: A ist B, doch nur so viel heißen soll, als: Jedes A ist B: so ist nicht nothwendig, daß der gesuchte Schlußsatz, wenn er mit jenem Satze im Widerspruche stehen soll, eben die Form: A ist nicht B, d. h. Kein A ist B, haben müßte; sondern es wäre genug, wenn man nur einen Schlußsatz von der Form: Einige A sind nicht B, herausbringen könnte. Zweitens müssen sich auch nicht alle Schlußarten auf die Form eines Sorites zurückführen lassen; zumal da hiebei angenommen wird, daß es der Zwischenätze immer mehre geben müßte. Sollte es nicht möglich seyn, aus dem falschen Obersatze: A ist B, durch einen einzigen Untersatz eine dem ersteren widersprechende Conclusion zu erzielen? Allein der wichtigste Fehler ist meines Erachtens, daß L. stillschweigend voraussetzt, der angenommene (falsche) Obersatz und der zu findende Schlußsatz sollen einander in eben der Hinsicht, d. h. unter Voraussetzung derselben veränderlichen Vorstellungen i, j... widersprechen, in Betreff deren der letztere aus dem ersteren ableitbar ist. Daß nun dieß unmöglich sey, ist freilich einleuchtend; etwas ganz Anderes aber ist, ob es nicht möglich sey, einen an sich selbst falschen Satz zu erfinden, der in Verbindung mit gewissen wahren Sätzen und hinsichtlichlich auf gewisse als veränderlich angenommene Vorstellungen i, j... einen Schlußsatz gäbe, der in Beziehung auf gewisse andere (weniger) veränderliche Vorstellungen in dem Verhältnisse eines Widerspruches zu dem erst angenommenen stehet? Nur so viel ist nöthig, damit die Möglichkeit der hier besprochenen Beweisart fest stehe. Daß nun ein solcher Fall Statt finde, und zwar schon bei der einfachsten Schlußart Barbara Statt finde, beweiset, dünkt mir, das Beispiel, von welchem L. (S. 387.) selbst gestand, daß es das scheinbarste unter allen sey; zu dessen Widerlegung er aber nichts Besseres vordrachte, als daß die dabei vorkommenden zwei Vorderätze nicht miteinander verträglich sind, also nicht miteinander vereinigt werden sollten. Aber ist dieser Grund wohl richtig? Das Beispiel lautet so: „Jeder Satz ist falsch. Daß jeder Satz falsch sey, ist selbst wieder ein Satz. Also ist auch, daß jeder Satz falsch sey, falsch.“ — Ich sehe in der That nicht, wie man in Abrede stellen könnte, daß in diesem Beispiele aus einem falschen Obersatze durch die Vermittlung eines sehr wahren Untersatzes und nach der richtigsten Schlußart ein Schlußsatz abgeleitet werde, der den gebrauchten Obersatz selbst wieder aufhebt. Auch wird Jeder gestehen, daß man gerade daraus, weil sich aus jenem

Obersätze ein solcher, ihn selbst wieder aufhebender Schlußsatz ergibt, seine Falschheit einsehen könne; und somit wäre die Möglichkeit jener apagogischen Beweisart, von der ich jetzt spreche, schon durch dieß einzige Beispiel entschieden. Da ich inzwischen oben behauptete, daß alle apagogischen Beweise in ostensive verwandelt werden könnten: so werden vielleicht einige Leser fragen, wie sich auch dieser Beweis ostensiv vortragen ließe; und die Frage wird um so billiger seyn, da ich mich S. 31. dieses Beweises zu einem so wichtigen Zwecke, nämlich um zu beweisen, daß es Wahrheiten überhaupt gebe, bedient habe. Um zu dem obigen Schlußsatze zu gelangen, ist der daselbst angenommene Obersatz keineswegs nöthig, sondern es genüget schon der vollkommenen wahren Satz: „Wenn die Behauptung, daß kein Ding von einer gewissen Art A die Beschaffenheit b habe, selbst ein Ding dieser Art ist: so fehlt auch dieser Behauptung selbst die Beschaffenheit b.“ Fügen wir nämlich zu diesem Obersatze den Untersatz: „Die Behauptung, daß kein Satz Wahrheit habe, ist selbst ein Satz:“ so ergibt sich der verlangte Schlußsatz: „Also fehlt es der Behauptung, daß kein Satz Wahrheit habe, selbst an Wahrheit.“

4. Anmerk. Der Umstand, daß wir in einem apagogischen Beweise von einer falschen Annahme ausgehend die Wahrheit kennen lernen, hat Manche, wie des Cartes (Princ. III, 47.), Tacquet (Elem. Geom. Amst, 1683. in App.) veranlaßt, zu sagen, „daß man das Wahre hier aus dem Falschen folgere;“ und die Beispiele, von denen ich in der vorigen Anm. sprach, veranlaßten zu der Erklärung, „daß man das Wahre aus dem Falschen oft selbst direct ableiten könne;“ Behauptungen, die hinwieder Anderen sehr anstößig vorkamen. Meines Erachtens sollte gesagt werden, daß man die Wahrheit in einem apagogischen Beweise nicht aus gewissen falschen Sätzen, weder aus dem falschen Satze Neg. M, mit dessen Betrachtung man anhebt, noch aus dem falschen Satze Neg. A, bei dessen Erscheinung man abbricht, sondern nur aus der Bemerkung folgere, daß jener erste Satz, wenn er für wahr angenommen würde, auch zur Fürwahrhaltung des letztern, welcher doch offenbar falsch ist, nöthigen würde. Aus der Betrachtung eines Satzes zu einer gewissen Erkenntnis veranlassen zu werden, und diese Erkenntnis aus demselben ableiten oder folgern, ist doch nicht einerlei. Doch Einigen scheint vielleicht auch das bei den Mathematikern gebräuchliche Verfahren, aus einer nur ohngefähr oder auch ganz falschen Annahme

den wahren Werth einer Größe immer genauer oder auch ganz genau zu berechnen (wie in der Regula falsi, oder den Annäherungsmethoden der Algebra, Astronomie u. dgl.), ein Beispiel, daß man aus Falschem Wahres finden könne. Ich erinnere, daß man bei diesem Verfahren eigentlich nichts Falsches annehme, indem die gebrauchten Schlüsse gelten, so oft der in Rechnung gebrachte Werth dem wahren nur nahe kommt, oder auch allgemein für einen jeden Werth.

S. 531.*

Beweise durch Induction und Analogie.

Wie das Verfahren der Induction (S. 328.) die trefflichsten Dienste leistet, wo es sich darum handelt, daß wir uns erst selbst überzeugen sollen, ob ein vorliegender Satz wahr oder falsch sey: so ist es auch dort nicht zu verschmähen, wo wir die einmal gewonnene Ueberzeugung Andern mittheilen wollen. Beweise, die dieses Verfahren nachahmen, können Inductionsbeweise heißen. Wir werden sie anbringen dürfen, a) in allen denjenigen Fällen, wo uns ein anderer Beweis noch nicht bekannt ist, also namentlich α) bei allen Erfahrungswahrheiten, von welchen wir ihrer Natur nach nicht anders als durch eine Induction, und zwar größtentheils durch eine unvollständige, die eigentlich nichts als eine bloße Wahrscheinlichkeit gewährt, überzeugt werden können; β) auch bei verschiedenen Begriffswahrheiten, die wir bis jetzt aus bloßen Begriffen nicht abzuleiten wissen, sondern von denen wir uns nur durch Erfahrungen versichern. So gab es selbst in der reinen Mathematik, namentlich in der Lehre von den Primzahlen, einige Sätze, in Betreff deren sich angesehene Mathematiker nicht schämten, einzugestehen, daß sie noch keinen allgemein geltenden Beweis für ihre Wahrheit wüßten, sondern sie bloß deshalb für richtig hielten, weil sie bei allen Beispielen, mit denen sie es versucht, die angenommene Regel bestätigt fanden. b) Auch wo ein anderer Beweis bereits bekannt ist, wird uns erlaubt seyn, zu einem Beweise durch Induction, durch eine vollständige, ja selbst auch eine bloß unvollständige, unsere Zuflucht zu nehmen, wenn ein anderer Beweis der Fassungskraft unserer Leser und ihren Vorkenntnissen nicht angemessen ist. Bei allen die-

sen Inductionsbeweisen werden wir nun vornehmlich darauf zu sehen haben, daß die Leser den Grad der Vollständigkeit, den unsere Aufzählung der einzelnen Fälle hat, gehörig beurtheilen können. Ist nämlich die Induction vollständig, d. h. beweisen wir die Wahrheit des Satzes, daß jedes S ein P sey, dadurch, daß wir die sämtlichen, unter der Vorstellung S enthaltenen Gegenstände in gewisse Gruppen S', S'', S'''... abtheilen, und von einer jeden dieser Gruppen im Einzelnen darthun, daß die Beschaffenheit u. den unter ihr enthaltenen Individuen zukomme: so müssen wir dieses auch den Lesern bemerklich machen. Zwar ist nicht nothwendig, daß wir zu diesem Zwecke darthun, daß die Vorstellungen S', S'', S'''... einander ausschließen, auch nicht, daß eine jede der Vorstellungen S eben untergeordnet sey: wohl aber müssen wir erweisen, daß es kein einziges S gebe, welches nicht Einer der Vorstellungen S', S'', S'''... unterstehe, oder (was eben so viel heißt) daß die Vorstellung eines S, das weder S' noch S'' noch S'''... wäre, gegenstandslos sey. Ist aber unsere Induction nur eine unvollständige: so müssen wir wenigstens zeigen, daß sie geeignet sey, unserm Satze den Grad der Wahrscheinlichkeit zu geben, mit dem wir ihn aufgestellt haben. Ein Ähnliches gilt auch von dem Verfahren der Analogie.

§. 532.*

Beweise aus reinen Begriffen und aus der Erfahrung.

Der Unterschied zwischen Beweisen, der auf dem Umstande beruhet, ob die verschiedenen Vordersätze, aus denen der zu beweisende Satz kraft eines vollkommenen Schlusses abgeleitet wird, durchgängig reine Begriffssätze sind oder nicht, hat auch auf ihre Abfassung einen Einfluß.

