Dritter Abschnitt. Verschiebenheiten der Säße nach ihren Verhältnissen untereinander. §150 - §163

In: Bernard Bolzano (author): Wissenschaftlehre. 2. Versuch einer ausführlichen und größtentheils neuen Darstellung der Logik mit steter Rücksicht auf deren bisherige Bearbeiter. (German). Sulzbach: J.E. v Seidel, 1837. pp. 92--196.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/400483

Dritter Abschnitt.

Verschiedenheiten der Sätze nach ihren Verhältnissen untereinander.

§. 150.

Es gibt nicht zwei einander völlig gleiche Sätze. Aehnliche Sätze.

1) In eben dem Sinne und aus denselben Gründen, wie §. 91. behauptet wurde, daß es nicht zwei einander völlig gleiche Vorstellungen an sich gebe, behaupte ich auch, daß es nicht zwei einander völlig gleiche Sätze an sich geben könne. Denn um derselben zwei anzunehmen, müssen wir sie unterscheiden; und um sie zu unterscheiden, müssen wir uns den einen als verschieden von dem anderen vorstellen.

2) Kann es aber nicht zwei einander völlig gleiche Sätze geben: so ereignet es sich um so öfter, daß wir auf Sätze, die einander ähnlich sind, stoßen. So nenne ich Sätze, welche so viele gemeinschaftliche Beschaffenheiten haben, daß wir sie leicht miteinander verwechseln. Ein Beispiel sind die zwei Sätze: „Alle Substanzen der Welt sind ewig;" und: „Alle Substanzen der Welt sind unerschaffen;" denn diese haben so viele gemeinschaftliche Bestandtheile und Beschaffenheiten, daß sie derjenige, der nicht sehr aufmerksam ist, leicht miteinander verwechselt. Da es begreiflicher Weise viele Irrungen veranlaßt, wenn Sätze für einerlei angesehen werden, die es doch wirklich nicht sind: so wird man oft Ursache haben, vor der Verwechslung ähnlicher Sätze zu warnen; und daher ist zur Bezeichnung ihres Begriffes auch eine eigene Benennung nöthig.

3) Da ich in eben dem Sinne, wie ich hier ähnliche Sätze annehme, §. 91. auch ähnliche Vorstellungen annahm: so entstehet die Frage, was für ein Zusammenhang zwischen ähnlichen Vorstellungen und Sätzen Statt finde; ob etwa Sätze, die einander ähnlich seyn sollen, nothwendig auch aus Vorstellungen, die einander ähnlich sind, zusammengesetzt

seyn müssen; und ob in jedem Falle, wo die Vorstellungen Aehnlichkeit haben, auch die aus ihnen gebildeten Sätze Aehnlichkeit erhalten? Auf diese Frage nun glaube ich erwiedern zu müssen, daß ein Paar Sätze viele Aehnlichkeit miteinander haben können, ohne daß gleichwohl zwischen den einzelnen Vorstellungen, aus denen sie zusammengesetzt sind, eine beträchtliche Aehnlichkeit obzuwalten brauchte; und daß auch umgekehrt Vorstellungen, die einander sehr ähnlich sind, auf eine so verschiedene Weise verbunden werden können, daß die entstandenen Sätze eben keine beträchtliche Aehnlichkeit erhalten. So sind die beiden Sätze: Einige A sind B; und: die Vorstellung eines A, das zugleich B wäre, hat Gegenständlichkeit, einander unstreitig sehr ähnlich; und dennoch haben die einzelnen Vorstellungen, aus welchen sie zusammengesetzt seyn dürften, eine beträchtliche Verschiedenheit. Die beiden Sätze dagegen: Die Sonne beleuchtet die Erde, und die Erde beleuchtet die Sonne, bestehen aus einerlei letzten Bestandtheilen, und unterscheiden sich dennoch durch die verschiedene Verbindung derselben so deutlich, daß sie kaum Jemand verwechseln wird, der nur die geringste Aufmerksamkeit gebraucht.

§. 151.

Verhältnisse unter den Sätzen hinsichtlich ihres Inhaltes.

1) Auf eine ähnliche Weise, wie wir §. 92. die Vorstellungen hinsichtlich ihres Inhaltes verglichen, lassen sich auch die Sätze in dieser Hinsicht vergleichen. Und wie es Vorstellungen gibt, die einen durchaus gleichen Inhalt miteinander haben: so wird es auch Sätze von dieser Art geben. Denn warum sollte es nicht möglich seyn, die näheren oder entfernteren Theile, aus welchen ein gegebener Satz bestehet, untereinander so zu versetzen, daß ohne Weglassung nur eines einzigen, ingleichen auch ohne Hinzunahme noch eines neuen, also bloß durch die geänderte Verbindung derselben ein neuer Satz erscheine? So ist es z. B. sehr offenbar, daß die beiden Sätze: „Ein Dreieck, das einen rechten Winkel hat und nicht gleichseitig ist, ist möglich,“ und: „Ein Dreieck, das gleichseitig ist, und keinen rechten Winkel hat, ist möglich,“ die-

selben Bestandtheile haben. Begreiflicher Weise kann es zuweilen von Wichtigkeit seyn, zu wissen, ob ein Paar vorliegender Sätze durchaus dieselben letzten Bestandtheile habe; oft kann es sogar eine eigene Aufgabe seyn, die sämmtlichen Sätze, die sich aus einem gegebenen Vorrathe von Vorstellungen bloß durch verschiedene Verbindung hervorbringen lassen, kennen zu lernen. Auf jeden Fall wird also das Verhältniß zwischen einem Paare von Sätzen, welches darin bestehet, daß sie dieselben letzten Bestandtheile haben, merkwürdig genug seyn, um eine eigene Bezeichnung zu erhalten. Ich will sie dann Sätze von einerlei Inhalt nennen.

2) Wenn aber der in gewissen miteinander verglichenen Sätzen zu Grunde liegende Inhalt nicht ganz derselbe ist, so kann er es noch theilweise seyn. Einen gewissen Bestandtheil, den Begriff des Habens als ihren Bindetheil nämlich, haben nach §. 127. alle auch die verschiedenartigsten Sätze. Wollten wir also Sätze, die auch nur einen einzigen Bestandtheil miteinander gemein haben, um dieses Verhältnisses wegen schon mit einer eigenen Benennung bezeichnen; sie etwa — in Nachahmung dessen, was §. 92. bei den Vorstellungen geschah, verwandte Sätze nennen: so wäre Verwandtschaft der Begriff eines Verhältnisses, das zwischen allen Sätzen Statt hat, und eben darum von keiner besonderen Merkwürdigkeit. Ich will sonach diesen Begriff etwas enger fassen, und Sätze nur dann verwandt miteinander heißen, wenn sie noch außer dem Begriffe des Habens, welcher ihr Bindeglied vorstellt, irgend einige andere gemeinschaftliche Vorstellungen haben. So werde ich die Sätze: Cajus ist gelehrt, und Titius ist ein Freund des Cajus, miteinander verwandt nennen, wiefern in beiden dieselbe Vorstellung Cajus erscheint. Diese Verwandtschaft hat begreiflich ihre Grade, und wir dürfen sie um so genauer nennen, je größer die Anzahl der Theile ist, welche in den verglichenen Sätzen einerlei sind, oder je mehre von diesen gleichen Theilen auch in derselben Ordnung aufeinander folgen.

3) Auch ergibt sich von selbst, in welchem Zusammenhange verwandte Sätze und verwandte Vorstellungen stehen. Wenn nämlich die einzelnen Vorstellungen, aus deren

Verbindung gewisse Sätze bestehen, miteinander verwandt sind, so sind es sicher auch die Sätze selbst. Und sollen umgekehrt Sätze miteinander verwandt seyn: so müssen sie sich in Vorstellungen zerlegen lassen, die miteinander gleichfalls verwandt, oder gar einerlei sind.

4) Unter den vielen Arten, wie Sätze miteinander verwandt heißen können, gibt es einige, die es verdienen, eigens betrachtet und bezeichnet zu werden. Hieher gehöret zuvörderst der Fall, wenn wir in mehren Sätzen eine und dieselbe Subject-, oder, was eben so merkwürdig ist, eine und dieselbe Prädicatvorstellung antreffen. Dergleichen Sätze können wir also Sätze mit einerlei Subject oder mit einerlei Prädicat nennen. Merkwürdig genug ist aber auch schon dasjenige Verhältniß, das ein Paar Sätze zu einander haben, wenn in dem einen die Subjectvorstellung A, in dem andern aber die ihr widersprechende Nicht A (= Etwas, das a nicht hat); oder auch, wenn in dem einen die Prädicatvorstellung b, in dem andern aber ihre Verneinung, oder die Vorstellung der Beschaffenheit Nichtb vorkommt. Man könnte sie Sätze mit widersprechendem Subjecte oder Prädicate nennen. Noch merkwürdiger ist das Verhältniß, das zwischen einem Paare von Sätzen dann Statt findet, wenn sie sich bloß dadurch unterscheiden, daß sie gewisse Vorstellungen gegen einander ausgetauscht haben, d. h. daß an der Stelle, wo in dem einen Satze die Vorstellung a stehet, in dem andern die an einer andern Stelle in jenem zu findende b, und an der Stelle, wo in jenem b vorkommt, in diesem a erscheinet. Ein Beispiel haben wir an den zwei Sätzen: „Ein Dreieck, das gleiche Seiten hat, hat gleiche Winkel;“ und: „Ein Dreieck, das gleiche Winkel hat, hat gleiche Seiten.“ Ein anderes Beispiel wären die Sätze: „Cajus, der Vater des Titius, ist ein Gelehrter;“ und: „Titius, der Vater des Cajus, ist ein Gelehrter.“ Ich erlaube mir, Sätze von dieser Art Sätze mit ausgetauschten Vorstellungen oder verkehrte, umgewendete Sätze zu nennen. Es ist offenbar, daß dieses Verhältniß der Umkehrung nur zwischen je zwei und zwei Sätzen Statt finden könne, und zwischen diesen ein wechselseitiges sey. Ist der Satz N der umgekehrte von M, so ist dagegen M wieder der umgekehrte von N; und auf eben die

Art, wie N aus M entstehet, entstehet auch M aus N. Es lassen sich aber mehre Arten der Umkehrung unterscheiden, je nachdem die Vorstellungen, welche in den verglichenen Sätzen gegen einander ausgetauscht sind, bald an diesem, bald an jenem Orte erscheinen. So befindet sich in dem ersten jener zwei obigen Beispiele die eine der vertauschten Vorstellungen im Subjecte, die andere im Prädicate; in dem zweiten Beispiele aber sind beide in der Subjectvorstellung enthalten. Einer der merkwürdigsten Fälle ist es, wenn die eine der beiden miteinander vertauschten Vorstellungen das ganze Prädicat, die andere das der Subjectvorstellung zugehörige Abstractum ausmacht, d. h. wenn die Sätze von folgender Form sind: „Was a hat, hat b;" und: „Was b hat, hat a." Von solchen Sätzen läßt sich behaupten, in ihnen sey das Meiste, was sich in einem Paare von Sätzen austauschen läßt, wenn es doch möglich seyn soll, daß beide wahr werden, vertauschet. Zwar würde freilich in folgendem Paare von Sätzen: a hat b, b hat a, eine noch größere Verwandtschaft herrschen. Allein wenn diese Sätze wahr seyn sollen, so müssen beide Vorstellungen b und a, weil sie die eine in dem einen, die andere in dem andern Satze als Prädicatvorstellungen auftreten, eigentliche Beschaffenheitsvorstellungen seyn. Nun dürfte es aber kaum viele sehr merkwürdige Beschaffenheiten geben, die sich die eine so von der andern aussagen lassen. Und so erlaube ich mir denn die Art der Umkehrung, die in dem oben betrachteten Falle Statt hat, schon die vollkommene Umkehrung zu nennen. Eine andere Art der Umkehrung ist es, welche in folgenden zwei Sätzen vorkommt: „Die Vorstellung eines A, das die Beschaffenheit b hat, hat Gegenständlichkeit;" und: „Die Vorstellung eines B, das die Beschaffenheit a hat, hat Gegenständlichkeit." — Der gewöhnliche Ausdruck für solche Sätze lautet: Einige A sind B, und Einige B sind A. Man könnte diese Umkehrung, weil es nur Ein Begriff, nämlich der des Subjectes ist, in welchem sie vor sich geht, die Begriffsumkehrung nennen. Endlich bestehet noch ein sehr merkwürdiges Verhältniß der Verwandtschaft zwischen zwei Sätzen von folgender Form: „Was a hat, hat b;" und: „Was die Beschaffenheit Nichtb hat, hat die Beschaffenheit Nichta;" deren der letztere aus dem

erstern

erstern hervorgeht, wenn wir die Vorstellung a mit der Vorstellung: Beschaffenheit Nicht b, und die Vorstellung b mit der Vorstellung: Beschaffenheit Nicht a, vertauschen. Man pflegt das Verhältniß, das zwischen solchen Sätzen bestehet, das Verhältniß der Contraposition, den ersten den contraponirten, den zweiten den contraponirenden zu nennen. Das Verhältniß der Contraposition findet also gleichfalls nur zwischen zwei Sätzen Statt, allein es ist kein wechselseitiges; d. h. wenn der Satz N der contraponirende des Satzes M ist, so ist nicht auch zugleich M der contraponirende von N. Denn wenn wir dieselben Veränderungen, durch welche N aus M entstand, auch mit N vornehmen: so kommt nicht wieder M, sondern ein anderer Satz (was nicht nicht a hat, hat auch nicht nicht b) zum Vorschein, von dem sich höchstens sagen läßt, daß er dem Satze M gleichgeltend sey.

5) Unter gewissen Umständen kann es von Wichtigkeit seyn zu bemerken, daß der Inhalt eines Satzes B größer sey als der eines andern A; entweder dadurch, daß alle Theile des A und noch gewisse andere in B vorkommen; oder nur dadurch, daß die Anzahl der einfachen Theile, in die sich B zerlegen läßt, überhaupt größer ist, als die Anzahl der einfachen Theile des A. Ich werde dann sagen, daß B zusammengesetzter, A aber einfacher sey.

Anmerk. In den bisherigen Lehrbüchern der Logik wird das Umkehren gewöhnlich als ein Versetzen der Subject- und Prädicatvorstellungen erkläret; und obgleich dieser Erklärung zu Folge das Verhältniß der Umkehrung ein wechselseitiges seyn müßte, so unterscheidet man doch häufig das umgekehrte und das umkehrende Urtheil. Man lehret ferner, daß es drei Arten der Umkehrung gebe: die reine (conversio simplex), bei welcher beide Urtheile einerlei Quantität behalten, wie bei den Sätzen: Jedes A ist B, und jedes B ist A; ingleichen bei den Sätzen: Einige A sind B, und Einige B sind A; die veränderte (conversio per accidens), bei der die Quantität sich ändert, wie bei den Sätzen: „Alle A sind B;" und: „Einige B sind A;" — und endlich die gegensetzende Umkehrung oder die Contraposition, die zwischen den Sätzen: „Jedes A ist B," und: „Jedes Nicht B ist ein Nicht A," Statt findet. — Sollte es aber nicht eine zu enge Beschränkung des Begriffes der Umkehrung seyn, wenn man erklärt, daß man nur dort eine Umkehrung anerkennen wolle, wo die beiden Vorstellungen des Subjectes und Prädicates ihre Stellen wechseln? Der gemeine Sprachgebrauch sieht eine Umkehrung in einem jeden Paare von Sätzen, worin zwei Vorstellungen ihre Stellen wechseln, gleichviel ob diese Vorstellungen eben die ganzen in diesen Sätzen vorkommenden Subject- und Prädicatvorstellungen sind, oder nur Theile derselben bilden, oder sich beide nur in der einen oder der andern befinden. Durch die irrige Ansicht, welche man sich zu gleicher Zeit von dem, was die Subject- oder die Prädicatvorstellung in einem Satze sey, machte, ward dieser Fehler einiger Maßen verbessert, indem man sich hiebei erlauben konnte, die Sätze: Jedes A ist B, und jedes B ist A, ingleichen die Sätze: Einige A sind B, und einige B sind A, als umgekehrte anzusehen; was sie doch jener Erklärung nach eigentlich nicht heißen sollten. Denn in dem Satze: Jedes A ist B, bildet im Grunde nicht B, sondern nur das zu B gehörige Abstractum die Prädicatvorstellung; und daß in dem Satze: Einige A sind B, nicht A, sondern eine ganz andere Vorstellung die eigentliche Subjectvorstellung bilde, ist noch viel offenbarer. Allein man sieht von selbst, daß diese Erweiterung noch lange nicht hinreicht, um alle jene Sätze unter die Classe der verkehrten zu fassen, welche der Sprachgebrauch dafür erkläret. Wer sollte z. B. anstehen, folgendes Paar von Sätzen: „Cajus ertheilet das Lob, das dem Sempronius gebühret, dem Titius;" und: „Cajus ertheilet das Lob, das dem Titius gebühret, dem Sempronius," verkehrte Sätze zu nennen? — Noch offenbarer ist es, daß man die so genannte Contraposition nicht als eine bloße Umkehrung ansehen könne, da die Begriffe der Verneinung, welche der contraponirende Satz in seine Subject- und Prädicatvorstellung aufnimmt, in dem contraponirten noch gar nicht vorkamen. Auch haben wirklich mehre Logiker, z. B. Baumgarten (Acr. §. 288.), Kant (L. §. 54.), Kiesewetter (L. §. 144.), Jakob (L. §. 217.), Maaß (L. §. 351.), Sigwart (L. §. 154.), das Verhältniß der Contraposition als ein eigenes betrachtet. — Wenn ferner Reusch (L. §. 485.) und einige Andere auch Sätze, wie: Abel a Caino est occisus, und Cainus Abelem occidit, zu den verkehrten zählen: so scheint mir dieß ein zu schwankender Begriff; denn jene Sätze sollten vielmehr einander gleichgeltend heißen; um aber in dem Verhältnisse der Verkehrtheit zu stehen, müßten die Vorstellungen A und C gegen einander ausgetauscht seyn, ohne daß sonst noch eine Veränderung mit den übrigen Vorstellungen vorgegangen wäre. Endlich hat es auch Einige gegeben, die eine so genannte veränderte Contraposition annahmen, worunter sie das Verhältniß verstanden, das zwischen den Sätzen: „Jedes A ist B," und: „Einiges Nicht B ist auch ein Nicht A," obwaltet. Dieses Verhältniß dürfte aber wohl zu wenig Merkwürdigkeit haben, um eine eigene Bezeichnung zu verdienen.

§. 152.

Verhältnisse unter den Sätzen hinsichtlich ihres Umfanges.

Neue Verhältnisse unter den Sätzen kommen zum Vorscheine, wenn wir die Gegenstände, von welchen sie handeln, falls es dergleichen gibt, d. h. den Umfang derselben vergleichen. Da aber (nach §. 130.) dieser Umfang der Sätze ein und derselbe ist mit dem Umfange ihrer Subjectvorstellungen: so sind die Verhältnisse, welche in dieser Hinsicht eintreten können, durchaus die nämlichen, die es auch unter bloßen Vorstellungen gibt, und auch nach diesen zu beurtheilen; daher es überflüßig wäre, sie hier umständlich zu besprechen. Was die Benennungen anlangt, mit denen wir diese Verhältnisse nöthigen Falls bezeichnen: so dürften sie am Schicklichsten dadurch gebildet werden, daß wir nur die Verhältnisse, in welchen sich die Subjectvorstellungen der betreffenden Sätze befinden, auf die gebräuchliche Weise beschreiben. So werden wir also z. B., wenn ein Paar Sätze von einerlei Umfange sind, sagen, es seyen Sätze mit gleichgeltenden Subjectvorstellungen; und eben so werden wir in andern Fällen von Sätzen mit einander ausschließenden, oder verschlungenen Subjectvorstellungen reden u. s. w.

§. 153.

Verhältnisse unter den Sätzen hinsichtlich des Umfanges ihrer Prädicatvorstellung.

Auch selbst der Umfang, welchen die Prädicatvorstellung hat, sofern sie eine eigentliche Beschaffenheitsvorstellung ist, begründet zuweilen ein nicht unrichtiges Verhältniß zwischen Sätzen. So ist es zuweilen von Wichtigkeit zu bemerken, daß die Prädicatvorstellung in einem Paare von Sätzen von einer gleichen Weite oder von einerlei Umfang, oder in dem einen niedriger sey als in dem andern u. s. w. Die Benennungen bieten sich abermals von selbst dar.

§. 154.*

Verträgliche und unverträgliche Sätze.

1) Die wichtigsten Verhältnisse unter den Sätzen kommen jedoch erst zum Vorscheine, wenn wir, wie es schon §. 147. geschah, gewisse in ihnen enthaltene Vorstellungen als veränderlich ansehen, und auf das Verhalten merken, welches die neuen Sätze, die durch den Austausch jener Vorstellungen mit was immer für andern hervorgebracht werden, in Hinsicht auf ihre Wahr- oder Falschheit beobachten.

2) Wir wissen bereits, daß fast ein jeder Satz, wenn wir an die Stelle gewisser in ihm als veränderlich angenommener Vorstellungen beliebige andere setzen, bald wahr, bald falsch gemacht werden könne. Vergleichen wir aber der Sätze mehre A, B, C, D, ... miteinander, und sehen wir gewisse Vorstellungen i, j, ... welche in ihnen gemeinschaftlich vorkommen (etwa in jedem derselben eine und die andere), als die willkürlichen an: so erhebt sich die Frage, ob es wohl einige an die Stelle der i, j, ... gesetzte Vorstellungen gebe, die so beschaffen sind, daß jene Sätze dadurch alle zugleich wahr werden? Ist diese Frage zu bejahen: so will ich dieses unter den Sätzen A, B, C, D, ... obwaltende Verhältniß ein Verhältniß der Verträglichkeit oder Einstimmung nennen, und die Sätze A, B, C, D, ... selbst sollen mir verträgliche, einstimmige oder einhellige Sätze heißen. Ist jene Frage zu verneinen, d. h. gibt es keine Vorstellungen, die an die Stelle der i, j, ... gesetzt, die Sätze A, B, C, D, ... insgesammt wahr machen: so nenne ich dieses Verhältniß der genannten Sätze ein Verhältniß der Unverträglichkeit oder Mißhelligkeit, und die Sätze selbst nenne ich unverträgliche oder mißhellige. So nenne ich folgende drei Sätze: Diese Blume blühet roth, diese Blume ist wohlriechend, und diese Blume gehört in die zwölfte Classe des Linneischen Systemes, — verträglich miteinander, wenn

ich die Vorstellung: „diese Blume,“ als eine willkürlich abzuändernde in ihnen ansehen darf. Denn setze ich statt derselben die Vorstellung Rose, so werden alle drei Sätze wahr. Dagegen folgende drei Sätze: Kein endliches Wesen hat Allwissenheit; der Mensch ist ein endliches Wesen; und Ein Mensch hat Allwissenheit, — nenne ich unverträglich, wenn es die Vorstellungen: endliches Wesen, Mensch und Allwissenheit, allein sind, welche in ihnen als die veränderlichen angesehen werden sollen. Denn was man auch immer für Vorstellungen an die Stelle dieser zu setzen versuche: so gelingt es nie, jene drei Sätze zugleich in Wahrheiten zu verwandeln; sondern so oft zwei wahr gemacht sind, wird der dritte falsch.

3) Aus der gegebenen Erklärung gehet von selbst hervor, daß das Verhältniß der Verträglichkeit sowohl als auch jenes der Unverträglichkeit ein wechselseitiges sey.

4) Auch leuchtet Jedem die Aehnlichkeit ein, die zwischen diesem Verhältnisse unter den Sätzen und zwischen jenem, welches ich §. 94. unter Vorstellungen mit einem gleichen Namen bezeichnete, besonders nach der §. 108. gegebenen Erweiterung obwaltet. Was nämlich bei Vorstellungen der Umstand gilt, ob ein gewisser Gegenstand durch sie in der That vorgestellt werde oder nicht, das gilt bei Sätzen der Umstand, ob ihnen Wahrheit zukomme oder nicht. Und wie ich Vorstellungen miteinander verträglich oder unverträglich nannte, je nachdem es gewisse Gegenstände, die sie gemeinschaftlich vorstellen, gibt oder nicht gibt: so nenne ich jetzt Sätze miteinander verträglich oder unverträglich, je nachdem es gewisse Vorstellungen, durch welche sie insgesammt wahr gemacht werden können, gibt oder nicht gibt.

5) Wenn wir in einerlei Inbegriffe von Sätzen A, B, C, D, ... bald diese, bald jene Vorstellungen als die veränderlichen ansehen; können sie bald als verträglich, bald als unverträglich erscheinen. So erscheinen die beiden Sätze: Ein Löwe hat zwei Brüste, und ein Löwe hat zwei Flügel, als miteinander verträglich, wenn es die Vorstellung Löwe ist, die wir als die veränderliche ansehen. Denn wenn wir statt derselben die Vorstellung Fledermaus setzen: so werden beide Sätze zugleich wahr. Sollte es aber die Vorstellung Zwei

seyn, die wir allein willkürlich abändern dürfen: so stellen sich die beiden Sätze als unverträglich dar; weil keine Vorstellung angeblich ist, die an die Stelle dieser gesetzt, beide Sätze wahr macht. Insonderheit ist begreiflich, daß wenn es uns erlaubt würde, die Anzahl der Vorstellungen, die in einem gegebenen Inbegriffe von Sätzen als veränderlich angesehen werden sollen, beliebig zu vermehren, diese Sätze sich jederzeit als miteinander verträglich darstellen würden. Denn dürfen wir nur beliebig viele, dürfen wir wohl gar alle in einem Satze vorkommenden Vorstellungen willkürlich abändern: so können wir jeden Satz in jeden andern, also auch ohne Zweifel in eine Wahrheit verwandeln. Wir müssen also, wenn wir von einem gegebenen Inbegriffe von Sätzen A, B, C, D, ... behaupten, sie seyen verträglich oder sie seyen unverträglich, um bestimmt zu sprechen, immer beisetzen, in welcher Rücksicht, d. h. in Beziehung auf welche beliebig abzuändernde Vorstellungen i, j, ... wir dieses meinen.

6) Alle Wahrheiten sind miteinander verträglich, was man auch immer für Vorstellungen in ihnen als die veränderlichen betrachte. Denn schon die Vorstellungen, welche in ihnen ursprünglich vorkommen, haben ja die Beschaffenheit, sie alle wahr zu machen.

7) Unter jeder gegebenen Menge nicht miteinander verträglicher Sätze muß also wenigstens Ein falscher seyn; es können aber auch mehre, ja alle zugleich falsch seyn.

8) Allein auch unter Sätzen, die miteinander verträglich sind, kann es falsche geben, ja alle zugleich können falsch seyn. Denn der Umstand, daß gewisse Sätze bei den Vorstellungen, aus denen sie ursprünglich bestehen, falsch sind, hindert nicht, daß sie nicht bei gewissen andern Vorstellungen alle zugleich wahr werden könnten. Nur wird begreiflicher Weise dann nöthig, daß von den Vorstellungen, welche als willkürlich angesehen werden sollen, in jedem der gegebenen Sätze wenigstens Eine erscheine; weil dieser sonst gar nicht geändert, und mithin auch nicht in den Zustand der Wahrheit versetzt werden könnte.

9) Wenn die n Sätze A, B, C, D, ... hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j, ... nicht miteinander verträglich sind: so kann doch zwischen jeder geringeren Anzahl von diesen

Sätzen, z. B. zwischen je (n — 1), (n — 2).. derselben ein Verhältniß der Verträglichkeit hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen i, j,... bestehen. Denn wenn auch keine Vorstellungen angeblich sind, die an der Stelle der i, j,... die sämmtlichen n Sätze A, B, C, D,... wahr machen: so kann doch ein Theil dieser Sätze, z. B. (n — 1), (n — 2), derselben auf einmal wahr gemacht werden. So sind die drei Sätze: Alle A sind B, Alle B sind C, Kein A ist C, hinsichtlich auf die drei Vorstellungen A, B, C nicht miteinander verträglich, allein je zwei derselben sind in Beziehung auf dieselben Vorstellungen gar wohl verträglich.

10) Wenn aber umgekehrt Ein Theil der Sätze A, B, C, D,... z. B. die A, B,... nicht miteinander verträglich sind, hinsichtlich auf gewisse Vorstellungen i, j,...: so ist auch der Inbegriff aller kein Inbegriff miteinander verträglicher Sätze, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn gäbe es Vorstellungen, die an der Stelle der i, j,... die sämmtlichen A, B, C, D,... zugleich wahr machen, so wären auch A, B,... verträglich.

11) Wenn gewisse Sätze untereinander verträglich sind in Rücksicht auf die wenigeren Vorstellungen i, j,...: so sind sie es auch in Rücksicht auf die mehren i, j, k, l,..., in welchen die ersteren wiederholt sind; und wenn sie unverträglich sind in Rücksicht auf die mehren Vorstellungen i, j, k, l,...: so sind sie es auch in Rücksicht auf die wenigeren i, j... Daraus im Gegentheil, daß gewisse Sätze unverträglich sind in Rücksicht auf die wenigeren Vorstellungen i, j,..., folgt nicht, daß sie es auch in Rücksicht auf die mehren i, j, k, l,... sind; und daraus, daß sie verträglich sind in Rücksicht auf die mehren Vorstellungen i, j, k, l,..., folgt nicht, daß sie es auch in Rücksicht auf die wenigeren i, j,... sind.

12) Daraus, daß sich die Sätze A, B, C, D,... sowohl als auch die Sätze G, H, I, K,... vertragen mit den Sätzen M, N, O,... hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,..., folgt keineswegs, daß sich die Sätze A, B, C, D,... und G, H, I, K,... auch untereinander vertragen, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn es könnte ja wohl

gewisse Vorstellungen geben, die an der Stelle der i, j, ... die Sätze A, B, C, D, ... zugleich mit den Sätzen M, N, O, ...; und gewisse andere, welche die Sätze G, H, I, K, ... zugleich mit den Sätzen M, N, O, ... wahr machen; und dabei könnte es ganz an Vorstellungen mangeln, welche die Sätze A, B, C, D, ... zugleich mit den Sätzen M, N, O,... wahr machen. So ist jeder der Sätze: Alle A sind B, und Kein A ist B, verträglich mit dem Satze: Alle A sind C, hinsichtlich auf die drei Vorstellungen A, B, C; gleichwohl sind jene zwei ersteren Sätze keineswegs untereinander verträglich, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen.

13) Eben so wenig folgt daraus, weil sich die Sätze A, B, C, D, ... sowohl als auch die Sätze G, H, I, K, ... hinsichtlich auf gewisse Vorstellungen i, j, ... mit den Sätzen M, N, O, ... nicht vertragen, daß sich die Sätze A, B, C, D, ... und G, H, I, K, ... auch untereinander nicht vertragen sollten, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn wenn es auch keine Vorstellungen gibt, die an der Stelle der i, j, ... die Sätze A, B, C, D, ... zugleich mit den Sätzen M, N, O, ...; und eben so keine, welche die G, H, I, K, ... zugleich mit den Sätzen M, N, O, ... wahr machen: so kann es doch immer Vorstellungen geben, welche die Sätze A, B, C, D, ... zugleich mit den Sätzen G, H, I, K, ... wahr machen. So sind die Sätze: „Die Erde drehet sich um ihre eigene Axe," und „die Erde umkreiset die Sonne," beide gleich unverträglich mit dem Satze: „Die Erde stehet unbeweglich," wenn es die einzelne Vorstellung Erde ist, die wir in ihnen als veränderlich ansehen sollen: gleichwohl sind die zwei erstern verträglich miteinander, hinsichtlich auf dieselbe Vorstellung.

14) Daraus, daß sich gewisse Sätze A, B, C, D, ... hinsichtlich auf gewisse Vorstellungen i, j, ... untereinander vertragen, folgt keineswegs, daß sich auch ihre Verneinungen oder die Sätze: Neg. A, Neg. B, Neg. C, Neg. D, ... (§. 141.), untereinander vertragen, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn es könnte ja seyn, daß einer der Sätze A, B, C, D, ..., z. B. A, nicht nur durch einige derjenigen Vorstellungen, die auch alle die übrigen B, C, D,... wahr machen, sondern noch überdieß durch alle diejenigen

Vorstellungen wahr gemacht würde, durch welche Einer dieser Sätze, z. B. B, falsch, und also der Satz Neg. B wahr gemacht wird. In diesem Falle gäbe es keine Vorstellungen, welche die beiden Sätze Neg. A und Neg. B zugleich wahr machen. So sind die beiden Sätze: „Einige A sind B," und: „Falsch ist's, daß alle A, B sind," recht wohl verträglich miteinander, hinsichtlich auf die Vorstellungen A und B; allein die beiden Sätze, die aus Verneinung derselben entspringen: „Falsch ist's, daß einige A, B sind," und: „Alle A sind B," stehen offenbar in dem Verhältnisse der Unverträglichkeit miteinander hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen, wie vorhin.

