Elementarlehre von den Logarithmen auf einem neuen, verständlicheren und umfassenden Begriff dieser Hilfszahlen gegründet, bloß die Kenntniß der gewöhnlichsten Zifferrechnungen voraussetzten, ohne Algebra gemeinfastlich zergliedert

D. Verwendung der Logarithmen in bürgerlichen und Handelsgeschäftsrechnungen. §60 - §64

In: Wilhelm Matzka (author): Elementarlehre von den Logarithmen auf einem neuen, verständlicheren und umfassenden Begriff dieser Hilfszahlen gegründet, bloß die Kenntniß der gewöhnlichsten Zifferrechnungen voraussetzten, ohne Algebra gemeinfastlich zergliedert. (German). Prag: J. G. Calve, 1850. pp. 109--128.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/400413

D. Verwendung der Logarithmen in bürgerlichen und Handelsgeschäftsrechnungen.

§. 60.

I. In den Regelbetrien oder einfachen Proportionen.

In jeder Regelbetri oder einfachen Proportion ist eine Zahl aus 3 andern gegebenen so zu berechnen, daß zwei derselben mit einander zu multipliciren und ihr Product durch die dritte zu theilen ist. Denn jedes äußere/innere Glied einer Proportion gleicht dem Producte beider inneren/äußeren Glieder getheilt durch das andere äußere/innere Glied. Jedenfalls kommt hier, weil die Proportionsglieder mannigfaltig gebrochen sein können, das Product einiger Decimalzahlen durch das Product anderer solcher Zahlen zu dividiren. Mithin wird man die Unbekannte, mit Anwendung der Logarithmen, auf die in §. 56 beschriebene Weise berechnen.

Beispiele über die Regelbetri.

1. Wenn 298 ℔ 29 £ $3\frac{1}{2}$ Qtl. mit 543 fl. 36 kr. 2 Pf. bezahlt werden, wie hoch kommen 115 ℔ $17\frac{3}{4}$ £ zu stehen?

Vorbereitung. Man bringe die Gewichte auf einerlei Gewichtseinheit, hier auf Lothe, und die Gelder auf dieselbe Geldeinheit, Kreuzer.

298 ℔ 29 £ $3\frac{1}{2}$ Q. = 9565·875 Loth

1 ℔ = £ 32 $\qquad 3\frac{1}{2} : 4 = 3{\cdot}5 : 4 = 0{\cdot}875$ £.

625 $\qquad$ 1 £ = 4 Q. $\quad$ 30

894 $\qquad\qquad\qquad$ 20

£ 9565

543 fl. 36 kr. 2 Pf. = 32616·5 kr.

1 fl. = kr. 60 $\quad$ Pf. 2 : 4 = 0·5 kr.

kr. 32616

115 ℔ $17\frac{3}{4}$ £ = 3697·75 £

32 $\qquad \frac{3}{4} = 0{\cdot}75$

247

345

3697

Verhältnisse. *) 9565·875 Loth : 3697·75

32616·5 Kreuzer : x

*) Wegen dieser Ansätze der Verhältnisse vergl. G. Freih. v. Vega Vorles. über d. Mathem. 1. Bd. 6te Aufl. verb. v. Matzka. Wien 1838 §. 196.

d. h. 9565·875 £ kosten 32616·5 Kr., wie viel Kr. (x) zahlt man für 3697·75 £?

Regelbetri: $\underset{a}{9565{\cdot}875} : \underset{b}{3697{\cdot}75} = \underset{c}{32616{\cdot}5} : x$

Ausdruck der Unbekannten: $x = \frac{3697{\cdot}75 \times 32616{\cdot}5}{9565{\cdot}875} = \frac{b\,.\,c}{a}$

Rechnung: log. b = 3·5679376
log. c = 4·5134374
8·0813750
log. a = 3·9807247
log. x = 4·1006503
Resultat: x = 12608·12

Nebenrechnungen.

9317 (117
59
9376

7213 (45
32
2·3
7247

4307 (133
67
4374

6503
6462 (344
41
34
70
69

6(0|1260(8|210

0·12
4
0·48 = ½

Antwort: 12608·12 Kr. oder 210 fl. 8 kr. ½ Pf.

2. Wenn 200 Mark 12 Schilling Hamburger Banco mit 146 fl. 38 kr. C. M. bezahlt werden, wie hoch kommen 1821 Mark 11 Schilling 7 Pfennig zu stehen?