1) Beweise der ersteren Art oder aus reinen Begriffen haben zwar ohne Zweifel den Vorzug, daß sie — wenn nur in ihren Vorderätzen und in der Art, wie der Schlusssatz aus diesen hergeleitet wird, kein Fehler obwaltet, — volle Gewißheit gewähren, indem das Gegentheil dessen, was sie erweisen, unter der eben erwähnten Bedingung und in der Bedeutung §. 132. n^o. 4. unmöglich ist: die Gefahr eines Irrthums in jenen Vorderätzen aber und in der Ableitung

kann, besonders, wenn der Beweis aus einer längeren Reihe von Schlüssen bestehet, öfters so groß werden, daß wir nicht nur selbst äußerst mißtrauisch gegen ihn seyn müssen, sondern auch unsern Lesern nicht genug Vorsicht empfehlen können, sofern die Reihe der hier angestellten Schlüsse nicht schon vielfältig von uns und Andern geprüft und immer richtig befunden worden ist. Ist dieses Letztere bisher noch nicht geschehen, und erlaubt es gleichwohl der zu beweisende Satz, daß wir auch auf eine andere Art, nämlich noch durch Erfahrungen eine Bestätigung desselben versuchen: so werden wir wohl thun, ihm diese beizugeben. Zu einer solchen Bestätigung durch Gründe anderer Art müssen wir unsere Zuflucht auch dann nehmen, wenn die Schlüsse aus reinen Begriffen zwar wohl in unsern Augen, keineswegs aber auch bei unsern Lesern eine hinlängliche Sicherheit haben. Inzwischen mögen wir einen aus reinen Begriffen geführten Beweis allein oder verbunden mit andern vortragen: so ist jederzeit, sofern wir wollen, daß er gehörig aufgefaßt werde, und einen ihm angemessenen Grad der Ueberzeugung bei unsern Lesern bewirke, nöthig, uns der möglichsten Deutlichkeit in seiner Darstellung zu befleißigen. Wir müssen uns also nicht bloß damit befriedigen, daß wir der Vordersätze nur eben so viele beigebracht haben, als hinreichen, um unseren Satz aus ihnen mittelbar abzuleiten; sondern wir werden auch alle Zwischensätze, d. h. auch alle diejenigen Sätze, die diese Ableitung vermitteln und erleichtern können, erwähnen und den Lesern so zu einem deutlichen Bewußtseyn bringen müssen.

2) Beweise aus der Erfahrung, oder empirische, d. h. Beweise, in denen wir aus gewissen Wahrnehmungen folgern, was sich aus ihnen nur durch Vermittlung eines Schlusses der bloßen Wahrscheinlichkeit ergibt, können eben darum nie eine völlige Gewißheit, wohl aber oft einen Grad der Wahrscheinlichkeit ersteigen, der groß genug ist, um unter den eben vorhandenen Umständen die Möglichkeit des Gegentheils zwar nicht zu läugnen, doch außer Acht zu setzen. Obgleich sich nun die Zuversicht, die wir in einem solchen Falle von unsern Lesern verlangen dürfen, wirklich nicht von derjenigen unterscheidet, die einer völligen Gewißheit zukommt, und obgleich wir uns deßhalb wohl auch erlauben dürfen,

Die hier obwaltende Gewißheit eine völlige zu nennen: so müssen wir doch, so oft ein Mißverstand aus dieser Benennung hervorgehen könnte, nicht unterlassen, zu erinnern, daß jene Zuversicht nur unter den eben vorhandenen Umständen Statt finde, und wenn sich diese einst ändern sollten, gleichfalls geändert werden müßte. Wenn aber der Grad der Wahrscheinlichkeit, den unser Satz zu Folge der von uns angezogenen Erfahrungen verdienet, noch gar nicht so groß ist, daß alle Besorgniß des Gegentheils wegfallen darf: so wird es Pflicht, die Leser eigens zu warnen, daß sie in ihrem Vertrauen zu unserem Beweise nicht zu weit gehen; und wir sind diese Warnung ihnen vornehmlich dann schuldig, wenn wir vermuthen können, daß sie zu einer gewissen Art von Leichtgläubigkeit geneigt sind. Wenn überdieß der Satz, um den es sich handelt, von der Art ist, daß sich noch gegenwärtig, und selbst von Seite unserer Leser Wahrnehmungen (Beobachtungen oder Versuche) anstellen lassen, welche zu seiner vollständigeren Entscheidung führen könnten: so wird es zweckmäßig seyn, sie dazu aufzufordern, ja nöthigen Falls ihnen auch eine eigene Anleitung zu ertheilen, wie sie diese Wahrnehmungen veranstalten sollen. Solche Anleitungen und Aufforderungen können wir als gehörig zu unserm Beweise selbst ansehen, wieferne es Sätze sind, die zwar nicht unmittelbar, durch ihre bloße Betrachtung, aber doch mittelbar, nämlich durch jene Handlungen, zu welchen die Leser durch sie veranlaßet werden, beitragen können, daß unser Satz einen höheren Grad der Gewißheit erhalte. Eine besondere Vorsicht verdienen aber die Fälle, wo wir die Wahrheit eines Satzes aus gewissen Wahrnehmungen folgern, die nur wir selbst gemacht, und die von Andern, namentlich unsern Lesern nicht eben so gut wiederholt werden können. Es ist begreiflich, daß hier oft ein sehr großer Unterschied obwalten könne zwischen dem Grade der Zuversicht, mit dem wir selbst die Wahrheit unsers Satzes behaupten und behaupten dürfen, und zwischen dem Grade des Vertrauens, den wir von Seite der Leser zu fordern berechtigt sind. Die Leser müssen hier, um zu einer vernünftigen Ueberzeugung zu gelangen, noch Ueberlegungen einer ganz andern Art, als diejenigen, deren wir nöthig gehabt, anstellen; sie müssen Gründe finden,

welche die Glaubwürdigkeit unsers Zeugnisses darthun, die ihnen darthun, daß wir die nöthige Geschicklichkeit gehabt, um aus den unmittelbaren Wahrnehmungen, die wir erhielten, richtig zu folgern, was eigentlich vorgegangen sey, und daß wir auch eben so den Willen gehabt, die Wahrheit, wie wir sie selbst erkannten, ihnen mitzutheilen. Wir müssen uns also eigens bemühen, sie von dem Vorhandenseyn dieser beiden Stücke zu überzeugen; und nur in dem Maße, als wir dieß vermögen, dürfen wir Glauben fordern. Sind wir — was eben nichts Seltenes ist — außer Stande, ihnen eine hinlängliche Gewährleistung für unsere Sachkenntniß oder Wahrhaftigkeit zu geben; eine Gewährleistung, die sicher genug wäre, um die (vielleicht sehr große) innere Unwahrscheinlichkeit des von uns behaupteten Satzes zu überwiegen: so fehlen wir sehr, wenn wir ihnen nichts desto weniger zumuthen, daß sie uns glauben sollen. Denn kann dieß anders als nachtheilig seyn? Leser, die unserer Zumuthung folgen und also glauben, ohne hinlängliche Gründe zum Glauben erhalten zu haben, werden in dem so schädlichen Fehler der Leichtgläubigkeit nur immermehr bestärkt. Leser, die ganz richtig bemerken, daß wir unter den gegenwärtigen Umständen keinen begründeten Anspruch auf ihr Vertrauen haben, werden nur um so mißtrauischer gegen uns, je mehr sie aus unserm Betragen ersehen, daß wir nicht einmal wissen, was dazu nothwendig sey, um Glauben fordern zu können. Wie viel besser wäre es also, in solchen Fällen lieber selbst einzustehen, daß wir erkennen, die vorhandenen Umstände seyen nicht von der Art, um Zutrauen fordern zu dürfen; unsere Absicht sey daher bloß, der Leser Aufmerksamkeit auf diesen Gegenstand zu lenken, und Etwas mitzutheilen, was in Verbindung mit andern, noch erst zu machenden Erfahrungen zu einer endlichen Entscheidung des Gegenstandes vielleicht beitragen könnte.

3) Wenn alle Vordersätze, deren wir uns in einem Beweise bedienen, reine Begriffssätze, und alle darin vorkommenden Schlüsse von der Art derer sind, die ich S. 223. U. vollkommene genannt: so werden die Leser, wenn wir sie auf das Vorhandenseyn dieses doppelten Umstandes aufmerksam machen, erkennen, daß wir durch unsern Beweis ihnen die

die Nothwendigkeit des erwiesenen Satzes oder die Unmöglichkeit seines Gegentheils in der Bedeutung des S. 182. so gewiß dargethan haben, als nur gewiß ist, daß die gebrauchten Vordersätze alle wahr und die gebrauchten Schlußarten alle richtig sind. Wenn nur einige Vordersätze A, B, .. empirisch sind, von den übrigen und von den Schlußarten gilt wieder dasselbe wie vorhin: so werden die Leser, die wir auf dieses Verhältniß aufmerksam machen, erkennen, daß wir durch unsern Beweis eine bedingte, namentlich eine auf die Bedingung der Sätze A, B, ... sich stützende Nothwendigkeit des erwiesenen Satzes, oder eine eben so zu verstehende Unmöglichkeit seines Gegentheils so gewiß dargethan haben, als es gewiß ist, daß die übrigen, in unserm Beweise vorkommenden Vordersätze alle reine Begriffswahrheiten und alle Schlußarten richtig und vollkommen sind. Begreiflicher Weise kann es zuweilen von einigen Nutzen seyn, die Leser zu dieser Erkenntniß zu bringen; indem sie auf solche Art deutlicher einsehen lernen, worauf es bei der Prüfung unsers Beweises eigentlich ankomme. Allein gefehlt wäre es, wenn wir durch diese Bemerkung sie wollten glauben machen, daß die Gewißheit, die ihnen unser Beweis gewähret, um dieses Umstandes willen schon an sich größer sey, als die bei irgend einem Beweise von anderer Art, der auf empirische Voraussetzungen und auf bloße Schlüsse der Wahrscheinlichkeit sich stützt, erreicht werden kann. Nicht der Grad der Gewißheit, sondern nur die Art, wie dieser Grad erhöht werden kann, hat bei Beweisen aus reinen Begriffen und vollkommenen Schlüssen etwas ganz Eigenthümliches.

1. Anmerk. Einige Logiker, wie Crusius (S. 525.), Hr. Kösling (S. 217.), auch Hr. Bachmann (S. 350.) nehmen nebst Beweisen a priori und a posteriori noch gemischte an, die auf Grundsätzen a priori und a posteriori zugleich beruhen sollen. Meines Erachtens stüzet sich jeder aus der Erfahrung geführte Beweis nicht nur auf Wahrnehmungssätze (Grundsätze a posteriori), sondern auch auf gewisse reine Begriffswahrheiten (Grundsätze a priori), gesetzt auch, daß ihrer nicht ausdrücklich erwähnt wird; denn aus bloßen Wahrnehmungssätzen ohne Verknüpfung derselben mit einigen reinen Begriffswahrheiten, nicht einmal solcher, wie diese, daß eine jede Wahrnehmung auch eine Ursache haben