15) Daraus, daß die Verneinung jedes der einzelnen Sätze A, B, C, D,... mit den noch übrigen verträglich ist, hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,..., folgt keineswegs, daß auch die Verneinung von zwei oder mehren dieser Sätze mit den noch übrigen verträglich sey, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn daraus, daß es gewisse Vorstellungen gibt, die an der Stelle der i, j,... die Sätze Neg. A, B, C, D,... zugleich wahr machen, und gewisse Vorstellungen, die eben so die Sätze A, Neg. B, C, D,... zugleich wahr machen u. s. w., folgt ja keineswegs, daß es auch Vorstellungen gebe, welche die Sätze Neg. A, Neg. B, C, D,... zugleich wahr machen. Zu diesem letzteren Erfolge sind nämlich ganz andere Vorstellungen als zu den ersteren nöthig; denn hier sollen die Sätze A, B beide falsch werden, dort aber wird es nur immer einer derselben. So bilden folgende drei Sätze: „Cajus ist ein Mensch;" „Cajus ist entweder auf dem Meere, oder in Einem der drei Welttheile: Europa, Asien und Afrika geboren;" „Cajus ist entweder in Europa, Afrika, Amerika oder Australien geboren,"— ein System von Sätzen, darin die Verneinung jedes einzelnen mit den zwei andern verträglich ist; vorausgesetzt, daß man die einzige Vorstellung Cajus als veränderlich ansieht. Die Verneinungen zweier von diesen Sätzen aber sind mit dem dritten unverträglich. Setzen wir nämlich statt der Vorstellung Cajus eine von folgenden Vorstellungen: Sokrates, Timur, Washington, Seelöwe: so werden bald alle Sätze zugleich, bald nur je zwei zugleich wahr. Es sind also je zwei dieser Sätze mit

der Verneinung des dritten verträglich. Setzen wir aber für Cajus eine Vorstellung, bei welcher die beiden letzteren Sätze zugleich falsch werden, z. B. Mond: so wird es jederzeit auch der erste, weil ein Wesen, das weder auf dem Meere, noch in einem der dort genannten Welttheile geboren ist, gewiß kein Mensch seyn kann. Die Verneinungen von jenen beiden zugleich sind also mit dem ersten unverträglich.

16) Alle Sätze, in welchen der Aussagetheil als veränderlich angesehen werden soll, sind miteinander verträglich, was sie auch immer für Unterlagen haben, wenn dieß nur gegenständliche Vorstellungen sind. Denn hat ein jeder Satz seine eigene von jener der übrigen verschiedene Prädicatvorstellung, die gleichwohl als veränderlich angesehen werden soll: so wird es ein Leichtes seyn, jedem eine solche, die ihn wahr macht, zu geben. Wir brauchen nur für jeden die Vorstellung einer Beschaffenheit, welche den Gegenständen, auf die sich seine Unterlage beziehet, gemeinschaftlich zukommt. Wenn aber einige oder alle eine und dieselbe Prädicatvorstellung haben: so ist nur nöthig, für sie die Vorstellung einer solchen Beschaffenheit zu wählen, welche den sämmtlichen, durch ihre verschiedenen Unterlagen vorgestellten Gegenständen zukommt. Dergleichen gibt es aber immer; weil alle auch die verschiedenartigsten Gegenstände gewisse gemeinschaftliche Beschaffenheiten haben.

17) Alle Sätze, welche gewisse von einander verschiedene Unterlagen haben, die eben als die veränderlichen Vorstellungen in ihnen angesehen werden sollen, sind miteinander verträglich, was sie auch immer für Aussagetheile haben, wenn es nur eigentliche Beschaffenheitsvorstellungen sind. Denn unter dieser Bedingung werden sich immer Vorstellungen auffinden lassen, die an der Stelle der gegebenen Unterlagen diese Sätze alle wahr machen. Wir brauchen für jeden Satz nur die Vorstellung eines derjenigen Gegenstände, denen die durch den Aussagetheil angedeutete Beschaffenheit zukommt.

18) Sätze, welche dieselbe Unterlage haben, die eben als die veränderliche Vorstellung in ihnen angesehen werden soll, sind miteinander verträglich, wenn die ihren

Aussagetheilen entsprechenden Concreta miteinander verträglich sind; und sie sind unverträglich, wenn diese es sind. Wenn nämlich die Concreta der Prädicatvorstellungen verträglich sind: so gibt es jedesmal gewisse Gegenstände, denen die sämmtlichen Beschaffenheiten, welche in diesen Sätzen ausgesagt werden, vereinigt zukommen; wir werden daher diese Sätze alle wahr machen, wenn wir eine sich auf einen solchen Gegenstand ausschließlich beziehende Vorstellung zu der gemeinschaftlichen Subjectvorstellung erheben. Die Sätze sind also verträglich. Wenn im entgegengesetzten Falle jene Concreta sich nicht miteinander vertragen: so gibt es keinen Gegenstand, dem die Beschaffenheiten, welche in den gegebenen Sätzen ausgesagt werden, insgesammt zukämen; mithin auch keine Gegenstandsvorstellung, die an die Stelle der gemeinsamen Unterlage gesetzt, sie alle wahr machen könnte.

19) Zu jedem beliebigen Satze lassen sich, wenn erst gewisse Vorstellungen in ihm uns als veränderlich angegeben sind, unendlich viele, die mit ihm unverträglich sind, und falls er nur kein seiner ganzen Art nach falscher Satz ist (§. 147.), auch unendlich viele, die sich mit ihm vertragen, ausfindig machen. Denn unverträglich mit dem gegebenen Satze A sind offenbar alle Sätze, die nach der Regel, welche man an den nachstehenden bemerkt, in einer unendlichen Menge gebildet werden können: „Der Satz A ist falsch.“ „Daß der Satz A falsch sey, ist wahr“ u. s. w. Denn sichtbar kann es keine Vorstellungen geben, die den Satz A zugleich mit den so eben gebildeten wahr machen. Ist ferner A nur nicht seiner ganzen Art nach falsch: so gibt es auch eine unendliche Menge von Sätzen, die sich mit ihm vertragen; denn jede Wahrheit, welche die veränderlichen Theile i, j, ... gar nicht enthält, ist, weil sie während der Aenderung dieser ungeändert bleibt, sicher verträglich mit A.

20) Ein Satz, der falsch ist, und keine der Vorstellungen i, j,..., die wir in einem gewissen Inbegriffe von Sätzen als die veränderlichen ansehen, in sich schließt, stehet mit diesen, wie sie auch immer beschaffen seyn mögen, in dem Verhältnisse der Unverträglichkeit. Denn da er keine der Vorstellungen i, j,... in sich schließt: so bleibt er unverändert, was wir auch immer für Vorstellungen an die Stelle der

i, j,... setzen; er wird also auch nie wahr, und ist sonach mit jenen übrigen Sätzen auch nicht verträglich.

21) Wenn also ein Satz F mit gewissen andern A, B, C, D,... in dem Verhältnisse der Verträglichkeit stehet, ob er gleich keine einzige der veränderlichen Vorstellungen i, j,... in sich schließt: so muß es ein wahrer Satz seyn.

22) In welchem Verhältnisse die Sätze A, B, C, D,... hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,... miteinander stehen, in eben diesem Verhältnisse stehen auch die Sätze A', B', C', D',..., welche aus jenen hervorgehen, wenn statt der i, j,... die i', j',... gesetzt werden, hinsichtlich auf die Vorstellungen i', j'.... Denn weil die Sätze A', B', C', D',... aus den Sätzen A, B, C, D,... bloß dadurch hervorgegangen sind, daß man die Vorstellungen i, j,... mit den i', j',... vertauschte; und weil die Vorstellungen i', j',... in ihnen als veränderlich angesehen werden sollen: so kann man durch einen neuen Austausch der Vorstellungen i', j',... mit den i, j,... aus den Sätzen A', B', C', D',... wieder die Sätze A, B, C, D,... erhalten, und aus diesen mittelbar durch einen fortgesetzten Austausch der Vorstellungen i, j,... mit was immer für andern zu allen denjenigen Sätzen gelangen, welche die A, B, C, D,... dargeboten hätten. In welchem Verhältnisse also diese stehen, in eben dem nämlichen stehen auch jene.

Anmerk. Das Verhältniß, welches ich hier die Unverträglichkeit nenne, wird von verschiedenen Logikern auch ein Verhältniß der Entgegensetzung, der Ausschließung, des Widerstreites oder des Widerspruches genannt. Da dieses aber Benennungen sind, deren wir zur Bezeichnung dieses Begriffes füglich entbehren können: so scheint es mir dienlicher, sie für die Bezeichnung gewisser anderer Begriffe, die tiefer unten erklärt werden sollen, aufzubewahren. Aristoteles (Anal. prior. l. II. c. 15. u. a. a. O.) kennt nur die Benennung: ἀντικείμεναι προτάσεις (entgegengesetzte Sätze), von denen er sagt, daß es dem Ausdrucke nach (κατὰ τὴν λέξιν) vier Arten derselben (nämlich τὸ παντὶ τῷ οὐδενὶ, τὸ παντὶ τῷ οὐ παντὶ, τό τινι τῷ οὐδενὶ, und τό τινι τῷ οὔ τινι), in der Wahrheit (κατ' ἀλήθειαν) aber nur drei Arten gebe, weil „Einige" und „nicht Einige" sich nur dem Ausdrucke nach entgegenstehen (ἀντικεῖται).

Dieß gab Veranlassung, daß die Scholastiker, ingleichen mehre selbst aus den neuesten Logikern von den entgegengesetzten Urtheilen die Erklärung aufstellten, es wären Urtheile, die bei einerlei Subject- oder Prädicatvorstellung, d. h. bei einerlei Materie eine verschiedene Qualität oder Quantität, d. h. nur eine verschiedene Form besitzen. Abgesehen nun von der Unrichtigkeit, die in den Ausdruck dieser Erklärungen dadurch hineingetragen wird, daß man Subject- und Prädicatvorstellung nennet, was es doch wirklich nicht ist: so ist es auf jeden Fall sonderbar, Sätze entgegengesetzt nennen zu hören, die sich so wohl vertragen, wie subconträre, d. h. wie „Einige A haben b," und „Einige A haben nicht b." Hiezu kommt, daß schon der gemeinste Sprachgebrauch den Begriff der Entgegensetzung oder vielmehr jenen der Unverträglichkeit oder der Ausschließung auch auf Sätze anwendet, welche nichts weniger als einerlei Materie haben. So wird z. B. Jeder die beiden Sätze: Cajus ist tugendhaft, und Cajus ist lasterhaft, einander entgegengesetzt oder doch unverträglich nennen, wenn es die einzige Vorstellung Cajus ist, welche in ihnen als veränderlich angesehen werden soll; und doch haben beide Sätze eine verschiedene Materie. Nicht minder gewöhnlich und nothwendig ist es, den Begriff der Unverträglichkeit auch auf ein Verhältniß auszudehnen, in welchem nicht bloß zwei, sondern mehre Sätze, z. B. gleich die drei folgenden stehen: A ist B, B ist C, und Kein A ist C. Wie kann man dieß, wenn man von jener Erklärung nicht ablassen will? — Noch sonderbarer ist endlich, daß wir nach jener Erklärung selbst ein Paar Sätze, welche mit einem Paare anderer, die entgegengesetzt heißen, gleichgeltend sind, bloß darum nicht entgegengesetzt nennen dürften, weil sie nicht aus derselben Materie bestehen. So gilt der Satz: „Alle A sind B," vollkommen gleich mit dem Satze: „Daß alle A, B sind, ist wahr." Wie also der Satz: „Alle A sind B," entgegengesetzt heißt dem Satze: „Einige A sind nicht B:" so sollte billig auch der Satz: „Daß alle A, B sind, ist wahr," entgegengesetzt heißen dem Satze: „Einige A sind nicht B." Allein nach jener Erklärung dürfte er nicht so genannt werden; weil seine Materie eine ganz andere als die des letztern ist; denn sein Subject ist der Satz: „Daß alle A, B sind;" und sein Prädicat die Wahrheit. Doch die meisten Logiker scheinen mit dem Worte Entgegensetzung wirklich denselben Begriff zu verbinden, den ich die Unverträglichkeit oder Ausschließung nenne; nur ihre Erklärungen wollen mir nicht genugen. So sagen sie z. B., daß zwei oder mehre Sätze einander entgegengesetzt wären, „wenn der eine behauptet, was der andere läugnet;" wo Einige noch die Worte: „entweder ganz oder zum Theile," beisetzen. S. z. B. Wolf (L. §. 288.), Clericus (L. P. II. c. 3.) u. A. Hier fragt es sich nun, was man darunter verstehe, daß ein gegebener Satz etwas behaupte oder läugne? Soll dieß so viel heißen, als daß er seinem Gegenstande eine gewisse Beschaffenheit beilege oder abspreche: so muß man sagen, daß Sätze dasselbe behaupten oder läugnen, wenn sie bei einerlei bejahendem oder verneinendem Prädicat was immer für eine Subjectvorstellung haben; und es ist dann offenbar falsch, daß ein Paar Sätze einander ausschließen, wenn der eine nur eben das läugnet, was der andere behauptet. Denn dieses thun z. B. die zwei sehr verträglichen Sätze: Cajus hat Verstand, und Titius hat keinen Verstand. Wollte man aber noch die Bedingung hinzufügen, daß auch das Subject dasselbe seyn müsse: so erhielte man wieder eine zu enge Erklärung; weil ja auch Sätze mit verschiedenem Subjecte in dem Verhältnisse der Unverträglichkeit miteinander stehen können. Sollte aber die Redensart, daß ein gewisser Satz etwas behaupte oder läugne, so zu verstehen seyn, daß er entweder aussage, A sey wahr, oder aussage, A sey falsch: so dürften wir offenbar nur Sätze von folgender Form: „A ist wahr," und „A ist falsch," für unverträglich ausgeben. Doch man wird sagen, man wolle durch jene Redensart nichts Anderes anzeigen, als daß die Sätze, die man einander ausschließend oder entgegengesetzt nennet, von einer Beschaffenheit seyen, daß sich durch bloße Schlüsse aus ihnen Sätze, wie: A ist wahr, und A ist falsch, ableiten lassen. Es ist nun allerdings wahr, daß Sätze, die diese Beschaffenheit haben, einander ausschließen. Allein wenn man hier wieder versucht, den Sinn der Redensart zu erklären, „daß ein gewisser Satz aus einem andern durch Schlüsse sich ableiten lasse:" dann findet sich (wie ich tiefer unten mit Mehrem zu erweisen hoffe), dieß heiße nichts Anderes, als daß eine jede Veränderung, welche man mit gewissen als veränderlich anzusehenden Theilen in diesen Sätzen vornimmt, wenn sie den zweiten wahr macht, so fort auch den ersten wahr mache. N heißt also ableitbar oder folgend aus M, wenn alle Vorstellungen, die an die Stelle gewisser in diesen Sätzen als veränderlich anzusehender Vorstellungen gesetzt, den Satz M wahr machen, auch den Satz N wahr machen. Ist dieses richtig: so erachtet man von selbst, daß es, um den Begriff der Unverträglichkeit zu erklären, keineswegs nöthig sey, den der Ableitbarkeit vorauszuschicken; sondern daß sich viel kürzer sagen lasse, gegebene Sätze seyen in dem Verhältnisse der Unverträglichkeit, wenn es gar keine Vorstellungen gibt, die an die Stelle gewisser in ihnen als veränderlich anzusehender gesetzt, sie alle wahr machen. — Wie überflüßig aber der schon durch seine Eintheilung verwerfliche Beisatz Einiger: „entweder ganz oder zum Theile," sey, wird kaum einer weitläufigen Auseinandersetzung bedürfen. Die Wahrheit eines Satzes hat keine Grade (§. 125.); und ein Satz, der sich mit einem anderen nicht verträgt, erkläret (durch seine Folgerungen) diesen nicht bloß zum Theile, sondern ganz für falsch, wenn wir die Worte in ihrem eigentlichen Sinne nehmen. Wenn einige andere Logiker, wie Hillebrand (L. §. 311.), sich des Ausdruckes bedienen, daß von entgegengesetzten Sätzen der eine den andern in seiner Gültigkeit aufhebe: so heißt das offenbar nur, aus einem jeden müsse der Satz, daß der andere falsch sey, sich ableiten lassen. Es treten also die kurz zuvor gemachten Erinnerungen wieder ein. — Gar oft bedient man sich des Ausdruckes, daß unverträgliche Sätze nicht zugleich wahr werden könnten. So heißt es bei Reusch (Synt. L. §. 476.): Oppositio vocatur repugnantia duarum propositionum, vi cujus ambae non esse queunt simul verae. Da aber Wahrheiten in keiner Zeit vorhanden sind, noch weniger sich mit der Zeit verändern: so ist es uneigentlich gesprochen, daß ein Paar Sätze zu gleicher Zeit wahr werden sollten. Der Sinn aber, den man mit dieser uneigentlichen Redensart verbindet, ist wohl kein anderer als der: man stellt sich vor, daß in diesen Sätzen gewisse Vorstellungen willkürlich sind, und mit beliebigen anderen vertauschet werden können, und macht nun die Bemerkung, daß es keine Vorstellungen von einer solchen Art gebe, die an die Stelle der vorhandenen gesetzt, die zu vergleichenden Sätze beide in Wahrheiten verwandeln. Daß es nur dieser Gedanke sey, der den Begriffen der Verträglichkeit und Unverträglichkeit der Sätze zu Grunde liege, verräth sich noch deutlicher aus der Erklärung, die Maaß gegeben (L. §. 227.): „Wenn α und β zwei Urtheile bedeuten: so kann entweder das eine wahr seyn, wenn das andere wahr ist oder nicht. Im ersten Falle sind α und β einstimmig, im zweiten widerstreitend." Wer so spricht; wer von einem Paare von Sätzen α und β behauptet, der eine derselben könne oder er könne nicht wahr seyn, sobald es der andere ist; der muß sich vorstellen, in dem ersten Falle, es gebe Umstände, unter denen die Sätze α und β beide wahr sind, im zweiten Falle aber, daß es dergleichen Umstände nicht gebe. Da es aber ungereimt ist, von einem und eben demselben Satze, sofern an ihm nicht das Geringste geändert wird, zu denken, daß er bald wahr, bald wieder nicht wahr sey: so wird offenbar, daß man sich unter den Sätzen α und β, wenn man behauptet, daß sie unter gewissen Umständen wahr oder nicht wahr werden, eigentlich nicht sie selbst, sondern alle diejenigen Sätze vorstelle, die durch eine gewisse in beiden gleichförmig vorgenommene Veränderung entspringen, und dieses leitet dann auf die Erklärung, welche ich oben gegeben. — Kiesewetter (W. A. d. L. S. 234.) und einige Andere aus der Kantischen Schule, auch Hr. Bachmann (Syst. d. L. §. 96.) bedienen sich des Ausdruckes, „daß Sätze einstimmig wären, die sich zusammen in Ein Bewußtseyn vereinigen lassen." Gegen diese Erklärung gilt ohngefähr dieselbe Erinnerung, die ich schon §. 94. Anm. gegen die ähnliche Erklärung der einstimmigen und widerstreitenden Vorstellungen machte. Auch zwei einander ausschließende Sätze können in Ein Bewußtseyn vereiniget werden, wie dieses namentlich in jedem disjunctiven Urtheile von der Form: A ist entweder B oder nicht B, geschieht, denn in diesem Urtheile werden die beiden Sätze: A ist B, und A ist nicht B, vereinigt vorgestellt. Sollte man aber sagen, daß ein Paar widerstreitende Sätze wohl im Gemüthe gleichzeitig vorgestellt, aber nicht als Urtheile zugleich gefället werden können: so erwiedere ich, daß dieses Verhältniß gewisser Sätze zu unserem Erkenntnißvermögen, selbst wenn es in der Wirklichkeit bestände, doch niemals angewandt werden dürfte, um ein Verhältniß zu erklären, das zwischen den Sätzen an und für sich genommen bestehet. Ob ein Paar Sätze einstimmig sind oder nicht, muß sich aus ihrer inneren Beschaffenheit beurtheilen lassen; die Betrachtung ihres Verhaltens zu unserem Erkenntnißvermögen aber ist dazu gar nicht nöthig. Uebrigens dürfte die Erfahrung nur zu oft lehren, daß wir Menschen zu einer und eben derselben Zeit gar manche Sätze annehmen und vertheidigen, also in unserem Bewußtseyn sie auch als Urtheile vereinen, die gleichwohl miteinander in dem Verhältnisse des Widerstreites stehen. — Etwas Eigenes hat die Erklärung Schaumanns (§. 378.): „Opposition ist logische Ungleichheit (Entgegensetzung) mehrerer Urtheile, und Urtheile heißen entgegengesetzt, wiefern sie als Urtheile einander ungleich sind." In der Folge schränkt Sch. diese Ungleichheit bloß auf die Form ein, und dann fällt seine Erklärung mit jener der Scholastiker zusammen.

§. 155.*

Besondere Arten der Verträglichkeit, und zwar a) das Verhältniß der Ableitbarkeit.

1) Die schon erwähnte Aehnlichkeit, welche die eben betrachteten Verhältnisse der Verträglichkeit und Unverträglichkeit unter den Sätzen mit gewissen gleichnamigen unter den Vorstellungen haben, erstrecket sich so weit, daß dieselben Unterabtheilungen, die ich für diese Verhältnisse unter den Vorstellungen annahm, auch bei den Sätzen gemacht werden können. Laßt uns zuvörderst das Verhältniß der Verträglichkeit betrachten.

2) Wenn wir behaupten, daß gewisse Sätze A, B, C, D,... M, N, O,... in dem Verhältnisse der Verträglichkeit stehen, und zwar hinsichtlich der Vorstellungen i, j,...: so behaupten wir der gegebenen Erklärung zu Folge nichts Mehres, als daß es gewisse Vorstellungen gebe, die an der Stelle der i, j,... jene Sätze sämmtlich in wahre verwandeln. Ob es nicht außer diesen Vorstellungen, welche die Sätze A, B, C, D,... M, N, O,... sämmtlich wahr machen, noch einige andere gebe, die nur den einen oder den andern Theil derselben allein, nicht aber alle wahr machen, und wenn dieses ist, welche von den gegebenen Sätzen sich öfter als die übrigen wahr machen lassen: das ist bisher ganz unentschieden geblieben; wohl läßt sich aber begreifen, daß diese Fragen von Wichtigkeit sind. Denken wir uns also zuerst den Fall, daß unter den miteinander verträglichen Sätzen A, B, C, D,... M, N, O,... das Verhältniß bestehe, daß alle Vorstellungen, die an der Stelle der veränderlichen i, j,... einen gewissen Theil dieser Sätze, namentlich alle A, B, C, D,... wahr machen, auch die Beschaffenheit haben, einen gewissen anderen Theil dieser Sätze, namentlich die M, N, O,... wahr zu machen. Das besondere Verhältniß, das wir auf diese Art zwischen den Sätzen A, B, C, D,... einerseits, und den M, N, O,... andrerseits denken, wird schon aus dem Grunde von einer großen Merkwürdigkeit seyn, weil es uns in den Stand setzt, sofern wir einmal wissen, daß es vorhanden sey, aus der erkannten Wahrheit der A, B, C, D,... so fort auch die Wahrheit der M, N, O,... zu

entnehmen. Ich gebe also dem Verhältnisse, das zwischen den Sätzen A, B, C, D,... von der einen, und M, N, O,... von der andern Seite bestehet, den Namen eines Verhältnisses der Ableitbarkeit; und sage, daß die Sätze M, N, O,... ableitbar wären aus den Sätzen A, B, C, D,... hinsichtlich auf die veränderlichen Theile i, j,..., wenn jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j,... die sämmtlichen A, B, C, D,... wahr macht, auch die gesammten M, N, O,... wahr macht. Zur Abwechslung, und, weil es bereits so gebräuchlich ist, werde ich zuweilen auch sagen, daß die Sätze M, N, O,... aus dem Inbegriffe der Sätze A, B, C, D,... folgen, gefolgert oder erschlossen werden können; die Sätze A, B, C, D,... werde ich die Vordersätze oder Prämissen, die M, N, O,... aber die sich aus ihnen ergebenden Nach- oder Schlußsätze nennen. In wiefern endlich das hier beschriebene Verhältniß zwischen den Sätzen A, B, C, D,... und M, N, O,... die größte Aehnlichkeit hat zwischen dem Verhältnisse umfaßter und umfassender Vorstellungen, will ich mir selbst erlauben, die Sätze A, B, C, D,... umfaßte, die M, N, O,... aber die sie umfassenden zu nennen.

3) Die Annahme, daß alle Vorstellungen, die an der Stelle der i, j,... die Sätze A, B, C, D,... wahr machen, auch die Sätze M, N, O,... wahr machen, setzet noch gar nicht voraus, daß dieses auch umgekehrt seyn müsse, d. h. daß alle Vorstellungen, welche die Sätze M, N, O,... wahr machen, auch die Sätze A, B, C, D,... wahr machen. Das Verhältniß der Ableitbarkeit muß also nicht nothwendig ein wechselseitiges seyn. So macht wohl jedes Paar Vorstellungen, das an der Stelle der A und B, den Satz: Alle A sind B, wahr macht, auch den Satz: Einige A sind B, wahr; und dieser ist also von jenem ableitbar; allein nicht umgekehrt macht jedes Paar Vorstellungen, das an der Stelle der A und B den Satz: Einige A sind B, wahr macht, auch wahr den Satz: Alle A sind B. Also ist nicht auch umgekehrt dieser von jenem ableitbar.

4) Wenn irgend einer der Sätze A, B, C, D,..., aus welchen die Sätze M, N, O,... ableitbar seyn sollen, hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,..., z. B. der Satz A,

nicht eine einzige der letztern in sich schließt: so können wir ihn auch weglassen, und von den noch übrigen Sätzen B, C, D,... behaupten, daß die Sätze M, N, O,... auch schon aus ihnen allein ableitbar seyen, hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,.... Denn unter diesen Umständen muß der Satz A wahr seyn, und bleibt es jederzeit, was man auch immer für Vorstellungen an die Stelle der i, j,... setze: so oft also nur die Sätze B, C, D,... alle wahr werden, werden auch A, B, C, D,... und mithin auch M, N, O,... wahr.

5) Wenn gewisse Sätze M, N, O,... ableitbar seyn sollen aus gewissen anderen A, B, C, D,..., und unter jenen ist irgend ein falscher befindlich: so muß auch unter diesen irgend ein falscher stecken. Denn wären alle A, B, C, D,... wahr: so müßten es auch alle M, N, O,... seyn; weil sonst nicht wahr wäre, daß jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j,... die A, B, C, D,... wahr macht (nämlich die Vorstellungen i, j,... selbst), auch die M, N, O,... wahr macht.

6) Wenn alle Sätze, die aus den Sätzen A, B, C, D,... in Hinsicht auf gewisse Vorstellungen i, j,... ableitbar sind, wahr sind: so müssen die Sätze A, B, C, D,... selbst wahr seyn. Denn zu den verschiedenen Sätzen, die sich aus A, B, C, D,... ableiten lassen, was immer für Vorstellungen die i, j,... seyn mögen, gehören gewiß auch die Sätze: A ist wahr, B ist wahr, C ist wahr u. s. w. Sind also alle Sätze, die sich aus A, B, C, D,... ableiten lassen, wahr: so müssen auch diese es seyn. Sind aber diese wahr, so sind auch die Sätze A, B, C, D,... selbst wahr.

7) Aus keinem Satze A ist seine Verneinung Neg. A, d. h. der Satz: A ist falsch, ableitbar, was man auch immer für Vorstellungen i, j,..., die nur in A allein vorkommen, als veränderlich ansehen möge. Denn kein Inbegriff von Vorstellungen, der den Satz A wahr macht, kann auch den Satz: A ist falsch, wahr machen.

8) Alle Schlußsätze M, N, O,..., die aus gewissen Sätzen A, B, C, D,... hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,... fließen, sind mit allen denjenigen Sätzen, mit denen die Vordersätze A, B, C, D,... hinsichtlich auf dieselben Vor-

stellungen i, j,... verträglich sind, gleichfalls verträglich, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn wenn die Sätze A, B, C, D,... verträglich sind mit den Sätzen A′, B′, C′, D′,..., und dieß zwar hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,..., in Betreff deren aus ihnen die Sätze M, N, O,... ableitbar sind: so gibt es gewisse Vorstellungen, die an der Stelle der i, j,... die Sätze A, B, C,... sammt den Sätzen A′, B′, C′,... wahr machen. Allein so oft die Sätze A, B, C,... wahr werden, werden es auch die M, N, O,...; also gibt es gewisse Vorstellungen, die an der Stelle der i, j,... die Sätze A′, B′, C′,... und M, N, O,... zugleich wahr machen.

9) Sätze, welche sich nicht vertragen, sind keine Schlußsätze aus Sätzen, welche sich vertragen, immer verstanden mit Hinsicht auf dieselben veränderlichen Vorstellungen. Denn würden sie Schlußsätze seyn, so müßten sie sich nach n⁰. 8. vertragen.

10) Wenn sich die Schlußsätze nicht vertragen, so müssen sich auch die Vordersätze nicht vertragen, immer verstanden mit Hinsicht auf dieselben veränderlichen Vorstellungen. Denn wären die Vordersätze verträglich: so müßten es nach n⁰. 9. auch ihre Schlußsätze seyn.

11) Wohl aber können sich Schlußsätze vertragen, wenn sich auch ihre Vordersätze nicht vertragen; immer verstanden mit Hinsicht auf einerlei veränderliche Theile. Denn dazu, daß die Sätze M, N, O,... Schlußsätze aus den Sätzen A, B, C,... hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,...; und die Sätze M′, N′, O′,... Schlußsätze aus den Sätzen A′, B′, C,... hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen seyen, wird nur erfordert, daß jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j,... die Sätze A, B, C,... wahr macht, auch die Sätze M, N, O,..., und jeder, der die Sätze A′, B′, C′,... wahr macht, auch die Sätze M′, N′, O′,... wahr mache; nicht aber umgekehrt, daß, so oft die Sätze M, N, O,... einer=, und die Sätze M′, N′, O′,... andrerseits wahr werden, auch die Sätze A, B, C,... einer=, und die Sätze A′, B′, C′,... andrerseits wahr werden. Wenn nun die Sätze M, N, O,... öfter als A, B, C,..., und die

Sätze M′, N′, O′,... öfter als A′, B′, C′,... wahr werden: so ist es möglich, daß es gewisse Vorstellungen gebe, die an der Stelle der i, j,... die Sätze M, N, O,... und M′, N′, O′,... zugleich wahr machen, während für A, B, C,... und A′, B′, C′,... keine dergleichen Vorstellungen anzutreffen sind. So sind die beiden Sätze: Cajus ist geizig, und Cajus ist ein Verschwender, nicht miteinander verträglich, wenn die einzige Vorstellung Cajus in ihnen als veränderlich angesehen werden soll. Doch läßt sich mit Hinsicht auf dieselbe Vorstellung aus dem ersten Satze der Schlußsatz: Cajus ist nicht freigebig, aus dem zweiten der Schlußsatz: Cajus wird über Kurz oder Lange nicht mehr freigebig seyn können, herleiten; ein Paar Sätze, die sich recht wohl vertragen.

12) Ein Satz, der hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,... nicht etwa schon seiner ganzen Art nach wahr (§. 147.) ist, kann niemals ableitbar seyn aus Beidem, aus einem einzelnen Satze A, und auch aus seiner Verneinung Neg. A. Denn ist der Satz M nicht seiner ganzen Art nach wahr: so gibt es gewisse Vorstellungen, die an der Stelle der i, j,... ihn falsch machen. Jede Vorstellung aber, welche ihn falsch macht, muß, wenn er ableitbar seyn soll aus A, nach n°. 5. auch A, und wenn er ableitbar seyn soll aus Neg. A, auch Neg. A falsch machen. Also müßte dieselbe Vorstellung A und Neg. A zugleich falsch machen, was ungereimt ist.

13) Wenn es aber der Vordersätze, aus welchen ein gewisser Satz M ableitbar seyn soll, mehre gibt, z. B. A, B, C, D,...: so ist es immerhin möglich, daß sich derselbe auch aus der Verneinung einiger, ja vielleicht aller dieser Sätze ableiten lasse. Denn nun läßt sich aus der Falschheit dieses Satzes, d. h. aus Neg. M, nicht sofort die Verneinung jedes einzelnen der Sätze A, B, C, D,... schließen, sondern (nach n°. 5.) nur, daß sie nicht alle wahr sind. Ein Beispiel aber von einem Paare von Sätzen, die so beschaffen sind, daß sich derselbe Schlußsatz aus ihnen sowohl als auch aus den Verneinungen beider ergibt, ist Folgendes. Aus den zwei Sätzen: Jedes A ist ein B, und: Es ist falsch, daß jedes A ein C sey, läßt sich, wenn nur die durch A, B, C angedeuteten Vorstellungen allein wandelbar seyn sollen, mit

aller Sicherheit der Schlußsatz ableiten, daß die Vorstellungen B und C keine Wechselvorstellungen seyen. Die Verneinung dieser zwei Sätze gibt: „Es ist falsch, daß jedes A ein B sey," und: „Jedes A ist ein C;" woraus offenbar derselbe Schlußsatz, wie vorhin, fließt.

14) Wenn ein Satz M hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,... verträglich ist mit den Sätzen A, B, C, D,...: so ist seine Verneinung Neg. M aus diesen Sätzen hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen gewiß nicht ableitbar. Denn wäre Neg. M ableitbar aus A, B, C, D,... hinsichtlich auf i, j,...: so müßte jeder Inbegriff von Vorstellungen, der statt der i, j,... die sämmtlichen A, B, C, D,... wahr macht, auch Neg. M wahr, und somit M falsch machen. Folglich könnte M nicht verträglich seyn mit A, B, C, D,... in Hinsicht auf dieselben Vorstellungen.

15) Wenn die Sätze A, B, C, D,... hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,... miteinander verträglich sind, mit dem Satze M aber in dem Verhältnisse der Unverträglichkeit stehen: so ist dagegen der Satz Neg. M ableitbar aus denselben hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn sind die Sätze A, B, C, D,... hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,... miteinander verträglich: so muß es Vorstellungen geben, die an der Stelle der i, j,... diese Sätze insgesammt wahr machen. Da aber M mit diesen Sätzen unverträglich seyn soll: so muß durch eben die Vorstellungen, welche die sämmtlichen A, B, C, D,... wahr machen, der Satz M falsch und also der Satz Neg. M wahr gemacht werden. Mithin ist Neg. M ableitbar aus A, B, C, D,....