Vorbereitung: 1 Mark = 16 Schill., 1 Schill. = 12 Pf.
200 Mk. 12 Schil. = 200·75 Mk.
12 : 16 = 3 : 4 = 0·75.
1821 Mk. 11 Sch. 7 Pf. = 1821·72396 Mk.
7 : 12 = 0·583 Sch. 11·583 : 16 = 0·72396
100
40

112
38
63
153
9

146 fl. 38 kr. = 146·6333 fl.
38 : 60 = 0·63
20
2

Verhältnisse: 200·75 Mk. : 1821·7240
146·6333 fl. : x.

Regelbetri: $\underset{a}{200{\cdot}75} : \underset{b}{1821{\cdot}7240} = \underset{c}{146{\cdot}6333} : x$

Unbekannte: $x = \dfrac{1821{\cdot}724 \times 146{\cdot}6333}{200{\cdot}75} = \dfrac{b.c}{a}$

Rechnung:
$$\begin{array}{rl} \log. b = & 3{\cdot}2604826 \\ \log. c = & 2{\cdot}1662326 \\ -\log. a = & 7{\cdot}6973444 - 10 \\ \hline \log. x = & 3{\cdot}1240596 \end{array}$$

Resultat:
$$\begin{array}{rl} x = & 1330{\cdot}637 \\ & 6 \\ \hline & 38{\cdot}22 \\ & 4 \\ \hline & 0{\cdot}88 = 1 \end{array}$$

Nebenrechnungen.

$$\begin{array}{r} 4769\ (238 \\ 48 \\ 9{\cdot}5 \\ \hline 4826 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2228\ (297 \\ 89 \\ 9 \\ \hline 2326 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0596 \\ {}_*0475\ (327 \\ \hline 121 \\ 98 \\ \hline 23{\cdot}0 \\ 22{\cdot}9 \end{array}$$

Antwort: 1330·637 fl. oder 1330 fl. 38 kr. 1 Pf.

3. Jemand hat ein Grundstück von 5 Joch, 948 Quadratklafter und 18 Quadratfuß um 2798 fl. 36 kr. gekauft, und überläßt seinem Nachbar 1580 Qu. Klftr. davon um denselben Preis; wie viel hat der Nachbar dafür zu zahlen?

Vorbereitung:

1 Joch = 1600 Qu. Kl., 1 Qu. Kl. = 36 Qu. F.

5 J. 948 Q. Kl., 18 Q. F. = 8948·5 Qu. Kl.

$$\begin{array}{l} 1600 \\ \hline 8948 \end{array} \qquad 18 : 36 = 0{\cdot}5$$

2798 fl. 36 kr. = 2798·6 fl.

Verhältnisse: x fl. : 2798·6
1580 Qu. Kl. : 8948·5

Regelbetri: $x : \underset{a}{2798{\cdot}6} = \underset{b}{1580} : \underset{c}{8948{\cdot}5}$

Unbekannte: $x = \dfrac{2798{\cdot}6 \times 1580}{8948{\cdot}5} = \dfrac{a.b}{c}$

Rechnung:
$$\begin{array}{rl} \log. a = & 3{\cdot}4469408 \\ \log. b = & 3{\cdot}1986571 \\ -\log. c = & 6{\cdot}0482498 - 10 \\ \hline \log. x = & 2{\cdot}6938477 \end{array}$$

Resultat: x = 494·1373

Nebenrechnungen:

8477	·1373
8412 (88	6
65	8·228
62	4
30	·912 = 1
26	

Antwort: 494·1373 fl. oder 494 fl. 8 kr. 1 Pf.

4. Wenn ein Metzen Korn 5 fl. 30 kr. kostet, wiegt ein 3-Kreuzer-Brot 1 ℔ 19 £. Wie schwer wird ein Brot zu demselben Preise auszubacken sein, wenn ein Metzen 7 fl. 40 kr. kostet?

Vorbereitung: 5 fl. 30 kr. = 5·5 fl., 7 fl. 40 kr. = $7{\cdot}\dot{6}$ fl.
1 ℔ 19 £. = 51 £.

Verhältnisse: x £. : 51
$7{\cdot}\dot{6}$ fl. : 5·5

Die Lothe sind im umgekehrten Verhältnisse der fl., weil bei dem 3fachen Getreidpreise der Laib Brot bei dem nemlichen Kaufwerthe nur das $^1/_3$ des früheren Gewichtes haben kann.

Regelbetri: $x : 51 = 5{\cdot}5 : 7{\cdot}\dot{6}$

$$x = \frac{51 . 5{\cdot}5}{7{\cdot}\dot{6}}$$

Rechnung: log. 51 = 1·7075702
5·5 = 1·7403627
3·4479329
log. $7{\cdot}\dot{6}$ = 1·8846068
log. x = 1·5633261
x = 36·587

6028 (57	3261
36	3268
4	
6068	

Antwort: 36·587 £. oder 1 ℔ 4·587 £.