müsse, u. dgl. kann keine Erfahrung, welche uns über die Beschaffenheiten der Dinge außer uns etwas mittheilt, zu Stande kommen. Der Unterschied kann also höchstens darin bestehen, daß die sogenannten gemischten Beweise mehre und mitunter auch solche reine Begriffswahrheiten enthalten, deren Kenntniß wir eben nicht allgemein voraussetzen können. — Mißverstand kann wohl auch die in manchen Lehrbüchern der Logik so unbedingt ausgesprochene Behauptung veranlassen, daß bei Beweisen a priori gar keine Möglichkeit des Gegentheils Platz greife; besonders wenn man hieraus (wie in der Kant'schen Logik S. 92) den Schluß ziehet, daß „in keiner Wissenschaft, welche „Erkenntniße a priori enthält, also weder in der Mathematik, „noch Metaphysik, noch Moral ein Meinen Statt finde. Denn „es ist an und für sich ungereimt, a priori zu meinen. Auch „könnte in der That nichts lächerlicher seyn, als z. B. in der „Mathematik nur zu meinen. Hier, so wie in der Metaphysik „und Moral, gilt es entweder zu wissen oder nicht zu wissen!“ — Ermutigt durch einen solchen Vorgänger erlaubte sich Hegel eine noch stärkere Sprache; und im 13. B. seiner Werke S. 24 2c. heißet es wörtlich: „Man hört einem Menschen — und wenn er auch selbst „ein Geschichtschreiber der Philosophie wäre — sogleich den Man- „gel der ersten Bildung (!) an, wenn er von philosophi- „schen Meinungen spricht. Die Philosophie ist objective Wissen- „schaft der Wahrheit, Wissenschaft ihrer Nothwendigkeit, begreifen- „des Erkennen, kein Meinen, kein Ausspinnen von Meinungen.“ — Will man dem Worte Meinen hier nicht eine ganz eigenthümliche Bedeutung, von welcher der bisherige Sprachgebrauch nichts weiß, unterschieben (und von einer so willkürlichen Bedeutung sollte man doch nicht voraussetzen, daß sie ein Jeder, der Anspruch auf Bildung machen will, sofort beobachten müsse); versteht man unter Meinen nur ein Fürwahrhalten, welchem noch etwas zur völligen Sicherheit fehlt: dann bekenne ich, durchaus nicht zu begreifen, warum es nicht auch dem Mathematiker und Philosophen, besonders dem Metaphysiker nicht bloß erlaubt seyn, sondern sogar geziemem sollte, zuweilen nur zu meinen? Ist man denn etwa bei mathematischen und philosophischen Gegenständen in seinem Fürwahrhalten über jede Gefahr eines Irrthums erhaben? Wie die Erfahrung lehrt, nicht eben; untersuchen wir aber, aus welchen Umständen diese Gefahr hervorgehe, und wie sie einiger Maßen vermindert werden könne: so zeigt sich, daß der hohe Grad der Zuversicht, mit welchem der Philosoph oder der

Mathematiker einige seiner Lehrsätze aussprechen kann, lediglich auf gewissen Umständen beruhe, die durch Erfahrung, also historisch vermittelt werden müssen, z. B. auf der Beobachtung, daß auch Andere mit ihm einstimmig denken u. dgl. Verhält sich die Sache so: dann frage ich, wozu das Verbot des Wortes *Meinen* und der statt dessen angeordnete Gebrauch des *Wissens* führen soll, als um dem unanständigen Tone einer vollendeten Zuversicht in einer Wissenschaft, die alle Ursache hat, die bescheidenste Sprache zu reden, eine scheinbare Rechtfertigung zu verschaffen?

2. Anmerk. Zwischen den Beweisen, deren sich der Mathematiker und der Philosoph bedienen, wollte bekanntlich Kant (Kr. d. r. B. S. 762. u. a. a. D.) einen höchst wichtigen Unterschied erkennen, indem nur die erstern „in der Anschauung ihres Gegenstandes fortgehen,“ die zweiten aber „sich nur durch lauter Worte (Begriffe) führen lassen.“ Er wollte deshalb nur jene demonstrative, diese dagegen bloß akromatische oder discursive Beweise genannt wissen. Ja S. 755. d. Kr. liest man sogar, „daß der Mathematiker nach seiner Methode in der Philosophie nichts als Kartengebäude zu Stande bringe, der Philosoph „nach der seinigen in dem Antheil der Mathematik nur ein Geschwätz erregen könne.“ — Welchen verderblichen Einfluß solche Behauptungen auf die Philosophie gehabt, wurde schon anderwärts erwähnt; hier will ich nur noch bemerken, daß sie nicht minder nachtheilig auch einer echt wissenschaftlichen Ausbildung der Mathematik wurden. Denn waren die Mathematiker schon früher geneigt, sich zum Beweise ihrer Lehren, so oft es nur möglich war, auf das, was schon der bloße Anblick einer Figur lehren kann, zu berufen: so glaubten sie von nun an (nicht nur in Deutschland, sondern selbst in Frankreich, England, den Niederlanden und wo man sonst etwas von dieser Kantschen Lehre vernahm), daß sie ein volles Recht hätten, so zu verfahren. Nun will zwar auch ich ein solches Recht nicht in Abrede stellen in Büchern für Leser, bei denen man nicht genug Übung im Denken und Wortkenntnisse voraussetzen kann, um sie zur Kenntniß des objectiven Grundes der mathematischen Wahrheiten zu leiten. Allein, wo sich der Vortrag durch keine solche Rücksicht beschränkt sieht, wo er den höchsten Grad der Wissenschaftlichkeit erreichen soll, da halte ich es für Pflicht, nichts aus dem bloßen Anblicke einer Figur, aus einer sogenannten Anschauung, einer reinen oder sonst einer andern zu folgern; kurz auf dieselbe Art, wie beim Beweise rein philosophischer Wahrheiten zu verfahren. Daß

dieses vielfältig mißlungen sey, und daß die Meisten, welche mathematische Wahrheiten auf philosophische Art beweisen wollten, ein bloßes Geschwätz vorbrachten, beweiset nicht, daß es unmöglich sey; wohl aber folgt aus demjenigen, was ich §. 79. 315. u. a. a. D. über die Nichtigkeit der Kantschen Lehre von Zeit und Raum als bloßen Anschauungen und über die Vermittlung synthetischer Urtheile durch dieselben gesagt habe, daß der Versuch, solche Beweise zu finden, nie aufgegeben werden dürfe.

§. 533.

Beweise des Ansehens.

Daß und unter welchen Umständen auch Beweise des Ansehens in einem Lehrbuche angebracht werden dürfen, wurde schon §. 458. gesagt. Hieraus ergibt sich von selbst, daß wir die Leser nicht zu einem bloßen Zählen der Stimmen für oder wider den zu beweisenden Satz verhalten dürfen, sondern soferne wir ihnen die Zumuthung thun, daß sie das Ansehen einer gewissen Partei etwas bei sich sollen gelten lassen, müssen wir ihnen zuvor bemerklich gemacht haben, daß die Personen, aus welchen dieselbe bestehet, die Beschaffenheit glaubwürdiger Zeugen in diesem Stücke besitzen, und zwar vorzugsweise vor jenen, die ihnen widersprechen.

§. 534.

Beweise aus den Begriffen der Leser.

Schon §. 456. wurde bemerkt, daß wir in einem Lehrbuche zuweilen auch Hilfsätze anwenden dürfen, welche uns eben nicht als durchaus wahre Sätze erscheinen. Wohl werden wir also auch Beweise anwenden dürfen, in denen ein und der andere Vorderatz oder Schluß vorkommt, den zwar die Leser, nicht aber wir selbst, für wahr und richtig halten. Es sey mir erlaubt, dergleichen Beweise, weil sie nicht unsern eigenen, sondern nur den Begriffen der Leser angepaßt sind, Beweise aus den Begriffen der Leser zu nennen. Sonst werden sie wohl auch Beweise aus dem bloß Zugestandenen (*ex concessis, ad hominem, κατ' ἀνθρώπου*), und alle andern im Gegensatz mit ihnen Beweise *κατ' ἀλήθειαν* genannt. Es läßt sich begreifen, daß bei der Abfassung solcher Beweise manche ganz eigene Regel der Vorsicht beobachtet werden

müsse. Erstlich ist schon kein Zweifel, daß wir die Sätze und Schlüsse, die uns nicht richtig scheinen, auch durchaus nicht auf eine solche Art vortragen dürfen, die man als eine Billigung derselben, als ein Bekenntniß zu ihnen ansehen könnte; denn dieses hieße lügen. Nicht selten wird es sogar Pflicht seyn, den Lesern ausdrücklich zu sagen, was wir von diesen Gründen und Schlüssen halten, daß sie uns nämlich falsch und unrichtig scheinen. Ein solches Geständniß wird, sage ich, unsere Pflicht seyn, wenn eben die Sätze und Schlüsse, deren wir uns jetzt zur Herleitung einer Wahrheit bedienen wollen, etwas Gefährliches haben; d. h. wenn zu besorgen stehet, daß sie von unsern Lesern in der Folge zur Unterstützung manches verderblichen Irrthums gemißbraucht werden könnten. So mögen wir z. B. in einem Lehrbuche der christlichen Sittenlehre die Wahrheit, daß es auch einen gerechten und erlaubten Zorn gebe, und so manche andere Pflicht immerhin auch aus bloßen Schriftstellen, und somit aus der unrichtigen Voraussetzung darthun, daß eine bloße Schriftstelle uns über unsere Pflichten belehren könnte, auch wenn wir ganz davon absähen, ob, was sie aussagt, der Vernunft widerspreche oder nicht. Allein wir sollten dann doch ausdrücklich anmerken, daß wir diese Voraussetzung für unrichtig halten; denn wie leicht könnte sie nicht eine Veranlassung zu den verderblichsten Maximen geben, indem sich aus Schriftstellen, wenn wir nicht immer erst durch die Vernunft beurtheilen wollten, ob dieses und jenes als eine uns von Gott gegebene Vorschrift oder Erlaubniß angesehen werden dürfe, auch die verkehrtesten Handlungsweisen rechtfertigen ließen! — Wenn sich im Gegentheile durchaus nicht absehen läßt, was daraus Uebles hervorgehen könnte, daß unsere Leser noch eine Zeitlang fortfahren, gewisse Sätze und Schlüsse, die uns unrichtig scheinen, für richtig zu halten; und wenn wir uns dieser Sätze und Schlüsse bedienen können, um einer wichtigen Wahrheit, die sie aus andern, richtigeren Gründen bisher noch nicht zu fassen vermögen oder Lust haben, einen leichteren Eingang bei ihnen zu verschaffen: so wäre es unflug und unrecht von uns, wenn wir es ohne Noth zu deutlich uns abmerken ließen, daß wir der Meinung, welche wir jetzt erwähnen, für unsere eigene Person nicht zugethan sind.

Durch eine solche Bemerkung würden wir nur das Vertrauen zu dem Satze selbst, den wir erweisen wollen, schwächen. Hier also müssen wir, soferne es möglich ist, von jenen Sätzen und Schlüssen in lauter solchen Ausdrücken sprechen, durch die wir uns weder für sie, noch auch ganz deutlich wider sie erklären. Die gewöhnlichste Weise, wie dieß geschehen kann, ist, indem wir dergleichen Sätze und Schlüsse als solche vorbringen, welche von Andern gebraucht worden sind, ohne dabei ausdrücklich beizusetzen, daß und warum wir sie nicht überzeugend finden. Was aber bei Beweisen von dieser Art als eine fast unerläßliche Obliegenheit betrachtet werden muß, ist, daß wir uns niemals auf sie allein beschränken, sondern noch einen andern, noch einen solchen Beweis beifügen, von dem wir wenigstens selbst glauben, daß er auf durchaus richtigen Sätzen und Schlüssen beruhe. Und wenn es uns ja nicht möglich seyn sollte, diesen uns selbst befriedigenden Beweis umständlich vorzutragen, etwa, weil zum Verständnisse desselben Vorkenntnisse nothwendig wären, die wir den Lesern nicht zumuthen dürfen: so wird es wenigstens Pflicht seyn, seiner Erwähnung zu thun, damit auf jeden Fall, so viel von unserer Seite geschehen kann, dafür gesorgt sey, daß kein Leser, wenn er die Unrichtigkeit des geführten Beweises früher oder später inne wird, ein Aergerniß nehme; und den Satz selbst als etwas Unerwiesenes verwerfe.