16) Wenn wir aus den Vordersätzen A, B, C, D,... eines Schlußsatzes M was immer für einen, z. B. A, weglassen, und statt desselben die Verneinung von M, Neg. M, falls sie vereinbarlich mit jenen ist, hinzuthun: so läßt sich aus dem Inbegriffe der Sätze B, C, D,... und Neg. M die Verneinung des fehlenden Satzes, d. i. Neg. A, ableiten. Denn wenn Neg. A nicht ableitbar aus den erwähnten Sätzen wäre: so müßte nicht jedesmal, wenn diese wahr werden, auch Neg A wahr werden; d. h. es müßte Fälle geben, in denen die Sätze B, C, D,... Neg. M und der Satz A zu-

gleich wahr sind, was doch ungereimt ist. Denn so oft B, C, D,... und A zugleich wahr sind, muß auch M wahr seyn; und also kann nicht zugleich Neg. M wahr werden.

17) Wenn dieselben Sätze M, N, O,... hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen i, j,... ableitbar sind sowohl aus dem Inbegriffe der Sätze A, B, C, D,... und X, als auch aus dem Inbegriffe der Sätze A, B, C, D,... und Neg. X: so sind sie auch ableitbar aus den Sätzen A, B, C, D,... allein, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j,... nur die Sätze A, B, C, D,... wahr macht, macht auch schon die Sätze M, N, O,... wahr; gleichviel ob der Satz X durch ihn wahr oder falsch gemacht werde.

18) Ein Anderes wäre es, wenn in dem Einen Inbegriffe mehr als Ein Satz vorkäme, der die Verneinung eines aus dem andern ist. Daraus, daß sich sowohl aus dem Inbegriffe der Sätze A, B, C, D, ... X, Y, als auch aus dem Inbegriffe der Sätze A, B, C, D,... Neg. X, Neg. Y der Satz M herleiten läßt, folgt noch keineswegs, daß sich M aus den Sätzen A, B, C, D,... allein ableiten lasse. Denn es könnte ja gewisse Vorstellungen geben, welche die Sätze A, B, C, D,..., und nur den Einen der beiden X und Y wahr machen. Bei diesen brauchte M nicht wahr zu werden, damit man sagen könne, daß er aus Beidem, sowohl aus dem Inbegriffe der Sätze A, B, C, D, ... X, Y, als auch aus dem Inbegriffe der Sätze A, B, C, D,... Neg. X, Neg. Y, ableitbar sey.

19) Wenn die Sätze M, N, O,... ableitbar sind aus den A, B, C, D,... hinsichtlich auf die mehren Vorstellungen i, j, k,....: so sind sie auch ableitbar aus denselben hinsichtlich auf die wenigeren Vorstellungen j, k,... (die ein Theil der ersteren sind), falls die Sätze A, B, C, D,... hinsichtlich auf diese wenigeren Vorstellungen j, k,... in dem Verhältnisse der Verträglichkeit miteinander stehen. Denn ist dieß Letztere, so gibt es gewisse Vorstellungen, die an der Stelle der j, k,... die Sätze A, B, C, D,... insgesammt wahr machen; allein so oft diese wahr werden, werden es auch die Sätze M, N, O,.... Also sind M, N, O,...

ableitbar aus A, B, C, D, . . . auch hinsichtlich auf die wenigeren Vorstellungen j, k, ...

20) Wenn im entgegengesetzten Falle die Sätze M, N, O, . . . ableitbar sind aus den Sätzen A, B, C, D, . . . hinsichtlich auf die wenigeren Vorstellungen i, j, . . .: so müssen sie nicht auch ableitbar seyn hinsichtlich auf die mehren Vorstellungen i, j, k, . . . (in denen die vorigen wiederkehren), obgleich die Sätze A, B, C, D, . . . unter dieser Voraussetzung gewiß verträglich miteinander bleiben. (§. 154. n°. 11.) Denn wenn wir nebst den veränderlichen Vorstellungen i, j, . . . noch andere k, . . . annehmen: so kann sich die Menge der wahren Sätze, die sich aus den gegebenen A, B, C, D, . . . bilden lassen, gar sehr vermehren, und es ist also möglich, daß nicht mehr jederzeit, so oft A, B, C, D, . . . wahr werden, auch M, N, O, . . . wahr werden. So ist aus dem Satze: Cajus ist ein Mensch, ableitbar der Satz: Cajus ist sterblich; wenn es die einzige Vorstellung Cajus ist, die wir in beiden als veränderlich betrachten. Wollten wir aber auch die Vorstellung Mensch als veränderlich ansehen: so stände der letztere Satz nicht mehr in dem Verhältnisse einer Ableitbarkeit zu dem ersten; wie gleich das Beispiel beweiset, wenn wir, statt Cajus, statt Mensch, ein einfaches Wesen setzen.

21) Nicht jeder Satz M, um so weniger jeder beliebige Inbegriff mehrer Sätze M, N, O, . . . läßt sich mit jedem beliebigen einzelnen Satze A oder auch mit jedem Inbegriffe mehrer A, B, C, . . . bloß dadurch in ein Verhältniß der Ableitbarkeit setzen, daß wir nach unserem Belieben annehmen dürfen, welche und wie viele Vorstellungen i, j, . . . in diesen Sätzen als veränderlich angesehen werden sollen. Denn setzen wir z. B., daß die zwei Sätze: A hat b, und C hat d, neben der Vorstellung Hat sonst keinen einzigen gemeinschaftlichen Bestandtheil haben: so liegt am Tage, daß, welche Vorstellungen in diesen Sätzen wir auch für veränderlich erklären, doch niemals ein Verhältniß der Ableitbarkeit zwischen denselben eintreten werde; da die Vorstellungen, die in dem einen gesetzt werden, von den Vorstellungen, die in dem andern erscheinen, ganz unabhängig sind.

22) Wenn aus den Sätzen A, B, C, D, . . . hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j, . . . die Sätze M, N, O, . . ., und

aus den Sätzen F, G, H,... hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen die Sätze P, Q, R,... ableitbar sind; und die A, B, C, D,... sind mit dem F, G, H,... hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen verträglich: so ist aus dem Inbegriffe der Sätze A, B, C, D, ... F, G, H, ... hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen der Inbegriff der Sätze M, N, O,... P, Q, R,... ableitbar. Denn sind die Sätze A, B, C, D,... und F, G, H,... hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,... verträglich: so gibt es Vorstellungen, die an der Stelle der i, j,... die Sätze A, B, C, D,... und F, G, H,... insgesammt wahr machen; aber eben diese Vorstellungen machen auch wahr die Sätze M, N, O,... und P, Q, R,.... Also sind diese von jenen ableitbar.

23) Auch selbst in dem Falle, wenn die Sätze M, N, O,... aus den Sätzen A, B, C, D,... hinsichtlich auf gewisse Vorstellungen i, j,..., die Sätze P, Q, R,... aber aus den Sätzen F, G, H,... hinsichtlich auf gewisse Vorstellungen k, l,..., die von den i, j, ... zum Theile oder auch gänzlich verschieden seyn mögen, ableitbar sind: so ist der Inbegriff der Sätze M, N, O,... P, Q, R,... ableitbar aus dem Inbegriffe der Sätze A, B, C, D,... F, G, H,... hinsichtlich auf den Inbegriff der Vorstellungen i, j, k, l,...; sofern nur keine der Vorstellungen k, l,..., die von den i, j, ... verschieden ist, in den Sätzen A, B, C, D,..., und keine der Vorstellungen i, j,..., die von den k, l,... verschieden ist, in den Sätzen F, G, H,... erscheint, und sofern überdieß der Inbegriff der Sätze A, B, C, D,... F, G, H,... hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j, k, l,... auch einen verträglichen Inbegriff darstellt. Denn ist dieß Letztere: so gibt es gewisse Vorstellungen, die an der Stelle der i, j, k, l,... die sämmtlichen A, B, C, D,... F, G, H,... wahr machen. Weil aber keine der Vorstellungen k, l,..., die von den i, j,... verschieden ist, in den Sätzen A, B, C, D,..., und keine der Vorstellungen i, j,..., die von den k, l,... verschieden ist, in den Sätzen F, G, H,... vorkommt: so werden durch die Annahme der Veränderlichkeit der gesammten i, j, k, l,... aus den Sätzen A, B, C, D,... keine anderen wahren Sätze gebildet, als diejenigen, die durch die bloße Annahme der Veränderlichkeit der i, j,...

entstehen; d. h. keine andern, als bei welchen auch die Sätze M, N, O,... wahr werden; und eben so aus den Sätzen F, G, H,... keine anderen wahren Sätze als nur diejenigen, die auch die bloße Annahme der veränderlichen k, l,... hervorbringt, d. h. keine andern, als bei welchen auch die Sätze P, Q, R,... wahr werden. Also werden, so oft die sämmtlichen A, B, C, D, ... F, G, H,... wahr werden, auch die sämmtlichen M, N, O,... P, Q, R,... wahr. Und diese sind folglich ableitbar aus jenen hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j, k, l,....

24) Wenn aus den Sätzen A, B, C, D,... hinsichtlich auf gewisse Vorstellungen i, j,... die Sätze M, N, O,...; aus den Sätzen M, N, O,... und R, S, T,... aber hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen die Sätze X, Y, Z,... ableitbar sind: so sind die Sätze X, Y, Z,... auch ableitbar aus den Sätzen A, B, C, D,... R, S, T,... hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn wenn die Sätze M, N, O,... ableitbar sind aus den Sätzen A, B, C, D,... hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,...: so macht ein jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j,... die sämmtlichen A, B, C, D,... wahr macht, auch die sämmtlichen M, N, O, ... wahr. Jeder Inbegriff also, der die sämmtlichen A, B, C, D,... R, S, T,... wahr macht, macht auch die sämmtlichen M, N, O,... R, S, T,... und somit (wegen der Ableitbarkeit der X, Y, Z,... aus M, N, O,... R, S, T,...) auch X, Y, Z,... wahr.

25) Auch wenn die Sätze M, N, O,... aus den A, B, C, D,... hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,...; die Sätze X, Y, Z,... aber aus M, N, O,... R, S, T,... hinsichtlich auf die Vorstellungen k, l,..., die von den i, j,... theilweise oder auch gänzlich verschieden seyn mögen, ableitbar sind: so sind die Sätze X, Y, Z,... ableitbar aus den Sätzen A, B, C, D,... R, S, T,..., auch hinsichtlich auf den Inbegriff der sämmtlichen Vorstellungen i, j,... k, l,...; sofern nur keine der Vorstellungen k, l,..., die von den i, j,... verschieden ist, in den Sätzen A, B, C, D,..., und keine der i, j,..., die von den k, l,... verschieden ist, in den M, N, O,... R, S, T,... vorkommt. Denn wenn keine der Vorstellungen k, l,..., die von den i, j,... verschieden ist, in

den A, B, C, D, ... vorkommt: so bringt die Annahme, daß die sämmtlichen i, j, k, l, ... veränderlich seyn sollen, aus den Sätzen A, B, C, D, ... R, S, T, ... keine anderen Wahrheiten heraus, als die Annahme, daß nur i, j, ... veränderlich seyn sollen; d. h. keine anderen, als bei denen auch die Sätze M, N, O, ... alle wahr werden. Und wenn keine der Vorstellungen i, j, ..., die von den k, l, ... verschieden ist, in den M, N, O, ... R, S, T, ... vorkommt: so bringt die Annahme, daß die sämmtlichen i, j, ... k, l, ... veränderlich seyn sollen, aus den Sätzen M, N, O, ... R, S, T, ... keine andern Wahrheiten heraus, als die Annahme, daß nur k, l, ... veränderlich seyn sollen, d. h. keine andern, als bei denen auch die Sätze X, Y, Z, ... wahr werden. Also sind X, Y, Z, ... ableitbar aus A, B, C, D, ... R, S, T, ..., hinsichtlich auf i, j, ... k, l, ...

26) Wenn die Prämissen A, B, C, D, ..., aus welchen ein gewisser Satz M hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j, ... ableitbar ist, eine solche Beschaffenheit haben, daß es nicht möglich ist, einen der Sätze A, B, C, D, ..., ja auch nur einen in denselben vorkommenden Bestandtheil wegzulassen, wenn aus dem Ueberreste noch immer M ableitbar bleiben soll hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen i, j, ...: so nenne ich das Verhältniß der Ableitbarkeit des Satzes M aus den A, B, C, D, ... ein *genaues*, *genau bemessenes* oder auch *adäquates*, im widrigen Falle ein *überfülltes*. So ist das Verhältniß der Ableitbarkeit zwischen den beiden Vordersätzen: Alle α sind β, und alle β sind γ, und dem Schlußsatze: Alle α sind γ, wenn die Vorstellungen α, β, γ als veränderlich angesehen werden sollen, genau; weil wir nicht einen einzigen in jenen beiden Sätzen vorkommenden Bestandtheil, um so weniger einen dieser Sätze ganz weglassen dürfen, wenn aus dem Ueberreste noch immer der Satz: Alle α sind γ, ableitbar seyn soll, sofern die Vorstellungen α, β, γ fortwährend als die veränderlichen angesehen werden. Dagegen das Verhältniß der Ableitbarkeit zwischen denselben Vordersätzen und folgendem Schlußsatze: Einige β sind α, nenne ich überfüllt, weil es bestehet, wenn wir auch nur den ersten der beiden Vordersätze behalten. Eben so überfüllt ist der Schluß, wenn aus den beiden Vordersätzen: Alle α sind β,

alle β und γ sind δ, der Schlußsatz: Alle α sind δ, abgeleitet wird; denn dieser ergibt sich auch, wenn, statt der Prämisse: Alle β und γ sind δ, die einfachere: Alle β sind δ, gewählt wird.

27) Weder der Schlußsatz, noch einer der Vordersätze eines genauen Verhältnisses der Ableitbarkeit kann ein Satz seyn, der seiner ganzen Art nach wahr ist. Nicht der Schlußsatz; denn ein Satz, der seiner ganzen Art nach wahr ist, bedarf zu seiner Wahrheit der Bedingung der Wahrheit seiner Vordersätze gar nicht. Auch keiner der Vordersätze; denn einen Vordersatz, der seiner ganzen Art nach wahr ist, können wir weglassen, ohne daß die Ableitbarkeit des Schlußsatzes aus den noch übrig gebliebenen Sätzen aufhört. (n° 4.)

28) Wenn das Verhältniß der Ableitbarkeit zwischen den Vordersätzen A, B, C, D,... und dem Schlußsatze M genau seyn soll: so muß die Verneinung dieses Schlußsatzes, Neg. M, mit jedem beliebigen Theile der Vordersätze verträglich seyn hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen i, j,..., welche in jenem Verhältnisse als veränderlich angesehen werden. Denn wäre Neg. M mit irgend einem Theile der Sätze A, B, C, D,... z. B. mit B, C,... unverträglich: so wäre nach n° 15. der Satz Neg. Neg. M, und also gewiß auch der Satz M selbst ableitbar schon aus den Sätzen B, C,... allein. Das Verhältniß der Ableitbarkeit zwischen A, B, C, D,... und M wäre sonach nicht genau. (n° 26.)

29) Bei einem genauen Verhältnisse der Ableitbarkeit darf kein Vordersatz ableitbar seyn aus den übrigen, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen, welche in jenem Verhältnisse selbst als veränderlich angesehen werden sollen. Denn wäre der Vordersatz A ableitbar aus den übrigen B, C, D,...: so wäre auch der ganze Inbegriff der Sätze A, B, C, D,... ableitbar aus den Sätzen B, C, D,... in Hinsicht auf dieselben Vorstellungen; und folglich der Satz M, der aus den Sätzen A, B, C, D,... ableitbar ist, auch ableitbar aus den wenigeren B, C, D,... (n° 23.); also das Verhältniß der Ableitbarkeit des M aus den A, B, C, D,... sicher nicht genau.

30) Bei einem genauen Verhältnisse der Ableitbarkeit muß die Verneinung jedes Vordersatzes einzeln genommen

verträglich seyn nicht nur mit allen übrigen zusammen, sondern auch noch mit der hinzugefügten Verneinung des Schlußsatzes M, und dieß zwar hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen, die in dem Verhältnisse als veränderlich angenommen werden. Denn wäre der Satz Neg. A nicht verträglich mit den Sätzen B, C, D,...: so wäre A ableitbar aus ihnen, und mithin die Sätze A, B, C, D,... nach 29, zu keinem genauen Verhältnisse der Ableitbarkeit als Vordersätze tauglich. Wäre mit den Sätzen Neg. A, B, C, D,... nicht überdieß auch noch die Verneinung des Schlußsatzes, d. i. Neg. M verträglich: so wäre nach 15 Neg. Neg. M, d. i. M selbst ableitbar aus Neg. A, B, C, D,...... Da aber M auch ableitbar seyn soll aus A, B, C, D,...: so müßte die Wahrheit oder Falschheit von A ganz gleichgültig seyn für M; und mithin wäre M gewiß auch ableitbar aus B, C, D,... allein; folglich das Verhältniß der Ableitbarkeit zwischen A, B, C, D,... und M nicht genau.

31) Auch bei einem genauen Verhältnisse der Ableitbarkeit kann die Verneinung von zwei oder mehren Vordersätzen mit den noch übrigen in dem Verhältnisse der Unverträglichkeit stehen, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen, in Betreff deren das Verhältniß obwalten soll. Wenn wir zur Abkürzung die drei Sätze: Alle α sind β, alle β sind γ, und alle α sind γ, durch A, B und C bezeichnen: so ist das Verhältniß der Ableitbarkeit, in welchem die drei Sätze Neg. A, Neg. B und Neg. C als Vordersätze zu dem Schlußsatze: „Der Inbegriff der drei Sätze: Neg. A, Neg. B, Neg. C, ist ein Inbegriff von lauter wahren Sätzen,“ stehen, wenn die Vorstellungen α, β, γ als veränderlich angesehen werden sollen, sicher genau; denn wir können keinen jener drei Vordersätze, auch keinen einzigen Bestandtheil derselben fallen lassen, soll dieser Schlußsatz bleiben. Gleichwohl ist die Verneinung der zwei ersten Vordersätze, d. h. die Aufstellung der Sätze A und B mit dem dritten, d. h. mit Neg. C unverträglich.

32) Auch wenn das Verhältniß der Ableitbarkeit zwischen den Vordersätzen A, B, C, D,... und dem Schlußsatze M, ingleichen das zwischen den Vordersätzen M, R, S, T,...

und dem Schlußsatze X, beides hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen i, j,... genau ist: folgt doch nicht, daß das Verhältniß der Ableitbarkeit, welches nach 24 auch zwischen den Vordersätzen A, B, C, D,... R, S, T,... und dem Schlußsatze X bestehet, ein genaues seyn müsse. So ist das Verhältniß der Ableitbarkeit zwischen den Vordersätzen: Alle α sind β, alle β sind γ; und dem Schlußsatze: Alle α sind γ; und eben so auch wieder das Verhältniß der Ableitbarkeit zwischen den Vordersätzen: Alle α sind γ, alle γ sind β, und dem Schlußsatze: Alle α sind β, ohne Zweifel genau. Allein das Verhältniß der Ableitbarkeit zwischen den drei Vordersätzen: Alle α sind β, alle β sind γ, alle γ sind β und dem Schlußsatze: Alle α sind β, ist nicht genau.

33) Daß aber doch zuweilen, wenn der Schlußsatz M aus den Prämissen A, B, C, D,..., und der Schlußsatz X aus den Prämissen M, R, S, T,... genau ableitbar ist, auch das Verhältniß der Ableitbarkeit des Schlußsatzes X aus den Vordersätzen A, B, C, D,... R, S, T,... genau seyn könne, unterliegt keinem Zweifel. Wenn wir im vorigen Beispiele statt der letzten Prämisse: Alle γ sind β, die Prämisse: Alle γ sind δ, und statt des Schlußsatzes: Alle α sind β, den Schlußsatz: Alle α sind δ, setzen: so werden alle drei daselbst betrachteten Schlüsse genau seyn. So oft nun nebst den beiden Verhältnissen der Ableitbarkeit, in welchem die Vordersätze A, B, C, D,... zu dem Schlußsatze M, und die Vordersätze M, R, S, T, ... zu dem Schlußsatze X stehen, auch das aus ihnen sich ergebende dritte Verhältniß der Ableitbarkeit zwischen den Vordersätzen A, B, C, D,... R, S, T,... und dem Schlußsatze X genau ist: so sage ich, daß das letzte Verhältniß zusammengesetzt aus den beiden ersteren sey. Ein Verhältniß der Ableitbarkeit, das nicht auf solche Weise zusammengesetzt ist, nenne ich ein einfaches.

34) Es muß auch einfache Verhältnisse der Ableitbarkeit geben. So dürfte z. B. gleich das Verhältniß der beiden Prämissen: Alle α sind β, alle β sind γ, und zu dem Schlußsatze: Alle α sind γ, ein einfaches seyn. Denn schwerlich wird Jemand im Stande seyn, einen Satz anzugeben, der sich aus einer dieser Prämissen oder aus beiden genau ableiten ließe, und dabei so beschaffen wäre, daß man aus

ihm entweder allein, oder verbunden mit einem zweiten, den obigen Schlußsatz abermal genau ableiten könnte.

35) Wenn ein Paar Sätze: A hat x, B hat x, denselben Aussagetheil haben, der eben als die einzige veränderliche Vorstellung in ihnen angesehen werden soll: so ist der zweite ableitbar aus dem ersten, wenn die Subjectvorstellung des ersten, A, zu der Subjectvorstellung des zweiten, B, in dem Verhältnisse des Umfassens (§. 95.) stehet; und wenn dieses nicht ist, so findet auch das Verhältniß der Ableitbarkeit nicht Statt. Denn wenn die Vorstellung A die Vorstellung B umfasset, wenn also jedes B ein A ist: so muß auch jede Vorstellung, die an der Stelle der x den Satz: A hat x, wahr macht, auch den Satz: B hat x, wahr machen. Wenn im entgegengesetzten Falle A die B nicht umfaßt; wenn es also irgend ein B gibt, welches kein A ist: so wird es auch irgend eine diesem B ausschließend zukommende Beschaffenheit geben. Nennen wir diese b′: so ist die Beschaffenheit Nicht b′, eine Beschaffenheit, die allen A, aber nicht allen B zukommt. Die Vorstellung: „Beschaffenheit Nicht b′," also wird an der Stelle der x den Satz: A hat x, wahr, den Satz: B hat x, aber falsch machen.

36) Wenn ein paar Sätze: X hat a, X hat b, dieselbe Unterlage haben, die eben als die einzige veränderliche Vorstellung in ihnen angesehen werden soll: so ist der zweite ableitbar aus dem ersten, wenn die Vorstellung B (das dem b zugehörige Concretum) die Vorstellung A umfasset; und wenn dieses nicht ist, so findet auch jenes Verhältniß der Ableitbarkeit nicht Statt. Denn wenn die Vorstellung B die Vorstellung A umfasset; wenn also jedes A auch zugleich B ist: so wird jede Vorstellung, die an der Stelle der X den Satz: X hat a, wahr macht, auch den Satz: X hat b, wahr machen. Wenn aber im Gegentheil B die A nicht umfasset; wenn es also irgend ein A gibt, das nicht zugleich auch ein B ist: so wird es auch irgend eine ausschließend nur auf dieses A sich beziehende Vorstellung geben. Ist diese A′: so wird die Vorstellung A′ an der Stelle der X den Satz: X hat a, wahr, den Satz: X hat b, aber nicht wahr machen.

1. Anmerk. Das hier beschriebene Verhältniß der Ableitbarkeit zwischen den Sätzen ist viel zu auffallend und zu wichtig für die Entdeckung neuer Wahrheiten, als daß es von den Logikern je hätte übersehen werden können; vielmehr macht die Entwicklung desselben (in dem Hauptstücke von den Schlüssen) den vornehmsten Inhalt der logischen Elementarlehre aus. Inzwischen däucht mir doch, man habe die Natur dieses Verhältnisses nicht immer ganz richtig aufgefaßt, oder wo man dieß auch gethan, dasselbe wenigstens nicht in der gehörigen Allgemeinheit dargestellt, oder doch unterlassen, eine genaue Erklärung von diesem Begriffe zu geben. Mir nämlich däucht, daß die Ableitbarkeit der Sätze von einander eines derjenigen Verhältnisse unter denselben sey, die ihnen objectiv, d. h. ganz abgesehen von unserem Vorstellungs- und Erkenntnißvermögen zukommen, und eben darum auch so dargestellt werden sollen. Das hat man aber bisher gewöhnlich nicht gethan, sondern man hat dasselbe als ein Verhältniß beschrieben, das zwischen Urtheilen (d. h. gedachten und als wahr angenommenen Sätzen) obwalte, und nur darin bestehe, daß das Fürwahrhalten des einen jenes des andern Satzes bewirket. Mir däucht es ferner, daß das Verhältniß der Ableitbarkeit nicht mit demjenigen zu verwechseln sey, welchem ich tiefer unten den Namen der Abfolge gebe, und das, wie ich glaube, ursprünglich nicht zwischen Sätzen überhaupt, sondern nur zwischen Wahrheiten Statt findet. Diese Unterscheidung hat man bisher noch nicht gemacht, da man es überhaupt nicht für nöthig erachtet, Sätze und Urtheile an sich von ihren Erscheinungen in dem Gemüthe (von Urtheilen und Erkenntnissen) zu trennen. Meistens stellte man ferner die Sache so vor, als ob ein unmittelbares Verhältniß der Ableitbarkeit nur zwischen zwei oder höchstens drei Sätzen bestehe, so zwar, daß man sich jederzeit nur einen einzigen Schlußsatz, der Vordersätze aber gewöhnlich zwei dachte; während es meiner Ansicht nach eine unbestimmt große Anzahl von Beidem, von Vordersätzen sowohl als auch von Schlußsätzen gibt, und dieß zwar selbst in demjenigen Verhältnisse der Ableitbarkeit, welches ich das genau bemessene nannte. Anlangend endlich die Erklärungen, die man von diesem Begriffe in den bisherigen Lehrbüchern antrifft: so ist wohl eine der besten diejenige, welche schon Aristoteles gab, wenn er sagte: *Συλλογισμὸς δέ ἐστι λόγος, ἐν ᾧ τι θέντων τινῶν, ἕτερόν τι τῶν κειμένων, ἐξ ἀνάγκης συμβαίνει διὰ τῶν κειμένων* (oder *τῷ ταῦτα εἶναι*). (Anal. pr. L. 1. c. 1., Top. L. 1.

L. 1. c. 1 u. a.) Da nicht zu zweifeln ist, daß Aristoteles ein Verhältniß der Ableitbarkeit (oder dasjenige, was wir in einem Schlusse aussprechen) auch unter falschen Sätzen zugab: so konnte er das συμβαίνειν ἐξ ἀνάγκης wohl kaum anders verstehen als so, daß der Schlußsatz jedesmal wahr werde, so oft es nur die Vordersätze werden. Nun ist es aber offenbar, daß man von einem und demselben Inbegriffe von Sätzen, wenn man sich an ihnen gar nichts Veränderliches denkt, unmöglich sagen könne, daß der eine aus ihnen so oft wahr werde, als es die andern werden. Denn Sätze, in denen sich nichts ändert, sind nicht zuweilen wahr, zuweilen wieder falsch; sondern sie sind nur Eines von Beidem für immer. Daraus wird klar, daß man bei jenen Sätzen, von denen man sprach, daß der eine derselben so oft wahr werden müsse, als es die übrigen werden, eigentlich nicht an sie selbst, sondern an das Verhältniß dachte, das die unendlich vielen Sätze, die aus ihnen hervorgehen können, wenn man gewisse, in ihnen vorkommende Vorstellungen mit beliebigen andern vertauscht, gegen einander beobachten. So oft es, wollte man sagen, durch die Verwechslung bestimmter Vorstellungen geschieht, daß die Prämissen wahr werden, muß auch der Schlußsatz wahr werden. An diese Erklärung schließt sich auch die von Maaß (Gr. d. L. §. 18.): „Ein Urtheil folgt aus einem anderen, sofern es nothwendig wahr seyn muß, sobald dieses andere wahr ist." Das hier gebrauchte Sobald verräth deutlich genug, daß M. sich eigentlich an beiden Urtheilen etwas Veränderliches dachte; dergestalt, daß, so oft das eine Urtheil (nämlich durch eine gewisse Bestimmung der als veränderlich angenommenen Theile) wahr wird, auch das andere wahr werden müsse. Viel unvollkommener und zu weit ist die sehr oft gegebene Erklärung: Ratiocinatio est cogitatio relationis duorum judiciorum. (S. z. B. Reusch Syst. L. §. 502.) Hiernächst müßte es ja ein Schluß seyn, wenn wir z. B. über die zwei Sätze: Alle A sind B, und alle A sind C, die Bemerkung machen, daß sie dieselbe Subjectvorstellung haben; denn diese Bemerkung spricht ein Verhältniß zwischen zwei Urtheilen aus. Wenn aber Einige, wie Ulrich (L. §. 181.), diesen Fehler dadurch verbessern, daß sie den Begriff des Wortes relatio enger beschränken und sagen: Relatione autem propositionum illud significatur, ut alteri verae alterius quoque aut veritas aut falsitas necessario sit consequens; — so steckt der zu erklärende Begriff der Ableitbarkeit in dem consequens. Nicht besser ist die Erklärung Wolfs (§. 50.): Ratiocinatio est operatio mentis, qua ex duabus propositionibus terminum communem habentibus formatur tertia combinando terminos in utraque diversos. Sonach wäre also ein Schluß in objectiver Bedeutung jede Verbindung von drei Sätzen, deren zwei erstere einen gemeinschaftlichen Bestandtheil haben, während der dritte die zwei verschiedenen Theile verbindet. Z. B. alle A sind B, alle A sind C, und alle B sind C. Doch wenn wir auch durch einen passenden Zusatz eine so weite Auslegung dieser Erklärung verhindern wollten: so würde sie jedenfalls nur auf diejenige Schlußart passen, die man bisher unter dem Namen des Syllogismus betrachtete. Gibt es aber nicht auch ein Verhältniß der Ableitbarkeit nur zwischen zwei Sätzen; und sollte es nicht auch Schlußarten geben, die mehr als zwei Prämissen haben, oder auf die, wenn auch nur zwei Prämissen da sind, die allgemeine Beschränkung, daß der Schlußsatz die zwei verschiedenen Theile in den Prämissen mit Ausscheidung des gemeinschaftlichen Theiles verbinde, gar nicht anwendbar ist? — In Kants L. §. 41. wird bloß gesagt: „Ein Schluß überhaupt ist die Ableitung eines Urtheils aus dem andern;" ohne daß das Wort Ableitung näher erkläret würde. Nicht anders verfährt auch Kiesewetter in der W. A. d. L. S. 64.; S. 252 aber tritt er derjenigen bei, welche das Schließen als eine Handlung des Geistes erklären, wodurch die Wahrheit oder Falschheit eines Urtheils aus andern erkannt wird. Allein man sieht von selbst, daß uns diese Erklärung nicht begreiflich mache, was das Verhältniß der Ableitbarkeit zwischen Sätzen in objectiver Bedeutung sey. Bei Hrn. Krug heißt es §. 70., das Folgern sey ein Ableiten eines Urtheils aus einem oder mehreren andern; und §. 69., ein Schluß sey „objectiv ein Inbegriff von Urtheilen, deren eines das andere in Ansehung seiner Gültigkeit bestimmt." Diese Ausdrücke scheinen mir zu beweisen, daß Hr. K. nahe daran war, die Bestandtheile, aus welchen der Begriff des Schließens oder der Ableitbarkeit zusammengesetzt ist, sich selbst zum deutlichen Bewußtseyn zu erheben. Daß ein gewisser Gegenstand Y durch einen andern X bestimmt werde, sagen wir doch nur dann, wenn die Vorstellungen X sowohl als Y nicht irgend ein einzelnes Ding, sondern einen ganzen Inbegriff von Dingen, die noch in mancher Beschaffenheit untereinander verschieden seyn können, bezeichnen; so zwar, daß zu einem jeden einzelnen X auch nur ein einzelnes Y gehöre. Wenn also Hr. K. sagt, daß der Vordersatz den Schlußsatz in Ansehung seiner Gültigkeit bestimme: so muß er sich unter dem Vordersatze sowohl als unter dem Schlußsatze nicht ein Paar einzelne, ganz unabänderliche Sätze, sondern vielmehr nur ein Paar Formen von Sätzen, d. h. nur ein Paar Sätze denken, die wegen einiger, in ihnen als willkürlich anzusehender Theile unendlich viele Sätze vorstellen können, und zu einander in dem Verhältnisse stehen, daß jede Annahme dieser willkürlichen Theile, welche den Vordersatz wahr (gültig) macht, auch den Schlußsatz wahr (gültig) mache. — Schulze (L. §. 61.) schreibt: „Das Folgern oder Ableiten eines Gedankens aus einem anderen „ist ein Fortschreiten von einem Gedanken zu einem, in Ansehung „irgend einer Bestimmung, welche aus der Thätigkeit des Ver„standes herrührt, davon verschiedenen, der jedoch mit jenem „in einer solchen Verbindung stehen muß, daß das Setzen desselben, „vermöge des Gesetztseyns des ersten, für den Verstand noth„wendig ist." — Meines Erachtens ist ein Satz nicht darum Schlußsatz aus andern, weil das Setzen (Fürwahrhalten) desselben durch das Gesetztseyn der andern für den Verstand nothwendig ist; sondern umgekehrt, weil jener wahr ist, so oft als diese es sind; oder überhaupt weil ein Verhältniß der Ableitbarkeit zwischen ihnen bestehet, fühlt der Verständige sich genöthiget, jenen zu setzen, sobald er diese gesetzt hat. — Hr. Calker (L. §. 102.) gibt die Erklärung: „Schluß ist diejenige Verbindung „ursprünglich zusammengehörender Vorstellungen, welche nach dem „Verhältnisse des Besondern zu einem Allgemeinen und einem „höheren Allgemeinen gedacht wird; oder derjenige Gedanke, in „welchem die Verbundenheit der Vorstellungen vermittelst der „Trennung in das Besondere, Allgemeine und höhere Allgemeine „erkannt wird." — Diese Erklärung scheint aus der Betrachtung des Syllogismus in dem so genannten ersten Modus der ersten Figur entlehnet; auf andere Modos scheinet sie nicht wohl zu passen, und noch weniger auf Schlußarten, die gar nicht zur Form des Syllogismus gehören. Wie kann man z. B. auch nur von folgendem (rein syllogistischen) Schlusse: „Alle Menschen sind sterblich, Engel sind unsterblich, Engel sind also keine Menschen," behaupten, daß die Verbundenheit der Begriffe Engel und Mensch (oder Nichtmensch?) erkannt werde mittelst der Trennung in das Besondere, Allgemeine und höhere Allgemeine? Noch weniger wird man ein Besonderes, Allgemeines und höheres Allgemeine in folgendem Schlusse nachweisen können: Cajus ist ein Gelehrter, Titius ist ein Gelehrter: Also ist jede der beiden Personen C. und T. ein Gelehrter. — U. s. w.