5. Eine um 2456 fl. 54 kr. eingekaufte Waare wird mit 15 Procent Gewinn verkauft; was wird für diese Waare eingenommen?

Vorbereitung. 54 kr. = 54 : 60 = 0·9 fl.

Wer mit 15% Gewinn verkauft, nimmt für 100 fl. ein 115 fl

Verhältnisse: 100 fl. Auslage : 2456·9
115 fl. Einnahme : x

Regelbetri: 115 : x = 100 : 2456·9

$$x = \frac{115 \times 2456.9}{100} = \underset{a}{2456{\cdot}9} \times \underset{b}{1{\cdot}15}..$$

Rechnung: $\log. a = 3\cdot3903875$
$b = 0\cdot0606978$
$\log. x = 3\cdot4510853$
$x = 2825\cdot435$
6
$26\cdot10$

0853
0799 (154
54
46
80
77

Antwort: 2825 fl. 26·1 kr.

6. In einer Festung sind 5945 Mann auf 93 Tage mit Proviant versehen. Nun wird die Besatzung um 1263 Mann verstärkt; wie lange wird sie jetzt auskommen?

Vorbereitung: Gegenwärtig ist die Besatzung 5945 + 1263 = 7208 M.

Verhältnisse: 93 Tage : x
5945 Mann : 7208

Die Zeit ist zur Besatzungsmannschaft im umgekehrten Verhältnisse, weil 2mal so viel Mann mit demselben Proviant nur $\frac{1}{2}$ so lange auskommen.

Regelbetri: $93 : x = 7208 : 5945.$

$$x = \underset{a}{93} \times \underset{b}{5945} : \underset{c}{7208}$$

Rechnung:
$\log. a = 1\cdot9684829$
$\log. b = 3\cdot7741519$
$-\log. c = 6\cdot1421852 - 10$
$\log. x = 1\cdot8848200$
$x = 76$ (Vega's Log. Taf. Seite 2.)

Antwort: 76 Tage.

7. Ist es vortheilhafter 8 ℔ $4\frac{1}{2}$ ₤. um 16 fl. 48 kr. einzukaufen, als $10\frac{3}{8}$ ℔ um 22 fl. 35 kr.?

Man berechnet hier, was die erste Waarenmenge nach der zweiten Bedingung kostet.

Vorbereitung: $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0\cdot375$, 35 kr. $= 35 : 60 = 0\cdot58\dot{3}$ fl.

$4\frac{1}{2}$ ₤. $= 4\cdot5$ ₤. $= 4\cdot5 : 32 = 0\cdot140625$
130
65 : 16
10 : 16
5 : 8
2

Verhältnisse: 10·375 ℔ : 8·140625
22·583 fl. : x

Regelbetri: $\underset{a}{10\cdot375} : \underset{b}{8\cdot140625} = \underset{c}{22\cdot583} : x$

$$x = \frac{b.c}{a}$$

Rechnung:	$\log. b = 0{\cdot}9106578$	6564 (54	7816 (193
	$\log. c = 1{\cdot}3537880$	11	58
	$-\log. a = 8{\cdot}9840119 - 10$	3	6
	$\log. x = 1{\cdot}2484577$	6578	7880

Oder anders:

$$22 \text{ fl. } 35 \text{ kr.} = \text{fl. } 22\tfrac{35}{60} = 22\tfrac{7}{12} = \frac{271}{12} \text{ fl.}$$

$$10\tfrac{3}{8} \text{ ℔} = \frac{83}{8},\; 4\tfrac{1}{2} \text{ £.} = \frac{9}{2} \text{ £.} = \frac{9}{64} \text{ ℔}$$

$$8 \text{ ℔ } 4\tfrac{1}{2} \text{ £.} = 8\frac{9}{64} = \frac{521}{64} \text{ ℔}$$

Verhältnisse: $\frac{83}{8} \text{ ℔} : \frac{521}{64} = 83 : \frac{521}{8} = 664 : 521$

$\frac{271}{12} \text{ fl.} : x$

Regelbetri: $664 : 521 = \frac{271}{12} : x.$

$$x = \frac{271 . 521}{12 . 664} = \frac{a)\, 271 . 521 \,(b}{7968 \,(c}$$

Rechnung:	$\log. a = 2{\cdot}4329693$		
	$\log. b = 2{\cdot}7168377$	4577	
	$-\log. c = 6{\cdot}0986507 - 10$	4392	(245
	$\log. x = 1{\cdot}2484577$	185	
		196	

also jedenfalls fl. $x = 17{\cdot}7198$ fl. $= 17$ fl. $43{\cdot}188$ kr.
16 fl. 48
55

Antwort: Die zweite Einkaufsweise kommt um 55 kr. höher als die erste.