Anmerk. Weil wir nach dieser Anweisung die Sätze und Schlüsse, die wir für unrichtig halten, nicht aufstellend vortragen: so ist die eigentliche Form unsers Beweises diese: „Auch ihr, die ihr dieses „und jenes behauptet, müßet, um folgerrecht zu seyn, zugeben, daß „u. s. w.“ — Da nun in diesem Schlusse nichts Falsches liegt: so läßt sich, strenge genommen, sagen, daß wir uns auch in diesen Beweisen keiner falschen Prämissen bedienen; wenigstens nicht so, daß wir aus ihnen schließen. Welches hiemit zur vollständigern Auffassung des §. 456, und 515. Gesagten bemerkt werden mag.

§. 535.

Beweise, welche nur darthun sollen, daß die Wahrscheinlichkeit eines Satzes eine gegebene Größe überschreite.

Es ist ein sehr gewöhnlicher Fall, daß wir in einem Beweise nicht eben die Absicht haben, dem Satze, den wir

darthun, einen völlig bestimmten Grad der Zuversicht zu verschaffen; sondern nur zeigen wollen, daß seine Wahrscheinlichkeit wenigstens größer als diese und jene gegebene Größe sey. Wir wollen nicht zeigen, wie wahrscheinlich unser Satz ist, sondern nur, daß er gewiß wahrscheinlicher ist als ein gegebenener. So ist es namentlich in allen denjenigen Fällen, wo wir behaupten, daß der von uns aufgestellte Satz sicher genug sey, um sich auf ihn verlassen zu können in der Bedeutung des §. 318. n^o 3., oder auch nur, daß er einen Grad der Wahrscheinlichkeit habe, der groß genug ist, um nicht außer Acht gelassen zu werden. Das Erste geschieht z. B., wenn wir behaupten, daß ein menschlicher Leib, an dem sich bereits Spuren der Verwesung eingestellt haben, keine Wiederbelebung erwarten lasse, sondern als todt angesehen werden könne, mit einem Grade der Zuversicht, der dazu nöthig ist, um ihn begraben zu dürfen. Denn hiezu gehört nicht mehr, als daß der Schaden, den die längere Aufbewahrung der Leiche den Lebenden verursachen würde, das Gute, das jene Wiederbelebung hervorbringen könnte, offenbar überwieget. Das Zweite geschieht, wenn wir sagen, daß ein Mensch, der schon durch mehre Stunden kein Zeichen des Lebens von sich gegeben hat, darum doch immer noch Lebend seyn könne. Denn damit wollen wir nichts Anderes sagen, als daß die Möglichkeit der Wiederbelebung eines solchen Menschen keinen so niedrigen Grad der Wahrscheinlichkeit hat, daß sie schon gar keine Beachtung mehr verdiene. Es ist begreiflich, daß Beweise von dieser eigenen Art auch ein Verfahren, das etwas Eigenes hat, verstaten. Hier dürfen wir nämlich a) allerdings keinen der Gründe, die wider unsern Satz sprechen (die seine Wahrscheinlichkeit vermindern), mit Stillschweigen übergehen; daß wir aber auch von den Gründen, die für ihn sind, keinen unberührt lassen, kann man uns nicht zur Pflicht machen; sobald wir nur dieser letzteren so viele anführen, daß der Grad der Wahrscheinlichkeit, den sie durch ihr Uebergewicht über die ersteren erzeugen, entschieden größer ist als die gegebene Größe. b) Bei einem Beweise der Art ist es nicht nöthig, die Grade der Wahrscheinlichkeit, welche die Gründe für oder wider unsern Satz haben, genau zu berechnen; sondern wenn wir die

Gründe, die für ihn sind, mit einem Grade der Wahrscheinlichkeit ansetzen, der so gering ist, daß jeder Leser eingestehen muß, sie seyen gewiß nicht zu hoch angerechnet, die Gegenstände aber mit einem Grade der Wahrscheinlichkeit, den jeder Leser gewiß eher zu hoch als zu niedrig finden muß, und wir zeigen endlich, daß auch bei dieser Art zu rechnen der Grad der Wahrscheinlichkeit unsers Satzes größer ausfällt, als jene gegebene Größe: so ist klar, daß unser Beweis dem vorgesezten Zwecke entspreche. Wenn wir z. B. einer Wittwen = Versorgungsanstalt erweisen sollen, daß die Verpflichtungen, welche sie übernimmt, ihr keinen Nachtheil verursachen werden, sofern sie nur eine hinlängliche Ausdehnung hat: so brauchen wir bloß zu zeigen, daß wir die wahrscheinliche Lebensdauer der Männer nicht länger, jene der Wittwen nicht kürzer angenommen haben, als die Erfahrung ausweist.

§. 536.*

Uebersicht der gewöhnlichsten Fehler, die bei Beweisen in einem Lehrbuche begangen werden; und zwar
a) in der Materie.

Da wir §. 370 ff. die Beweise nur aus dem Gesichtspunkte betrachteten, wiefern sie Mittel zu unserer eigenen Belehrung seyn sollen: so sprach ich §. 371. und 372. auch nur von solchen Fehlern derselben, die ihrer Brauchbarkeit für diesen Zweck allein entgegen stehen; hier aber soll ich auch vor denjenigen Fehlern eines Beweises warnen, die ihn der Aufnahme in ein Lehrbuch unwürdig machen. Auch diese Fehler können bald in der Materie, d. h. in der Beschaffenheit der Sätze, die wir als Vordersätze gebrauchen, bald in der Form, d. h. in was immer für anderen Umständen liegen. Die in der Materie gelegenen Fehler können bald diejenigen in dem Beweise gebrauchten Vordersätze, die nicht zugleich Schlußregeln sind, bald solche Schlußregeln betreffen.

1) Die Fehler der ersten Art könnte man, wie §. 371. unter dem gemeinschaftlichen Namen der unstatthaftern Voraussetzungen befaßen. Wir werden aber als unstatthafte Voraussetzungen verwerfen müssen nicht nur, wie

vort, alle an sich selbst falschen oder verkehrten oder in einem Birkel sich drehenden Voraussetzungen, sondern auch a) alle Voraussetzungen, die unsern Lesern nicht genug einleuchten; (ngleichen b) alle, aus denen sich der zu beweisende Satz zwar mit dem nöthigen Grade der Zuversicht, aber nicht mit derjenigen Leichtigkeit einsehen läßt, welche bei einer andern Auswahl von Vorderätzen hätte erreicht werden können. Dieß könnte der Fehler der Schwerefälligkeit heißen. Die sämtlichen Beweise, mit denen man in der bisherigen Darstellungsart der Geometrie die Lehrsätze von der Ähnlichkeit darthut, verdienen diesen Vorwurf. — Ein Fehler ist es hier auch, c) wenn wir die zu beweisende Wahrheit aus Sätzen darthun, welche den objectiven Grund derselben gar nicht berühren, während es doch möglich gewesen wäre, sie aus diesem abzuleiten. Dieß könnte man einen Beweis aus fremdartigen Gründen (*per aliena et remota, μετάβασις εις άλλο γένος*) nennen. Ein solcher Fehler ist's, wenn Sätze der reinen Größenlehre (wie man zuweisen thut) aus geometrischen oder mechanischen Gründen bewiesen werden. Ges fehlt ist es auch, d) wenn wir zu Sätzen, die nur unsere Leser, nicht aber wir selbst für wahr halten, unsere Zuflucht nehmen, ohne daß es die Nothwendigkeit erheischte. U. s. w.

2) Die Schlußregel, die wir bei unserem Beweise befolgen, ist nicht nur dann zu tadeln, wenn sie ganz unrichtig ist, d. h. wenn es dem Beweise an Consequenz gebricht, welches so oft geschieht, als irgend einer der S. 371. n^o 2. aufgezählten Fälle eintritt, sondern sie ist hier auch schon tadelnswerth, wenn sie den Lesern nicht genug einleuchtend oder verläßlich ist.

Anmerk. Daß es ein Uebelstand sey, wenn wir einen Beweis aus fremdartigen Gründen (*εξ άλλου γένους*) führen, während er doch aus einheimischen (*εξ αρχών οικειών*) hätte geführt werden können, erkannten schon die Alten sehr wohl. Wenn aber Aristoteles (*Anal. post. I, 7.*) als ein Beispiel dieses Verstoßes den Fall anführt, wo eine geometrische Wahrheit aus arithmetischen Betrachtungen dargethan wird: so dünkt mir, irrte er sich, ob ihm gleich Mehrere der angesehensten Geometer auch noch in unserer Zeit beistimmen. Die arithmetischen Lehren sind wirklich allgemeiner als die geometrischen, und die Beschaffenheiten,

die den bloß räumlichen Größen zukommen, gründen sich objectiv auf Beschaffenheiten, die allen Größen überhaupt zukommen. So muß denn mancher Beweis einer geometrischen Wahrheit aus gewissen, rein arithmetischen (d. h. zur allgemeinen Größenlehre gehörigen) Betrachtungen geführt werden, gerade dann, wenn er den objectiven Grund derselben angeben will. Wahr ist es aber, daß es dergleichen Beweisen gar sehr an jener Anschaulichkeit gebricht, welche man in Beweisen für Anfänger liebt; wahr, daß man eben deshalb überall, wo es sich bloß um Ueberzeugung handelt, die sogenannten geometrischen vorziehen dürfe, ja, daß es diese noch in so mancher andern Hinsicht verdienen, nicht ganz vernachlässiget zu werden.

§. 537.*

b) in der Form.