2. Anmerk. Daß ich zur Bezeichnung des Verhältnisses, von dem wir hier reden, am Liebsten das Wort Ableitbarkeit gebrauche, wird man mir hoffentlich nicht verargen. Denn obgleich es ein etwas langes Wort ist, auch zuweilen in einer ganz andern Bedeutung genommen wird; sofern man auch sagt, ein Satz sey von einem anderen abgeleitet, wenn er auf irgend eine Weise aus diesem gebildet ist: so kenne ich doch durchaus kein anderes Wort, welches so geeignet wäre, das Verhältniß anzudeuten, das zwischen Vorder- und Schlußsätzen obwaltet, wenn sie nicht als gedachte oder für wahr gehaltene Sätze, sondern als Sätze an sich betrachtet werden sollen. Einen Schluß kann man einen solchen Inbegriff von Sätzen nach dem herrschenden Sprachgebrauche des Wortes höchstens dann nennen, wenn man sich vorstellt, daß Jemand die Betrachtung des zwischen ihnen obwaltenden Verhältnisses als ein Mittel gebraucht, um aus der erkannten (oder auch nur vermeinten) Wahrheit der Vordersätze zur Erkenntniß der Schlußsätze zu gelangen. Gleichwohl ist Schluß noch das einzige Wort, was sich zu dieser Bezeichnung benützen läßt, und auch bisher dazu gebraucht worden ist. Verhältniß der Abfolge wäre wohl etwas kürzer als Verhältniß der Ableitbarkeit; allein ich glaube jenes Wort für einen andern erst später zu erklärenden Begriff aufsparen zu müssen; und sage also nur dort, daß ein Schlußsatz aus seinen Vordersätzen folge, wo keine Verwechslung mit diesem anderen Begriffe zu besorgen stehet. Anstößiger wird man es finden, daß ich mir n° 2. erlaubte, die Vordersätze umfaßte, die Schlußsätze aber umfassende Sätze zu nennen. Hiernächst würde also z. B. gesagt werden müssen, daß der Satz: Alle A sind B, von dem Satze: Einige A sind B, umfasset werde; was dem bisherigen Sprachgebrauche geradezu widerspricht. Denn nach diesem heißt der Satz: Alle A sind B, umfassender oder übergeordnet (subalternans), der Satz: Einige A sind B, aber minder umfassend oder untergeordnet (subalternata). Auch Maaß (L. §. 227.) gebraucht von dem Satze, aus dem ein anderer folgt, allgemein die Redensart, daß er denselben einschließe. Da nun das Einschließen nur eine Art des Umfassens ist: so ist die bildliche Redensart, deren sich M. hier bedient, gerade das Gegentheil von derjenigen, welche ich oben vorschlug. Ich will nicht läugnen, daß die bisherige Redensart eine sehr richtige Auslegung zulasse, und es ist eben nicht mein Wunsch, sie zu verdrängen; denn es ist allerdings wahr, daß Vordersätze insgemein mehr in sich schließen, als ihre

Nachsätze, wenn man darunter verstehet, daß man aus ihnen meist Mehres ableiten kann, als sich aus ihren Schlußsätzen ableiten läßt. Allein nicht minder wahr ist es, daß das Verhältniß zwischen Vorder- und Schlußsätzen mit dem Verhältnisse zwischen umfaßten und umfassenden Vorstellungen verglichen werden könne, und daß es gewöhnlich eine größere Menge von Vorstellungen gebe, durch welche die Schlußsätze, als durch welche die Vordersätze wahr gemacht werden können; oder was eben so viel heißt, daß der Grad der Gültigkeit der Schlußsätze gewöhnlich größer, jederzeit aber wenigstens so groß sey, als der Grad der Gültigkeit ihrer Vordersätze. (§. 147.) Dieß Letztere nun ist es, was mich bestimmte, zu sagen, daß die Vordersätze von ihren Schlußsätzen umfasset werden; und um hiebei Mißverstand zu verhindern, kann man die Worte: in Ansehung auf ihre Gültigkeit, beisetzen.

§. 156.*

b) Verhältnisse der Gleichgültigkeit.

1) Wenn das Verhältniß der Ableitbarkeit zwischen den Sätzen A, B, C, D,... und M, N, O,... wechselseitig bestehet, und dieß zwar hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen i, j,...; d. h. wenn jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j,... die sämmtlichen A, B, C, D,... wahr macht, auch die sämmtlichen M, N, O,... wahr macht, und wenn auch umgekehrt jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j,... die sämmtlichen M, N, O,... wahr macht, auch die sämmtlichen A, B, C, D,... wahr macht: so sage ich, daß die Sätze A, B, C, D,... und M, N, O,... ein Verhältniß der Gleichgültigkeit untereinander haben, und nenne sie deßhalb selbst gleichgeltend, nämlich hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen i, j,.... So sage ich, daß der Satz: „Jedes A hat b," gleichgeltend sey mit den zwei Sätzen: „Die Vorstellung A hat Gegenständlichkeit, und „die Vorstellung eines A, welches b nicht hat, hat keine Gegenständlichkeit," wenn man die Vorstellungen A und b als veränderlich ansieht; denn unter dieser Voraussetzung sind die zwei letztern aus dem ersten, und ist dieser umgekehrt wieder aus jenen beiden ableitbar.

2) Nach dieser Erklärung wird dazu, daß man die Sätze A, B, C, D,... zusammen als gleichgeltend ansehen

könne mit den Sätzen M, N, O, ... zusammen, keineswegs erfordert, daß sich zu jedem einzelnen der Sätze A, B, C, D, ... auch unter den Sätzen M, N, O, ..., irgend ein einzelner, der ihm gleichgeltend ist, vorfinde; nicht einmal die Anzahl der Sätze A, B, C, D, ... muß mit der Anzahl der Sätze M, N, O, ... einerlei seyn; wie schon das gegebene Beispiel beweiset.

3) Wenn die Sätze A, B, C, D, ... alle wahr sind: so sind auch die ihnen gleichgeltenden M, N, O, ... alle wahr; und sind im Gegentheile jene nicht alle wahr, so sind auch diese nicht alle wahr.

4) Wenn die Sätze A, B, C, ... zusammen gleichgeltend sind mit den Sätzen A′, B′, C′, ... zusammen, hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j, ...; und die Sätze A, B, C, ... stehen mit gewissen anderen M, N, O, ... in irgend einem der bisher betrachteten Verhältnisse nur immer hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen: so stehen auch die ihnen gleichgeltenden A′, B′, C′, ... mit den M, N, O, ... in eben diesem Verhältnisse hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen; jenes Verhältniß sey nun ein Verhältniß der Verträglichkeit oder der Unverträglichkeit; eines der Ableitbarkeit, und zwar entweder so, daß M, N, O, ... aus A, B, C, ..., oder daß A, B, C, ... aus M, N, O, ... ableitbar sind, oder auch eines der Gleichgültigkeit. Denn weil die Sätze A, B, C, ... mit den Sätzen A′, B′, C′, ... gleichgeltend sind hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen i, j, ..., welche auch in dem Verhältnisse zwischen den A, B, C, ... und M, N, O, ... als die veränderlichen angesehen werden sollen: so macht ein jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an die Stelle der veränderlichen in A, B, C, ... und M, N, O, ... gesetzt, die A, B, C, ... insgesammt wahr macht, auch die A′, B′, C′, ... insgesammt wahr, und jeder Inbegriff, der dieses bei A, B, C, ... nicht leistet, leistet es auch nicht bei A′, B′, C′, ... Da nun bloß hierauf die Benennung des Verhältnisses beruhet, das zwischen A, B, C, ... einer- und M, N, O, ... andrerseits bestehet: so ist offenbar, daß eben dieß Verhältniß auch zwischen A′, B′, C′, ... und M, N, O, ... obwalte.

5) Wenn die Sätze A, B, C, ... mit den Sätzen A′, B′, C′, ... und die Sätze D, E, F, ... mit den Sätzen

D′, E′, F′,... hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen i, j,... gleichgeltend sind, und es sind überdieß die Sätze A, B, C,... mit den Sätzen D, E, F,... verträglich hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen: so sind auch die Sätze A, B, C,... D, E, F,... zusammen, gleichgeltend mit den Sätzen A′, B′, C′... D′, E′, F′,... zusammen, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn wenn die Sätze A, B, C,... mit den Sätzen D, E, F,... verträglich sind hinsichtlich der Vorstellungen i, j,...: so gibt es Vorstellungen, die an der Stelle der i, j,... die sämmtlichen Sätze A, B, C,... D, E, F,... wahr machen; aber eben diese Vorstellungen machen auch die sämmtlichen A′, B′, C′,... D′, E′, F′,... wahr; weil alle Vorstellungen, die A, B, C,... wahr machen, auch A′, B′, C′..., und alle, die D, E, F,... wahr machen, auch D′, E′, F′,... wahr machen. Auf ähnliche Art wird bewiesen, daß auch alle Vorstellungen, die an der Stelle der i, j,... die sämmtlichen Sätze A′, B′, C′,... D′, E′, F′,... wahr machen, auch die sämmtlichen Sätze A, B, C,... D, E, F,... wahr machen. Mithin sind beide Inbegriffe in dem Verhältnisse der Gleichgültigkeit.

6) Wenn die Sätze A, B, C,... gleichgeltend sind mit den Sätzen A′, B′, C′,... hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,...; und aus den Sätzen A, B, C,... sind die Sätze M, N, O,... ableitbar hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen: so stehen auch A, B, C,... M, N, O,... zusammen in dem Verhältnisse der Gleichgültigkeit zu den Sätzen A′, B′, C′,... hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn die gesammten Sätze A, B, C,... M, N, O,... werden durch eben dieselben, aber auch nicht durch mehre Vorstellungen wahr gemacht, als durch welche die Vorstellungen A, B, C,... wahr gemacht werden können.

7) Bloß daraus, daß die Sätze A, B, C,... gleichgeltend sind mit den Sätzen A′, B′, C′,... hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,..., folgt keineswegs, daß auch die Sätze M, N, O,... und M′, N′, O′,..., die sich aus jenen und aus diesen ableiten lassen, wäre es auch hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen, gleichgeltend miteinander seyen hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn wenn M, N,

O,... bloß ableitbar sind aus A, B, C,..., nicht aber gleichgeltend mit ihnen: so können M, N, O,... öfter wahr werden als A, B, C,...; M', N', O',... aber könnten gleichgeltend seyn mit A', B', C',..., oder auch öfter, aber bei andern Vorstellungen, als A', B', C',... wahr werden. Dann würden also M, N, O,.... und M', N', O',... keineswegs gleichgeltend seyn. So sind die beiden Sätze: „Diese Figur ist ein gleichseitiges Dreieck," und „diese Figur ist ein gleichwinkliges Dreieck," gleichgeltend miteinander, hinsichtlich auf die veränderliche Vorstellung Dieses; die beiden Sätze aber, die sich aus ihnen der Ordnung nach ableiten lassen: „Diese Figur ist gleichseitig," und „diese Figur ist gleichwinklig," — sind nichts weniger als gleichgeltend miteinander, hinsichtlich auf die Vorstellung Dieses.

8) Also dürfen wir daraus, daß die Summe der Sätze A, B, C, D,... gleichgeltend ist mit der Summe der Sätze A', B', C', D',... hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,..., daß ferner ein Theil jener ersteren Sätze, z. B. A, B,..., für sich ebenfalls gleichgeltend ist mit einem Theile der letztern, z. B. A', B',..., hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen: nicht so fort schließen, daß auch die noch übrigen Theile C, D,... und C', D',... gleichgeltend miteinander seyen, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn die Sätze C, D,... könnten aus A, B,..., und die Sätze C', D',... aus A', B',... auf irgend eine Weise bloß abgeleitet seyn.

9) Wenn die zwei Sätze A und A' gleichgeltend miteinander sind hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,..., und es ist keiner derselben seiner ganzen Art nach wahr: so sind auch die Sätze Neg. A und Neg. A' gleichgeltend miteinander, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn weil doch einer der beiden Sätze z. B. A nicht seiner ganzen Art nach wahr ist: so gibt es gewisse Vorstellungen, die an der Stelle der i, j,... ihn falsch, und also den Satz Neg. A wahr machen. Eben diese Vorstellungen aber müssen auch den Satz A' falsch, und mithin Neg. A' wahr machen, weil sonst A nicht ableitbar wäre aus A'. Auf gleiche Weise folgt aber auch, daß jeder Inbegriff von Vorstellungen, der den Satz Neg. A' wahr macht, auch den Satz Neg. A wahr mache.

10) Nicht eben so ist es, wenn das Verhältniß der Gleichgültigkeit zwischen ganzen Inbegriffen von Sätzen Statt findet. Nicht immer muß, wenn der Inbegriff der Sätze A, B, C,... gleichgeltend ist mit dem Inbegriffe der Sätze A', B', C',..., auch der Inbegriff der Sätze Neg. A, Neg. B, Neg. C,... gleichgeltend seyn mit dem Inbegriffe Neg. A', Neg. B', Neg. C',... hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. So sind die beiden Sätze: „Alle A sind B," und: „Alle B sind A," offenbar gleichgeltend mit folgendem einzigen: „Jeder Gegenstand einer der Vorstellungen A, B ist ein Gegenstand beider;" wenn wir die Vorstellungen A, B als die veränderlichen ansehen. Die zwei Sätze dagegen, die aus Verneinung der beiden erstern entstehen, nämlich: „Falsch ist's, daß alle A, B sind," und: „Falsch ist's, daß alle B, A sind," stehen mit dem Satze: „Falsch ist's, daß jeder Gegenstand einer der Vorstellungen A, B ein Gegenstand beider sey," keineswegs in dem Verhältnisse der Gleichgültigkeit. Denn der letztere wird wahr, ohne daß es die beiden ersteren zusammen werden, z. B. wenn die Vorstellung A höher als B ist, wo zwar der erste Satz wahr, allein der zweite falsch wird.

11) Wenn ein Paar Sätze: A hat x, B hat x, denselben Aussagetheil haben, der eben als die einzige veränderliche Vorstellung in ihnen angesehen werden soll: so sind sie einander gleichgeltend, wenn auch ihre Subjectvorstellungen A und B einander gleichgelten (§. 96.); im widrigen Falle sind sie es nicht. Denn wenn die Vorstellungen A und B einander gleichgelten: so unterstehet jeder Gegenstand, der einer derselben untersteht, beiden, und mithin muß dieselbe Beschaffenheitsvorstellung, die an der Stelle der x den einen Satz wahr macht, auch den andern wahr machen. Wenn aber A und B einander nicht gleichgelten: so muß eine derselben, z. B. A, einen Gegenstand vorstellen, welchen die andere B nicht vorstellt; es muß also auch eine diesem Gegenstande ausschließlich zukommende Beschaffenheit geben. Ist diese a': so wird die Beschaffenheit Nicht a' allen B zukommen. Die Vorstellung: „Beschaffenheit hat Nicht a'," wird also an der Stelle der x den Satz: B hat x, wahr, den Satz: A hat x, aber nicht wahr machen.

12) Wenn ein Paar Sätze: X hat a, X hat b, dieselbe Unterlage haben, die eben als die einzige veränderliche Vorstellung in ihnen angesehen werden soll: so sind sie einander gleichgeltend, wenn es die Vorstellungen A und B sind,*) und im widrigen Falle sind sie es nicht. Denn wenn die Vorstellungen A und B gleichgelten; wenn also jeder Gegenstand der einen auch der anderen unterstehet: so muß jede Vorstellung, die an der Stelle der X den einen Satz wahr macht, auch den anderen wahr machen. Wenn aber A und B einander nicht gleichgelten: so gibt es irgend einen der Einen, z. B. der A unterstehenden Gegenstand, der nicht auch der andern B unterstehet; also auch eine sich nur auf ihn allein beziehende Vorstellung. Ist diese A′: so wird die Vorstellung A′ an der Stelle der X den Satz: X hat a, wahr, den Satz: X hat b, aber nicht wahr machen.

13) Bloß daraus, daß ein Paar Sätze A und A′ aus Theilen (Sätzen oder einzelnen Vorstellungen), welche einander gleichgelten, auf gleiche Weise zusammengesetzt sind, folgt gar nicht, daß sie einander gleichgelten. So sind die beiden Sätze: ein gleichseitiges Dreieck ist auch gleichwinkelig, und ein gleichwinkeliges Dreieck ist auch gleichwinkelig, nichts weniger als gleichgeltend.

Anmerk. Lambert (Dian. §. 146.) nennt gleichgültig die Sätze, welche ich aber (§. 148.) identisch nannte. Ihm also war das Wort: gleichgültig, nicht die Bezeichnung eines Verhältnisses, das zwischen mehren Sätzen Statt findet, sondern der Namen einer Beschaffenheit, die einem einzelnen Satze für sich allein zukommen kann. Doch auch diejenigen, die mit diesem Worte nur ein Verhältniß bezeichnen, nehmen es nicht durchgängig in einerlei Sinne. Da man nämlich unter einem Satze bisher meistens nur die sprachliche Darstellung dessen, was ich Satz nenne, verstand: so ist nicht zu wundern, wenn Viele den Begriff der gleichgeltenden Sätze auf eine Weise erklärten, bei der auch bloße verschiedene Ausdrücke eines und eben desselben Satzes den Namen mehrer untereinander gleichgeltender Sätze erhielten. So that es z. B. Reimarus (Vernunftl. §. 160.); und selbst Hr. Metz, obgleich er (L. §. 112.) die Sätze von ihren

*) Daß auch die Abstracta a und b selbst gleichgelten, wird nicht erfordert.

sprachlichen Ausdrücken wohl unterscheidet, sagt doch (§. 119.): „Einerlei oder gleichgeltend sind Urtheile, die dieselbe Materie und Form haben, und daher sich nur im Ausdrucke von einander unterscheiden.“ Für einerlei haben die gleichgeltenden Urtheile auch Krug (§. 62.), Schulze (§. 53.) u. A. erklärt. Mehre, die sich dem von mir aufgestellten Begriffe nähern, erklären die gleichgeltenden Sätze als solche, deren jeder an die Stelle des andern gesetzt werden kann. So Crusius (W. z. G. §. 248.) und Knutzen (L. §. 175.), der noch den Beisatz: salvo sensu, hinzufügt. Meines Erachtens können ein Paar Sätze, die, obwohl gleichgeltend, doch (als ein Paar) verschieden seyn müssen (§. 150.), nicht nur nie ohne Veränderung des Sinnes (salvo sensu) gegen einander ausgetauscht werden, weil ja nur eben das ein anderer Satz genannt werden kann, was einen andern Sinn gibt: sondern ein solcher Austausch gehet auch in mancher andern Rücksicht nicht immer an. So wird z. B. gewiß nicht überall, wo der Satz: „Dieß ist ein gleichseitiges Dreieck,“ an seinem rechten Orte stehet, der ihm gleichgeltende: „Dieß ist ein gleichwinkliges Dreieck,“ passen. Und können wir wohl auch in einem Satze von folgender Art: „Der Inhalt des Satzes A ist dieser und dieser,“ statt des Satzes A einen ihm gleichgeltenden setzen? — Andere Logiker, welche es ahneten, daß man den Ausdruck eines Satzes nicht mit ihm selbst (d. h. dem Sinne des Ausdruckes) verwechseln sollte, unterschieden eben darum zwei Arten der Gleichgültigkeit: die grammatische, die auf dem Ausdrucke beruhet, und die logische, die solchen Sätzen zukommt, quae simul sunt verae, vel simul falsae per cogitationum relationem. S. z. B. Reusch (L. §. 493.). Aehnlich ist die Erklärung Maaß's (§. 227.), zwei Urtheile seyen gleichgeltend, wenn jedes derselben aus dem andern folgt, d. h. (nach §. 18.) wenn jenes wahr seyn muß, sobald es dieses ist. Man sieht, daß diesen Erklärungen genau derselbe Begriff, den auch ich annahm, zu Grunde liegt; nur daß hiemit die Theile, aus denen er bestehet, nicht angegeben seyn dürften. Eigen ist die Erklärung Baumgartens (Acr. §. 264.): Propositiones ejusdem qualitatis, quibus complete notabiliter idem respondet conceptus, sunt aequipollentes; wozu noch §. 263. gehört: Conceptus combinando extrema propositionis ortus illi respondere dicitur. Hiernächst wären die Sätze: „A ist B“ und „B ist A,“ einander gleichgeltend; denn die Begriffe: „A, welches B ist,“ und „B, welches A ist,“ die combinando extrema propositionum entstehen, sind conceptus complete notabiliter iidem in einem Sinne zu nennen, in dem nur irgend zwei auf eine solche Art entsprungene Begriffe es heißen können. Auch einen eigenen Begriff von der (logischen) Gleichgültigkeit stellt Mehmel (Denkl. S. 43.) auf: „Urtheile von logischgleichen Momenten der Qualität, Quantität, Relation und Modalität heißen gleichgeltende; und es liegt gar nicht in der gleichen Gültigkeit zweier Urtheile, daß sie für einander gesetzt werden können. Gleichgeltende Urtheile, deren Subject und Prädicat noch außerdem materialiter einander gleich sind, heißen identisch.“ Nach dieser Erklärung müßten die Sätze: Alle Menschen sind sterblich, und alle Körper sind schwer, einander gleichgeltend heißen, weil sie dieselbe Qualität, Quantität, Relation und Modalität besitzen. Wäre das wohl zweckmäßig? — In Gerlachs L. §. 88. heißt es, daß Urtheile gleichgeltend wären, „wenn sie bei der Verschiedenheit der äußeren Form logisch einerlei sind;“ bei Hillebrand (L. §. 308.), „wenn sie bei Verschiedenheit der äußern Form dem Inhalte nach miteinander übereinstimmen;“ bei Calker (L. §. 112.), „wenn sie bei gleichem Inhalte an Vorstellungen, aber bei Verschiedenheit der Form dennoch an Werth und Bedeutung einander gleich sind;“ bei Rösling (L. §. 105.), „wenn sie, was die Bedeutung, den Sinn anlangt, ein und dasselbe Urtheil ausmachen“ u. s. w. — Logische Einerleiheit ist, wie man sieht, nur ein anderes Wort für logische Gleichgültigkeit, nicht aber eine Erklärung dieses Begriffes. Daß aber der Inhalt in einem Paare gleichgeltender Sätze einander gleich wäre, ist, wenn man unter diesem Inhalte die Summe der Vorstellungen, aus deren Verbindung sie zusammengesetzt sind, verstehet, ganz unrichtig; wie mehre der bereits gegebenen Beispiele beweisen. — Noch schwankender ist der Ausdruck: Werth und Bedeutung. Denn soll der gleiche Werth eines Satzes eine Erklärung der Gleichgültigkeit seyn: so hat man nur ein Wort für das andere (Werth für Gültigkeit) gesetzt. Soll aber vornehmlich auf das hinzugefügte Wort Bedeutung geachtet, und dieses in seinem sonst gewöhnlichen Sinne genommen werden: so erinnere ich, daß nur der sprachliche Ausdruck eines Satzes, nicht aber der Satz an sich eine Bedeutung habe; indem diese mit ihm selbst einerlei ist. Sätze von gleicher Bedeutung sind also nicht mehre, sondern nur Ein Satz. — In Kiesewetters W. A. d. G. (S. 234.) wird die materiale Gleichgültigkeit „auf gleichbedeutende Redensarten“ bezogen, und dabei das Beispiel angeführt: „Cajus ist Vater des Titus, und Titus ist Sohn des Cajus.“ Diese zwei Ausdrücke scheinen mir aber keineswegs nur verschiedene Ausdrücke eines und eben desselben, sondern zweier wirklich verschiedener Sätze zu seyn; weil sie verschiedene Subjecte sowohl als Prädicate haben. — Doch wichtiger als diese Fehler in der Erklärung dürfte es seyn, daß man (so viel ich wenigstens wüßte) noch in keinem Lehrbuche der Logik daran gedacht hat, das Verhältniß der Gleichgültigkeit auch auf ganze Inbegriffe von Sätzen auszudehnen; obwohl man gestehen muß, daß es in mehren Wissenschaften, namentlich den mathematischen, Fälle gebe, wo die Beachtung dieses Verhältnisses von großer Wichtigkeit ist. In der Analysis gibt es oft eigene Lehrsätze, die nichts Anderes aussagen, als daß der Inbegriff gewisser Gleichungen (Gleichungen aber sind doch nur eine Art von Sätzen) mit dem Inbegriffe gewisser anderer oder auch wohl mit einer einzigen gleichgeltend sey.

§. 157.

c) Verhältniß der Unterordnung.

1) Wenn das Verhältniß der Ableitbarkeit zwischen den Sätzen A, B, C, D,... und M, N, O,... nicht, wie im vorigen Paragraph, wechselseitig, sondern nur von der Einen Seite bestehet, wenn also z. B. nur die Sätze M, N, O,... aus den Sätzen A, B, C, D,..., nicht aber auch diese aus jenen ableitbar sind, hinsichtlich auf gewisse veränderliche Vorstellungen i, j,...; oder (was eben so viel heißt) wenn jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j,... die Sätze A, B, C, D,... wahr macht, auch die Sätze M, N, O,..., aber nicht umgekehrt, jeder Inbegriff, der diese letztere wahr macht, auch jene ersteren wahr macht: so nennt man dieses Verhältniß zwischen den Sätzen A, B, C, D,... von der einen, und M, N, O,... von der andern Seite ein Verhältniß der **Unterordnung**; und zwar erlaube ich mir (wegen der Aehnlichkeit dieses Verhältnisses mit jenem zwischen Vorstellungen, §. 97.) die Sätze A, B, C, D,... die **untergeordneten** oder die **niederen**, oder (wenn dieses allzu anstößig klingen sollte) die Sätze der **beschränkteren** oder **geringeren Gültigkeit**, oder die **mehr sagenden**; die Sätze M, N, O,... dagegen die **übergeordneten** oder die **höheren**, oder die Sätze der **ausgebreiteteren** oder **größeren Gültigkeit**, oder die **weniger sagenden**

zu nennen. Noch minder anstößig wäre es zu sagen, daß die Sätze M, N, O,... einseitig ableitbar wären aus den Sätzen A, B, C, D,...; diese die einseitigen Vorder-, jene die einseitigen Schlußsätze zu nennen. So ist z. B. aus den beiden Sätzen: A ist B, B ist C, ableitbar der Satz: A ist C, wenn man die Vorstellungen A, B, C als die veränderlichen ansieht; nicht umgekehrt aber sind unter eben dieser Voraussetzung aus dem letzteren Satze: A ist C, die beiden ersteren: A ist B, und B ist C, ableitbar; ich sage also, daß zwischen den Sätzen A ist B, B ist C von der einen, und A ist C von der andern Seite ein Verhältniß der Unterordnung bestehe; und nenne die beiden ersteren Sätze die untergeordneten, den letzten den ihnen übergeordneten, lege den ersteren eine beschränktere, dem letzten aber eine ausgedehntere Gültigkeit bei.

2) Wenn die Sätze M, N, O,... einseitig ableitbar sind aus den Sätzen A, B, C,... hinsichtlich der Vorstellungen i, j,...: so gibt es jederzeit gewisse Sätze, welche mit M, N, O,... verträglich sind, ohne verträglich zu seyn auch mit A, B, C,... hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen i, j,.... Denn weil es Vorstellungen gibt, die an der Stelle der i, j,... die sämmtlichen M, N, O,... wahr machen, ohne auch die sämmtlichen A, B, C,... wahr zu machen: so gibt es Vorstellungen, welche die sämmtlichen M, N, O,... und dabei auch noch einen der Sätze Neg. A, Neg. B, Neg. C,... wahr machen. Es sey Neg. A ein solcher; also sind M, N, O,... und Neg. A verträglich. Daß aber Neg. A und A, B, C,... nicht verträglich seyen, leuchtet von selbst ein.

3) Wenn die Sätze M, N, O,... aus den Sätzen A, B, C, D,... nur einseitig, und die Sätze R, S, T,... aus den Sätzen M, N, O,... abermals nur einseitig ableitbar sind, immer hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen i, j,...: so sind die Sätze R, S, T,... auch aus den Sätzen A, B, C, D,... nur einseitig ableitbar, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Daß nämlich R, S, T,... aus A, B, C, D,... ableitbar sind, erhellet aus §. 155. n°. 23.; daß aber diese Ableitbarkeit nur eine einseitige sey, erhellet daraus, weil es gewisse Vorstellungen gibt, welche die sämmtlichen R, S,

T,... wahr machen, ohne die sämmtlichen M, N, O,... wahr zu machen. Bei diesen Vorstellungen können aber nicht die sämmtlichen A, B, C,... wahr werden; denn würden diese wahr, so müßten es auch M, N, O,... werden.

4) Wenn ein Paar Sätze: A hat x, B hat x, einerlei Aussagetheil haben, der eben die veränderliche Vorstellung in ihnen abgibt: so ist der zweite einseitig ableitbar aus dem ersten, wenn die Subjectvorstellung des zweiten B jener des ersten A untergeordnet ist; und wenn dieses nicht ist, so ist auch jenes nicht. Denn wenn die Vorstellung B untergeordnet ist der A: so ist nach §. 155. n⁰ 35. der Satz: B hat x, ableitbar aus dem Satze: A hat x, aber nicht umgekehrt dieser aus jenem. Und wenn der Satz: B hat x, ableitbar seyn soll aus dem Satze: A hat x, aber nicht umgekehrt dieser aus jenem: so muß nach eben dieser n⁰ die Vorstellung A die B umfassen, aber nicht umgekehrt die Vorstellung B auch die A, also muß B der A untergeordnet seyn.

5) Wenn ein Paar Sätze: X hat a, X hat b, einerlei Unterlage haben, die eben den einzigen veränderlichen Theil in ihnen bildet: so ist der zweite einseitig ableitbar aus dem ersten, wenn die Vorstellung A der Vorstellung B untergeordnet ist; und wenn dieses nicht ist, so ist auch jenes nicht. Erweiset sich aus §. 155. n⁰ 36.

§. 158.

d) Verhältniß der Verkettung.

1) Noch erübriget die Betrachtung des Falles, wenn zwischen den Sätzen A, B, C,... und M, N, O,... zwar ein Verhältniß der Verträglichkeit Statt hat, aber nur so, daß weder die Sätze M, N, O,... aus der A, B, C,..., noch diese aus jenen ableitbar sind, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen i, j,...; mit anderen Worten, wenn es zwar Vorstellungen gibt, die an der Stelle der i, j,... die sämmtlichen A, B, C,... und M, N, O,... wahr machen, aber auch andere, die nur die sämmtlichen A, B, C,... ohne die sämmtlichen M, N, O,..., ingleichen andere, die nur die sämmtlichen M, N, O,... ohne die sämmtlichen A, B, C,... wahr machen. Da dieses Verhältniß eine so große Aehnlich-

keit mit dem Verhältnisse hat, das ich bei Vorstellungen eine Verkettung oder Verschlungenheit nannte (§. 98.): so mag auch dieses zwischen Sätzen Statt findende Verhältniß so heißen, wenn man nicht lieber es ein Verhältniß der Unabhängigkeit nennen will.

2) Jedes Paar Sätze von der Form: Jedes X hat y, und Y hat z, worin die Vorstellungen x und y als die veränderlichen betrachtet werden sollen, bildet ein Paar verschlungener Sätze. Denn sicher gibt es Vorstellungen, die an der Stelle der x und y diese zwei Sätze zugleich wahr machen; dieß leisten nämlich je zwei Vorstellungen, bei welchen X und Y Wechselvorstellungen werden. Dann gibt es aber auch gewiß Vorstellungen, die an der Stelle x und y nur den Einen Satz allein wahr machen. Denn wählen wir für x und y ein Paar Beschaffenheiten, dabei Y höher als X wird: so ist der Satz: Jedes X ist Y, wahr, und der Satz: Jedes Y ist X, falsch. Wählen wir aber für x und y ein Paar Beschaffenheiten, wobei X höher als Y wird: so ist der Satz: Jedes Y ist X, wahr, und der Satz: Jedes X ist Y, falsch.

3) Wenn ein Paar Sätze: A hat x, B hat x, einerlei Aussagetheil haben, der eben als die einzige veränderliche Vorstellung in ihnen angesehen werden soll: so stehen sie in dem Verhältnisse der Verschlungenheit, wenn die Vorstellungen A und B entweder verschlungen oder unverträglich miteinander sind; und wenn dieses nicht ist, so ist auch jenes nicht. Denn damit diese zwei Sätze beide zugleich wahr werden könnten, dazu wird (nach §. 154. n°. 16.) nichts Anderes erfordert, als daß A und B gegenständliche Vorstellungen sind. Damit aber auch jeder für sich allein wahr werden könne, dazu ist nöthig, daß die Vorstellungen A und B nicht im Verhältnisse der Unterordnung stehen, weil sonst (nach §. 155. n°. 35.) entweder der eine oder der andere Satz aus dem andern ableitbar wäre. Also müssen die Vorstellungen A und B entweder verschlungen oder unverträglich seyn.