§. 61.

II. In zusammengesetzten Proportionen.

Zusammengesetzte Proportionen entstehen dadurch, daß einem Verhältnisse das aus mehreren Verhältnissen zusammengesetzte gleichgestellt wird. Das zusammengesetzte Verhältniß aus mehreren Verhältnissen von Zahlen gleicht aber dem Verhältnisse des Productes ihrer Vorsätze zum Producte ihrer Nachsätze. Mithin kommt eine zusammengesetzte Proportion auf eine einfache zurück, deren ein Verhältniß aus 2 Zahlenproducten besteht. Und sonach ist auch jedes zu suchende Glied einer zusammengesetzten Proportion der Quotient des Productes mehrerer Decimalzahlen durch das Product aller übrigen; weswegen seine logarithmische Berechnung ebenfalls nach §. 54 durchgeführt wird.

Beispiele.

1. Was kosten $17\frac{2}{3}$ Stück von einer Schnittwaare, von der jedes Stück 25 Ellen lang und $1\frac{1}{6}$ Elle breit ist, wenn $5\frac{2}{5}$ Stück von einem ähnlichen Stoffe, von welchem jedes Stück 18 Ellen lang und $2\frac{1}{4}$ Ellen breit ist, 543 fl. 28 kr. kosten?

Verhältnisse:
$$\begin{array}{rl} x \text{ fl.} & : 543 \text{ fl. } 28 \text{ kr.} = x : 543\frac{7}{15} \\ 17\frac{2}{3} \text{ Stück} & : 5\frac{2}{5} \\ 25 \text{ Ell. lang} & : 18 \\ 1\frac{1}{6} \text{ Ell. breit} & : 2\frac{1}{4} \end{array}$$

Ansatz:
$$\begin{array}{r|l} x & 543\frac{7}{15} \\ 5\frac{2}{5} & 17\frac{2}{3} \\ 18 & 25 \\ 2\frac{1}{4} & 1\frac{1}{6} \end{array}$$

Abgeändert
$$\begin{array}{r|l} x & [8152]^{*)} \\ 3\,[15] & 4076 \\ 27 & 53 \\ 3 & [5] \\ 9\,[18] & 25 \\ 9 & 7 \\ 3\,[6] & [4]\ 2 \end{array}$$

$$x = \frac{4076.53.25.7.2}{3.27.3.9.9.3} = \frac{4076.53.350}{243.243}$$

Rechnung:
$$\begin{array}{rl} \log. 4076 & = 3\cdot6102342 \\ 53 & = 1\cdot7242759 \\ 350 & = 2\cdot5440680 \\ \hline & \ 7\cdot8785781 \\ 2 \log. 243 & = 4\cdot7712126 \\ \hline \log.\ x & = 3\cdot1073655 \\ x & = 1277\cdot514 \quad (30\cdot84 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3655 \\ 3609\ (340 \\ \hline 46 \\ 34 \\ \hline 120 \end{array}$$

Antwort: 1277 fl. 31 kr.

2. Wenn 130 Arbeiter in 5 Tagen einen Graben von $437\frac{1}{2}$ Klafter Länge, $7\frac{1}{4}$ Schuh Breite und $3\frac{1}{3}$ Schuh Tiefe ausheben, in wie viel Tagen werden 317 Arbeiter unter ähnlichen Umständen einen Graben vollenden, der $658\frac{2}{3}$ Klafter lang, $8\frac{1}{3}$ Schuh breit und $4\frac{1}{2}$ Schuh tief werden soll?

Verhältnisse:
$$\begin{array}{rll} 130 \text{ Arbeiter} & : 317 & \text{(umgekehrt)} \\ 5 \text{ Tagen} & : x & \\ 437\frac{1}{2} \text{ Kl. Länge} & : 658\frac{2}{3} & \\ 7\frac{1}{4} \text{ Sch. Breite} & : 8\frac{1}{3} & \\ 3\frac{1}{3} \text{ Sch. Tiefe} & : 4\frac{1}{2} & \end{array}$$

*) Die in eckige Klammern gefaßten Zahlen vertreten hier und im Folgenden die beim schriftlichen Rechnen durchgestrichenen.

Ansatz:

x	5
317	130
$437\frac{1}{2}$	$658\frac{2}{3}$
$7\frac{1}{4}$	$8\frac{1}{3}$
$3\frac{1}{3}$	$4\frac{1}{2}$

Abgeändert:

	x	[5]
	317	13[0]
[175]	[875]	1976
[35]	[3]	[2]
7	29	[25]
	[3]	4
	[10]	[9]
	[2]	3

$$x = \frac{1976.13.4.3}{317.7.29} = \frac{1976.156}{317.203}$$

Rechnung: log. 1976 = 3·2957869
156 = 2·1931246
5·4889115
317 = 2·5010593
203 = 2·3074960
log. x = 0·6803562
x = 4·79 (S. 3)

Antwort: In 4·8 Tagen.