Auch wenn die Sätze und Schlüsse, die wir in einem Beweise gebrauchen, zweckmäßig gewählt sind, können wir in der Art ihrer Verbindung oder in manchen andern Umständen fehlen. Zuvörderst können alle diejenigen Fehler, die ein Beweis hinsichtlich auf uns selbst haben kann (§. 372.), ihm auch in Beziehung auf unsere Leser zur Last zu legen seyn. Er kann, z. B. den Vorwurf der Lückenhaftigkeit verdienen, wenn wir verschiedene Zwischensätze, durch welche die Ableitbarkeit des zu beweisenden Satzes aus den gegebenen Vordersätzen leichter erkannt worden wäre, weglassen, obgleich der Grad der Vorkenntnisse, die wir bei unsern Lesern voraussetzen können, ihre Erwähnung erheischt hätte; u. s. w. Allein nebst solchen kann es hier noch gar manche andere Fehler geben. 1) Zuweilen ist schon das ein Fehler, daß wir nicht ausdrücklich genug erinnern, der Leser möge die Sätze, welche wir vorbringen, in ihrer ganzen Allgemeinheit nehmen, ohne gewisse, sie einschränkende Bedingungen selbst noch hinzuzudenken. Man könnte sagen, daß wir in einem solchen Falle den Anschein unnöthiger Beschränkungen stehen lassen. Selbst die Mathematiker machen sich dieses Fehlers zuweilen schuldig, wenn sie z. B. nicht erinnern, daß das Behauptete auch gelte, wenn die gezogenen Linien nicht in derselben Ebene liegen u. dgl. 2) Ein anderer Fehler ist es, wenn wir in unserm Beweise nicht Alles anwen-

den, was sich von unserer Seite thun läßt, um einem un- zweckmäßigen Einflusse der Neigungen unserer Leser auf ihre Ueberzeugung vorzubeugen; wenn wir z. B. zu vorklaut mit unserer Meinung sind, oder die Eitelkeit der Leser auf eine zu harte Probe stellen, u. dgl. Wie viele theologische Schriftsteller, besonders Controverschreiber versündigen sich auf diese Weise! 3) Noch ärger ist das Vergehen, wenn wir bei Sätzen oder Schlüssen, die wir selbst nicht für richtig halten, die Kunst der Verstellung und Lüge gebrauchen. Ein solcher Beweis würde den Vorwurf der Unredlichkeit verdienen. Und möchten doch alle theologischen Schriftsteller in ihren Busen greifen, ob sie das Alles selbst glauben, was sie dem Leser aufdringen wollen, zumal in den historischen Partien! 4) Ein anderer Fehler ist es, wenn wir den Grad der Zuversicht, den unsere Gründe verdienen, entweder gar nicht oder auf eine von der Wahrheit abweichende Art bestimmen, z. B. zu hoch ansetzen. Es ist nichts gewöhnlicher als dieses Letztere. U. s. w.

Anmerk. Da die Lehre von den Beweisen eine so hohe Wichtigkeit hat: so ließ sich im Voraus erwarten, sie werde von den bisherigen Bearbeitern der Logik schon zu einem solchen Grade der Vollkommenheit erhoben worden seyn, daß den Nachfolgenden nur wenig zu ändern oder zuzusetzen verblühet seyn werde. Man wird sich also nicht wundern, daß sich auch meine Darstellung von der gewöhnlichen in diesem Lehrstücke nur wenig unterscheidet. Und da ich die Gründe, um derentwillen ich in einigen Punkten von Andern abgewichen bin, an seinem Orte bereits angedeutet habe: so ist nicht nöthig, hier ein Mehreres zu sagen. Es versteht sich aber von selbst, daß man zur vollständigen Vergleichung das S. 370. ff. Gesagte mit dem Hierortigen zusammen nehmen müsse.

VI. Von Einwürfen und Widerlegungen.

S. 538.
Begriff und Nutzen derselben.

In einem genauen Zusammenhange mit der so eben behandelten Lehre von den Beweisen steht die Lehre von den Einwürfen und ihren Widerlegungen. Ich sage aber,

daß irgend ein einzelner Satz oder ein Inbegriff mehrerer (der immer auch als ein einziger Satz betrachtet werden darf) ein Einwurf und zwar ein gegen den Satz M gerichteter Einwurf sey, wenn jene Sätze in der bestimmten Absicht dargestellt werden, oder doch so beschaffen sind, daß sie in der bestimmten Absicht dargestellt werden könnten, damit sie bei Jemand, der sie betrachtet, den Grad seiner Zuversicht zu M vermindern. Soll die Zuversicht zu dem Satze M schlechterdings nur vermindert, nicht aber ganz aufgehoben und in ihr Gegentheil, in eine Zuversicht zu dem Satze Neg. M verwandelt werden: so nennt man den Einwurf einen gegen M erhobenen Zweifel; im widrigen Falle mag er ein Einwurf im engeren Sinne heißen. Dieser kann also auch als ein für den Satz Neg. M versuchter Beweis (S. 512.) erklärt werden. Ein Satz dagegen, oder ein Inbegriff mehrerer Sätze, welche in der bestimmten Absicht aufgestellt werden, oder doch so beschaffen sind, daß sie in der bestimmten Absicht aufgestellt werden könnten, um durch ihre Betrachtung die Wirkung, welche durch die Betrachtung eines Einwurfes hervorgebracht worden ist, wieder aufzuheben, nenne ich eine Lösung, Beantwortung, Beseitigung oder Entgegnung dieses Einwurfes, auch (besonders, wenn dieser Einwurf in einem Beweise besteht) eine Widerlegung desselben. (Vgl. S. 371. n^o. 2. k.) Daß nun in einem zweckmäßig eingerichteten Lehrbuche gar oft auch Einwürfe und Widerlegungen derselben vorkommen müssen, erhellet aus den verschiedenen Vortheilen, die ihre Aufnahme gewähret: a) Wenn wir vermuthen können, daß ein Einwurf unseren Lesern entweder schon jetzt bekannt sey, oder doch künftig bekannt werden dürfte, und andererseits nicht voraussetzen können, sie würden Einsicht und guten Willen genug haben, um sich ihn selbst zu lösen: so ist offenbar, wir müssen die Betrachtungen, welche zu seiner Beseitigung dienen, und wenn sie außerdem nicht gehörig verstanden werden können, auch ihn selbst in unser Buch aufnehmen, wollen wir anders, daß die Lehren desselben den Grad der Zuversicht, den sie nach ihren Gründen verdienen, in den Augen der Leser nicht nur für einige Zeit, sondern fortwährend behalten. b) Ein anderer Vortheil von nicht geringerer Erheblichkeit, den wir durch

unverholene Darstellung jedes, unserer Behauptung entgegenstehenden Einwurfes erreichen, ist das Vertrauen, das wir den Lesern durch ein solches Betragen zu unserer eigenen Redlichkeit einflößen. c) Durch geschickte Lösung angeführter Einwürfe gewähren wir den Lesern eine vortreffliche Übung im Denken, finden Veranlassung, ihnen gar manche andere, nützliche Einsichten beizubringen, und setzen sie allmählig in den Stand, selbst auf Einwürfe, die wir nicht angeführt, die uns vielleicht nicht einmal eingefallen sind, die richtige Antwort zu finden. d) Endlich ist auch der mögliche Vortheil nicht zu vergessen, daß wir in unsern Behauptungen Unrecht haben können, und daß der Irrthum, den wir selbst nicht sehen, von unsern Lesern vielleicht gerade dann am Leichtesten bemerkt werden wird, wenn wir die mancherlei, unserer Behauptung entgegenstehenden Einwürfe anführen und beifügen, was wir zu ihrer Beantwortung zu sagen wissen.

Anmerk. Daß das Wort Zweifel nach der hier angenommenen Erklärung einen Satz, in S. 306. aber einen Zustand unsers Gemüthes bedeute, wird keinen Mißverstand erzeugen. Warum ich aber den Einwurf im weiteren Sinne nicht (wie es wohl Einige thun) als einen mehr oder minder gelungenen Beweis von der Falschheit eines Satzes erkläre, geschieht nur, weil mir dünkt, daß man nicht eben bei jedem Einwurfe die Absicht habe, ja auch nur haben könne, die Falschheit des Satzes, gegen den er gerichtet ist, zu erweisen, d. h. den Leser oder Zuhörer dahin zu bringen, daß er das Urtheil dieser Falschheit falle; denn dazu sind die vorgebrachten Gründe oft viel zu schwach. Was man aber immer beabsichtigt oder wenigstens beabsichtigen könnte, ist eine Verminderung des Grades der Gewißheit, den der Satz hat. Daß übrigens zu dem Begriffe eines Einwurfes gar nicht die Wirklichkeit dieser Absicht gehöre, sondern daß ihre bloße Möglichkeit genüge, erhellet schon daraus, weil wir ja Einwürfe auch gegen unsere eigene Behauptung anführen und sie dann selbst widerlegen. Diese führen wir doch nicht in der Absicht an, um den Grad der Gewißheit unserer Behauptung durch sie zu mindern? Wie aber ein Einwurf weniger seyn kann, als ein versuchter Beweis der Falschheit eines Satzes: so soll die Widerlegung des Einwurfes abermals mehr seyn als ein bloßer Beweis seiner Falschheit. Denn daß ein gegebener Ein-

wurf falsch sey, wissen wir oft sehr gut, und sehen uns gleichwohl nach einer Widerlegung desselben um. Durch diese soll nämlich mehr geleistet, es soll die Wirkung, welche der Einwurf in unserm Gemüthe (hinsichtlich unserer Zuversicht zu dem *Sage M*) hervorgebracht hat, so vollkommen, als es nur möglich ist, wieder aufgehoben werden.

S. 539.

Welche Einwürfe und Widerlegungen aufgenommen werden sollen?

1) Was erstlich die Einwürfe anlangt, so ist begreiflich, es könne derselben nicht nur solche, die wir zu heben, sondern auch andere, welche wir nicht zu heben wissen, geben. Die letzteren, d. h. Einwürfe, in Ansehung deren wir keine Betrachtung kennen, durch welche der Eintrag, den sie der Wahrscheinlichkeit des von uns aufgestellten *Sages* machen, gänzlich gehoben würde, dürfen wir eben deshalb nur in den seltensten Fällen, nämlich nur bei *Sägen*, wie die S. 453. n^o. 1. besprochenen, mit Stillschweigen übergehen. In allen andern Fällen fordert die Ehrlichkeit, ihrer Erwähnung zu thun; und zwar gleich dort, wo wir mit dem Beweise des *Sages* beschäftigt sind, müssen wir sie als eben so viele seiner Wahrscheinlichkeit entgegenstehende Gegengründe aufführen.*) Verstattet der Raum oder die Fassungskraft der Leser keine umständliche Auseinandersetzung derselben, so sollen wir wenigstens im Allgemeinen bemerken, daß es auch einige unserer Behauptung entgegenstehende Gegengründe gebe, oder wir dürfen jedenfalls den Grad der Verlässlichkeit unsers *Sages* nicht höher ansetzen, als er es in Berücksichtigung auf diese Einwürfe verdient. Allein auch Einwürfe, welche wir auf eine uns ganz befriedigende Weise zu beantworten wissen, sollen wir anführen, so oft sich aus dieser Anführung derselben irgend ein überwiegender Vortheil ergibt; wie es seyn

*) Mit Vergnügen bemerkte ich, daß auch der sel. *Hermes* (in s. Einleitung in die *Christkathol. Theol.* B. 2. S. 7.) dieselbe Ansicht von der Nothwendigkeit einer Unterscheidung der Gegengründe von (andern) Einwürfen hatte. Anders faßt diesen Unterschied Hr. *Esser* (L. S. 257) auf.

dürfte, so oft einer von folgenden Umständen eintritt: a) wenn wir nicht völlig sicher sind, daß die Behauptung, der jener Einwurf entgegensteht, wahr sey, und wenn wir durch eine getreue Angabe desselben hoffen können, den Lesern die Entdeckung unsers etwaigen Irrthumes zu erleichtern; b) wenn wir besorgen müßten, daß die Verschweigung des Einwurfes uns bei den Lesern in den Verdacht einer Unredlichkeit bringen, oder ihr Zutrauen zu unseren Kenntnissen und zu unserer Urtheilskraft in der Art schwächen würde, daß sie nun auch zu den Lehren, welche wir ihnen vortragen, nicht den Grad der Zuversicht fassen würden, der doch so heilsam für sie wäre; c) wenn die Bemerkungen, welche wir in der Absicht anbrächten, damit die Leser, wenn sie erst in der Folge einmal bekannt mit diesem Einwurfe werden, ihn zu beantworten wüßten, von ihnen gegenwärtig nicht nur nicht aufgefaßt, sondern selbst mißdeutet würden, sofern wir ihnen nicht geradezu sagten, worauf sich unsere Rede bezieht; d) wenn die Anführung und Beantwortung dieses Einwurfes uns als ein Mittel dient, die Leser im richtigen Denken zu üben, ihnen gewisse nützliche Kenntnisse beizubringen, u. dgl. Wenn keiner dieser Vortheile Statt hat, wenn zu befürchten steht, daß Einige durch die Anführung des Einwurfes nur geärgert würden, wenn ein Jeder sich ihn selbst beantworten kann, wenn sich der Vortrag so einrichten läßt, daß diejenigen, welche den Einwurf kennen, bemerken, daß wir ihn berücksichtigen und in der That auch widerlegen, ohne ihn ausdrücklich vortragen zu haben: in allen diesen Fällen wird es erlaubt, wohl gar zuweilen Pflicht seyn, den Einwurf wegzulassen.