4) Wenn ein Paar Sätze: X hat a, X hat b, einerlei Unterlage haben, die aber als der einzige veränderliche Theil in ihnen angesehen werden soll: so stehen sie in dem

Verhältnisse der Verschlungenheit miteinander, wenn die Vorstellungen A und B in dem Verhältnisse der Verschlungenheit stehen; und wenn dieses nicht ist, so ist auch jenes nicht. Denn sind die Vorstellungen A und B verschlungen: so gibt es Gegenstände, die beiden unterstehen; eine Vorstellung also, die sich ausschließlich nur auf dergleichen beziehet, an der Stelle des X, macht beide Sätze wahr. Dann gibt es aber auch Gegenstände, die nur der einen, und nicht der andern unterstehen; eine Vorstellung also, die sich ausschließlich nur auf solche beziehet, wird nur den einen und nicht den andern Satz wahr machen. Sind aber die Vorstellungen A und B nicht verschlungen: so sind sie entweder beide oder doch eine derselben ganz gegenstandslos, und dann sind entweder beide Sätze, oder es ist doch der Eine seiner ganzen Art nach falsch; oder die Vorstellungen A und B sind miteinander unverträglich, und dann sind es (nach §. 154. n^o. 18.) auch die Sätze; oder die eine ist der andern untergeordnet, und dann ist (nach §. 155. n^o. 36.) auch einer von jenen beiden Sätzen aus dem andern ableitbar.

5) Es gibt Paare verschlungener Sätze, welche nicht beide zugleich falsch werden können, und es gibt andere, welche es werden können, immer verstanden in Hinsicht auf dieselben veränderlichen Vorstellungen, in Betreff deren ihr Verhältniß der Verschlungenheit bestehet. Ein Beispiel von einem Paare verschlungener Sätze, welche nie beide falsch werden können, sind die zwei folgenden: Jedes X hat a, und: Es ist falsch, daß jedes X die Beschaffenheiten a + b habe; worin die einzige Vorstellung X veränderlich ist, a und b aber ein Paar nicht überall, aber zuweilen doch miteinander verbundener Beschaffenheiten bezeichnen. Denn daß diese beiden Sätze verschlungen sind, erhellet daraus, weil beide wahr werden, wenn wir für X eine Vorstellung setzen, die sich ausschließlich nur auf einige Dinge beziehet, welche die Beschaffenheit a, nicht aber auch die b haben; weil ferner der erste Satz allein wahr wird, wenn wir für X eine Vorstellung setzen, die sich nur auf solche Gegenstände bezieht, welche nebst der Beschaffenheit a auch noch die b haben; weil endlich auch der zweite Satz allein wahr wird, wenn wir für X eine Vorstellung von Gegenständen wählen, welche weder die Beschaffen-

heit b noch a haben. Daß aber nie beide Sätze zugleich falsch werden können, ersieht man, weil aus der Falschheit des ersten die Wahrheit des zweiten nothwendig folgt; denn wenn es falsch ist, daß jedes X ein A sey: so ist es um so gewisser falsch, daß jedes X ein [A] b sey. — Ein Beispiel endlich von einem Paare verschlungener Sätze, die beide falsch werden können, sind gleich die beiden schon n⁰. 2. betrachteten Sätze: Jedes X ist Y, und jedes Y ist X; denn diese werden beide falsch, sobald wir an die Stelle von X und Y ein Paar einander ausschließender Vorstellungen setzen.

6) Sind ein Paar Sätze A und B verschlungen: so sind auch ihre Verneinungen oder die Sätze Neg. A und Neg. B entweder verschlungen oder unverträglich, Alles hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Wenn nämlich A und B verschlungen und von der Art sind, daß sie nie beide falsch werden können (n⁰. 5.): so sind die Sätze Neg. A und Neg. B unverträglich. Können sie aber beide falsch werden: so sind Neg. A und Neg. B in dem Verhältnisse der Verschlungenheit; denn es gibt Vorstellungen, durch welche beide wahr werden, und es gibt ferner auch Vorstellungen, die nur den Einen Satz allein wahr machen. Das letztere leisten Vorstellungen, die nur den einen der Sätze A und B wahr, den andern aber falsch machen.

7) Sätze, die mit verschlungenen gleich gelten, sind selbst verschlungen, Alles hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Der Beweis wie §. 156. n⁰. 4.

§. 159.

Besondere Arten der Unverträglichkeit.

1) Wie das bisher betrachtete Verhältniß der **Verträglichkeit** manche merkwürdige Unterarten darbot (§. 155 — 158.): so gilt ein Aehnliches auch von dem Verhältnisse der **Unverträglichkeit**. Wenn von den mehren Sätzen A, B, C, D,... nichts Anderes ausgesagt wird, als daß sie hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,... in dem Verhältnisse der Unverträglichkeit untereinander stehen: so wird hiemit nur gesagt, es gebe keine Vorstellungen, die an der Stelle der

i, j, ... die Sätze A, B, C, D, ... alle zugleich wahr machen. Daß aber nicht doch etliche dieser Sätze, z. B. die A, B, ... allein ohne die C, D, ..., oder die B, C, D, ... ohne den A, durch gewisse gemeinschaftliche Vorstellungen wahr gemacht werden könnten, wird durch jene Aussage der Unverträglichkeit der sämmtlichen A, B, C, D, ... miteinander noch nicht behauptet. Auf eine ähnliche Weise nämlich, wie wir (§. 155.) bei der Betrachtung der miteinander verträglichen Sätze A, B, C, D, ... M, N, O, ... die Frage untersuchten, ob es nicht einige derselben A, B, C, ... gebe, die so beschaffen sind, daß jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der veränderlichen i, j, ... sie alle wahr macht, auch einen oder etliche andere M, N, O, ... wahr mache; laßt uns hier wieder fragen, ob es unter den mehren nicht miteinander verträglichen Sätzen A, B, C, D, ... M, N, O, ... nicht etwa einige A, B, C, ... gebe, die so beschaffen wären, daß jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der veränderlichen i, j, ... sie alle wahr macht, gewisse andere M, N, O, ... falsch mache. Wenn dieß geschieht, so ist das Verhältniß der Sätze M, N, O, ... zu den Sätzen A, B, C, ... das gerade Gegentheil von dem Verhältnisse, welches wir dort eine Ableitbarkeit genannt. Ich erlaube mir, es das Verhältniß der Ausschließung zu nennen; und sage, daß ein oder mehre Sätze M, N, O, ... von gewissen andern A, B, C, ... ausgeschlossen werden, und dieß zwar hinsichtlich auf die veränderlichen Vorstellungen i, j, ..., wenn jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j, ... die sämmtlichen A, B, C, ... wahr macht, die sämmtlichen M, N, O, ... falsch macht. Die Sätze A, B, C, ... nenne ich die ausschließenden, die M, N, O, ... die ausgeschlossenen. Ein solches Verhältniß der Ausschließung z. B. finde ich zwischen den beiden Sätzen: A ist B, und B ist C, von der einen, und dem Satze: Kein C ist A, von der andern Seite, wenn ich die Vorstellungen A, B, C als die einzig veränderlichen betrachte. Denn jeder Inbegriff von Vorstellungen, welcher die beiden ersteren Sätze wahr macht, macht den dritten falsch. Ich nenne also die ersteren beiden die ausschließenden, den letzten aber den von ihnen ausgeschlossenen.

2) Wenn die Sätze A, B, C,... gewisse andere M, N, O,... ausschließen, hinsichtlich auf gewisse Vorstellungen i, j,...: so müssen die Verneinungen der letztern oder die Sätze Neg. M, Neg. N, Neg. O,... aus dem Inbegriffe der Sätze A, B, C,... ableitbar seyn, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j,... die sämmtlichen A, B, C,... wahr macht, muß die sämmtlichen M, N, O,... falsch, also die Sätze Neg. M, Neg. N, Neg. O,... insgesammt wahr machen.

3) Wenn der Fall eintritt, daß das Verhältniß der Ausschließung zwischen den Sätzen A, B, C,... und M, N, O,... wechselseitig bestehet, und dieß zwar hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen i, j,...; d. h. wenn jeder Inbegriff von Vorstellungen, der die gesammten A, B, C,... wahr macht, die gesammten M, N, O,... falsch macht, und wenn eben so jeder Inbegriff, der die gesammten M, N, O,... wahr macht, die gesammten A, B, C,... falsch macht: so können wir dieses Verhältniß zwischen den Sätzen A, B, C,... und M, N, O,... füglich das einer *wechselseitigen Ausschließung* nennen. In diesem Verhältnisse stehen die beiden Sätze: A ist so alt als C, und B ist dreimal so alt als C, mit den zwei folgenden: A und B zusammen sind siebenmal so alt als C, und B ist so alt als A und C zusammen; wenn nur die Vorstellungen A, B, C allein als veränderlich angesehen werden dürfen. Denn sind die zwei erstern wahr, so sind die zwei letztern falsch; und sind diese wahr, so sind jene falsch.

4) Wenn gesagt wird, daß sich die Sätze A, B, C,... und M, N, O,... wechselseitig ausschließen, und zwar hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,...: so ist hiemit nur gesagt, daß, so oft alle A, B, C,... wahr werden, alle M, N, O,... falsch, und so oft alle M, N, O,... wahr werden, alle A, B, C,... falsch werden müssen; mit andern Worten, daß die Sätze Neg. M, Neg. N, Neg. O,... ableitbar aus den Sätzen A, B, C,..., und die Sätze Neg. A, Neg. B, Neg. C,... ableitbar aus den Sätzen M, N, O,... seyen: darüber aber, ob diese doppelte Ableitbarkeit selbst eine nur einseitige oder auch wechselseitige sey, ist nichts entschieden.

Auch dieses werde nun bestimmt; und zwar, wenn das Verhältniß der Ableitbarkeit zwischen den Sätzen A, B, C,... und Neg. M, Neg. N, Neg. O,..., und zwischen den Sätzen M, N, O,... und Neg. A, Neg. B, Neg. C,... ein wechselseitiges ist, d. h. wenn jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j,... die sämmtlichen Sätze A, B, C,... wahr oder falsch macht, zugleich die sämmtlichen M, N, O,... falsch oder wahr macht: so sage man, daß die Sätze A, B, C,... einer- und M, N, O,... andrerseits in dem Verhältnisse eines Widerspruches stehen oder einander widersprechen. Der Kürze wegen kann man die Sätze A, B, C,... zusammen den Widerspruch der M, N, O,... und diese den Widerspruch jener nennen. Ist aber das besagte Verhältniß der Ableitbarkeit nur einseitig: so sage man, daß die Sätze A, B, C,... einer- und M, N, O,... andrerseits in dem Verhältnisse eines bloßen Widerstreites stehen, oder einander widerstreiten. Widersprechende Sätze pflegt man auch contradictorische, bloß widerstreitende aber conträre zu nennen. In einem Verhältnisse des Widerspruches stehen die beiden Sätze:

„Jedes X ist ein Y"... (A), und:

„Die Vorstellung eines Nicht Y hat Gegenständlichkeit"...(B),

mit den beiden folgenden:

„Falsch ist's, daß jedes Nicht Y ein Nicht X sey"... (M), und:

„Die Vorstellung eines X hat keine Gegenständlichkeit"...(N),

wenn die Vorstellungen X, Y als die veränderlichen gelten. Hier nämlich folgt zuvörderst aus der Wahrheit der Sätze A und B die Falschheit der M und N sichtbar. Denn wenn es wahr seyn soll, daß jedes X ein Y ist: so muß die Vorstellung X Gegenständlichkeit haben, und somit ist schon falsch der Satz, der ihr diese Gegenständlichkeit abspricht. Wenn ferner die Vorstellung Nicht Y Gegenständlichkeit hat, was der Satz B aussagt: so muß auch wahr seyn die Behauptung, daß jedes Nicht Y ein Nicht X sey, und also ist der Satz M, der dieses läugnet, falsch. Eben so folgt aus der Wahrheit der Sätze M und N die Falschheit der

A und B. Denn wenn die Vorstellung X keine Gegenständlichkeit hat, wie N sagt; so ist der Satz: Jedes X ist ein Y, gewiß nicht wahr. Wenn ferner die Vorstellung X keine Gegenständlichkeit hat: so hat die Vorstellung Nicht X den Umfang der weitesten Vorstellung eines Etwas überhaupt; und somit kann der Satz: „Jedes Nicht Y ist ein Nicht X,“ nur darum der Wahrheit ermangeln, wie M behauptet, weil die Vorstellung Nicht Y keinen Gegenstand hat, folglich ist der Satz B falsch. Daß aber auch aus der Falschheit der Sätze A und B die Wahrheit der M und N geschlossen werden könne, erhellet so. Aus der Falschheit des B ergibt sich so fort die Richtigkeit des M; denn wenn die Vorstellung Nicht Y keine Gegenständlichkeit hat, so ist es außer Zweifel, daß der Satz: Jedes Nicht Y ist ein Nicht X, der Wahrheit ermangle. Hat die erwähnte Vorstellung Nicht Y keine Gegenständlichkeit: so folgt ferner, daß die Vorstellung Y den allerweitesten Umfang eines Etwas überhaupt habe; und somit kann der Satz A: Jedes X ist ein Y, nur darum der Wahrheit ermangeln, weil die Vorstellung X selbst keinen Gegenstand hat, welches die Aussage des Satzes N ist, der sonach Wahrheit hat. Endlich läßt sich aus der Falschheit der Sätze M, N auch noch die Wahrheit der Sätze A und B ableiten. Denn ist M falsch: so gilt der Satz, daß jedes Nicht Y ein Nicht X sey, und somit muß die Vorstellung Nicht Y eine Gegenstandsvorstellung seyn, wie B behauptet. Ist ferner auch der Satz N falsch, so muß die Vorstellung X Gegenständlichkeit haben; und somit läßt sich aus dem nur angeführten Satze, daß jedes Nicht Y ein Nicht X sey, sicher der Schluß ableiten, daß jedes X ein Y sey, wie A sagt. — Manchen Lesern ist es vielleicht angenehm, auch noch ein mathematisches Beispiel des Widerspruches zu finden, ein solches, dem sich leicht viele andere nachbilden lassen. Wenn das Zeichen $\overset{n}{=}$ eine bloße Ungleichheit zwischen gegebenen Größen bezeichnet, ohne zu bestimmen, welche derselben die größere sey: so stehen folgende 6 Sätze:

$$a+b+c=3m;\ 2b+c=3m;\ 2c+b=3m;$$

$$a+b+d\overset{n}{=}3m;\ 2a+d\overset{n}{=}3m;\ 2d+a\overset{n}{=}3m;$$

mit folgenden 6 Sätzen:

$$a+d=2m;\ 2b+d=3m;\ 2d+b=3m;$$

$$b+c\overset{n}{=}2m;\ 2c+c\overset{n}{=}3m;\ 2a+c\overset{n}{=}3m;$$

in dem Verhältnisse des Widerspruches hinsichtlich auf die veränderlichen Vorstellungen a, b, c, d und m; wie es die Auflösung der in diesen 12 Sätzen sowohl, als auch in ihren Verneinungen enthaltenen 6 Gleichungen zeigt. Ein Beispiel von Sätzen, die einander bloß widerstreiten, ist das von n°. 3.

5) Unmittelbar aus der n°. 4. gegebenen Erklärung fließt: wenn die Sätze A, B, C,... mit den Sätzen M, N, O,... in dem Verhältnisse des Widerspruches stehen: so müssen die Sätze A, B, C,... mit den Sätzen Neg. M, Neg. N, Neg. O,...; und die Sätze M, N, O,... mit den Sätzen Neg. A, Neg. B, Neg. C,... in dem Verhältnisse der Gleichgültigkeit stehen, Beides in Hinsicht auf dieselben veränderlichen Vorstellungen; ingleichen wenn die Sätze A, B, C,... alle wahr oder falsch sind, so sind die Sätze M, N, O,... alle falsch oder wahr.

6) Kein Satz, der seiner ganzen Art nach wahr oder falsch ist, kann unter Sätzen vorkommen, die im Verhältnisse des Widerspruches zu einander stehen, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen, in Betreff deren er seiner ganzen Art nach wahr oder falsch ist. Denn widersprechende Sätze müssen vermöge der Erklärung ein jeder sowohl wahr als auch falsch gemacht werden können.

7) Jeder beliebige Satz A und seine Verneinung Neg. A stehen miteinander im Widerspruche hinsichtlich auf was immer für Vorstellungen, wenn nur A nicht ein seiner ganzen Art nach wahrer oder falscher Satz ist. Denn wenn nur dieß nicht ist, so gibt es Vorstellungen, welche A wahr, und andere, welche A falsch machen. Aber alle Vorstellungen, welche A wahr (oder falsch) machen, machen Neg. A falsch (oder wahr) und umgekehrt.

8) Wenn die Sätze A, B, C,... mit den Sätzen M, N, O,... in dem Verhältnisse des Widerspruches stehen: so

stehen auch die Sätze Neg. A, Neg. B, Neg. C,... mit den Sätzen Neg. M, Neg. N, Neg. O,... in dem Verhältnisse des Widerspruches, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen.

9) Sätze, welche mit solchen, die im Verhältnisse des Widerspruches stehen, gleichgelten, stehen auch selbst im Verhältnisse des Widerspruches untereinander, Alles nur hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Erweiset sich, wie §. 156. n°. 4.

10) Wenn die Sätze A, B, C, D,... mit den Sätzen M, N, O,... und die Sätze M, N, O,... mit den Sätzen R, S, T,... in einem Verhältnisse des Widerspruches stehen, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen: so stehen die Sätze A, B, C,... mit den Sätzen R, S, T,... in dem Verhältnisse der Gleichgültigkeit, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn die nämlichen Vorstellungen, welche die sämmtlichen A, B, C,... wahr oder falsch machen, machen die sämmtlichen M, N, O,... falsch oder wahr, und mithin die sämmtlichen R, S, T,... wahr oder falsch.

11) Wenn die Sätze A, B, C,... mit den Sätzen M, N, O,... und die Sätze E, F, G,... mit den Sätzen P, Q, R,... in dem Verhältnisse eines Widerspruches stehen, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen; und es sind überdieß sowohl die Sätze A, B, C, D,... E, F, G,..., als auch die: Neg. A, Neg. B, Neg. C,... Neg. E, Neg. F, Neg. G,... untereinander verträglich, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen: so stehen auch die sämmtlichen Sätze A, B, C,... E, F, G,... mit den sämmtlichen M, N, O,... P, Q, R,... in dem Verhältnisse eines Widerspruches, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn weil die Sätze A, B, C,... E, F, G,... untereinander verträglich seyn sollen: so gibt es Vorstellungen, die an der Stelle der i, j,... sie alle wahr machen. Weil aber die A, B, C,... mit den M, N, O,..., und die E, F, G,... mit den P, Q, R,... im Widerspruche stehen: so müssen die eben erwähnten Vorstellungen auch alle M, N, O,... P, Q, R,... falsch machen. Weil ferner auch die sämmtlichen Neg. A, Neg. B, Neg. C,... Neg. E, Neg. F, Neg. G,... verträglich seyn sollen: so gibt es auch Vorstellungen, welche sie insgesammt wahr machen,

dann aber müssen auch die sämmtlichen M, N, O,... P, Q, R,... wahr werden. Auf gleiche Weise wird dargethan, daß die Wahr- oder Falschheit der sämmtlichen M, N, O,... P, Q, R,... die Falsch- oder Wahrheit der sämmtlichen A, B, C,... E, F, G,... zur Folge habe.

12) Die hier gemachte doppelte Bedingung, daß sich sowohl die Sätze A, B, C,... E, F, G,..., als auch ihre Verneinungen oder die Sätze: Neg. A, Neg. B, Neg. C,... Neg. E, Neg. F, Neg. G,... untereinander vertragen müßten, ist keineswegs überflüßig. Denn wenn sich die Sätze A, B, C,... mit den Sätzen E, F, G,... nicht vertragen: so kann offenbar gar keine Rede davon seyn, daß der Inbegriff dieser Sätze, nämlich A, B, C,... E, F, G,... mit einem gewissen andern Inbegriffe in einem Verhältnisse des Widerspruches stehe; weil hiezu schon der Erklärung zu Folge gefordert wird, daß jene Sätze verträglich untereinander seyen. Da aber aus der Verträglichkeit gewisser Sätze A, B, C,... E, F, G,... miteinander noch gar nicht folgt, daß auch ihre Verneinungen untereinander verträglich seyen (§. 154. n⁰ 14.): so müssen wir uns auch dieses ausbedingen, indem auch dieses zu dem Verhältnisse des Widerspruches schon der Erklärung nach verlangt wird.

13) Wenn die gesammten Sätze A, B, C,... E, F, G,... mit den gesammten Sätzen M, N, O,... P, Q, R,... in dem Verhältnisse des Widerspruches stehen; und ein Theil der ersteren A, B, C stehet mit einem Theile der letzteren M, N, O,... schon für sich selbst in dem Verhältnisse eines Widerspruches hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen: so folgt doch keineswegs, daß auch die noch übrigen Sätze E, F, G,... mit den noch übrigen P, Q, R,... in dem Verhältnisse eines Widerspruches stehen. Denn daß gewisse Sätze mit gewissen andern im Widerspruche stehen, heißt ja nichts Anderes, als daß die einen mit den Verneinungen der andern, und diese mit den Verneinungen jener gleichgelten. Nur dürfen wir aber (nach §. 156. n⁰ 8.) aus der Gleichgültigkeit eines ganzen Inbegriffes von Sätzen und einem derselben untereinander, noch keineswegs auf die Gleichgültigkeit der beiderseitigen Ueberreste schließen.

14) Wenn es nicht irgend ein einzelner Satz, sondern ein Inbegriff mehrer A, B, C, D,... ist, der mit gewissen andern M, N, O,... in dem Verhältnisse eines Widerspruches stehet: so kann es begreiflicher Weise (nämlich so oft die Sätze A, B, C, D,... nicht alle untereinander gleichgelten) Vorstellungen geben, welche, gesetzt an die Stelle der als veränderlich betrachteten i, j,..., nicht alle, sondern nur einen Theil der Sätze A, B, C, D,... wahr oder falsch machen. Bei diesen Vorstellungen nun dürfen vermöge der Erklärung auch die Sätze M, N, O,... weder alle falsch, noch alle wahr werden. Da nun, falls es derselben nur einen einzigen gäbe, Eines von Beidem immer der Fall seyn müßte: so folgt, daß mehre Sätze mit einem einzelnen höchstens nur dann in dem Verhältnisse eines Widerspruches stehen können, wenn jene mehren A, B, C, D,... durch jeden Austausch der Vorstellnngen i, j,... mit beliebigen andern, immer nur Eines von Beidem, entweder alle wahr, oder alle falsch gemacht werden, d. h. wenn sie einander alle gleichgeltend sind. Die Beispiele der n⁰. 4. aber zeigen, daß auch ein ganzer Inbegriff von Sätzen mit einem ganzen Inbegriffe von andern im Widerspruche stehen könne; und dann also wird, wie eben diese Beispiele beweisen, keineswegs nöthig seyn, daß die in dem Einen Inbegriffe vorkommenden Sätze untereinander immer gleichgelten.

15) Wenn die mehren Sätze A, B, C,..., die mit den mehren Sätzen M, N, O,... im Widerspruche stehen, nicht alle untereinander gleichgeltend sind: so muß es zwischen ihnen und den ihnen widersprechenden M, N, O,... einige geben, die miteinander verträglich sind, Alles in Hinsicht auf dieselben veränderlichen Vorstellungen. Denn wenn die Sätze A, B, C,... nicht alle untereinander gleichgelten: so gibt es Vorstellungen, welche nicht alle, sondern nur einige derselben wahr machen; bei eben diesen Vorstellungen aber dürfen auch nicht alle, sondern nur einige der M, N, O,... falsch werden; einige dieser Sätze also können gemeinschaftlich mit einigen der A, B, C,... wahr werden, d. h. sie sind verträglich.

16) Wenn ein Paar Sätze A und M gleichgelten miteinander, hinsichtlich auf gewisse Vorstellungen i, j,..., in

Betreff deren sie nicht ihrer ganzen Art nach wahr sind: so stehet ein jeder aus ihnen mit der Verneinung des andern, A mit Neg. M, M mit Neg. A, in dem Verhältnisse des Widerspruches, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn jede Vorstellung, welche A wahr oder falsch macht, macht Neg. M falsch oder wahr, und umgekehrt.

17) Wenn aber ein ganzer Inbegriff von Sätzen A, B, C,... mit einem ganzen Inbegriffe von andern M, N, O,... in dem Verhältnisse der Gleichgültigkeit stehet: so läßt sich nicht so fort schließen, daß zwischen den Sätzen A, B, C,... von der einen, und Neg. M, Neg. N, Neg. O,... von der andern Seite ein Verhältniß des Widerspruches Statt finde. Denn aus der Gleichgültigkeit jener Sätze folgt nur, daß jeder Inbegriff der Vorstellungen, der die sämmtlichen A, B, C,... wahr macht, die sämmtlichen Neg. M, Neg. N, Neg. O,... falsch mache, und daß jeder Inbegriff von Vorstellungen, der die sämmtlichen M, N, O,... wahr macht, auch die sämmtlichen Neg. A, Neg. B, Neg. C,... falsch mache. Daß aber auch ein jeder Inbegriff von Vorstellungen, der die sämmtlichen A, B, C,... falsch macht, die sämmtlichen Neg. M, Neg. N, Neg. O,... wahr mache, und umgekehrt, wie es das Verhältniß eines Widerspruches fordert, ergibt sich noch nicht. So sind die beiden Sätze: $x+y=a$, $x-y=b$, hinsichtlich auf die Vorstellungen a, b, x, y unläugbar gleichgeltend mit den beiden Sätzen: $x=\frac{a+b}{2}$, $y=\frac{a-b}{2}$. Gleichwohl kann man nicht sagen, daß jene zwei ersteren Sätze mit den Verneinungen der beiden letzteren, oder mit den Sätzen: $x \overset{n}{=} \frac{a+b}{2}$, $y \overset{n}{=} \frac{a-b}{2}$ im Widerspruche ständen. Denn aus der Wahrheit der letztern folgt keineswegs, daß die beiden erstern falsch seyn müßten.

18) Wenn aus dem einzelnen Satze A ableitbar ist der einzelne Satz M hinsichtlich auf gewisse Vorstellungen, und aus dem einzelnen Satze Neg. A hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen ableitbar ist der Satz Neg. M: so sind die Sätze A und Neg. M, Neg. A und M im Widerspruche hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn jeder Inbegriff von Vorstellungen, der den Satz A wahr oder

falsch macht, macht den Satz Neg. M falsch oder wahr, und jeder Inbegriff von Vorstellungen, der den Satz Neg. M wahr oder falsch macht, macht den Satz A falsch oder wahr.

19) Nicht eben so ist es bei mehren Sätzen; d. h. wenn aus den mehren Sätzen A, B, C,... ableitbar ist der eine M, oder die mehren Sätze M, N,...; und aus den mehren Sätzen Neg. A, Neg B, Neg. C,... ableitbar ist Neg. M oder Neg. M, Neg. N,...: so folgt doch keineswegs, daß zwischen den Sätzen A, B, C,... und Neg. M, oder Neg. M, Neg. N,... ein Verhältniß des Widerspruches bestehen müsse. Denn aus der Wahr- oder Falschheit der Sätze A, B, C,... folgt zwar die Falsch- oder Wahrheit der Sätze Neg. M oder Neg. M, Neg. N,...; allein aus der Wahr- oder Falschheit des Satzes Neg. M oder der mehren Neg. M, Neg. N,... folgt nur, daß nicht die sämmtlichen A, B, C,... wahr oder falsch seyn können, nicht aber daß alle falsch oder wahr seyn müßten.

20) Von je zwei einzelnen Sätzen, die einander widersprechen, gilt das Besondere, daß immer der eine aus ihnen wahr, der andere falsch seyn muß. Denn Eins von Beidem, wahr oder falsch, muß der eine A gewiß seyn; ist aber A wahr, so muß der andere M falsch seyn. Auch wenn ein ganzer Inbegriff von Sätzen A, B, C,... mit einem einzelnen M im Widerspruche stehet: so findet nur Eines von Beidem Statt: entweder alle A, B, C,... sind wahr, wenn nämlich M falsch ist; oder alle A, B, C,... sind falsch, wenn nämlich M wahr ist. Wenn aber mehre Sätze A, B, C,... mit mehren M, N, O,... im Widerspruche stehen: so dürfen wir keineswegs voraussetzen, daß der eine Inbegriff aus lauter wahren, der andere aus lauter falschen Sätzen bestehe; sondern es kann auch der dritte Fall Statt finden, daß beide Inbegriffe theils wahre, theils falsche Sätze enthalten.

21) Sätze, welche mit widerstreitenden gleichgelten, sind auch selbst widerstreitend. Erweiset sich, wie §. 156. n°. 4.

22) Wenn ein Paar einzelne Sätze A und M, oder auch ein Paar ganzer Inbegriffe A, B, C,... und M, N, O,... einander bloß widerstreiten: so können alle falsch seyn.

23) Aus jedem einzelnen Satze A, ingleichen aus jedem Inbegriffe von Sätzen A, B, C,..., der einen einzelnen

Satz M ausschließt, lassen sich Sätze ableiten, die diesem letzteren widersprechen, vorausgesetzt, daß er nur nicht seiner ganzen Art nach falsch ist; Alles verstanden in Hinsicht auf dieselben Vorstellungen. Denn wenn der Satz M nicht seiner ganzen Art nach falsch ist: so gibt es Vorstellungen, die an der Stelle der veränderlichen i, j,... ihn wahr machen. Weil ferner der Satz A, oder die mehren Sätze A, B, C,... ihn ausschließen: so gibt es auch Vorstellungen, welche M falsch machen. Also ist M seiner ganzen Art nach weder wahr noch falsch; und sonach haben wir gleich an Neg. M einen Satz, der ihm gewiß widerspricht. (n⁰. 7.) Neg. M aber ist nach n⁰. 4. aus A oder aus A, B, C,... ableitbar.

24) Wenn gewisse Sätze M, N,..., die nur nicht ihrer ganzen Art nach wahr sind, ableitbar sind aus einem einzelnen A, so muß auch der Widerspruch von A ableitbar seyn aus dem Widerspruche der Sätze M, N,..., Alles hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen. Denn weil M, N,... ableitbar sind aus A: so müssen alle Vorstellungen, welche A wahr machen, auch M, N,... wahr machen. Alle Vorstellungen also, welche die M, N,... falsch, mithin den Widerspruch derselben wahr machen (und es gibt solche), müssen den Satz A falsch, also den Widerspruch desselben wahr machen. Also ist der letztere aus dem ersteren ableitbar.

25) Kein Satz, der nur nicht seiner ganzen Art nach falsch ist, ist mit zwei einzelnen einander widersprechenden Sätzen beiderseits unverträglich; sondern wenn er sich nicht mit dem einen verträgt, so ist der andere mit ihm verträglich, ja sogar ableitbar aus ihm; Alles in Hinsicht auf dieselben Vorstellungen. Verträgt sich nämlich ein Satz X nicht mit dem einen der beiden einander widersprechenden A und M, z. B. mit A: so muß jede Vorstellung, welche X wahr macht (und solche gibt es), A falsch, mithin M wahr machen. Also ist M nicht nur verträglich mit X, sondern selbst ableitbar aus X.

26) Wohl aber gibt es nicht bloß einzelne Sätze, sondern selbst ganze Inbegriffe von Sätzen, welche mit zwei einander ausschließenden einzelnen Sätzen sowohl, als auch mit ganzen Inbegriffen von Sätzen, sie mögen einander bloß widerstreiten

oder selbst widersprechen, zugleich **verträglich**, ja wohl gar ableitbar aus ihnen sind; Alles mit Hinsicht auf dieselben veränderlichen Theile. So sind in dem Beispiele der n⁰ 4. die Sätze $a = m$, $b = m$ mit jedem der beiden dort angegebenen Inbegriffe von Sätzen, welche in dem Verhältnisse des Widerspruches miteinander stehen, nicht nur verträglich, sondern selbst ableitbar aus ihnen. Eben so ist, um noch ein anderes Beispiel zu geben, der Satz: „Cajus verdienet Tadel," herleitbar aus dem Satze: „Cajus ist geizig," wenn wir die bloße Vorstellung Cajus als die veränderliche ansehen; und darum doch verträglich sowohl mit dem Satze, der jenem widerspricht: „Es ist falsch, daß Cajus geizig sey," als auch mit dem Satze, der ihm nur widerstreitet: „Cajus ist ein Verschwender," aus welchem letzteren er sogar ableitbar ist.

27) Wenn die Sätze A, B, C,... und M, N, O,... einander widersprechen; und die A, B, C,... sind mit gewissen Sätzen X, Y, Z,... verträglich: so sind die M, N, O,... gewiß nicht ableitbar aus diesen; und wenn die M, N, O,... nicht ableitbar sind aus diesen Sätzen, so ist wenigstens einer der A, B, C,... verträglich mit ihnen, Alles hinsichtlich auf dieselben veränderlichen Theile. Denn wären die Sätze M, N, O,... **ableitbar** aus X, Y, Z,...: so müßte jeder Inbegriff von Vorstellungen, der die sämmtlichen X, Y, Z,... wahr macht, auch die sämmtlichen M, N, O,... wahr, also des Widerspruches wegen die sämmtlichen A, B, C,... falsch machen. Folglich wären X, Y, Z,... und A, B, C,... unverträglich. Sind also A, B, C,... verträglich mit X, Y, Z,...: so können M, N, O,... nicht aus ihnen ableitbar seyn. Wenn umgekehrt M, N, O,... **nicht ableitbar** sind aus X, Y, Z,...: so gibt es Vorstellungen, welche die sämmtlichen X, Y, Z,... wahr machen, ohne die sämmtlichen M, N, O,... wahr zu machen. Bei solchen Vorstellungen aber werden auch nicht die sämmtlichen A, B, C,... falsch. Also gibt es Vorstellungen, welche die X, Y, Z,... und auch einen oder einige der A, B, C,... wahr machen. Also ist wenigstens einer der Sätze A, B, C,... mit den X, Y, Z,... verträglich.