3. Ein Fuhrmann erhält, um $351\frac{4}{5}$ Centner $42\frac{1}{2}$ Meilen weit zu führen, 476 fl. 36 kr. als Bezahlung, wie viel wird man ihm zu bezahlen haben, wenn er $716\frac{1}{4}$ Centner auf $63\frac{3}{4}$ Meilen weit verführen soll?

Vorbereitung:

$351\frac{4}{5}$ Centner, $42\frac{1}{2}$ Meilen, 476 fl. 36 kr.
$716\frac{1}{4}$ " $63\frac{3}{4}$ " x fl.

x	476·6
351·8	716·25
42·5	63·75

$$x = \frac{\overset{a}{476{\cdot}6} \times \overset{b}{716{\cdot}25} \times \overset{c}{63{\cdot}75}}{\underset{d}{351{\cdot}8} \quad \underset{e}{42{\cdot}5}}$$

Rechnung: log. a = 2·6781540
b = 2·8550646
c = 1·8044802
7·3376988
d = 2·5462958
e = 1·6283889
log. x = 3·1630141
x = 1455·506

·506	0141
6	*0122 (298
30·36	190
4	179
1·44	

Antwort: 1455 fl. $30\frac{1}{4}$ kr.

4. Wie verhält sich der Wiener Fuß zum Berliner, wenn bekannt ist, daß sich der Wiener zum Pariser wie 1401 : 1440,
der Pariser zum Turiner wie 720 : 1139,
der Turiner zum Londner wie 2277 : 1351,
und der Londner zum Berliner wie 6756 : 6866 verhält?

Einfache Verhältnisse:	Logarithmen:
Wien. F. : Par. F. = 1401 : 1440	$3{\cdot}1464381 - 3{\cdot}1583625 = 9{\cdot}9880756 - 10$
Par. F. : Tur. F. = 720 : 1139	$2{\cdot}8573325 - 3{\cdot}0565237 = 9{\cdot}8008088 - 10$
Tur. F. : Lond. F. = 2277 : 1351	$3{\cdot}3573630 - 3{\cdot}1306553 = 0{\cdot}2267077$
Lond. F. : Berl. F. = 6756 : 6866	$3{\cdot}8296896 - 3{\cdot}8367038 = 9{\cdot}9929858 - 10$

Zusammengesetztes Verhältniß:

$$\text{Wien. F.} : \text{Berl. F.} = \frac{1401.\ 720.2277.6756}{1440.1139.1351.6866} \qquad \log. = 0{\cdot}0085779 \qquad (\text{S. } 189)\ \begin{array}{r} 7790 \\ 7888 \\ \hline -98 \end{array}$$

$$\text{oder} = \frac{720.2277.6756.1401}{1440.1139.1351.6866} \qquad \frac{\text{Wien. F.}}{\text{Berl. F.}} = 1{\cdot}01995$$

$$\text{nahe} = \frac{1.2.5.1401}{2.1.1.6866}$$

$$= \frac{7005}{6866} = 1{\cdot}02$$

Antwort: Der Wiener Fuß verhält sich zum Berliner wie $1{\cdot}01995 : 1$, oder nahe wie $1{\cdot}02 : 1 = 1\frac{1}{50} : 1 = 51 : 50$; so daß der Wiener Fuß um höchst nahe 2 Procent länger ist als der Berliner, und daß 50 Wiener Fuß sehr nahe 51 Berliner Fuß ausmachen.

§. 62.

III. In der einfachen Zinsrechnung.

1. Wie viel Interessen erhält man von $5627\frac{3}{4}$ fl. zu $6\frac{1}{4}$ Procent in 3 Jahren 7 Monaten?

Vorbereitung:

x fl. Zinsen, $5627\frac{3}{4}$ fl. Capital, $3\frac{7}{12}$ Jahr,
$6\frac{1}{4}$ " 100 fl. " 1 "

$6\frac{1}{4}$	x	oder	[25]	x
$5627\frac{3}{4}$	100			4
$3\frac{7}{12}$	1		22511	[100] 4
				4
			43	1
				12

$$x = \frac{22511.43}{4.4.4.12} = \frac{\overset{a}{22511}.\overset{b}{43}}{64.12 = \underset{c}{768}}$$

Rechnung: log. a = 4·3523948
b = 1·6334685
5·9858633
c = 2·8853612
log. x = 3·1005021
x = 1260·382

5021
4739 (345
282
276
60
69

·382
60
22·920

Antwort: 1260 fl. 23 kr.