2) Hieraus ergibt sich nun leicht, wann die Beantwortung eines Einwurfes aufgenommen zu werden verdiene. Haben wir einmal für nöthig erachtet, den Einwurf aufzunehmen: so ist offenbar, daß wir auch seine Beantwortung aufnehmen müssen, wenn anders wir eine kennen, und sie nicht so beschaffen ist, daß wir getrost erwarten dürfen, Jeder werde sie selbst hinzuzudenken wissen. Das vorhin Gesagte erinnert aber, daß wir bisweilen auch dort, wo wir den Einwurf nicht aufnehmen, doch seine Widerlegung, d. h. doch etwas vorbringen müssen, was zur Beruhigung für diejenigen

dent, welche mit ihm vertraut sind oder es einst noch werden können.

1. Anmerk. Ich kann nicht umhin zu gestehen, daß man nach meiner Meinung bei dem Vortrage mehrerer Wissenschaften wesentlich darin fehle, daß man zu wenig auf die den aufgestellten Lehren entgegenstehenden Einwürfe, Zweifel und Fragen, die sich in dem Gemüthe eines denkenden Lesers einsinden dürften, Rücksicht zu nehmen pflegt. Nicht nur beim Vortrage so streitiger Wissenschaften, wie es z. B. die Metaphysik ist, sollten wir eine fortwährende Rücksicht nehmen auf die bald mehr bald minder scheinbaren Einwürfe, welche den von uns aufgestellten Lehren entgegenstehen; sondern auch selbst in einer Wissenschaft, in welcher Alles, wie man sagt, augenscheinlich erwiesen werden kann, in der Mathematik, sollte man, wenigstens in Lehrbüchern, welche sich rühmen, für den Selbstunterricht eingerichtet zu seyn, den Zweifeln und Fragen begegnen, welche auch hier der Anfänger (und zwar gerade um so gewisser, je aufgeweckter er ist) bei jedem Schritte aufwirft. Geschähe dieß, sicherlich würden dann nicht so viele, mitunter gute Köpfe von dem Studium der mathematischen Wissenschaften gleich im Anfange abgeschreckt werden! Doch um in dieser Forderung nicht mißdeutet zu werden, erinnere ich, daß hiemit keineswegs gemeint sey, man solle zu den alten scolastischen Formen eines beständigen Pro et contra (zu endlosen Objectionen mit darauf folgenden Responionen u. s. w.) wieder zurückkehren.
2. Anmerk. Die Frage, ob und in welchen Fällen Einwürfe und Widerlegungen zu den wesentlichen Lehren, den Hülfssätzen oder den bloßen Gelegenheitsätzen in einem Lehrbuche gehören, beantwortet sich nach demjenigen, was bereits §. 513. über die Beweise gesagt worden ist, so leicht, daß ich sie füglich übergehe.

§. 540.

Wie die in einem Lehrbuche aufzunehmenden Einwürfe eingerichtet werden sollen?

1) Sind wir nach Anleitung des vorigen Paragr. erst darüber einig geworden, daß ein gewisser Einwurf es werth sey, in unser Buch aufgenommen zu werden: so läßt sich überlegen, auf welche Art wir ihn einrichten sollen. Bei allen

allen Einwürfen, die wir vorbringen, haben wir darauf zu achten, daß es den Lesern, wo möglich, schon aus der bloßen Art, wie wir sie vorbringen, bemerklich werde, daß wir sie a) für unsere eigene Person aller nur immer zu fordernden Aufmerksamkeit gewürdigt, und ohne vorgefaßte Meinung geprüft haben; daß wir sie eben so b) auch unsern Lesern mit aller Unparteilichkeit vortragen, und nicht vielleicht ihre Kraft durch unsere Darstellung schwächen; daß wir jedoch auch von der andern Seite c) nicht etwa im Herzen derselben beipflichten, und eine Widerlegung nur zum Scheine, nur darum folgen lassen, weil wir uns nicht getrauen, mit unserer eigentlichen Meinung an's Licht zu treten.

2) Diese beim Vortrage aller Einwürfe zu nehmenden Rücksichten verstaten gleichwohl noch manche Verschiedenheit in ihrer Darstellung. So ist es zuweilen zweckmäßig, einen Einwurf nicht umständlich darzulegen, sondern nur einige leise Hindeutungen auf ihn zu machen. Dieß nämlich, so oft wir voraussetzen dürfen, daß die Leser im Stande sind, das Uebrige sich selbst hinzuzudenken, auch nicht wohl darüber im Zweifel seyn können, daß wir uns in eine ganz umständliche Auseinandersetzung nur zur Ersparung des Raumes, oder aus einer andern unschuldigen Absicht, nicht aber aus Uredlichkeit nicht eingelassen haben. Mit aller Umständlichkeit dagegen und etwa wörtlich so, wie er bereits von Jemand vorgetragen wurde, oder mit aller derjenigen Stärke, die wir ihm selbst zu geben wissen, werden wir einen Einwurf dann darstellen müssen, wenn einer von folgenden Umständen eintritt: a) wenn wir nur dadurch die Leser überzeugen können, daß wir dem Einwurfe alle Aufmerksamkeit gewidmet, und ihn auch ihnen getreulich vorlegen wollen; b) wenn sie nur so sich beruhigen lassen, und im entgegengesetzten Falle, wenn wir z. B. nicht die eigenen Worte des Gegners anführen wollten, immer besorgen würden, daß wir dem Einwurfe absichtlich, oder doch zufällig etwas von seiner Stärke entziehen; c) wenn eine solche Darstellung jedenfalls doch das Vertrauen, welches die Leser zur Wahrheit fassen werden, erhöht; oder d) wenn es zur Übung im Denken beitragen kann, daß wir so umständlich zu Werke gehen. U. s. w.

§. 541. *

Wie Widerlegungen beschaffen seyn müssen.

1) Ich habe schon bemerkt, daß nicht eben alle Einwürfe, die wir in einem Lehrbuche vortragen, von einer eignen Widerlegung begleitet seyn müssen. Wo es aber möglich und nothwendig ist, eine solche beizufügen, da müsse sie a) so beschaffen seyn, daß durch ihre Betrachtung der Anschein wider die Wahrheit des von uns aufgestellten Satzes, den die Erwägung des Einwurfes erzeugte, ganz wieder aufgehoben werde. Denn wäre dieß nicht, bliebe ein Theil des Anscheins wider die Wahrheit unsers Satzes noch stehen: so würde der Grad der Gewißheit, den dieser Satz in den Augen unserer Leser behauptet, seit ihrer Bekanntschaft mit jenem Einwurfe ihnen geringer erscheinen, als es unmittelbar nach unserer Aufstellung und dem ihr beigegebenen Beweise der Fall war. Sie müßten also glauben, wir hätten sie getäuscht. Eben deshalb darf unsere Widerlegung b) niemals in einer bloßen Wiederholung solcher Gründe bestehen, die wir bereits beim Beweise des Satzes, welchem der eben zu widerlegende Einwurf entgegensteht, angeführt hatten. Denn obgleich es sehr möglich ist, daß diese Gründe von dem Leser Anfangs noch nicht gehörig waren gewürdigt worden, und ihm erst jetzt bei ihrer wiederholten Darstellung in ihrem wahren Lichte erscheinen, und obgleich es hiedurch geschehen kann, daß der Grad der Zuversicht, den er unserem Satze jetzt schenkt, nicht eben geringer ist, als es derjenige war, den er ihm vor der Bekanntschaft mit dem Einwurfe zugestand, indem das Gewicht der in dem letzteren vorkommenden Gegengründe durch das vermehrte Gewicht, welches die Gründe dafür in seinen Augen jetzt erhalten haben, aufgewogen wird: so ziemt es sich doch nicht von unserer Seite, auf einen solchen Fehler des Lesers zu rechnen; unser Buch soll vielmehr so eingerichtet seyn, daß sich der Leser niemals genöthiget sehe, das Zutrauen, das er zu einem Satze nur eben darum faßte, weil er die von uns angezogenen Gründe gleich auf der Stelle bestens gewürdigt, in der Folge wieder zurückzunehmen. Das aber wäre der Fall, wenn sich hinterher Gegengründe hervorthun würden, denen wir nichts als das schon einmal Gesagte entgegen zu setzen wissen. c) Bei der Beantwortung solcher

Einwürfe, die wir nicht etwa uns nur selbst ausdenken, sondern die uns von Andern wirklich gemacht worden sind, ist es besonders nöthig, dem Leser zu zeigen, daß uns weder Rechthaberei, noch sonst eine andere, unedle Leidenschaft, z. B. das Vergnügen, das uns die Aufdeckung der Irrthümer Anderer gewähret, bei diesem Geschäfte leite, daß wir mit keiner vorgefaßten Meinung zur Untersuchung schreiten, und durchaus nichts Anderes als die Wahrheit finden wollen. d) Läßt sich vermuthen, daß selbst einige Leser der Meinung, die wir in unserer Widerlegung für irrig erklären, zugethan sind, sich wohl auch irgendwo dafür ausgesprochen haben: dann ist noch überdieß Alles so einzurichten, daß ihnen das Aufgeben ihrer bisherigen Ansicht möglichst erleichtert, wenigstens nicht unnöthiger Weise erschweret werde. Wir müssen also z. B. nicht ihren Widerspruchsgeist reizen, nicht sie zu sehr beschämen, u. dgl. e) Endlich kann eine Widerlegung nur dann recht zweckmäßig heißen, wenn sie dem Leser so viele Uebung im Denken gewähret und so viel anderweitige nützliche Kenntnisse beibringt, als die Natur des betrachteten Einwurfes und alle übrigen Verhältnisse gestatten.