28) Jeder Satz von der Form: X hat y (I), stehet hinsichtlich auf die Vorstellungen X und y in Widerspruch

mit folgendem Satze: „Der Inbegriff der beiden Sätze: Die Vorstellung X habe keine Gegenständlichkeit, und die Vorstellung eines X, welches nicht y hat, habe Gegenständlichkeit, — ist kein Inbegriff von lauter falschen Sätzen." (II) — Denn ohne Zweifel lassen sich an die Stelle der X und y Vorstellungen setzen, die den Satz I bald wahr, bald falsch machen. So oft er aber wahr ist, hat die Vorstellung X Gegenständlichkeit, und die Vorstellung eines X, welches y nicht hat, keine Gegenständlichkeit, also sind beide in II erwähnte Sätze falsch, also der Satz, der dieses läugnet, selbst falsch. So oft dagegen I falsch ist, muß Eins von Beidem seyn, entweder die Vorstellung X muß keinen Gegenstand haben, oder es muß einige X geben, welche die Beschaffenheit y nicht haben, d. h. die Vorstellung eines X, welches y nicht hat, muß Gegenständlichkeit haben. Es ist also wahr, daß die in II genannten Sätze nicht beide falsch sind, d. h. der Satz II selbst ist wahr. Hieraus folgt nun nach 18. schon, daß die Sätze I und II in dem Verhältnisse des Widerspruches stehen.

29) Die Sätze: X hat y, und X hat die Beschaffenheit Nicht y, sind ein Paar Sätze, die sich in Hinsicht auf die veränderlichen Vorstellungen X und y nicht widersprechen, sondern bloß widerstreiten. Zwei Vorstellungen nämlich, die an die Stelle der X und y gesetzt werden, machen zwar nie beide Sätze wahr, wohl aber machen sie zuweilen beide falsch. Dieß Letztere geschieht, so oft wir an die Stelle von X eine Vorstellung setzen, welche der Gegenstände mehre umfaßt, und an die Stelle der y eine Beschaffenheitsvorstellung, die weder allen X zukommt, noch allen X mangelt.

Anmerk. Das Verhältniß des Widerspruches, wenn es nicht zwischen ganzen Inbegriffen von Sätzen, sondern nur zwischen einzelnen Sätzen angenommen wird, bietet sich so häufig dar, und sein Unterschied von jenem des bloßen Widerstreites ist so leicht zu bemerken, daß wir sie eben darum beide in jedem Lehrbuche der Logik angeführt finden. Doch ist die Art, wie Aristoteles von diesem Unterschiede (de Interpr. cap. 5. a. a. O.) spricht, beinahe so beschaffen, als ob er das Verhältniß des Widerstreites nur bei Sätzen von der Form: „Alle A sind B," und: „Kein A ist B," hätte anerkennen wollen. Auch die Scholastiker und selbst Mehre der neueren Logiker, z. B. Kant (L. §. 49.), Jakob (§. 219.), Schaumann (§. 382.) u. A., setzen den Unterschied zwischen contradictorischen und conträren Urtheilen bloß darein, daß bei den ersteren das eine allgemein bejahet, was das andere bloß particulär verneinet, bei den letzteren aber das eine allgemein bejahet, was das andere noch eben so allgemein verneinet. Daß nun eine solche Erklärung nicht auf conträre Sätze von der Art, wie: Dieß ist roth, dieß ist blau u. dgl., anwendbar sey, ist sichtbar; und wurde schon von Andern, z. B. Crusius (W. z. G. §. 250.), gerügt. Ich würde aber noch beifügen, daß jene Erklärung auch in Betreff der contradictorischen Sätze zu enge sey; in sofern wenigstens, als wir ja doch mit eben dem Rechte, mit dem wir die zwei Sätze: „Einige A sind nicht B," und: „Alle A sind B," einander contradictorisch entgegensetzen, auch jede zwei andere Sätze, die mit ihnen gleichgeltend sind, als contradictorisch ansehen können. Genau genommen ist aber der Satz: Einige A sind nicht B, nicht einmal ein echtes contradictorisches Gegentheil des Satzes: Alle A sind B; wenn anders zu diesem Gegensatze gehört, daß aus der Wahr- oder Falschheit des einen Satzes auf die Falsch- oder Wahrheit des andern geschlossen werden könne. Denn aus der Verneinung des Satzes: „Alle A sind B," folgt nicht ganz ausnahmslos der Satz: „Einige A sind nicht B;" wie dieses später gezeigt werden soll. — Der richtige, oder doch ein dem richtigen ganz nahe kommender Begriff des Widerspruches schwebte denjenigen vor, welche, wie Feder (§. 38.), Fries (Syst. d. L. S. 150.), Calker (L. S. 367.) u. A., die contradictorischen Sätze als solche erklären, die nicht beide zugleich wahr oder falsch werden können; bei denen also aus der Wahrheit des einen die Falschheit des andern, und umgekehrt folgt. Hier fehlet nur die schon mehrmal von mir vermißte Erläuterung darüber, wie man es meine, daß ein und derselbe Satz bald wahr, bald falsch werden könne. Dieß glaube ich nämlich, geschehe nur, wiefern man gewisse Vorstellungen in dem gegebenen Satze als veränderlich ansieht, und aufmerkt, wie die verschiedenen Sätze, die durch den Austausch dieser Vorstellungen mit beliebigen andern entstehen, in Hinsicht auf Wahrheit sich verhalten. Maaß, aus dessen schätzbarem Grundrisse ich auch in diesem gegenwärtigen, wie schon in einigen der vorhergehenden Paragraphen gar Manches benützt habe, gibt (§. 230.) die Erklärung: Wenn β dem α entgegengesetzt ist (d. h. nach meiner Redensart, wenn beide Sätze sich nicht miteinander

vertragen):

vertragen): „so ist α entweder die bloße Verneinung von β oder nicht. Im ersten Falle sind α und β contradictorisch, im zweiten conträr entgegengesetzt.“— An dieser Erklärung tadle ich nur, daß sie die Sätze, die der Verneinung eines gegebenen gleichgelten, von der Benennung ihm widersprechender Sätze ohne Grund ausschließt. Nach ihr wäre also der Widerspruch nur ein einseitiges Verhältniß. Denn wenn α die Verneinung von β ist, so kann nicht auch β die Verneinung von α, sondern nur dieser gleichgeltend seyn. Dunkler ist die Erklärung Baumgartens (Acr. §. 268.): Propositiones accurate idem negantes et affirmantes sunt contradictoriae. In einer gewissen Bedeutung kann man von je zwei Sätzen, die in ihrem Subjecte auch noch so verschieden sind, der eine aber eine bejahende Prädicatvorstellung b, der andere die verneinende: „Beschaffenheit Nicht b,“ haben, behaupten, daß sie accurate idem affirmant atque negant. Und Sätze von dieser Art wären doch in der That nicht widersprechend. Soll aber idem affirmare et negare so viel heißen, daß der eine Satz (etwa derjenige, so der verneinende heißt) den anderen für falsch erkläre: so kommt dieß auf die so eben beurtheilte Erklärung Maaßs hinaus. Andere Logiker, z. B. Kiesewetter (W. A. d. L. S. 239.), erklären die widersprechenden Sätze als solche, deren der eine den andern aufhebt, völlig aufhebt. Meines Erachtens kann: „einen Satz aufheben,“ nur Eines von Beidem bedeuten: entweder seine Falschheit aussagen, oder doch etwas aussagen, woraus sich die Falschheit desselben (d. h. der Satz, daß jener falsch sey) ableiten läßt. Keines von Beidem gibt hier einen richtigen Sinn. Das Erste nicht, weil es unmöglich ist, daß von zwei Sätzen jeder eine bloße Aussage von der Falschheit des andern sey. Denn dieses kann höchstens nur bei dem Einen der Fall seyn; und wenn wir auf die gewöhnlichen Beispiele achten, die uns die Logiker von einem Widerspruche geben: so sind es nie Sätze von der Form: Jedes A ist B, und der Satz, daß jedes A ein B sey, ist falsch; wie es seyn müßte, wenn der eine Satz eine bloße Verneinung des andern seyn sollte. Ihre Beispiele sind vielmehr meistens unter folgender Form enthalten: Jedes A ist ein B, und Einige A sind nicht B. Sie haben also die Redensart: einen Satz aufheben, nicht auf die erst angegebene Weise verstanden. Verstehen wir sie aber auf die zweite: so wird die Erklärung zu weit, indem auch von den bloß widerstreitenden Sätzen gilt, daß jeder etwas behauptet, woraus die Falschheit des andern ableitbar ist. In Krugs L. (§. 64.) liest man: „Da die Entgegengesetztheit der Begriffe entweder unmittelbar (per simplicem negationem) oder mittelbar (per positionem alterius) seyn kann: so können auch die Urtheile auf beiderlei Art entgegengesetzt, mithin entweder widersprechend, oder widerstreitend seyn.“ Darauf werden (Anm. 1.) als Beispiele des Widerspruches die Sätze: A ist B, und A ist nicht B, als Beispiele des bloßen Widerstreites aber: A ist B, A ist C (vorausgesetzt, daß B, C nicht miteinander bestehen können) angeführt. Wenn das Unmittel- und Mittelbare so zu verstehen ist, wie die lateinischen in Klammern beigesetzten Worte es andeuten: so fallen diese Erklärungen mit andern, die ich bereits angeführt habe, zusammen. Wie aber Hr. K., der selten die bessere Wahrheit, wenn sie bereits irgendwo ausgesprochen worden ist, verläßt, behaupten möge, daß: A ist nicht B, der Widerspruch von: A ist B sey; und wie er, um dieß weiter zu rechtfertigen, die Regel aufstellen konnte, daß allgemeine Urtheile von verschiedener Qualität eigentlich nur dann contradictorisch wären, wenn das Prädicat weiter oder von gleicher Sphäre ist als das Subject; conträr, wenn jenes enger ist, als dieses: das kann ich mir nur daraus erklären, daß er ganz richtig fühlte, wie der gewöhnliche Sprachgebrauch durch das der Copula beigesetzte Nicht in einem Satze von der Art, wie: A ist nicht B, in der That gar nicht das B dem A (nämlich jedem A) absprechen, sondern den ganzen Satz selbst verneinen wolle. A ist nicht B, ist dem: A ist B allerdings contradictorisch entgegen, wenn wir es nicht so auslegen, daß kein A, B sey, sondern nur so, daß der Satz: A ist B, falsch sey. — Der Vorschlag Flatts (in s. Bemerk. g. d. Kant. und Kiesewetterschen Gr. d. L. S. 85 ff.), eine Entgegensetzung, welche sich auf das Urtheil als solches, und eine andere, die sich bloß auf die Quantität desselben beziehet, zu unterscheiden, dürfte kaum vielen Beifall finden; zumal man es, sofern die von mir versuchten Zergliederungen verschiedener Urtheilsformen ihre Richtigkeit haben, ohnehin aufgeben muß, Urtheile wie: Alle A sind B, Einige, viele, wenige A sind B u. dgl., bloß durch die Quantität zu unterscheiden.

§. 160.*

Verhältnisse unter den Sätzen, hervorgehend aus der Betrachtung, wie viele wahre oder falsche es in einem Inbegriffe gebe.

In den von §. 154—159. betrachteten Verhältnissen unter den Sätzen war nicht davon die Rede, ob die gegebenen

Sätze wahr oder falsch seyen; sondern nur davon, was für ein Verhalten in Absicht auf Wahr- oder Falschheit sie beobachten, wenn man gewisse in ihnen als veränderlich zu betrachtende Vorstellungen mit beliebigen andern vertauscht. Allein es liegt am Tage, daß es für die Entdeckung neuer Wahrheiten von der höchsten Wichtigkeit sey, zu wissen, ob und wie viele wahre — oder auch falsche Sätze es in einem gewissen Inbegriffe gebe, und dieß zwar entweder nur in der einen Gestalt, in welcher diese Sätze so eben vorliegen, oder noch besser in den unendlich vielen Gestalten, welche sie annehmen können, wenn wir gewisse in ihnen als veränderlich zu betrachtende Theile wie immer abändern. Die merkwürdigsten Fälle, die hier Statt finden können, sind aber folgende.

1) Es können zuvörderst alle in dem gegebenen Inbegriffe vorkommende Sätze wahr — oder auch alle falsch — seyn; und dieß zwar entweder nur in der Gestalt, welche sie eben haben, oder in jeder, welche sie annehmen, wenn wir gewisse Vorstellungen in ihnen entweder ganz beliebig oder doch nur auf die Art abändern, daß die in diesen Sätzen vorkommende Unterlage allenthalben eine eigentliche Gegenstandsvorstellung bleibt. Sätze, welche in einem solchen Verhältnisse zu einander stehen, werden wir nur schlechtweg wahre oder falsche, in dem zweiten aber Sätze, die ihrer ganzen Art nach wahr oder falsch sind, nennen. (§. 147.)

2) Es kann sich ferner fügen, daß wir von einem gegebenen Inbegriffe von Sätzen nur wissen, es seyen nicht alle in ihm enthaltenen Sätze falsch — oder wahr, — ohne zu wissen, ob nur ein einziger oder mehre, ja vielleicht alle wahr — oder falsch — sind. So wissen wir z. B. von den vier Sätzen: „Diese Feldarbeit wird im Frühlinge, sie wird im Sommer, sie wird im Herbste, sie wird im Winter vorgenommen,“ daß sie gewiß nicht alle falsch, sondern entweder einer, zwei oder drei, oder vielleicht auch alle wahr sind, man mag was immer für eine Vorstellung an die Stelle des veränderlichen Dieß setzen, ist es nur eine solche, dabei die Sätze selbst Gegenständlichkeit behalten. Es ist von Wichtigkeit, dieses Verhältniß, wo es vorhanden ist, kennen zu lernen. Denn erfahren wir hiedurch auch nicht sogleich, welches die

wahren Sätze in einem gegebenen Inbegriffe sind, wenn man uns nur erst sagt, daß sich darunter gewisse wahre befinden: so wird doch dadurch, daß man uns eine so kleine Anzahl von Sätzen vorlegt, unter denen die Wahrheit herauszusuchen ist, ihre endliche Auffindung meistentheils sehr erleichtert. Da ich nun keine Benennung, die man für dieses Verhältniß bisher gebraucht hätte, kenne: so will ich mir erlauben, Sätze, von denen wir wissen, daß sie nicht durchgängig falsch sind, einander *ergänzende* oder auch *aushelfende* Sätze zu nennen. *Ergänzende*, weil sie zusammen das ganze Gebiet der Vermuthungen, die wir in Hinsicht auf die Beschaffenheit eines gewissen Gegenstandes haben (z. B. im obigen Falle über die Zeit, in welcher eine gewisse Feldarbeit vorgenommen werde), erschöpfen; *aushelfende*, weil wir uns ihrer als einer Art von Aushülfe bedienen, wenn wir den Fall, der eigentlich Statt hat, nicht kennen. Es kann aber dieses Verhältniß der Ergänzung zwischen gegebenen Sätzen M, N, O,... entweder nur in der bestimmten Gestalt, in der sie uns eben gegeben sind, oder es kann bestehen, was man auch immer für Vorstellungen an die Stelle gewisser, in ihnen als veränderlich angesehener i, j,... setze, entweder unbedingt, oder in sofern, als wir eine gewisse, für diesen Austausch der Vorstellungen festgesetzte Bedingung nicht verletzen. Man könnte das Erstere eine *materiale*, das Zweite eine *formale* Aushülfe oder Ergänzung nennen.

3) Ein neues Verhältniß tritt ein, wenn uns bekannt wird, daß es nur eben ein einziger wahrer — oder falscher — Satz ist, der sich in dem gegebenen Inbegriffe von Sätzen M, N, O,... vorfindet; wie in dem Beispiele: „Das Evangelium Matthäi ist entweder griechisch, oder es ist ursprünglich hebräisch geschrieben.“ Mag dieses das Verhältniß einer *eingliedrigen Ergänzung* heißen. Gewöhnlich nennt man es eine *Disjunction*. Stehen die gegebenen Sätze in dem erwähnten Verhältnisse nur, sofern wir sie lassen, wie sie gegeben sind: so ist es eine *materiale* Disjunctive, wie in dem vorigen Beispiele. Behaupten sie dieses Verhältniß, was wir auch immer für Vorstellungen an die Stelle gewisser in ihnen als willkürlich angenommener setzen: so ist es eine *formale* Disjunction, wie in dem Beispiele: *Dieser* Kegel-

schnitt ist entweder eine Parabel, oder eine Ellipse, oder eine Hyperbel, wenn nur die Vorstellung Dieß als veränderlich angesehen wird. Wenn gewisse Sätze M, N, O,... hinsichtlich auf die veränderlichen Vorstellungen i, j,... in dem Verhältnisse einer formalen Disjunction zu einander stehen: so muß ein jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j,... den einen dieser Sätze z. B. M wahr macht, die übrigen alle in falsche verwandeln. Wir können also sagen, daß jeder der Sätze M, N, O,..., der nur nicht seiner ganzen Art nach falsch ist, mit allen übrigen in dem Verhältnisse der Ausschließung (§. 159.) stehe.

4) Da sich die Sätze, die ihrer ganzen Art nach wahr oder falsch sind, meistens viel leichter als andere auskennen lassen: so will ich annehmen, daß man aus dem Verzeichnisse der Sätze M, N, O,..., welches bei jedem Wechsel der Vorstellungen i, j,... nur einen einzigen wahren in sich schließen soll, alle diejenigen weggelassen habe, die ihrer ganzen Art nach wahr oder falsch sind. Durch diese Einrichtung ist der erwähnte Inbegriff auf eine so geringe Anzahl von Sätzen zurückgeführt, daß er die Eigenschaft, immer einen wahren unter sich zu haben, verlöre, sobald wir noch Einen Satz aus ihm weglassen wollten. Denn weil auch dieser Satz für gewisse Vorstellungen wahr, und weil für eben diese Vorstellungen nur er allein wahr wird: so würde, wenn wir ihn weglassen wollten, für eben diese Vorstellungen kein Satz in M, N, O,... wahr. Einen solchen Inbegriff könnten wir deßhalb einen Inbegriff einander ergänzender Sätze von der geringsten Anzahl, und die Sätze selbst genau ergänzende nennen. In einem solchen Inbegriffe stehet jeder Satz in dem Verhältnisse einer (einseitigen) Ausschließung mit allen übrigen. Denn jeder wird durch gewisse Vorstellungen wahr, aber nur durch solche, welche die übrigen alle falsch machen. Wenn umgekehrt jeder der wahren Sätze M, N, O,... in dem Verhältnisse einer (einseitigen) Ausschließung mit allen übrigen stehet, und wenn derselben so viele sind, daß bei einem jeden Inbegriffe von Vorstellungen, der an die Stelle gewisser in ihnen als veränderlich gedachter Theile i, j,... gesetzt werden mag, irgend ein wahrer zum Vorscheine kommt: so bilden diese Sätze zusammen einen Inbegriff einander

ergänzender Sätze von der geringsten Anzahl. Denn es gibt immer nur Einen wahren unter ihnen; und ließe man nur noch einen derselben weg, so gäbe es Vorstellungen, bei welchen gar keiner von ihnen wahr würde, nämlich diejenigen, bei denen der weggeworfene wahr wird.

5) Wieder ein eigener Fall ist vorhanden, wenn wir von den gegebenen Sätzen M, N, O, ... in Erfahrung bringen, daß sich darunter mehr als Ein wahrer — oder falscher — Satz befinde, ohne jedoch zu wissen, wie viele. So ist es z. B. bei folgenden Sätzen: „Dieser Name fängt mit einem Selbstlaut an, er fängt mit einem Mitlaut an, er endigt mit einem Selbstlaut, er endigt mit einem Mitlaut, er ist einsylbig," wo es der wahren Sätze wenigstens zwei, vielleicht aber auch drei gibt. Das Verhältniß solcher Sätze könnte das einer mehrtheiligen, auch überfüllten Ergänzung heißen. Bestehet es nur, sofern die gegebenen Sätze M, N, O, ... unverändert bleiben, so ist es ein materiales; bestehet es auch, wenn gewisse Vorstellungen i, j, ... in ihnen willkürlich abgeändert werden, ein formales Verhältniß.

6) Noch merkwürdiger ist das Verhältniß zwischen den Sätzen M, N, O, ..., wenn uns auch selbst die Anzahl, wie viele wahre — oder falsche — es unter ihnen gibt, bekannt ist; und wenn in dem Falle, wo man gewisse Vorstellungen i, j, ... in diesen Sätzen willkürlich abändern darf, diese Anzahl immer dieselbe verbleibt, was man auch statt der i, j, ... setze. Von dieser Art ist z. B. das Verhältniß, in welchem folgende 6 Sätze stehen: „In dem Dreiecke acb ist $ac = bc$; $a = b$; $ac > bc$; $b > a$; $ac < bc$; $b < a$;" worunter jedesmal 2 wahr werden, was man auch immer für Punkte durch die drei Buchstaben a, c, b vorstelle. Einen solchen Inbegriff von Sätzen dürften wir, wenn die Anzahl der wahren Sätze in ihm $= n$ ist, am Füglichsten einen Inbegriff von n wahren Sätzen nennen; und dieß zwar einen bloß materialen oder auch formalen, je nachdem das Verhältniß an eine bestimmte Gestalt dieser Sätze gebunden ist oder nicht. — Wenn in dem gegebenen Inbegriffe der Sätze M, N, O, ..., darunter es jedesmal n wahre gibt, kein einziger schon seiner ganzen Art nach falsch ist: so muß es

zu jedem einzelnen (n—1) mit ihm verträgliche geben, und diese vereinigt mit ihm müssen einen Inbegriff von n Sätzen bilden, der mit den übrigen in dem Verhältnisse der Ausschließung stehet. Denn wäre das Erste nicht, so müßte die Anzahl der wahren Sätze zuweilen kleiner als n; und wäre das Zweite nicht, zuweilen größer als n werden.

7) Unter denjenigen Inbegriffen, worin die Anzahl der Sätze, die zugleich wahr werden, veränderlich ist, sind die merkwürdigsten, bei denen es Vorstellungen gibt, die an der Stelle der als veränderlich angenommenen die vorhandenen Sätze alle zugleich wahr machen. Von dieser Art ist z. B. gleich das System der beiden Sätze: Einige X sind A, und einige X sind nicht A, wenn es die einzige Vorstellung X ist, die als veränderlich angesehen werden soll, A aber eine gegenständliche Vorstellung ist, die nicht den Umfang der allerweitesten hat. Unter diesen Umständen nämlich wird nicht nur für eine jede Vorstellung, die an der Stelle der X gesetzt wird (ist sie nur überhaupt eine Gegenstandsvorstellung) Einer von jenen Sätzen wahr, sondern für viele dieser Vorstellungen werden auch beide zugleich wahr. Solche Inbegriffe müssen also das Eigene haben, daß die gesammten Sätze, aus denen sie bestehen, hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen, in Betreff deren sie einander ergänzen, auch miteinander verträglich sind. Und so oft umgekehrt die Sätze eines gegebenen Inbegriffes alle untereinander verträglich sind: so hat er die eben erwähnte Beschaffenheit. Wir können ihn deßhalb einen Inbegriff einander ergänzender und sich vertragender Sätze nennen.

8) Wie wir bisher die Vorstellungen i, j,..., die als veränderlich betrachtet werden sollten, ganz willkürlich ließen, oder sie höchstens nur an die Bedingung knüpften, daß immer solche gewählt werden sollen, dabei die zum Vorschein kommenden Sätze Gegenständlichkeit haben: so können wir auch gar manche andere Bedingungen festsetzen. Besonders merkwürdig aber und in der Lehre von den Verhältnissen der Sätze so ganz an seinem Orte ist der Fall, wenn die Veränderlichkeit der Vorstellungen i, j,... durch gewisse andere Sätze beschränkt wird, namentlich dadurch, daß festgesetzt wird, nur lauter solche Vorstellungen zu wählen, durch welche

gewisse andere Sätze A, B, C,... wahr gemacht werden. Die Verhältnisse der Ergänzung oder Aushülfe, die nur erst unter dieser Bedingung unter den Sätzen M, N, O,... eintreten, können nach ihrer Beschaffenheit dieselben Namen, wie die von n°. 2—7. besprochenen führen, nur daß sie bedingte heißen mögen, während die vorigen zum Unterschied unbedingt heißen können. Wenn also jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j,... die sämmtlichen A, B, C,... wahr macht, auch in dem Inbegriffe der Sätze M, N, O,... eine oder mehre Wahrheiten erzeugt: so werde ich sagen, daß sich die Sätze M, N, O,... einander aushelfen unter der Bedingung der Sätze A, B, C,.... Ein solches Verhältniß bestehet zwischen dem Satze: Dieser Schlüssel ist von Metall, als der Bedingung zu folgenden als den einander ergänzenden: Dieser Schlüssel ist von Gold, Silber, Eisen u. s. w.; vorausgesetzt, daß man die Vorstellung Dieser als die einzige veränderliche in diesen Sätzen anzusehen habe. Denn dann muß jede Vorstellung, die an der Stelle Dieser den ersten Satz wahr macht, auch unter den folgenden einen oder etliche wahr machen. Wenn jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j,... die sämmtlichen A, B, C,... wahr macht, nur einen einzigen aus den Sätzen M, N, O,..., wahr macht: so sage ich, daß die M, N, O,... unter der Bedingung der A, B, C,... einander eingliederig ergänzen, oder (wie Andere sagen) disjungirt sind. In diesem Verhältnisse stehet der Satz: Diese Blume gehört in die 14te Classe, als Bedingung, mit den zwei folgenden Sätzen: sie gehört entweder zu den nackt- oder bedecktsamigen; wobei die Vorstellung Diese die einzige veränderliche ist. Wenn jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j,... die sämmtlichen A, B, C,... wahr macht, auch gewiß mehre der M, N, O,... wahr macht: so sage ich, daß die Sätze M, N, O,... unter der Bedingung der A, B, C,... einander mehrtheilig ergänzen. Und wenn die Anzahl der wahren Sätze unter den M, N, O,... immer dieselbe = n verbleibt: so sage ich, daß sich in diesem Inbegriffe unter der Bedingung der A, B, C,... n wahre Sätze befinden. Wenn es endlich Vorstellungen gibt, die an der Stelle der i, j,... neben den sämmtlichen

A, B, C,... auch noch die sämmtlichen M, N, O,... wahr machen: so sage ich, daß M, N, O, ... unter der Bedingung der A, B, C,... einen Inbegriff einander ergänzender und vertragender Sätze bilden. Einen solchen Inbegriff bilden z. B. die beiden Sätze: Einige X sind Y, und: Einige X sind keine Y, unter der Bedingung, daß sowohl Y als Nicht Y eine gegenständliche Vorstellung sey.

9) Da ich §. 104. auch Vorstellungen mit der Benennung einander ergänzender bezeichnete, so veranlasset dieses die Frage, wie jene sich zu den Sätzen, die ich so nenne, verhalten. Wenn die Vorstellungen A, B, C, D,... einander ergänzen; und dieß zwar hinsichtlich auf die weiteste aller Vorstellungen eines Etwas überhaupt: so haben sie das Eigene, daß die Gebiete derselben zusammengenommen das Gebiet der Vorstellung eines Etwas überhaupt erschöpfen, oder daß jeder Gegenstand, der nur gedacht werden mag, unter einer derselben stehet. Vorausgesetzt also, daß die Vorstellung X nur eine Gegenstandsvorstellung sey: so gibt es jederzeit wenigstens Einen der ihr unterstehenden Gegenstände, der auch Einer der Vorstellungen A, B, C, D,... untersteht. Unter den Sätzen: „Die Vorstellung [X] a hat Gegenständlichkeit, die Vorstellung [X] b hat Gegenständlichkeit, die Vorstellung [X] c hat Gegenständlichkeit" u. s. w., oder nach einem gewöhnlicheren Ausdrucke: Einige X sind A, einige X sind B, einige X sind C u. s. w., wird also jedesmal wenigstens Ein wahrer seyn; sie stehen folglich in dem Verhältnisse einer formalen Ergänzung zu einander. Hieraus ersieht man denn, wie ergänzende Vorstellungen zu ergänzenden Sätzen führen. Würden die Vorstellungen A, B, C, D,... nicht das Gebiet der Vorstellung von Etwas überhaupt, sondern nur das einer niederen M ergänzen: so müßten wir den so eben angeführten Sätzen noch die Bedingung: Jedes X ist M, vorsetzen; oder mit anderen Worten, die angegebenen Sätze würden zur Gattung der bedingt ergänzenden gehören. Nur ist nicht zu vergessen, daß der so eben gefundene Inbegriff einander ergänzender Sätze zu keiner von den zwei merkwürdigsten Arten gehöre, nämlich weder zu derjenigen, darin sich immer nur ein einziger, noch zu derjenigen, darin sich immer eine gleiche Anzahl von wahren Sätzen befindet. Denn setzen

wir auch, daß die gegebenen Vorstellungen A, B, C,... einander ausschließen (§. 103.): so werden doch, je nachdem man für X bald diese, bald jene Gegenstandsvorstellung nimmt, unter den Sätzen: Einige X sind A, Einige X sind B u. s. w., bald mehr, bald weniger wahre zum Vorschein kommen; ja wenn wir die Vorstellung X weit genug nehmen, und z. B. die Vorstellung Etwas an ihre Stelle setzen, so werden die eben erwähnten Sätze sämmtlich wahr. Der Inbegriff dieser Sätze ist also eigentlich von der Art n⁰. 7.

Anmerk. Die Verhältnisse, die ich in diesem Paragraph betrachtete, werden in den gewöhnlichen Lehrbüchern der Logik entweder gar nicht oder nur sehr gelegenheitlich bei der Lehre von den disjunctiven Urtheilen erwähnet. Nur die beiden Sätze, welche ich n⁰. 7. als ein besonderes Beispiel von einem Inbegriffe einander ergänzender und dabei verträglicher Sätze beigebracht habe, werden in jeder Logik unter dem Namen der subconträren Sätze aufgeführt. Die Erklärung, die man von diesem Verhältnisse gibt, beruhet entweder auf einer Beschreibung der Form, die man an diesen Sätzen als wesentlich ansah, oder auf ihrem Verhalten zur Wahrheit, worein auch ich ihr Wesen setze. So heißt es z. B. in des Hrn. Fries S. d. L. (S. 156.): „Die subconträre Entgegensetzung ist eine solche, wo aus der Falschheit des einen die Wahrheit des andern Urtheiles, aber nicht umgekehrt folgt, indem beide miteinander wahr seyn können.“ Diese Erklärung habe auch ich, wie man sieht, beibehalten, nur mit derjenigen Erweiterung, die mir nöthig schien, damit man sie auch auf einen Inbegriff von mehr als zwei Sätzen anwenden könne. Uebrigens hat man es gewöhnlich übersehen, daß die beiden Sätze: Einige A sind B, und: Einige A sind nicht B, nur dann in dem Verhältnisse der Subcontrarietät (oder Ergänzung) zu einander stehen, wenn die Vorstellung A einen Gegenstand hat. Denn wenn sie gegenstandslos, z. B. imaginär ist: so ist, was auch B seyn mag, keiner von beiden Sätzen wahr. So ist es weder wahr, daß einige runde Vierecke tugendhaft, noch daß sie nicht tugendhaft sind; denn es gibt überhaupt keine runden Vierecke. Auffallender noch ist der Fehler, den einige Logiker begehen, wenn sie auch diese zwei hypothetischen Urtheile: Wenn α ist, so ist β; und wenn α nicht ist, so ist β, für subconträr erklären. So thut es Kiesewetter, in dessen W. A. d. L. es S. 280 heißt: „Wenn es falsch ist, daß es, wenn es nicht regnet, naß werde: so ist es wahr, daß es, wenn es regnet, naß wird. Denn wenn der Grund des Naßwerdens nicht das Nichtregnen ist, so ist er das Regnen." Durchaus nicht; sondern dergleichen Urtheile können beide falsch seyn; z. B. wenn es regnet, so friert es; und wenn es nicht regnet, so friert es.

§. 161.*

Verhältniß der vergleichungsweisen Gültigkeit oder der Wahrscheinlichkeit eines Satzes in Hinsicht auf andere Sätze.