2. Ein wie großes Capital muß zu $5\frac{1}{2}$ Procent durch 4 Jahr 5 Monat liegen bleiben, damit man 1650 fl. Zinsen erhält?

Vorbereitung:

x fl. Capital, 1650 fl. Zins, $4\frac{5}{12}$ Jahr
100 " " $5\frac{1}{2}$ " " 1 "
Zeit zum Capital im umgekehrten Verhältnisse.

x	100	x	100
$5\frac{1}{2}$	1650	11	1650
$4\frac{5}{12}$	1		2
		53	12

$$x = \frac{330000.12}{11.53} = \frac{3960000 \text{ (a}}{583 \text{ (b}}$$

Rechnung: log. a = 6·5976952
b = 2·7656686
log. x = 3·8320266
x = 6792·45

0266
*0233
33
32

Antwort: 6792 fl. 27 Kr.

3. Wie viel Jahre muß ein Capital von 10825 fl. zu $6\frac{1}{4}$ Procent anliegen, um 2675 fl. Interessen zu geben?

Vorbereitung. x Jahr, 10825 fl. Capital, 2675 fl. Zins
1 „ 100 „ „ $6\frac{1}{4}$ „ „

Zeit und Capital im umgekehrten Verhältnisse.

x	1	x	1	$x = \frac{428\ (a}{108{\cdot}25\ (b}$
10825	100	108·25	1	
$6\frac{1}{4}$	2675	[25]	[10700]	
		[100]	428[00]	

Rechnung: log. a = 2·6314438
b = 2·0344279   0159
log. x = 0·5970159   0147
x = 3·9539
19078
11·4468
30
13·4040

Antwort: 3 Jahre 11 Monate 13 Tage.

4. Zu wie viel Procent hat sich ein Capital von 3647 fl. 42 Kr. verzinst, wenn man dafür nach 4 Jahren 7 Monaten 973 fl. 17 Kr. Interessen erhält?

Verhältnisse: $973\frac{17}{60}$ fl. Zinsen : x
3647·7 fl. Capit. : 100
$4\frac{7}{12}$ Jahr : 1

x	58397
[60]	
3647·7	[100] 2
[55]	[12] 2
11	

$$x = \frac{58397 \times 4}{3647{\cdot}7 \cdot 11} = \frac{233588\ (a}{40124{\cdot}7\ (b}$$

4357 (185
148
4505

Rechnung: log. a = 5·3684505   4042 (108   0387
b = 4·6034118   76   *0349
log. x = 0·7650387   4118   38
x = 5·8215

Antwort: Zu 5·8215 Procent, oder zu etwas mehr als $5\frac{4}{5}$ Procent oder zu 5 fl. 49 Kr. von 100 fl.

5. Ein wie großes Capital muß man zu $5\frac{3}{4}$ Procent durch $3\frac{1}{4}$ Jahr liegen lassen, um ebenso viel Zinsen zu erhalten, als von 5571 fl. 45 Kr. zu $6\frac{1}{5}$ Procent in $2\frac{3}{4}$ Jahren?

Vorbereitung:

x fl. Capital, $5\frac{3}{4}$ Procent, $3\frac{1}{4}$ Jahr
$5571\frac{3}{4}$ „ „ $6\frac{1}{5}$ „ $2\frac{3}{4}$ „

Capital mit Procent und Jahren im umgekehrten Verhältnisse.

$5571\frac{3}{4}$	x	22287	x
$6\frac{1}{5}$	$5\frac{3}{4}$	6·2	23
$2\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{4}$	11	13

$$x = \frac{a)\ 22287 \cdot 68{\cdot}2\ (b}{299\ (c}$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \log. a &= 4{\cdot}3480516 \\ „\ b &= 1{\cdot}8337844 \\ -\ „\ c &= 7{\cdot}5243288 - 10 \\ \hline \log. x &= 3{\cdot}7061648 \\ x &= 5083{\cdot}524 \end{aligned}$$

1648
1628 (86
20
17
30
34

Antwort: 5083 fl. 31 Kr.

6. Wie viel Interessen erhält man zu $5\frac{3}{4}$ Procent in 4 Jahren 7 Monaten von demselben Capitale, welches zu $6\frac{1}{2}$ Procent in 3 Jahren 2 Monaten 1643 fl. 39 Kr. Interessen gibt?