2) Nach diesen allgemeinen Bemerkungen läßt sich die innere Einrichtung verschiedener Arten von Widerlegungen noch etwas näher bestimmen. a) Wenn der Einwurf nicht von uns selbst erfunden, sondern von Andern schon wirklich vorgebracht worden ist, und wenn wir es eben deshalb für dienlich erachtet, ihn nicht mit eigenen, sondern mit den Worten vorzutragen, in die ihn Andere gekleidet: so wird es oft nöthig, vor Allem den Sinn der Sätze, welche man hier behauptet, ingleichen die Gründe, aus welchen man sie behauptet, deutlicher darzustellen, als es in dem gegebenen Vortrage selbst geschehen ist. b) Haben wir dieses gethan, und können wir hoffen, daß nun die Leser wohl deutlich genug erkennen, was man im Einwurfe sage, und auf welche Gründe man sich dabei berufe: so kommt es darau an, ob es nicht etwa einige unter diesen Behauptungen geb, die auch wir selbst für wahr halten. Wir werden meistens wohl thun, wenn dieses der Fall ist, es eigens anzuzeigen. Denn dadurch beweisen wir ja unsere Aufrichtigkeit, und können oft auch die Kenntnisse unserer Leser auf eine recht nützliche Weise

bereichern. c) Sollte sich's zeigen, daß nicht eine einzige der Behauptungen, aus welchen der Einwurf zusammengesetzt ist, falsch sey: so liegt am Tage, daß sie dem von uns aufgestellten Satze nicht widerstreiten können, sondern in einem Verhältnisse der Verträglichkeit mit ihm (S. 154.) stehen müssen. Eben dieß kann aber auch der Fall seyn, wenn jene Sätze in der That falsch sind, weil ja auch falsche Sätze mit einem wahren zuweilen in dem Verhältnisse einer Verträglichkeit stehen. Es ist nun leicht zu erachten, daß es, wenn dieser Umstand vorhanden ist, zweckmäßig seyn wird, ihn eigens nachzuweisen. Denn wenn zwischen den Sätzen, die man im Einwurfe behauptet, und zwischen der von uns aufgestellten Lehre kein wirklicher, sondern ein bloß scheinbarer Widerstreit bestehet, und wenn wir die Nichtigkeit dieses Scheines aufdecken: so ist offenbar, der Einwurf müsse nun selbst in den Augen derjenigen, die jene Sätze alle für wahr halten, überaus viel von seiner Stärke verlieren. Sie können nun höchstens noch meinen, daß jene, von ihnen für wahr gehaltenen Sätze der Wahrscheinlichkeit des von uns aufgestellten einigen Abbruch thun; aber sie können nicht ferner glauben, daß sie die Falschheit desselben erweisen. Wie aber vorzugehen sey, um diesen Schein eines Widerstreites zu zerstören, und somit zu zeigen, daß die von unserm Gegner behaupteten Sätze sich mit dem unsrigen vertragen, darüber findet sich Einiges schon S. 368. Doch ist zu bemerken, daß hier, wo es sich darum handelt, diese Verträglichkeit auch unsern Lesern einleuchtend zu machen, Rücksicht genommen werden müsse auf jegliche, ihnen bekannte Wahrheit, in Betreff deren es scheinen könnte, daß sich aus ihrer Verbindung mit den im Einwurfe vorkommenden Behauptungen ein Schlusssatz ableiten lasse, der unsern Satz umstößt. Von allen solchen Wahrheiten müssen wir nachweisen, daß sie auf den von unsern Lesern besorgten Widerbruch nicht führen. d) Haben wir dieses geleistet und sehen sozich unsere Leser nun ein, daß die im Einwurfe vorkommenden Behauptungen dem aufgestellten Satze nicht wirklich widerstreiten: so können sie (wie schon gesagt) darum doch noch seine Wahrscheinlichkeit in ihren Augen vermindern, und dieß zwar in einem viel größeren Maaße, als es, selbst wenn man sie für wahr hält, nach richtigen Regeln

der Wahrscheinlichkeit seyn sollte. Hier werden wir also aus einem ähnlichen Grunde wie in c wohl thun, durch eine eigene Betrachtung (sofern es möglich ist) zu zeigen, daß, selbst die Wahrheit dieser Sätze vorausgesetzt, der von uns angenommene nicht nur nicht widerlegt, sondern nicht einmal unwahrscheinlich gemacht wird, oder daß wenigstens der Abbruch an Wahrscheinlichkeit, den er durch die Voraussetzung jener Sätze erleidet, nicht so beträchtlich sey, als man sich vorstellt.

e) Sollten wir uns genöthiget sehen, die sämmtlichen, in dem Einwurfe vorkommenden Sätze und Schlußarten für wahr und richtig zu erklären: so wäre es in der That nicht anders möglich, den Einwurf vollständig zu widerlegen, als wenn wir zeigen, wie diese Sätze mit dem unsrigen nicht nur in keinem Widerspruche stehen, sondern nicht einmal der Wahrscheinlichkeit desselben Eintrag thun, oder falls wir dieß Letztere nicht können, wenn wir noch einige neue, früher nicht angeführte Gründe beibringen, welche die Wahrscheinlichkeit unsers Satzes um wenigstens eben so viel vermehren, als sie durch die Betrachtung jener Sätze verloren. Sind wir dagegen im Stande zu zeigen, daß einige der im Einwurfe gebrauchten Sätze oder Schlüsse nicht wahr, mindestens nicht wahrscheinlich sind: dann stehen uns noch ganz andere Mittel zur Entkräftung des Einwurfes zu Gebote. Wir müssen die Falschheit oder die Unwahrscheinlichkeit dieser Sätze oder die Unstatthaftigkeit der hier gemachten Schlüsse zeigen. Auf welche Art dieß geschehen könne, darüber ist das Nöthigste bereits an andern Orten gesagt.

f) Nicht selten trifft es sich, daß ein Satz, den unser Gegner behauptet, nur in der Allgemeinheit, die er ihm gibt, falsch ist, durch einige Beschränkung aber wahr gemacht werden kann. Es wird nun aus leicht begreiflichen Gründen zweckmäßig seyn, dieses bemerktlich zu machen, und also zu zeigen, mit welcher näheren Bestimmung und Einschränkung dasjenige, was unser Gegner hier sagt, allerdings wahr sey und von uns selbst zugestanden werde. Man pflegt dieß Verfahren das Beschränken oder die Restriction zu nennen.

g) Sind die von uns für falsch oder für unwahrscheinlich erklärten Sätze im Einwurfe mit eigenen Beweisen versehen: so wird es überdieß nöthig, die Unzulänglichkeit dieser Beweise aufzudecken, d. h. die Fehler, die

in denselben begangen worden sind, den Lesern nachzuweisen. Denn erst, wenn dieß geschieht, werden sie den Beweisen, durch welche wir die Falschheit der hier behaupteten Sätze darthun, ihr volles Zutrauen schenken; auch benützen wir so abermal eine sich uns darbietende Gelegenheit, sie im richtigen Denken zu üben. h) Doch selbst bei denjenigen Sätzen des Einwurfes, die wir für wahr annehmen müssen, kann es sich, wenn sie mit eigenen Beweisen versehen sind, fügen, daß wir an diesen einige Fehler gewahren. In einem solchen Falle wird es fast immer zweckdienlich seyn, diese Fehler, wenn auch nicht eben ganz umständlich auseinanderzusetzen, doch in Kürze zu rügen. Das Eine, damit wir nicht ohne Noth beleidigen; das Andere, damit die Leser nicht irre geleitet werden; auch von dem übermäßigen Vertrauen, das sie vielleicht zu den Einsichten unsers Gegners hegen, zum Besten der Wahrheit um so eher zurückkommen. i) Zuweilen zeigt es sich bei einer näheren Betrachtung, daß die von unserm Gegner gebrauchten Sätze mit dem von uns aufgestellten nicht nur in keinem Widerstreite stehen, sondern daß dieser sich sogar aus ihnen, sie mögen nun wahr oder falsch seyn, ableiten läßt. Wir dürfen nicht unterlassen, dieses den Lesern zu zeigen; wenn nicht eben, um so die Unwissenheit des Gegners aufzudecken, doch um ihr Zutrauen zu der Richtigkeit unserer Behauptung zu erhöhen. Man könnte dieß Verfahren das Schlagen mit eigener Waffe (Retorsio) nennen. k) Zuweilen sind die Sätze, die unser Gegner vorbringt, nicht einmal verträglich untereinander. Wir werden also wohl thun, diesen Widerstreit unter denselben in's Licht zu setzen; denn daraus ist schon erwiesen, daß sie nicht alle wahr sind. l) Ist dieses Alles geschehen, und haben wir sonach gezeigt, daß unser Gegner jedenfalls Unrecht habe, wenn er in seinem Einwurfe die Wahrheit unsers Satzes bestreitet: so erübriget noch zu erklären, woher es kommen mag, daß er dieß gleichwohl thut. Eine solche Erklärung, wenn wir im Stande sind, sie auf eine der Wahrheit gemäße und überzeugende Weise zu liefern, muß nicht nur die Zuversicht unserer Leser zu unserm Satze steigern, sondern sie kann auch noch in mancher anderen Hinsicht sehr lehrreich für sie werden, z. B. sie durch die Erkenntniß der Quellen, aus welchen der

Irrthum entsprang, vor ähnlichen Verirrungen bewahren u. dgl. Wie nun eine solche Erklärung zu suchen sey, darüber ist das Nöthigste abermal schon in der Hebristik beigebracht worden. Zuweilen gibt es ein einziges Versehen unseres Gegners, das alle seine übrigen Verirrungen zur Folge gehabt hat. Es ist leicht zu erachten, daß die Nachweisung dieses ersten Irrthumes (*πρώτον ψεῦδος*) etwas Verdienstliches sey. Zu bemerken ist aber, daß wir bei Mittheilung dessen, was uns nach vorgenommener Untersuchung als das Wahrscheinlichste vorkam, uns sehr vorsehen müssen, den Gegnern nicht Unrecht zu thun, oder sie mehr, als es nöthig ist, wider uns aufzureizen, oder uns selbst in den Verdacht gewisser, sittlicher Fehler zu bringen. So mögen wir uns hüten, in einem Tone zu reden, der allzu viel Zuversicht zur Richtigkeit unserer eigenen Ansichten ausspricht: so mögen wir nie mit entschiedener Bestimmtheit wissen wollen, daß der Irrthum gerade nur so und nicht anders entstanden sey: so dürfen wir vollends, wenn wir der Meinung sind, daß irgend eine strafbare Leidenschaft an den Verirrungen unsers Gegners Schuld sey, oder wohl gar, daß er behauptete, was er im Herzen selbst nicht glaubt, diese Vermuthungen nie auszusprechen wagen, als wenn die Umstände es dringend erheischen u. s. w.