1) Schon §. 147. lernten wir den Begriff der Gültigkeit eines Satzes als den Begriff einer Beschaffenheit kennen, die jedem einzelnen Satze zukommen kann, sobald wir nur gewisse in ihm vorkommende Vorstellungen als veränderlich ansehen, und untersuchen, wie sich die neuen Sätze, die durch den Austausch jener Vorstellungen mit beliebigen andern aus ihm gebildet werden können, in Hinsicht auf Wahrheit verhalten. Achten wir auf die Verhältnisse, die zwischen mehren Sätzen obwalten können: so bietet sich alsbald ein äußerst merkwürdiges dar, welches mit jenem der Gültigkeit eine so große Aehnlichkeit hat, daß es ganz unwillkürlich daran erinnert. Betrachten wir nämlich in einem einzelnen Satze A oder auch in den mehren A, B, C, D,... gewisse Vorstellungen i, j,... als veränderlich, und sind im letzteren Falle die Sätze A, B, C, D,... hinsichtlich dieser Vorstellungen in dem Verhältnisse einer Verträglichkeit: so wird es öfters ungemein wichtig, das Verhältniß zu erfahren, in welchem die Menge der Fälle, darin die Sätze A, B, C, D,... alle wahr werden, zur Menge derjenigen Fälle stehet, in welchen neben ihnen auch noch ein anderer Satz M wahr wird. Denn wenn wir die Sätze A, B, C, D,... für wahr halten: so lehrt uns das eben genannte Verhältniß, in welchem die Menge der Fälle, worin A, B, C, D,... wahr werden, zur Menge derjenigen stehet, wo neben ihnen noch M wahr wird, ob wir auch M für wahr annehmen sollen oder nicht. Wenn nämlich die letztere Menge mehr als die Hälfte der ersteren beträgt: so können wir bloß wegen der Wahrheit der Sätze A, B, C, D,... auch den Satz M für wahr halten; und wenn dieß nicht ist, nicht. Ich erlaube mir also dieses Ver-

hältniß zwischen den angegebenen Mengen die vergleichungsweise Gültigkeit des Satzes M hinsichtlich auf die Sätze A, B, C, D,... oder die Wahrscheinlichkeit, welche dem Satze M aus den Voraussetzungen A, B, C, D,... erwächst, zu nennen. Den Namen der vergleichungsweisen Gültigkeit gebe ich diesem Verhältnisse wegen der Aehnlichkeit, die es mit der Beschaffenheit hat, die ich §. 147. die Gültigkeit eines Satzes nannte. Denn wie bei der Gültigkeit eines Satzes nach dem Verhältnisse gefragt wird, in welchem die Menge aller verschiedenen Sätze, die durch den Austausch gewisser Vorstellungen aus ihm gebildet werden können, zur Menge der darunter befindlichen wahren stehet: so fragen wir bei der vergleichungsweisen Gültigkeit des Satzes M hinsichtlich auf gewisse andere Sätze A, B, C, D,... nach dem Verhältnisse, in welchem die Menge der Fälle, bei welchen die A, B, C, D,... wahr werden, zur Menge der Fälle stehet, bei welchen nebst A, B, C, D,... auch noch M wahr wird. Wahrscheinlichkeit aber nenne ich dieses Verhältniß, weil es mir däucht, daß wir, nach einem je länger je allgemeiner werdenden Sprachgebrauche, unter der Wahrscheinlichkeit wirklich nichts Anderes, als ein solches Verhältniß zwischen gegebenen Sätzen verstehen, ohne vorauszusetzen, daß diese Sätze eben von einem denkenden Wesen vorgestellt und geglaubt werden müßten.

2) Die vergleichungsweise Gültigkeit oder Wahrscheinlichkeit eines Satzes hat als Verhältniß zweier Mengen eine gewisse Größe, und wird sich überhaupt, so oft sie bestimmbar ist, durch einen Bruch darstellen lassen, dessen Nenner und Zähler sich wie jene zwei Mengen verhalten.

3) Da die Menge der Fälle, in welchen nebst den Sätzen A, B, C, D,... auch M wahr wird, nie größer, wohl aber oft kleiner seyn kann, als die Menge der Fälle, in welchen die Sätze A, B, C, D,... selbst wahr werden: so kann der Grad einer Wahrscheinlichkeit nie größer seyn als 1; und er ersteiget diesen Werth eigentlich nur, wenn alle Vorstellungen, welche die sämmtlichen A, B, C, D,... wahr machen, auch M wahr machen, d. h. wenn M aus A, B, C, D,... ableitbar ist. In diesem besonderen Falle pflegen wir denn

zu sagen, daß der Satz M hinsichtlich auf die Sätze A, B, C, D,... gewiß sey. Wenn es im Gegentheile nicht einen einzigen Inbegriff von Vorstellungen gibt, der an der Stelle der i, j,... neben den A, B, C, D,... auch noch M wahr macht, d. h. wenn M in dem Verhältnisse der Unverträglichkeit mit A, B, C, D,... stehet: so ist der Grad der Wahrscheinlichkeit des M hinsichtlich auf die Sätze A, B, C, D,... $= 0$.

4) Wenn die Voraussetzungen A, B, C,... gleichgeltend sind mit den Voraussetzungen A′, B′, C′,...: so ist die Wahrscheinlichkeit eines Satzes M in Bezug auf A, B, C,... einerlei mit seiner Wahrscheinlichkeit in Bezug auf A′, B′, C′..., Alles verstanden mit Hinsicht auf dieselben veränderlichen Vorstellungen i, j,.... Und wenn der Satz M gleichgeltend ist mit M′, so ist die Wahrscheinlichkeit des M in Bezug auf gewisse Voraussetzungen A, B, C,... einerlei mit der Wahrscheinlichkeit des M′ in Bezug auf dieselben Voraussetzungen, immer mit Hinsicht auf dieselben Vorstellungen i, j,.... Denn eben dieselben Vorstellungen, welche A, B, C,... wahr machen, machen auch A′, B′, C′,... wahr; und eben die Vorstellungen, welche M wahr machen, machen auch M′ wahr.

5) Wenn die Wahrscheinlichkeit des Satzes M hinsichtlich auf die Sätze A, B, C, D,... und die Vorstellungen i, j,... $= \mu$ ist: so ist die Wahrscheinlichkeit seiner Verneinung des Satzes Neg. M, $= 1 - \mu$. Denn weil ein jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j,... die sämmtlichen A, B, C, D,... wahr macht, Eines von Beidem leistet, entweder M oder Neg. M wahr macht: so muß die Summe der Fälle, in welchen M und Neg. M wahr werden können, der Summe der Fälle, in welchen A, B, C, D,... wahr werden, gleich geschätzt werden.

6) Wenn der Grad der Wahrscheinlichkeit eines Satzes M nur eben so groß als der Grad der Wahrscheinlichkeit seiner Verneinung, d. h. $= \frac{1}{2}$ ist: so sagt man auch, daß er bloß *zweifelhaft* sey. Grade der Wahrscheinlichkeit, welche noch niedriger sind, pflegt man wohl auch *Unwahrscheinlichkeiten*, und dieß zwar um so größere zu nennen, je kleiner der nach nº 2. gebildete Bruch ist.

7) Da aber, so oft nur erst Eine Vorstellung da ist, welche die sämmtlichen A, B, C, D,... und M wahr macht, alsbald geschlossen werden kann, daß es auch eine unendliche Menge solcher Vorstellungen gebe, weil jede Wechselvorstellung dasselbe leistet: so sind die Mengen, von welchen n° 1. die Rede ist, wenn wirklich beide vorhanden sind, jederzeit beide unendlich; und mithin kann das Verhältniß, in welchem sie stehen, niemals unmittelbar, d. h. durch eine bloße Abzählung derselben gefunden werden, sondern man muß es durch Betrachtungen anderer Art zu bestimmen suchen. Um eine allgemeine Weise, wie dieß geschehen könne, zu begreifen, müssen wir erst bemerken, daß es auch, ohne noch den bestimmten Grad der Wahrscheinlichkeit zweier oder mehrer Sätze k, k′, k″, k‴,... zu wissen, möglich sey, wenigstens das zu erkennen, daß diese Sätze hinsichtlich auf die Voraussetzungen A, B, C, D,... alle von einer gleichen Wahrscheinlichkeit sind. Dieß nämlich wird der Fall seyn, wenn die genannten Sätze zu den gegebenen A, B, C, D,... alle in einem und eben demselben Verhältnisse stehen; dergestalt, daß sich kein anderer Unterschied zwischen ihnen befindet, als der aus gewissen, in ihnen als veränderlich angenommenen Vorstellungen hervorgeht, durch deren Umtausch sich der eine in den andern verwandelt. Wenn z. B. die Voraussetzung A, auf welche sich die zu bestimmende Wahrscheinlichkeit eines gegebenen Satzes M beziehet, in der Behauptung bestehet, daß Cajus aus einer Urne, in der sich mehre Kugeln, unter Andern auch eine mit n° 1. und eine andere mit n° 2. bezeichnete befinden, eine hervorgelangt habe: so sage ich, daß, wenn uns sonst keine andere Voraussetzung gegeben ist, die zwei folgenden Sätze: Cajus hat die mit n° 1., und Cajus hat die mit n° 2. bezeichnete Kugel hervorgezogen, beide einen ganz gleichen Grad der Wahrscheinlichkeit haben, wenn anders auch die Vorstellungen n° 1. und n° 2. zu jenen Vorstellungen, die wir bei dieser Untersuchung als die veränderlichen ansehen können, gehören. Denn wenn wir diese Sätze mit der gegebenen Voraussetzung A vergleichen: so sehen wir, daß sie beide genau dasselbe Verhältniß zu A haben, indem sie darin allein unterschieden sind, daß der eine die Vorstellung n° 1., und der andere statt dieser die Vorstellung n° 2.

enthält; ein Paar Vorstellungen, welche in dem gegebenen Satze A beide auf einerlei Weise (nämlich in keiner Rangordnung, sondern in einer Summe) erscheinen. Vorausgesetzt also, daß zu den Vorstellungen, die wir bei dieser Untersuchung als veränderlich ansehen dürfen, auch die Vorstellungen n° 1. und n° 2. gehören: so liegt am Tage, daß dieselben Vorstellungen, durch welche der eine dieser Sätze neben A wahr gemacht werden kann, auch den andern neben A wahr machen. Setzen wir nämlich, die Kugel, welche Cajus wirklich hervorzog, wäre die n° 3: so werden beide Sätze nur dann, dann aber auch jedesmal wahr, so oft wir, statt der in ihnen vorkommenden Veränderlichen n° 1. oder n° 2., die Vorstellung n° 3. oder eine ihr gleichgeltende setzen. Nothwendig müssen wir also den Grad der Wahrscheinlichkeit dieser zwei Sätze als gleich betrachten. Wenn uns nun aufgegeben ist, den Grad der Wahrscheinlichkeit eines Satzes M aus den Voraussetzungen A, B, C, D,... bei den veränderlichen i, j,... zu bestimmen: so laßt uns zuvörderst versuchen, ob wir nicht eine gewisse Anzahl von Sätzen k, k′, k″,... ausdenken können, welche bei den gegebenen Voraussetzungen A, B, C, D,... alle denselben Grad der Wahrscheinlichkeit haben, und überdieß so beschaffen sind, daß jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j,... die sämmtlichen A, B, C,... wahr macht, auch Einen und immer nur Einen der Sätze k, k′, k″,... wahr macht, dergestalt, daß also diese Sätze in dem Verhältnisse jener eingliederigen Ergänzung zu A, B, C, D,... stehen. (§. 160.) Wäre uns dieses gelungen: so dürften wir sagen, daß wir die ganze unendliche Menge der Fälle, in denen die Voraussetzungen A, B, C,... wahr werden, durch die Fälle, in denen die Sätze k, k′, k″,... wahr werden, in eben so viele einander gleiche Theile zerlegt haben; oder mit anderen Worten, daß die Menge der Fälle, in denen k, die Menge der Fälle, in denen k′ wahr wird u. s. w., lauter einander gleiche Mengen sind, deren Inbegriff die ganze Menge aller derjenigen Fälle, in denen A, B, C,... wahr werden, darstellt. Wenn es nun ferner sich träfe, daß der Satz M, dessen Wahrscheinlichkeit wir bestimmen sollen, zu den so eben gefundenen Sätzen k, k′, k″,... in einem solchen Verhältnisse stände, daß keiner von ihnen seine Wahrheit unentschieden ließe, daß wir vielmehr aus einem jeden von ihnen entweder M oder Neg. M ableiten könnten: so brauchten wir nur noch zu zählen, wie groß die Anzahl der Sätze k, k′, k″,... überhaupt sey, und wie viele derselben M wahr machen, um alsbald zu erfahren, wie sich die Menge der Fälle, in denen die Voraussetzungen A, B, C,... wahr werden, zur Menge der Fälle, in denen neben denselben auch noch M wahr wird, verhalte. Ist die Gesammtzahl der Sätze k, k′, k″,... = k; und ist die Anzahl derer, aus denen auch M ableitbar ist, = m: so ist klar, daß sich die ganze unendliche Menge der Fälle, in welchen die Voraussetzungen A, B, C,... wahr werden, in k gleiche Theile zerlegen lasse, und daß auf die unendliche Menge der Fälle, in welchen neben ihnen auch M wahr wird, m dieser Theile kommen. Der gesuchte Grad der Wahrscheinlichkeit des Satzes M wäre also $= \frac{m}{k}$. Sey, um ein Beispiel zu geben, die Voraussetzung, daß Cajus aus einer Urne, in der sich 90 schwarze und 10 weiße Kugeln befinden, Eine hervorgezogen habe; und wir sollen bestimmen, wie groß bei dieser Voraussetzung der Grad der Wahrscheinlichkeit sey, daß Cajus eine schwarze Kugel hervorgezogen habe; wenn nur die Vorstellungen Cajus, Kugel, schwarz und weiß als veränderlich angesehen werden sollen. Wenn wir zuvörderst die 100 in der Urne befindlichen Kugeln, nur um die eine von der andern für unser Denken leichter zu unterscheiden, mit den Numern 1, 2,... 100 bezeichnen, und hierauf folgende 100 Sätze bilden: Cajus hat die Kugel n°. 1. hervorgezogen; Cajus hat die Kugel n°. 2. hervorgezogen u. s. w.; bis zu dem Satze: Cajus hat die Kugel n°. 100. hervorgezogen: so leuchtet ein, daß diese 100 Sätze alle von einem gleichen Grade der Wahrscheinlichkeit sind, wenn wir die eben erst eingeführten Vorstellungen n°. 1., n°. 2. u. s. w. mit zu den willkürlichen zählen; wie immer erlaubt seyn muß, weil sie in den gegebenen Sätzen gar nicht erscheinen, also auch ihr Verhältniß untereinander nicht ändern können. Die gleiche Wahrscheinlichkeit dieser Sätze erhellet aus dem Umstande, weil ihr Verhältniß zu der gegebenen Voraussetzung durchgängig einerlei ist, so daß ein jeder wahr wird, wenn wir an die

Stelle

Stelle der Numer, die in ihm vorkommt, die Numer derjenigen Kugel setzen, die Cajus in der That hervorzog. Aus der Natur dieser Sätze leuchtet auch ferner ein, daß jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an die Stelle der ursprünglich als veränderlich angegebenen Vorstellungen: Cajus u. s. w. mit dem Erfolge gesetzt wird, daß er die angezeigte Voraussetzung wahr macht, auch Einen und immer nur Einen der hundert Sätze neben ihr wahr macht. Hieraus ergibt sich denn, daß jeder dieser Sätze $\frac{1}{100}$ Theil von der gesammten Menge der Fälle, in welchen die Voraussetzung wahr wird, enthalte. Bemerken wir endlich, daß laut dieser Voraussetzung nur 90 der in der Urne befindlichen Kugeln schwarz sind: so begreifen wir, daß der Satz, daß Cajus eine schwarze Kugel hervorgezogen habe, durch 90 der obigen Sätze wahr, durch die 10 übrigen aber falsch gemacht wird; indem nur 90 der angenommenen Numern Kugeln, die schwarz sind, betreffen können. Sonach wird die Wahrscheinlichkeit unsers Satzes $= \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$ seyn.

8) Wohl dürfte es auch Voraussetzungen A, B, C, ... von einer solchen Beschaffenheit geben, dabei sich die eben beschriebene Art, den Grad der Wahrscheinlichkeit des Satzes M zu bestimmen, nicht anwenden läßt, ja wo derselbe auch an sich unbestimmt ist. Wenn uns z. B. gesagt würde, daß die Anzahl der schwarzen und der weißen Kugeln ungleich sey, ohne doch anzugeben, welche die größere sey, und in welchem Verhältnisse beide stehen; so ließe sich aus einer solchen Angabe allein gewiß nicht bestimmen, wie groß der Grad der Wahrscheinlichkeit des Satzes sey, daß Cajus eine schwarze Kugel herausgezogen habe. Wir müssen sonach eine bestimmte und unbestimmte Wahrscheinlichkeit unterscheiden.

9) Wenn ein Satz M unter den Voraussetzungen A, B, C, ... und hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j, ... den Grad der Wahrscheinlichkeit μ hat; und der Satz R ist hinsichtlich auf die Vorstellungen aus M einseitig ableitbar; so kann der Grad der Wahrscheinlichkeit des Satzes R hinsichtlich auf dieselben Voraussetzungen A, B, C, ... nie kleiner seyn als μ. Denn jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j, ... M wahr macht, macht auch R wahr. Alle Vorstellungen also, die neben A, B, C, ... auch

M wahr machen, machen eben darum auch R wahr, und somit kann die Wahrscheinlichkeit von R nicht kleiner seyn als μ. Wohl aber größer; denn weil es überhaupt mehre Vorstellungen gibt, die R, als die M wahr machen; so wäre möglich, daß es unter diesen auch einige gibt, die A, B, C,... wahr machen; in welchem Falle dann die Wahrscheinlichkeit von R größer als die von M seyn müßte. So ist z. B., wenn die Voraussetzungen A, B, C,... aussagen, daß es in einer Urne 40 blau und gelb, 40 roth und grün gestreifte und 20 einfärbige Kugeln gebe, die Wahrscheinlichkeit des Satzes R, daß eine bunte Kugel hervorgezogen werde, bedeutend größer als die Wahrscheinlichkeit des Satzes M, daß eine blau und gelb gestreifte zum Vorschein kommen werde; wenn die Vorstellungen blau, gelb, roth, grün und einfärbig als unveränderlich gelten. Unter dieser Voraussetzung aber ist R aus M einseitig ableitbar.

10) Wenn ein Satz M unter den Voraussetzungen A, B, C,... und hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,... den Grad der Wahrscheinlichkeit μ hat; und eben dieser Satz ist hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen einseitig ableitbar aus einem andern L, so kann die Wahrscheinlichkeit des Satzes L hinsichtlich auf dieselben Voraussetzungen A, B, C,... nie größer seyn als μ. Denn weil M ableitbar ist aus L; so kann die Wahrscheinlichkeit von M nicht kleiner seyn als von L (n°. 9).

11) Wenn ein Satz M hinsichtlich auf die Voraussetzungen A, B, C,... und auf die Vorstellungen i, j,... den Grad der Wahrscheinlichkeit $= \mu$; ein zweiter Satz N hinsichtlich auf die Voraussetzungen D, E, F,..., die mit den A, B, C,... verträglich sind, und auf dieselben Vorstellungen i, j,... den Grad der Wahrscheinlichkeit $= \nu$ hat; u. s. w. wenn ferner die Voraussetzungen A, B, C,...; D, E, F,...; u. s. w. von einer solchen Beschaffenheit sind, daß jede Verbindung eines der Sätze von gleicher Wahrscheinlichkeit, welche die A, B, C,... darbieten, nämlich K, K',... mit einem der Sätze, welche die D, E, F,... darbieten, nämlich L, L',... u. s. w. zu Sätzen von folgender Art, wie: K und L ist wahr, K und L ist wahr, u. s. w. selbst wieder Sätze von einer gleichen Wahrscheinlichkeit untereinander erzeuget: so ist der Grad der Wahrscheinlichkeit,

mit dem wir in Bezug auf die gesammten Voraussetzungen A, B, C,... D, E, F,... und auf dieselben Vorstellungen i, j,... behaupten können, daß die Sätze M, N,... alle zugleich wahr sind, gleich dem Producte $\mu \chi \nu \chi$.... Es ist begreiflicher Weise genug, wenn wir die Wahrheit dieses Lehrsatzes nur bei zwei Sätzen M und N darthun. Nach der Annahme sollen folgende Sätze, die durch Verknüpfung jedes der Sätze K, K',... mit jedem der Sätze L, L',... gebildet werden können, nämlich:

K und L sind wahr . . . (x)
K und L' sind wahr . . . . (x')
K' und L sind wahr . . . (x'')
K' und L' sind wahr . . . (x'''), u. s. w.

alle von einerlei Grade der Wahrscheinlichkeit hinsichtlich auf die gesammten Voraussetzungen A, B, C, . . . D, E, F, . . . und die Vorstellungen i, j' . . . seyn. Wenn nur einer der Sätze K, K',... jedesmal wahr wird, so oft die Voraussetzungen A, B, C,...; und einer der Sätze L, L',... so oft die Voraussetzungen D, E, F,... wahr werden: so ist offenbar, daß so oft die sämmtlichen Voraussetzungen A, B, C,... und D, E, F,... wahr werden, (was bei der angenommenen Verträglichkeit derselben geschieht,) auch einer der Sätze x, x', x'', x''',... wahr werden müsse. Eben so offenbar ist, daß die Behauptung: M und N sind beide wahr, nur so oft wahr werde, als die Bestandtheile in den Sätzen x, x', x'', x,'''... von einer solchen Art sind, daß aus dem einen (der zu den Sätzen K, K', . . . gehört) die Wahrheit des Satzes M, und aus dem andern (der einer der L, L', . . . ist) die Wahrheit des Satzes N ableitbar ist. Allein wenn die Anzahl der sämmtlichen Sätze K, K', . . . = k, und die Anzahl derer, aus denen M ableitbar ist, = m; die Anzahl der sämmtlichen Sätze L, L',... = l, und die Anzahl derer, aus denen N ableitbar ist, = n ist: so findet sich bald, daß die sämmtlichen Sätze x, x', x'', x''',... = k. l, und die Anzahl derer von ihnen, aus denen M und N zugleich ableitbar sind, = m. n seyn müsse. Es läßt sich sonach die ganze unendliche Menge der Fälle, darin die Voraussetzungen A, B, C,... D, E, F,... alle zugleich wahr werden, in eine Anzahl k.l gleicher Theile zerlegen, und die unendliche Menge der Fälle, in denen noch überdieß die Sätze M und N wahr werden, begreift solcher Theile m. n in sich. Es ist demnach der Grad der Wahrscheinlichkeit der Behauptung, daß M und N beide zugleich wahr sind, hinsichtlich auf die Voraussetzungen A, B, C,... D, E, F,... und die Vorstellungen i, j,... = $\frac{mn}{kl} = \frac{m}{k} \cdot \frac{n}{l}$. Allein $\frac{m}{k}$ ist die Wahrscheinlichkeit des Satzes M hinsichtlich auf die Voraussetzungen A, B, C,..., also = μ; und $\frac{n}{l}$ ist die Wahrscheinlichkeit des Satzes N hinsichtlich auf die Voraussetzungen D, E, F,..., also = ν. Folglich ist die so eben berechnete Wahrscheinlichkeit der Behauptung, daß M und N beide wahr sind, — $\mu . \nu$. So wäre z. B. die Wahrscheinlichkeit, daß Jemand von 6 Kugeln, darunter 4 schwarze und 5 wohlriechende sind, eine ergreifen werde, die zugleich schwarz und wohlriechend ist, $= \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{9}$.

12) Wenn Alles bleibt wie in n° 11, und ein Satz R ist aus den Sätzen M, N,... hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen i, j,... einseitig ableitbar: so kann die Wahrscheinlichkeit von R in Bezug auf die Voraussetzungen A, B, C,... D, E, F,... nie kleiner seyn als das Product $\mu \times \nu \times \ldots$. Denn R wird nicht seltener wahr, als die Sätze M, N,... alle zugleich wahr werden.

13) Da das Product $\mu \times \nu \times \ldots$ kleiner als jeder einzelne seiner Factoren $\mu, \nu, \ldots$ ist, und immer kleiner wird, je größer die Anzahl derselben ist: so sieht man, daß jene Größe, die man als die Grenze der Wahrscheinlichkeit für einen Schlußsatz annehmen kann, immer geringer ausfalle, als die Wahrscheinlichkeit jeder von seinen einzelnen Prämissen, und überhaupt um so geringer werde, je mehre Prämissen von bloßer Wahrscheinlichkeit er hat. Prämissen, die gewiß sind, vermindern die Wahrscheinlichkeit des Schlußsatzes nicht. Denn ist M gewiß, so hat man $\mu = 1$.

14) Wenn Alles bleibt wie in n° 11, und ein Satz R stehet zu den Sätzen M, N,... hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen i, j,... in dem Verhältnisse einer Wahrscheinlichkeit, deren Grad = ρ ist: so ist die Wahrscheinlichkeit, die R in Bezug auf die Voraussetzungen A, B, C,... D, E, F,... und auf die Vorstellungen i, j,... hat, sicher nicht kleiner

als das Product $\rho \times \mu \times \nu \times \ldots$ Denn die Menge der Fälle, in denen die Sätze A, B C,... D, E, F,... alle zugleich wahr werden, verhält sich zur Menge der Fälle, in denen die Sätze M, N,... alle zugleich wahr werden, wie $1 : \mu \times \nu \times \ldots$, und die Menge der Fälle, in denen die Sätze M, N,... zugleich wahr werden, verhält sich zur Menge der Fälle, in denen neben ihnen noch R wahr wird, wie $1 : \rho$. Also kann die Menge der Fälle, in denen R wahr wird, zur Menge der Fälle, in denen A, B, C,... D, E, F,... wahr werden, sicher in keinem kleineren Verhältnisse stehen als $\rho \times \mu \times \nu \times \ldots : 1$.

15) Wenn Alles bleibt wie in n⁰. 11, und die Sätze M, N,... sind hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen i, j,... einseitig ableitbar aus einem Satze R: so ist die Wahrscheinlichkeit des R in Bezug auf die Voraussetzungen A, B, C,... D, E, F,... sicher nicht größer als das Product $\mu \times \nu \times \ldots$. Denn R wird nicht öfter wahr als die sämmtlichen M, N,....

16) Wenn Alles bleibt, wie in n⁰. 11: so ist die Wahrscheinlichkeit der Behauptung, daß unter den mehren Sätzen M, N,... irgend ein wahrer seyn werde (oder daß die Vorstellung eines wahren Satzes unter den M, N,... Gegenständlichkeit habe), in Bezug auf die Voraussetzungen A, B, C,... D, E, F,... und auf die Vorstellungen i, j,... $= 1 - (1-\mu) \times (1-\nu) \times \ldots$. Denn wenn die Wahrscheinlichkeit der Sätze M und N, $= \mu$ und ν: so ist nach n⁰. 5 die Wahrscheinlichkeit der Sätze Neg. M und Neg. N, $= (1-\mu)$, und $(1-\nu)$. Also die Wahrscheinlichkeit der Behauptung, daß Neg. M und Neg. N zugleich wahr werden, in Bezug auf die Voraussetzungen A, B, C,... D, E, F,..., nach n⁰. 11, $= (1-\mu) . (1-\nu)$. Mithin die Wahrscheinlichkeit, daß sie nicht alle zugleich wahr werden, d. h. daß sich auch unter den Sätzen M, N,... irgend ein wahrer befinden werde, $= 1 - (1-\mu) (1-\nu)$. Sonach ist z. B. die Wahrscheinlichkeit, daß Jemand, der in zwei Urnen greift, in deren einer unter 50 Kugeln 40, in deren anderen aber unter 60 Kugeln 45 schwarze sind, eine schwarze hervorholen werde, $= 1 - (1 - \frac{40}{50}) (1 - \frac{45}{60}) = \frac{19}{20}$.

17) Wenn Alles bleibt, wie in n⁰. 11, und überdieß noch die Bedingung hinzukommt, daß nur Eines von Beidem

Statt finden könne, entweder daß die Sätze M, N,... alle wahr, oder daß diese Sätze alle falsch sind: so ist der Grad der Wahrscheinlichkeit, den die Behauptung, daß sie alle wahr sind, hinsichtlich auf die gesammten Voraussetzungen A, B, C,... D, E, F,... und auf die Vorstellungen i, j,... hat, $= \frac{\mu \times \nu \times \ldots}{\mu \times \nu \times \ldots \times (1-\mu) \times (1-\nu) \times \ldots}$. Der Satz ist abermals erwiesen, wenn wir ihn nur für den Fall zweier Sätze M und N darthun. Wenn nun zu den Bedingungen der n° 11 noch diese hinzukommt, daß nur eines von beiden Statt haben könne, entweder daß M und N beide wahr oder beide falsch sind: so finden nicht alle zwischen den Sätzen von der Form K und L (in n° 11) aufgezählten Verbindungen von der Form: K und L sind wahr, sondern nur einige derselben, nämlich nur diejenigen Statt, bei welchen die Sätze M und N entweder beide wahr oder beide falsch werden. Ist nun $\mu = \frac{m}{k}$, und $\nu = \frac{n}{l}$: so ist die Anzahl der Verbindungen, bei welchen die Sätze M und N beide wahr sind, $= m.n$; die Anzahl der Verbindungen aber, bei denen sie beide falsch sind, $= (k-m)(l-n)$. Sonach ist die Anzahl der Fälle von einer gleichen Wahrscheinlichkeit, welche hier Platz greifen, $= mn + (k-m)(l-n)$, und die Anzahl der Fälle, in denen M und N beide wahr werden, $= mn$; also der Grad der Wahrscheinlichkeit, daß dieses Letztere geschehe, $= \frac{mn}{mn + (k-m)(l-n)} = \frac{\mu.\nu}{\mu.\nu + (1-\mu)(1-\nu)}$. Wenn wir z. B. wüßten, daß Jemand in zwei Urnen, deren eine 30 schwarze und 20 weiße, die andere 70 schwarze und 50 weiße Kugeln enthält, gegriffen, und aus jeder eine Kugel hervorgeholt habe, von denen uns nur gesagt wird, daß beide gleichfärbig (also entweder beide schwarz oder weiß) sind: so wäre die Wahrscheinlichkeit des Satzes, daß beide Kugeln schwarz sind, $= \frac{21}{31}$. Der Lehrsatz dieser Numer findet seine Anwendung, so oft wir die Wahrscheinlichkeit eines Satzes berechnen wollen, für den wir mehre von einander unabhängige Voraussetzungen haben, welche ihm jede für sich einen bestimmten Grad der Wahrscheinlichkeit ertheilen; z. B. wenn wir für das Geschehenseyn eines Ereignisses mehre von einander ganz unabhängige Zeugen haben. Gesetzt, der Grad der Wahrscheinlichkeit, den ein gewisses Ereigniß bloß durch die Aussage des Zeugen A erhält, wäre $= \frac{2}{3}$, und der Grad der Wahrscheinlichkeit, den es bloß durch die Aussage des Zeugen B hat, $= \frac{7}{11}$: so wird, weil wegen der Uebereinstimmung beider Zeugen nur Eines von Beidem Statt finden kann, entweder daß Beide die Wahrheit sprechen, oder daß Beide uns täuschen, der Grad der Wahrscheinlichkeit, den das Ereigniß aus der Vereinigung beider Zeugen erhält, $= \frac{21}{31}$. Auch in dem Falle, wenn ein oder etliche Sätze wider den zu beweisenden Satz sprechen (z. B. Zeugen, die das Geschehenseyn des Ereignisses läugnen), kann man den obigen Lehrsatz gebrauchen, wenn man sich vorstellt, daß statt der Voraussetzung, die der Verneinung unsers Satzes die Wahrscheinlichkeit π gäbe, eine Voraussetzung vorhanden sey, die seiner Bejahung die Wahrscheinlichkeit $1 - \pi$ ertheilt. So muß die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses, wenn ein Zeuge mit der Wahrscheinlichkeit $= \frac{4}{5}$ dafür, und ein anderer mit der Wahrscheinlichkeit $= \frac{3}{4}$ dagegen spricht, eben so gewiß seyn, als die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses, für das sich zwei Zeugen, der eine mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{4}{5}$, der andere mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$ erklären; also $= \frac{4}{7}$.

18) Wenn die Wahrscheinlichkeit eines der Sätze M, N, ... $= \frac{1}{2}$ ist: so wird durch diesen die Wahrscheinlichkeit der Behauptung, daß sie alle wahr sind, weder vergrößert, noch vermindert; denn $\frac{\frac{1}{2} \cdot \nu}{\frac{1}{2}\nu + (1-\frac{1}{2})\,(1-\nu)} = \nu$. Sätze, deren Wahrscheinlichkeit noch geringer ist, vermindern den Grad der Wahrscheinlichkeit, der ohne sie Statt finden würde.

19) Wenn die Wahrscheinlichkeit eines Satzes M in Bezug auf die Voraussetzungen A, B, C, D,... und auf die Vorstellungen i, j, ..., $= \mu$; die Wahrscheinlichkeit eines zweiten Satzes N in Bezug auf dieselben Voraussetzungen und auf dieselben Vorstellungen $= \nu$; u. s. w., wenn ferner diese Sätze hinsichtlich auf dieselben Vorstellungen in dem Verhältnisse der Unverträglichkeit untereinander stehen, und es wird gesagt, daß einer von ihnen wahr sey: so wird der Grad der Wahrscheinlichkeit, daß dieser wahre Satz M sey, $= \frac{\mu}{\mu + \nu + ..}$. Denn angenommen, daß es nur zwei dieser

Sätze M und N gebe, und daß $\mu = \frac{m}{k} = \frac{ml}{kl}$, und $\nu = \frac{n}{l} = \frac{kn}{kl}$: so läßt sich die sämmtliche Menge der Fälle, in denen die Voraussetzungen A, B, C, ... wahr werden, in kl gleiche Theile zerlegen, und kl solcher Theile geben die Menge der Fälle, in denen M, kn die Menge der Fälle, in denen N wahr wird. Da aber diese Sätze einander widerstreiten: so haben die eben genannten zwei Mengen keinen Theil gemeinschaftlich; und somit muß die sämmtliche Menge der Fälle, in denen einer derselben wahr wird, $= ml + kn$ solcher Theile enthalten. Die Wahrscheinlichkeit des Satzes M hinsichtlich auf die Voraussetzungen A, B, C, ... und die noch hinzukommende, daß nur entweder M oder N wahr sey, wird demnach durch $\frac{ml}{ml + kn} = \frac{\mu}{\mu + \nu}$ ausgedrückt werden können. Wenn wir z. B. wissen, daß sich in einer Urne 1000 Kugeln von verschiedenen Farben, aber nur 10 schwarze und eine weiße befinden: so ist die Wahrscheinlichkeit, daß Jemand, der eine einzige Kugel herausgezogen, eine schwarze ergriffen habe, $= \frac{10}{1000} = \frac{1}{100}$, und daß es die weiße gewesen sey, $= \frac{1}{1000}$. Wenn uns nun Jemand, ohne die Farbe der Kugel zu bestimmen, nur mittheilt, daß sie entweder schwarz, oder weiß gewesen: so ist die Wahrscheinlichkeit für das Erstere $= \frac{10}{11}$.