Vorbereitung:

x fl. Interessen, $5\frac{3}{4}$ Procent, $4\frac{7}{12}$ Jahr
1643·65 „ „ $6\frac{1}{2}$ „ $3\frac{1}{6}$ „

$$x : 1643{\cdot}65 = \left.\begin{matrix} 5\frac{3}{4} : 6\frac{1}{2} \\ 4\frac{7}{12} : 3\frac{1}{6} \end{matrix}\right\} = \left.\begin{matrix} 23 : 26 \\ 55 : 38 \end{matrix}\right\}$$

$$x = \frac{1643{\cdot}65 . 23 . 55}{26 . 38} = \frac{\overset{a}{1643{\cdot}65} . \overset{b}{1265}}{988\ (c}$$

23.11
253.5
1265

38.13
114
494
2
988

Rechnung:

$$\begin{aligned} \log. a &= 3{\cdot}2158094 \\ „\ b &= 3{\cdot}1020905 \\ -\ „\ c &= 7{\cdot}0052431 - 10 \\ \hline \log. x &= 3{\cdot}3231430 \\ x &= 2104{\cdot}47 \end{aligned}$$

7961 (265
133
8094

1430
1283 (206
147
144

Antwort: 2104 fl. 28 Kr.

§. 63.

IV. Zu der Kettenrechnung.

1. Beispiel. Wie viel englische Meilen gehen auf eine österreichische, wenn einerseits die engl. Meile 1760 engl. Ellen (Yards) zu 3 Fuß hält und der engl. Fuß = 0·301794 franz. Metre ist, andererseits die österreich. Meile 4000 Wiener Klafter hält, die Pariser Klafter (Toise) = 1·02764 Wien. Klafter, und der Metre = 0·513074 Toise ist?

Rechnung:

Engl. M. x	1 österr. M.	log. a	$= 3{\cdot}6020600$
österr. M. 1	4000 W. Kl.	b	$= 0{\cdot}0118410$ (S. 191)
W. Kl. 1·02764	1 Toise	c	$= 9{\cdot}7101800 - 10$
T. 0·513074	1 Metre	d	$= 9{\cdot}4840064 - 10$
M. 0·304794	1 engl. F.	e	$= 3{\cdot}7226339$
engl. F. 3	1 Yard	log. x	$= 0{\cdot}6733987$ (nach §. 56)
Yards 1760	1 engl. M.	x	$= 4{\cdot}7141$

$$x = \frac{\overset{a}{4000}}{\underset{b}{1{\cdot}02764} \times \underset{c}{0{\cdot}513074} \times \underset{d}{0{\cdot}304794} \times \underset{e}{5280}}$$

Nebenrechnung:
$$\begin{array}{r} 1766 \\ 34 \\ \hline 1800 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0007 \\ 57 \\ \hline 0064 \end{array}$$

Antw. 1 österreich. Meile $= 4{\cdot}7141$ oder sehr nahe $4\frac{5}{7}$ engl. M.

Zusatz:

Umgekehrt ist $\log. \frac{1}{x} = - \log. x = 9{\cdot}3266013 - 10$

also $\frac{1}{x} = 0{\cdot}2121296$;

$$\begin{array}{r} 6013 \\ 5816 \\ \hline 197 \\ 185 \\ \hline 120 \end{array}$$

daher die engl. Meile $= 0{\cdot}212130$ oder sehr nahe $\frac{7}{33}$ österreich. Meile. Man kann demnach sehr nahe 33 engl. Meilen auf 7 österreichische rechnen.

2. Beispiel. Wie viel Lemberger Quart enthält der niederösterreichische Weineimer, wenn folgende Angaben zu Grunde gelegt werden? Der n. ö. Weineimer enthält gesetzlich 41 Maß; nach den Messungen des Pater Jos. Franz (1756) faßt die n. ö. Maß 0·0448 Wiener Cubikfuß, und der n. ö. Metzen 1·9471 Wiener Cubikfuß; nach einer allgemeinen Annahme gleicht der Lemberger Korzetz 2 n. ö. Metzen, und wird gesetzlich in 32 Garnetz zu 4 Quart eingetheilt.

Rechnung:

Lemb. Qu. x	1 n. ö. W. Eim.	$\log. 41 = 1{\cdot}6127839$
n. ö. W. Eim. 1	41 n. ö. Maß	$64 = 1{\cdot}8061800$
n. ö. Maß 1	0·0448 Cub. F.	$a = 2{\cdot}6512780$
Cub. F. 1·9471	1 n. ö. Metz.	$- \log. b = 5{\cdot}7106117 - 10$
n. ö. Metzen 2	1 Lemb. Kor.	$\log. x = 1{\cdot}7808536$
Lemb. Kor. 1	32 Lemb. Garn.	$x = 60{\cdot}3745$, höchst
Lemb. Garn. 1	4 Lemb. Quart.	nahe $= 60\frac{3}{8}$, weil $\frac{3}{8} = 0{\cdot}3750$.

$$x = \frac{41.\ 64.\ 448 (a}{19471 (b}$$

Antwort: 1 n. ö. Weineimer zu 41 Maß enthält $60^3/_8$ Lemberger Quart oder 15 Garnetz und $1^1/_2$ Quaterka (Viertelquart).