Anmerk. Der Fall, von dem n^o 2. lit. c gesprochen wurde, daß Jemand Sätze als Wahrheiten vorbringt, welche mit dem von uns behaupteten in dem Verhältnisse eines Widerstreites stehen sollen, obgleich wir dieß nicht finden, trifft öfters ein; und gewöhnlich pflegen wir dann zu erklären, daß unserm Gegner obliege, einen Beweis für das Vorhandenseyn jenes Widerstreites zu liefern, während wir selbst uns berechtigt glauben, das Nichtdaseyn desselben d. h. die Verträglichkeit der betreffenden Sätze ohne Beweis zu behaupten. Dieses, dünkt mir, ist der Sinn, den man mit dem bekannten logischen Kanon verbindet: *Neganti incumbit probatio*, wenn er am Ehesten noch zu rechtfertigen seyn soll. Denn daß man hier unter einem Verneinenden (Negans) nicht einen Jeden, der nur irgend einen verneinenden, d. h. negativen Satz aufstellt, verstehen dürfe, liegt wohl am Tage; da bejahende Sätze in der Regel gewiß nicht minder eines Beweises bedürftig sind als verneinende. Ein Verneinender heißt also hier Jemand, der das, was ein Anderer behauptet und dargethan hat,

für falsch erklärt. Dieß, meint man, darf er nicht ohne Beweis thun; und da soll es nicht genug seyn, wenn er nur schlecht hin erklärt, der von dem Andern erwiesene Satz sey falsch, weil er dieser und jener Wahrheit widerspreche, sondern er soll diesen Widerspruch nachweisen. Dieses Begehren nun ist, meines Erachtens, wenn auch in vielen, doch nicht in allen Fällen, zumal bei schriftlichen Verhandlungen oder in einem Lehrbuche zu loben. Wenn uns ein Gegner einwendet, daß es gewisse Wahrheiten A, B, C, D, ... gebe, welche mit dem von uns behaupteten Satze M in einem Widerstreite sind: so versteht sich von selbst, er nehme nicht an, daß unser, für den Satz M geführter Beweis entscheidend, und daß somit M wahr sey; weil sonst die Sätze A, B, C, D, ... und M nach seinem eigenen Geständnisse insgesammt wahr und also auch verträglich miteinander wären. Er muß daher nur Eines von Beidem behaupten: entweder er muß sagen, daß aus den Sätzen A, B, C, D, ..., welche ihm eben so viele objective Wahrheiten sind, eine dem Satze M widerstreitende Wahrheit Opp. M objectiv, und dieß zwar ohne irgend eine allgemein geltende Ableitungsregel, folge (S. 221.); oder er muß gestehen, daß es irgend eine allgemein geltende Ableitungsregel gebe, nach der wir aus Sätzen von der Form A, B, C, D, ... auf einen Satz von der Form Opp. M schließen dürfen. Wenn er das Erstere thut: so kann er sich allerdings der Mühe eines eigenen Beweises seiner Behauptung entheben, wenn er hinzufügt, daß dieses Verhältniß der Abfolge der Wahrheit Opp. M aus den Wahrheiten A, B, C, D, ... unmittelbar eingesehen werden könne und müsse. Da aber die Fähigkeit zu unmittelbaren Erkenntnissen, wenigstens in sofern als es reine Begriffsätze sind, bei allen Menschen als wesentlich gleich angenommen werden darf: so werden wir, wenn sich uns nicht unmittelbar nach Betrachtung der Sätze A, B, C, D, ... das Urtheil Opp. M unwillkürlich aufdringet, jener Versicherung des Gegners freilich nicht trauen, und auch in Ansehung unserer Leser nicht fürchten, daß sie ihm beistimmen werden. Wenn er dagegen behauptet, daß ein Satz von der Form wie Opp. M aus allen Sätzen von der Form A, B, C, D, ... ableitbar sey: so muß er angeben, welche in diesen Sätzen vorkommenden Vorstellungen i, j, ... er als die willkürlichen betrachte; und nachdem wir dieß wissen, können wir zwei Wege zu seiner Widerlegung versuchen. Der Eine ist, daß wir die sämtlichen Schlußreihen, von welchen es einigen Anschein hat, als ob sich der Satz Opp. M vermöge ihrer aus A, B, C, D, ...

ableiten ließe, einer Prüfung unterziehen, und ihre Unstatthaftigkeit zeigen. Dieß Verfahren kann begreiflicher Weise nie eine völlige Gewißheit gewähren, indem wir nie sicher seyn können, daß wir bereits an alle nur immer mögliche Arten gedacht haben, wie nach sich aus den Sätzen A, B, C, D, . . . , besonders noch mit Hinzuziehung mehrerer anderer Wahrheiten E, F, G, . . . ein Schlusssatz wie Opp. M ableiten ließe. Beruhigend kann unsere Zuversicht auf diese Art höchstens dann werden, wenn wir versichert sind, daß unser Gegner selbst keine Schlussweise kenne, die sich nicht unter den von uns geprüften befindet. Da wir dieß nun bei einem mündlichen Verkehre am Leichtesten dadurch erfahren, daß wir ihn auffordern, uns diese Ableitbarkeit des Satzes Opp. M aus den A, B, C, D, . . . selbst zu beweisen: so ist es auch natürlich, daß wir hier zu einer solchen Aufforderung unsere Zuflucht nehmen; mit andern Worten, daß wir dem Gegner die Verbindlichkeit auflegen, für das Vorhandenseyn jenes von ihm behaupteten Widerstreites zwischen den Sätzen A, B, C, D, . . . und M einen Beweis zu führen. Bei schriftlichen Verhandlungen aber, und besonders in einem Lehrbuche können wir nicht erst die Antwort des Gegners abwarten, sondern wir wünschen, daß die Leser bei Durchlesung unsers Buches sofort ein Urtheil fällen könnten. Hier also müssen wir die Stelle des Gegners vertreten, und so viele verschiedene Beweise für das Vorhandenseyn jenes Widerstreites versuchen, bis wir erwarten können, daß die Leser die Sache gewisser Maßen für erschöpft ansehen, und nicht mehr besorgen werden, daß der Gegner, falls er selbst da wäre, noch etwas würde vorzubringen wissen, was wir nicht schon für ihn vorgebracht haben. Viel kürzer aber und entscheidender ist der zweite Weg zu seiner Widerlegung, der nämlich, wenn wir im Stande sind, an die Stelle der Vorstellungen i, j, . . . gewisse andere zu setzen, bei welchen die sämmtlichen Sätze A, B, C, D, . . . und M eine selbst in den Augen unsers Gegners unwidersprechliche Wahrheit erhalten. Denn wenn uns dieses gelingt: so ist die Verträglichkeit der Sätze A, B, C, D, . . . mit M direct dargethan.

S. 542.

Fehler bei diesem Geschäfte.

1) Die gewöhnlichsten Fehler, die wir bei Anführung der Einwürfe in einem Lehrbuche begehen, sind, a) daß

wir Einwürfe anführen, die sich leicht widerlegen lassen, und solche, die schwierig sind, übergehen; b) daß wir sie nicht treu genug anführen, sondern durch ihre Darstellung schwächen; c) daß wir uns Einwürfe ersinnen, die Niemand vorgebracht hat, auch wohl nie vorbringen würde (Luftstreiche machen).

2) Bei dem Geschäfte der Widerlegung dagegen begegnet es uns nur zu oft, daß wir a) den Sinn des Einwurfes nicht richtig auffassen (ignoratio, mutatio elonchi). Insbesondere setzen wir oft übereilter Weise voraus, daß Jemand einer andern, uns widersprechenden Meinung zugethan sey, weil er sich nur anderer Worte als wir bedient. Unser Streit mit ihm wird dann ein bloßer Wortstreit (*λογομαχία*) genannt. b) Oft glauben wir, einen Einwurf schon hinlänglich widerlegt zu haben, wenn wir nur zeigen, daß die darin vorkommenden Behauptungen nicht alle gehörig erwiesen, oder daß einige derselben falsch sind; oder wir suchen c) die Falschheit dieser Sätze zu zeigen, indem wir Folgerungen aus ihnen ableiten, die sich nicht wirklich ergeben (Consequenzmacheri). d) Wir machen einen Mann, der es auf keine Weise verdient, lächerlich, oder schildern ihn wohl gar als gefährlich u. dgl. e) Wir setzen uns mindestens in den Verdacht, daß wir die Gründe des Gegners nicht mit der gehörigen Aufmerksamkeit und Unbefangenheit gewürdigt, daß wir aus bloßer Rechthaberei nicht nachgeben, daß wir ein sträfliches Vergnügen an der Aufdeckung seiner Irrthümer finden u. s. w.

S. 543.

Darstellung Anderer.

Der Umstand, daß Einwürfe und Widerlegungen am Besten bei einem mündlichen Unterrichte nothwendig werden, machte, daß man die Lehre von denselben meistens in den Abschnitt der Logik verlegte, den man mit Recht oder Unrecht einer Anweisung zum mündlichen Unterrichte widmen zu müssen glaubte. Doch gibt es auch Einige, die diese Lehre an einem schicklicheren Orte abhandelten. Besonders ausführlich und mit vielen Eigenheiten thut dieses Crusius (W. z. G. S. 539—565.). Eine solche Eigenheit ist es, wenn er S. 540 ff. zu zeigen sucht, daß auch aus Sätzen, welche für wahr anzuz-

nehmen sind, durch ganz richtige Schlüsse Schlussätze abgeleitet werden können, welche einander widerstreiten. Das Anstößige dieser Behauptung verschwindet, wenn wir bemerken, daß E. nicht von wahren, sondern nur als wahr anzunehmenden Sätzen spricht, und nun erwägen, was §§. 167. 301. 309. 319. gesagt worden ist, daß ein Satz allerdings eine sehr große, relative Wahrscheinlichkeit haben, und darum auch von denjenigen, welche gerade nur die Voraussetzungen kennen, auf welchen diese Wahrscheinlichkeit beruhet, für wahr gehalten werden könne, ohne doch in der That wahr zu seyn.

VII. Von den Beispielen.

§. 544. *

Begriff und Nutzen der Beispiele.

Auch eine Art von Sätzen, die hier Erwähnung verdienen, sind diejenigen, die man gewöhnlich mit dem Namen der Beispiele bezeichnet. Wir nennen aber (wenn ich nicht irre) ein Beispiel jeden besonderen Satz in seiner Beziehung zu einem allgemeineren, wenn seine Betrachtung uns die Beurtheilung des letzteren erleichtert, ohne eben dazu nothwendig zu seyn. So nennen wir den besonderen Satz, daß dreimal vier eben so viel sey, als viermal drei, ein Beispiel des allgemeineren Satzes, daß Factoren mit veränderter Ordnung einerlei Product geben; weil die Betrachtung des ersteren Satzes uns behülfflich wird, um den Sinn, welchen der zweite hat, zu verstehen, ja auch wohl seine Wahrheit selbst zu erkennen, obgleich es nicht eben nothwendig ist, daß wir zu diesem Zwecke erst jenen besonderen Satz betrachten. In einer weiteren Bedeutung nennen wir nicht bloß die Sätze, die ich so eben beschrieb, sondern auch jene Gegenstände, von welchen in diesen Sätzen gehandelt wird, Beispiele. So sagen wir von einem Lasterhaften, der ein unglückliches Ende genommen, er sey uns ein Beispiel, welches die allgemeine Wahrheit, daß kein Laster unbestraft bleibe, bestätigt. Daß wir es nun an solchen Beispielen in einem zweckmäßigen Lehrbuche nicht dürfen fehlen lassen, erhellet aus der Betrachtung folgender Vortheile, die sie gewähren können: a) Geschickte