20) Da $\frac{\mu}{\mu + \nu + \ldots} = 1 - \frac{\nu + \ldots}{\mu + \nu + \ldots}$: so erhellet, daß auch ein Satz, der einen sehr niedrigen Grad der Wahrscheinlichkeit hat, einen sehr hohen erhalten könne, wenn Umstände eintreten, dabei wir nur zwischen ihm und andern, die noch viel unwahrscheinlicher sind, zu wählen haben. Denn es sey μ noch so klein, so kommt doch, wenn nur $\nu + \ldots$ noch viel kleiner ist, $1 - \frac{\nu + \ldots}{\mu + \nu + \ldots}$ der Einheit so nahe, als man will.

1. Anmerk. Daß ich die Wahrscheinlichkeit als ein Verhältniß betrachte, das auch schon zwischen Sätzen an sich, d. h. ganz abgesehen davon, ob sie von irgend Jemand vorgestellt und als wahr angenommen werden, Statt finden könne, wird hoffentlich nicht gemißbilliget werden. Denn warum müßten wir erst voraussetzen, daß Jemand da sey, der sich die beiden Sätze: erst-

lich den Satz, daß Cajus aus einer Urne, in der sich 90 schwarze und 10 weiße Kugeln befinden, Eine herausgezogen habe, und dann den Satz, daß die hervorgezogene Kugel schwarz sey, vorstellt und sie für wahr hält, um zu erkennen, daß ein ganz eigenthümliches Verhältniß zwischen diesen Sätzen obwalte, ein Verhältniß, das es gar sehr verdient, beachtet, und eben darum mit einem eigenen Namen bezeichnet zu werden? Das Wort Wahrscheinlichkeit erinnert durch seine Ableitung von dem Worte Scheinen freilich an ein Wesen, dem diese Sätze erscheinen. Allein, wenn wir aus diesem Grunde schon seinen Gebrauch für unsern Zweck verbieten wollten; wie viele andere allgemein üblich gewordene Kunstworte müßten wir da nicht meiden? — Auch daß ich den Begriff dieses Verhältnisses auf eine Art bestimmte, bei welcher auch dasjenige, was im gemeinen Leben für unwahrscheinlich erklärt wird, zu dem Wahrscheinlichen zu zählen ist; wird kaum getadelt werden, da es schon hundert Andere vor mir gethan. Wollte man inzwischen doch einen Begriff haben, der die Forderungen des gemeinen Sprachgebrauches erfüllte: so dürfte sich a) der Grad der Wahrscheinlichkeit nicht ändern, wenn sich die Anzahl der Fälle von einer gleichen Wahrscheinlichkeit vermehret oder vermindert, ohne daß das Verhältniß zwischen der Menge derer, die den gegebenen Satz wahr machen, sich ändert. Bezeichnen wir also die erstere Menge durch $m+n$, die letztere durch m: so müßte der Grad der Wahrscheinlichkeit eigentlich nur eine Function von der Größe $\frac{m}{m+n}$ oder $\frac{m}{n}$ seyn. Nach der Berechnungsart, welche ich oben, folgend dem Beispiele der größten Mathematiker, wählte, nimmt man das Erstere an, und setzet den Grad der Wahrscheinlichkeit des gegebenen Satzes $=\frac{m}{m+n}$. Maaß zog das Letztere vor. Allein der Sprachgebrauch fordert noch weiter, b) daß der Grad der Wahrscheinlichkeit eines Satzes $=0$ werde, wenn die Anzahl der günstigen Fälle m der Anzahl der ungünstigen n gleich wird, oder wenn $\frac{m}{n}=1$; er sollte ferner c) unendlich groß werden, wenn $\frac{m}{n}$ unendlich groß wird; er sollte d) negativ werden, und abermals in das Unendliche wachsen, wenn $\frac{n}{m}>1$ wird, und in's Unendliche wächst; es sollten endlich e) der Grad der Wahrscheinlichkeit eines Satzes und der Grad der

Wahrscheinlichkeit seiner Verneinung einander immer gleich und entgegengesetzt seyn. Die einfachste Function, die diesen sämmtlichen Bedingungen entspricht, wäre nun $\frac{m}{n} - \frac{n}{m}$. So also müßten wir den Grad der Wahrscheinlichkeit messen, wenn wir mit den im gemeinen Leben gebräuchlichen Redensarten ganz übereinstimmen wollten. Allein so gerne ich auch dem gewöhnlichen Sprachgebrauche, und dem sich durch ihn kund gebenden, gemeinen Menschenverstande gehorche: so gestehe ich doch, daß mich von einer solchen Rechnungsart nicht nur das Ansehen so großer Mathematiker, die sie nicht annehmen, sondern auch überdieß der Umstand abhalten würde, daß ich in dem vorhandenen Falle den gemeinen Menschenverstand wirklich in dem Verdachte eines Irrthums habe; indem ich mir vorstelle, daß der Entstehung der obigen Redensarten eine Vermischung zweier verschiedener Begriffe zu Grunde liegen dürfte. Setzte man nämlich den Grad der Wahrscheinlichkeit in dem Falle der Zweifelhaftigkeit, welchen die Rechnung der Mathematiker $= \frac{1}{2}$ gab, $= 0$: so geschah dieß, däucht mir, nur darum, weil man den Begriff der Wahrscheinlichkeit eines Satzes mit dem verwandten Begriffe der Zuversicht, womit wir diesen Satz für wahr halten können, (wenn wir erst seine Prämissen für wahr halten) verwechselt hatte. Denn wenn die Rechnung der Mathematiker den Grad der Wahrscheinlichkeit eines Satzes $= \frac{1}{2}$, und somit eben so groß, als den Grad der Wahrscheinlichkeit seiner Verneinung gibt; dann kann sich die Urtheilskraft weder für, noch wider den Satz entscheiden, d. h. der Grad ihrer Zuversicht ist $= 0$. Dieselbe Verwechslung scheinet zu Grunde zu liegen, wenn man die Wahrscheinlichkeit, welche der Mathematiker $< \frac{1}{2}$ bestimmt, als eine negative Größe ansieht. Eine solche negative Größe findet sich nämlich nur bei der Zuversicht, mit der ein solches Urtheil gefällt wird. Denn wenn die Wahrscheinlichkeit eines Satzes $< \frac{1}{2}$, also kleiner als die Wahrscheinlichkeit seines Gegentheils ist: so neiget sich die Urtheilskraft nicht zur Bejahung, sondern zur Verneinung des Satzes. Daß man endlich bei Beiden, dem Wahrscheinlichen sowohl als Unwahrscheinlichen, ein Wachsen in das Unendliche annahm, kam vielleicht nur von der Bemerkung, daß hier ein Wachsen, welches kein Ende nimmt, Statt finde, indem keine Wahrscheinlichkeit so groß ist, daß es nicht eine größere gäbe; wozu sich noch gesellt, daß bei denjenigen Graden, die man unendlich groß nannte, das Verhältniß der Menge der günstigen Fälle zur Menge der ungünstigen oder das umgekehrte unendlich gross werden muss. — Ob ich endlich Recht daran that, bei dem Verhältnisse der Wahrscheinlichkeit gewisse Vorstellungen, die als veränderlich angesehen werden sollen, anzunehmen, hängt davon ab, ob diess Verhältniss wirklich in der von mir beschriebenen Verwandtschaft mit den Verhältnissen der Verträglichkeit und der Ableitbarkeit stehe, und ob ich das Daseyn solcher Vorstellungen bei diesen letzteren mit Grunde angenommen habe. Einleuchtend däucht mir wenigstens so viel, dass wir die Vorstellungen: Cajus, Kugel, schwarz, u. s. w. in den zwei Sätzen: Cajus hat aus der Urne, darin sich 90 schwarze Kugeln mit 10 andern befanden, Eine hervorgezogen; und: Die von Cajus hervorgezogene Kugel ist schwarz, mit unzähligen andern vertauschen können, ohne dass das Verhältniss der Wahrscheinlichkeit, in welchem der letztere Satz zu dem ersteren stehet, sich im Geringsten ändert. Daraus ergibt sich ja aber, dass dieses Verhältniss nicht auf den sämmtlichen Theilen, aus welchen diese Sätze zusammengesetzt sind, sondern nur auf einigen derselben beruhe, und somit allen Sätzen, die diese Theile gemeinschaftlich haben, d. h. die von derselben Form sind, gemeinschaftlich zukomme.

2. Anmerk. Was die Erklärungen anlangt, die man von diesem Begriffe bisher gegeben hat; so hätte man bei den Worten des Aristoteles (Top. L. I. c. 1.): "Ἔνδοξα δὲ τὰ δοκοῦντα πᾶσιν, ἢ τοῖς πλείστοις, ἢ τοῖς σοφοῖς· καὶ τούτοις, ἢ τοῖς πᾶσιν, ἢ τοῖς πλείστοις, ἢ τοῖς μάλιστα γνωρίμοις καὶ ἐνδόξοις — wohl nie die Absicht einer Erklärung voraussetzen sollen. Nicht brauchbarer für diesen Zweck sind aber auch die Erklärungen, die man aus Cicero's Schriften (de Invent. l. I. c. 29. u. a. a. O.) entlehnet: Probabile est, quod fere fieri solet, aut quod in opinione positum est, aut quod habet in se ad haec quandam similitudinem, sive id falsum est, sive verum. Das Geschehenseyn beziehet sich nur auf Ereignisse; die Wahrscheinlichkeit aber kann, wie es mir däucht, auch Sätzen zukommen, die kein Ereigniss, weder ein vergangenes, noch künftiges, aussagen. Noch weniger darf man die Wahrscheinlichkeit als das, was Gegenstand eines Dafürhaltens seyn kann, erklären; denn nicht, weil etwas für wahr gehalten wird oder gehalten werden kann, hat es Wahrscheinlichkeit; sondern umgekehrt, weil es Wahrscheinlichkeit hat, kann es auch Wesen geben, die es für wahr halten (wenn sie erst die Voraussetzung, hinsichtlich deren es wahrscheinlich ist, glauben). Dass endlich das Wahrscheinliche eine gewisse

Aehnlichkeit mit dem Wahren hat, ist richtig; aber wer kann dieß für eine Erklärung dieses Begriffes ansehen? — Locke (Ess. B. IV. Ch. 15. §. 1.) erklärte die Wahrscheinlichkeit als jenen Schein von Verknüpfung zwischen Vorstellungen, der durch Beweise oder Gründe entsteht, die keine ganz unveränderliche Verknüpfung darthun. Allein Beweise, die keine ganz unveränderliche Verknüpfung darthun, d. h. dasjenige, was sie beweisen sollen, nicht in der That beweisen, bestehen in einem gewissen Inbegriffe von Sätzen, aus denen der zu beweisende nicht wirklich ableitbar ist. Nicht alle dergleichen Inbegriffe von Sätzen nun geben dem Satze, zu dessen Beweise man sie zusammenstellt, wirkliche Wahrscheinlichkeit, selbst in der weitesten Bedeutung des Wortes; sondern in solche Beweise nimmt man aus Irrthum oft auch Sätze auf, die mit dem zu beweisenden sogar im Widerspruche stehen. Ueberhaupt aber kann man das Wesen dieses Verhältnisses nicht durch die Wirkung, die das Betrachten desselben in unserem Gemüthe hervorbringt, nicht durch den Schein, den es erzeugt, erklären; weil diese Wirkung nichts an den Sätzen selbst Befindliches ist. Viel richtiger ist die Erklärung Wolfs (L. §. 573. 5. 8.) Requisita ad veritatem appello ea, per quae praedicatum subjecto tribuendum determinatur. Singula requisita ad veritatem sunt rationes particulares, cur praedicatum subjecto conveniat. Omnia simul sumta construunt rationem sufficientem. Si praedicatum subjecto tribuitur ob rationem insufficientem, propositio dicitur probabilis. Patet adeo in probabili propositione praedicatum subjecto tribui ob quaedam requisita ad veritatem. Verstehen wir unter den requisitis ad veritatem oder den rationibus particularibus nichts Anderes als Sätze, aus deren Verbindung mit andern der Satz, der in Beziehung auf sie wahrscheinlich heißen soll, ableitbar ist: so dürfte an dieser Erklärung nur noch das auszustellen seyn, daß man aus ihr noch nicht ersehe, wie eigentlich der Grad der Wahrscheinlichkeit gemessen werden müsse. Denn weil es bloß heißt, daß man dasjenige wahrscheinlich nennt, was einen unzulänglichen Grund für sich hat: so könnte Jemand wohl auch auf den Gedanken kommen, daß die Wahrscheinlichkeit wachse, so wie die Unzulänglichkeit des Grundes zunimmt, während es doch gerade umgekehrt ist. J. Bonnet's Paling. (T. II. P. 8) heißt es: Si j' envisage la Certitude comme un Tout, et si je divise par la Pensée ce tout en Parties ou Degrées, ces Parties ou Degrées seront des Parties ou Degrées de la Certitude. Je nomme Probabilités ces divisions idéales de la Certitude etc. Es ist freilich kein Zweifel, daß man durch Theilung der Gewißheit Theile der Gewißheit erhalten werde, wenn die Gewißheit überhaupt etwas Theilbares ist. Das ist sie aber nicht; sondern die eigentliche, die wahre Gewißheit läßt keine Grade, kein Mehr oder Weniger zu. Wenn man doch häufig von Theilen oder Graden der Gewißheit, von einer kleineren oder größeren Gewißheit spricht: so ist es eigentlich nur der zu erklärende Begriff der Wahrscheinlichkeit selbst, den man mit diesem Worte bezeichnet. Ganz übereinstimmend mit meiner obigen Erklärung ist es, wenn Lacroix, Laplace, und andere Mathematiker die Wahrscheinlichkeit als das Verhältniß erklären, in welchem die Anzahl der günstigen Fälle zur Anzahl aller möglichen stehet. Mir schien es nur nöthig, noch etwas umständlicher zu erklären, was man hier unter den Fällen, den möglichen und den ungünstigen, verstehe; und dieses um so mehr, da sich hier wirklich wesentliche Irrungen einschleichen können. Denn wenn wir bei mehren — und sehr angesehenen Mathematikern nachträglich bemerkt finden, daß man unter den möglichen Fällen Fälle von gleicher Möglichkeit verstehen müsse: so ist es, da nicht die Möglichkeit an sich, sondern nur die Wahrscheinlichkeit ein Mehr oder Weniger zuläßt, wohl sehr natürlich, daß wir „in den Fällen, die eine gleiche Möglichkeit haben," nur einen andern Ausdruck für den Begriff von Fällen, die eine gleiche Wahrscheinlichkeit haben, erkennen, und dann die ganze hier gegebene Erklärung der Wahrscheinlichkeit als eine Zirkelerklärung betrachten. Wenn wir dagegen bei andern oder auch wohl bei denselben Schriftstellern lesen, daß Fälle von einer gleichen Möglichkeit diejenigen seyn sollen, für deren Eintritt gleiche, aber nicht völlig hinreichende Gründe vorhanden sind (quod aeque facile evenire potest, wie Huyghen sagte): so muß uns dieß noch mehr beirren. Denn wenn ein Paar Ereignisse wirklich von einer solchen Art sind, daß durchaus gleiche Gründe für ihren Eintritt sprechen, wie z. B. die beiden Ereignisse, daß eine Wage, die auf beiden Seiten mit gleichen Gewichten beschwert ist, sich auf die eine oder die andere Seite hinneigen werde: so ist der Eintritt eines dieser Ereignisse nicht nur nicht wahrscheinlich, sondern wir sind vielmehr gewiß, daß keines von beiden eintreten werde und könne; wie denn der Mathematiker wirklich nur eben darum behauptet, daß jene Wage sich unter den gegebenen Umständen gar nicht bewegen werde, weil auf beiden Seiten ein völlig gleicher Grund zur Bewegung da ist. Wollen wir also einen Erfolg, z. B. daß Cajus aus den mehren Kugeln, die sich in dieser Urne befinden, gerade die Eine hervorziehen werde, vernünftiger Weise abwarten; so müssen wir voraussetzen, daß zwischen diesen Kugeln und Cajus Verhältnisse von der Art Statt finden, daß für das Herausziehen der Einen nicht völlig eben derselbe Grund wie für das Herausziehen einer anderen obwalte, weil sonst gewiß wäre, daß er gar keine hervorziehen werde. Was man aber mit jenem verfehlten Ausdrucke eigentlich sagen will, ist meines Erachtens nur dieses, daß in den gegebenen Voraussetzungen, auf welche sich die zu berechnende Wahrscheinlichkeit beziehet, hier z. B. in den Sätzen, daß sich in jener Urne mehre Kugeln befinden, u. s. w. kein Grund liege, der für das Herausziehen der einen mehr als der andern Kugel spreche; indem die verschiedenen Sätze: „Es „wird die Kugel n°. 1, es wird die Kugel n°. 2,... herausgezogen „werden," sämmtlich in einem und eben demselben Verhältnisse zu den gegebenen Voraussetzungen stehen. Dieß bleibt auch dann noch wahr, wenn wir zu diesen Voraussetzungen den Satz hinzufügen: „Die in der Urne befindlichen Kugeln stehen nicht alle „in einem gleichen Verhältnisse zu Cajus; es ist vielmehr eine „Ungleichheit von der Art verhanden, die ihn bestimmen wird, „eine aus allen zu wählen." Denn da in diesem Satze die Vorstellungen n°. 1, n°. 2,... gar nicht vorkommen: so ist offenbar, daß sich die obigen Sätze auch zu ihm alle auf eine gleiche Weise verhalten.

3. Anmerk. Die Sätze von n°. 5 ff. sind nur einige der ersten und leichtesten, die in den Schriften über die Wahrscheinlichkeitsrechnung vorkommen. Ich habe aber geglaubt, den Ausdruck derselben hie und da etwas umständlicher einrichten zu müssen, als man es meistens thut. So drückt man den Satz n°. 12, der auch in manchen Lehrbüchern der Logik, z. B. in Wolfs Log. (§. 586) vorkommt, gewöhnlich nur so aus: „Die Wahrscheinlichkeit des Schlußsatzes ist das Product aus den Wahrscheinlichkeiten seiner Prämissen." Mir däucht aber, dieses Product sey nur die Grenze jener Wahrscheinlichkeit, nämlich die Größe, unter welche sie nie herabsinken kann. Wenn sich z. B. in einem Kasten zwei Kugeln befänden, von denen uns nur gesagt wird, daß eine derselben schwarz, eine (wir hören nicht, ob dieselbe) wohlriechend sey: so ist die Wahrscheinlichkeit des Satzes, daß Cajus, der eine hervorzieht, die schwarze ziehen werde, $= \frac{1}{2}$; ferner die Wahrscheinlichkeit des Satzes, daß die schwarze Kugel der Urne zugleich die wohlriechende ist, abermals $= \frac{1}{2}$. Aus

diesen beiden Sätzen, als Vordersätzen eines Syllogismus aber, ergibt sich der Schlußsatz, daß die Kugel, die Cajus hervorziehen wird, wohlriechend sey. Wenn nun die Wahrscheinlichkeit des Schlußsatzes immer nur dem Producte aus den Wahrscheinlichkeiten seiner Vordersätze gleich wäre: so müßte die Wahrscheinlichkeit des gegenwärtigen Schlußsatzes $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ seyn, da sie doch offenbar größer, nämlich $= \frac{1}{2}$ ist. Aus n° 18 ergibt sich, daß ein Ereigniß, statt an Glaubwürdigkeit zu gewinnen, nur immer unwahrscheinlicher werde, je mehre Zeugen, deren Wahrscheinlichkeit $< \frac{1}{2}$ ist, sich für dasselbe vereinigen; eine Behauptung, die auf den ersten Blick sehr auffällt, und von Einigen bereits gemißbraucht worden ist, um den historischen Glauben zu schwächen. Alles Befremdende aber verschwindet, wenn man sich wohl erinnert, was es in der Sprache der Mathematiker heiße, die Glaubwürdigkeit eines Zeugen sey $< \frac{1}{2}$. Dieses zeigt nämlich an, daß es aus seiner Aussage, für sich allein betrachtet, wahrscheinlicher werde, das Ereigniß habe sich nicht zugetragen, als es habe sich zugetragen. Und dazu wird ungleich mehr erfordert, als daß man (wie es in manchen Schriften dargestellt wird) bloß wisse, dieser Zeuge pflege öfter die Unwahrheit als die Wahrheit zu sprechen. Ja, wenn die mehren Zeugen, die zu derselben Zeit ein und dasselbe Ereigniß erzählen, wirklich ganz unabhängig von einander sind; wenn sie, z. B. der Eine von der Erzählung des Andern nicht einmal etwas wissen: so kann die Annahme, daß sie nur zufällig auf den Gedanken gerathen wären, gerade dieß zu erzählen, ob es sich gleich nicht zugetragen hat, ungleich mehr Unwahrscheinlichkeit haben, als die Annahme, daß sie die Wahrheit reden, selbst wenn sie uns von andern Gelegenheiten her als noch so lügenhafte Menschen bekannt sind. Ein Mehres hierüber in der Folge.

§. 162.

Verhältniß der Abfolge.

1) Unter Wahrheiten herrscht, wie ich im nächsten Hauptstücke umständlicher zu zeigen hoffe, ein sehr merkwürdiges Verhältniß, vermöge dessen sich einige derselben zu andern als **Gründe** zu ihren **Folgen** verhalten. So sind die beiden Wahrheiten, daß die drei Winkel eines Dreieckes zusammen zwei rechte betragen, und daß ein jedes Viereck in zwei Dreiecke zerlegt werden kann, deren sämmtliche Winkel die Winkel des Viereckes bilden, der Grund von der Wahrheit, daß die

vier Winkel eines jeden Viereckes zusammen vier rechten gleichkommen. Eben so liegt in der Wahrheit, daß es im Sommer wärmer ist als im Winter, der Grund von jener anderen Wahrheit, daß das Thermometer im Sommer höher steht als im Winter, und diese letztere dagegen läßt sich als eine Folge der ersteren betrachten. Da sich nun die Benennung Abfolge für das Verhältniß einer Folge zu ihrem Grunde gleichsam von selbst darbietet: so erlaube ich mir zu sagen, daß Wahrheiten, die sich zu andern, wie die Folge zu ihrem Grunde verhalten, in dem Verhältnisse einer Abfolge zu denselben stehen. Die eben angeführten Beispiele aber zeigen, daß eine Wahrheit, die zu gewissen andern in dem Verhältnisse einer Folge zu ihren Gründen stehet, öfters auch noch aus diesen letzteren ableitbar ist, vorausgesetzt, daß wir nur eben gewisse Vorstellungen als die veränderlichen ansehen. Der Satz: das Thermometer stehet im Sommer höher als im Winter, ist offenbar ableitbar aus dem Satze: Die Wärme im Sommer ist größer, als jene im Winter; wenn wir die Vorstellungen: Sommer und Winter allein als die veränderlichen ansehen. Denn was wir auch immer für Vorstellungen an die Stelle dieser beiden einführen mögen: sind es nur solche, die den letzten Satz wahr machen, so machen sie auch den ersten wahr. Da aber Sätze, die man durch einen willkürlichen Austausch der Vorstellungen aus gegebenen wahren erhält, nicht immer wahr seyn müssen: so wird begreiflich, wie auch unter Sätzen, die falsch sind, ein Verhältniß der Ableitbarkeit bestehen könne, welches von einer solchen Beschaffenheit ist, daß die Wahrheiten, die man erzeugt, wenn man statt der veränderlichen Vorstellungen gewisse andere setzt, jedesmal in dem Verhältnisse der Abfolge zu einander stehen. So ist es mit den zwei Sätzen: „In dem Orte „X ist es wärmer als in dem Orte Y;" und: „in dem Orte „X stehet das Thermometer höher als in dem Orte Y;" wenn die Vorstellungen X und Y als die einzigen veränderlichen gelten. Denn daß diese Sätze beide falsch werden können, wenn wir statt X und Y was immer für beliebige Vorstellungen setzen, ist außer Zweifel. So oft wir aber zwei solche Vorstellungen wählen, dabei der erste Satz wahr wird; wird auch der zweite eine Wahrheit, und dieß zwar eine solche,

solche, die zu der ersten sich wie eine Folge zu ihrem Grunde verhält. Wohl zu bemerken ist jedoch, daß das so eben Gesagte nicht etwa überall, wo ein Verhältniß der Ableitbarkeit bestehet, Statt finde. So ist das Verhältniß zwischen den beiden nur eben betrachteten Sätzen ein wechselseitiges; denn wie sich aus dem Satze: In X ist es wärmer als in Y, ableiten läßt der Satz: In X stehet das Thermometer höher als in Y; so läßt sich auch umgekehrt aus dem Satze: In X stehet das Thermometer höher als in Y, recht füglich ableiten der Satz: In X ist es also wärmer als in Y. Gleichwohl wird Niemand sich einfallen lassen, den letzteren dieser Sätze, auch wenn sie beide wahr sind, als eine aus dem ersten fließende Folge, und diesen sonach als Grund von jenem zu betrachten. Niemand wird sagen, daß der wahre Grund, warum es im Sommer wärmer sey als im Winter, darin gelegen sey, weil das Thermometer im Sommer höher steige als im Winter; sondern ein Jeder sieht vielmehr das Steigen des Thermometers als eine Folge des höheren Wärmegrades, und nicht umgekehrt an. Nicht jedes Verhältniß der Ableitbarkeit ist also so beschaffen, daß es auch, wenn die Sätze desselben insgesammt wahr sind, ein zwischen ihnen bestehendes Verhältniß der Abfolge ausdrückt. Ohne Zweifel aber wird ein Verhältniß der Ableitbarkeit, dem diese Beschaffenheit zukömmt, merkwürdig genug seyn, um eine eigene Bezeichnung zu verdienen. Ich will es sonach ein Verhältniß der formalen Abfolge nennen, während dasjenige, das zwischen wahren Sätzen bestehet, zum deutlicheren Unterschiede das Verhältniß einer materialen Abfolge heißen mag. Ich sage also, daß die Sätze M, N, O,... zu den Sätzen A, B, C,... hinsichtlich auf die Vorstellungen i, j,... in dem Verhältnisse einer formalen Abfolge stehen oder aus ihnen formal abfolgen oder folgen, wenn jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j, die sämmtlichen A, B, C,... wahr macht, auch die sämmtlichen M, N, O,... in Wahrheiten und zwar solche verwandelt, die zu den Wahrheiten A, B, C,... sich wie eine echte Folge zu ihrem Grunde verhalten.

2) Das Verhältniß der Abfolge gibt auch Veranlassung zu einer eigenen Eintheilung des Verhältnisses der Wahr-

scheinlichkeit. Wenn nämlich die Sätze A, B, C,..., welche dem M die Wahrscheinlichkeit μ geben, als Theile eines Inbegriffes mehrer A, B, C, D, E,... betrachtet werden können, zu welchen M in dem Verhältnisse einer Abfolge stehet: so nennt man die Wahrscheinlichkeit des M aus A, B, C,... eine innere oder aus inneren Gründen; wenn im Gegentheil keiner der Sätze A, B, C,... zu dem erwähnten Inbegriffe gehöret, so heißt jene Wahrscheinlichkeit eine äußere oder aus äußeren Gründen. Der umzogene Himmel z. B. machet es innerlich, das Sinken des Barometers, oder das Vorhersagen eines Meteorologen machet es äußerlich wahrscheinlich, daß es bald regnen werde.

§. 163.

Fragen und Antworten.

1) Noch ein Verhältniß zwischen Sätzen, das eine kurze Erwähnung hier verdient, ist das zwischen Fragen und Antworten. Was eine Frage sey, wurde, weil es bloß aus der innern Beschaffenheit eines Satzes beurtheilt werden kann, ob er den Namen einer Frage verdiene, schon §. 144. erklärt. Ich sagte nämlich, daß eine Frage oder ein Fragesatz nichts Anderes sey, als ein Satz, in welchem die Angabe einer durch eine gewisse Beschaffenheit, welche sie haben soll, näher bestimmten Wahrheit verlangt wird. Wenn nun die Frage nicht ungereimt ist (§. 144. n°. 5.), d. h. wenn es eine Wahrheit, wie sie in ihr verlangt wird, in der That gibt: so nennt man diese die zu der Frage gehörige Antwort.

2) In einer weiteren Bedeutung nennen wir jeden Satz, den Jemand nur für die in einer vorliegenden Frage verlangte Wahrheit ausgibt, d. h. jeden Satz, der in einem Urtheile von der Form: „Die in der Frage A verlangte Wahrheit ist der Satz B," an der Stelle von B erscheinet, die auf die Frage A gegebene Antwort; und unterscheiden sonach die Antwort, die auf eine Frage gegeben wird, von der Antwort, die auf sie wirklich gehöret. Eine Antwort, die auf eine Frage nicht bloß gegeben wurde, sondern auch auf sie gehöret, wird eine richtige; im widrigen Falle eine

unrichtige Antwort genannt. Die richtige Antwort muß also immer ein wahrer Satz seyn, und ist überhaupt ein und dasselbe mit der gehörigen Antwort; die unrichtige aber kann bald ein wahrer (aber nicht eben hieher gehöriger), bald auch ein falscher Satz seyn. Der richtigen Antworten gibt es auf eine Frage, die bestimmt ist (§. 144. n°. 4.), nur eine einzige, oder höchstens mehre, die einander gleichgelten; der unrichtigen Antworten aber kann es auf eine jede; selbst eine ungereimte Frage, der gar keine richtige Antwort entspricht, unzählig viele geben.

3) Eine gegebene Antwort, welche ein allgemeinerer Satz ist, als die gehörige, nennen wir eine zu weite, die Antwort aber, die enger und niedriger ist, eine zu enge Antwort. So bildet auf die Frage: Sind alle Menschen sterblich? der Satz: Alle Geschöpfe der Erde sind sterblich, eine zu weite; der Satz aber: Alle kränklichen Menschen sind sterblich, eine zu enge Antwort. Eine Antwort, die nach dieser Erklärung zu enge ist, muß immer ein wahrer Satz seyn. Denn soll ein Satz niedriger heißen als ein gewisser (als die gehörige Antwort): so muß er immer wahr seyn, wenn dieser es ist; ein Satz aber, der höher ist als ein anderer, muß nicht immer wahr seyn, wenn dieser es ist.

4) Eine Antwort, die auf jene besondere Art von Fragen gehört oder doch ertheilt wird, die man auch Aufgaben im engeren Sinne nennt (§. 144. n°. 3.), pflegt eine Auflösung zu heißen; eine richtige oder unrichtige, je nachdem sie eine richtige oder unrichtige Antwort ist. Da Sätze, die aussagen, wie eine gewisse Verrichtung vorgenommen werden müsse, um einen bestimmten Zweck zu erreichen, Regeln genannt werden: so muß jede Auflösung, wenigstens jede richtige, Regeln enthalten.

5) Ob ein vorliegender Satz den Namen einer Antwort, einer richtigen oder unrichtigen verdiene u. s. w., kann nie aus ihm selbst, sondern nur durch Vergleichung mit der Frage, worauf dieser Satz eine Antwort seyn soll, beurtheilet werden. Daher sind die Begriffe: Frage und Antwort, ein Paar correlater Begriffe. (§. 108.)

Anmerk. Mehre Logiker, die eine Frage noch als kein vollständiges Urtheil betrachten, sehen auch die Antwort nicht als ein solches an, sondern erklären sie als die Angabe dessen, was zu gewissen in der Frage enthaltenen Vorstellungen noch fehlt, um ein vollständiges Urtheil aus ihnen zu bilden; und behaupten, daß nur erst beide in Verbindung solch ein vollständiges Urtheil geben. S. z. B. Maaß (§. 301.), Kiesewetter (§. 330.), Krug (§. 66.) u. A. Ich habe schon §. 144. Anm. 1. die Gründe angegeben, aus welchen ich glaube, daß man die Antwort jederzeit als einen ganzen, und die gehörige auch als einen wahren Satz anzusehen habe. Hieraus fließt aber von selbst, was ich hier n°. 2. behauptete, daß es auch Fragen gebe, auf die gar keine Antwort von der Art, welche ich oben eine gehörige oder richtige nannte, möglich ist. Zwar pflegt man auch einen Satz, durch den wir die Ungereimtheit einer uns vorgelegten Frage erklären, d. h. erklären, daß es gar keine Wahrheit gibt, welche die in derselben verlangte Beschaffenheit hätte, eine auf diese Frage gehörige Antwort zu nennen. So sagt man z. B., daß zu der Frage, was für eine Gestalt ein Geist habe? — die richtige Antwort gehöre: ein Geist hat gar keine Gestalt. Doch eine nähere Betrachtung zeigt, daß dieses uneigentlich gesprochen sey; denn die Wahrheit, daß ein Geist gar keine Gestalt hat, wäre wohl eine sehr passende Antwort auf die Frage, ob ein Geist überhaupt Gestalt hat? Auf die Frage aber, was für eine Gestalt er habe, paßt diese Antwort, strenge genommen, nicht; weil man in dieser Frage die Darstellung einer Wahrheit von anderer Form, nämlich von folgender verlangt: „Ein Geist hat diese und diese Gestalt." Eine solche Wahrheit ist aber nicht vorhanden. Nennen wir gleichwohl den oben angeführten Satz eine gehörige Antwort: so geschieht dieß in einer gewissen weiteren Bedeutung, in welcher wir unter einer gehörigen Antwort eine Wahrheit verstehen, die, wenn auch nicht eben die von dem Frager verlangte Beschaffenheit hat, doch für ihn dienlich ist; nämlich ihn zu belehren, daß er so gar nicht fragen sollte.