Zusatz. Diese Vergleichung der Lemberger oder galizischen Getränkmaße mit den Wiener oder niederösterreichischen liegt den Ergebnissen jener „commissionellen Untersuchung" zu Grunde, auf welche sich das Circulare der k. k. galizischen vereinten Cameral-Gefällen-Verwaltung, datirt: Lemberg am 3. October 1835, Zahl 25889, *) so wie die Verordnung derselben Behörde vom 23. August 1839 Z. 19133 stützt. Berichtiget man nemlich die in dem Circulare offen am Tage liegenden Fehler **) und beachtet man, daß die dortigen Nenner unnütz viermal zu groß gesetzt worden sind; so findet man als commissionell angenommene Grundvergleichung:

1 n. ö. Weineimer zu 41 Maß = 15 Garnetz $1^1/_2$ Quaterka oder
= $60^3/_8$ gal. Quart;

folglich als Rechnungsergebnisse:

1 n. ö. Maß = $1\frac{155}{328}$ gal. Quart,

1 n. ö. (Rechnungs-) Eimer von 40 Maß
= 14 gal. Garnetz u. $2\frac{37}{41}$ Quart,

1 n. ö. Biereimer von $42\frac{1}{2}$ Maß = 15 Garnetz $\frac{383}{656}$ Quart,

und umgekehrt

1 gal. Quart = $\frac{328}{483}$ n. ö. Maß

1 gal. Garnetz von 4 Quart $2\frac{346}{483}$ n. ö. Maß

1 gal. Bierfaß (Beczka) von 36 Garnetz, gesetzlich ***) eingetheilt in 2 halbe Fässer zu 18 Garnetz und in 4 Viertelfässer zu 9 Garnetz, ist = $97\frac{127}{161}$ n. ö. Maß.

*) Siehe: Sammlung der Gefälls- und allgemeinen Verwaltungs- Vorschriften, herausgegeben von der k. k. vereinten Cameral-Gefällen-Verwaltung für Galizien an die untergeordneten Behörden, Ämter und Anstalten, im J. 1835, gr. 4. Lemberg. Ärar. Druckerei. Seite 156, Nr. 196.

**) Bei den Ausdrücken der n. ö. Maße durch galizische kann nemlich nur 1312, und bei den umgekehrten nur 1932 als Nenner vorkommen; daher sind daselbst die Brüche $\frac{492}{1932}$ u. $\frac{632}{1312}$ fehlerhaft und müssen sein $\frac{492}{1312}$ u. $\frac{620}{1312}$ oder abgekürzt $\frac{3}{8}$ u. $\frac{155}{328}$.

***) Galiz. Gubernial-Verordnung v. 15. Sept. 1829, Z. 55370 in der Provinzial-Gesetzsammlung v. J. 1829, Seite 320.

3. Beispiel. Welches metrische Gewicht mußte das für das Lombardisch-Venetianische Königreich erlassene kaiserliche Münzpatent vom 1. Nov. 1823 der unter dem Namen „Österreichische Lira" als Münzeinheit aufzustellenden Silbermünze anweisen? wenn sie (gemäß §. 4 des Patentes) dem nach dem Conventionsfuße ausgeprägten Silber-Zwanziger gleich gelten soll und überdies Folgendes bereits festgesetzt war: Nach dem Conventionsfuße ist eine feine Kölner Mark in 20 Gulden von je 3 Zwanzigern enthalten; 6 Kölner Mark machen genau 5 Wiener Mark; das (dem französischen Kilogramm gleiche) metrische Pfund wird in 10 Oncien von 10 Grossi getheilt, von denen jeder 10 Denari zu 10 Grani enthält; eine Wiener Mark wird (durch §. 2 d. Pat.) 2 Oncien, 8 Grossi, 6·44 eines Grans, also 280·644 Denari (franz. Gramm.) des metrischen Gewichtes gleich erklärt; endlich (gemäß §. 4 d. Pat.) soll das Münzsilber $^9/_{10}$ Feingehalt haben, d. h. aus neun Zehntheilen feinen Silbers und einem Zehntheile Kupferzusatze zusammengesetzt sein.

Kettensatz:

Denari rauh x	1 Lira od. Zwanziger	log. a	= 2·4481558
3	1 Gulden	log. 5	= 0·6989700
20	1 Köln. Mark fein	— log. 12	= 8·9208188 — 10
6	5 Wiener Mark	— log. 27	= 8·5686362 — 10
1	280·644 Denari	log. x	= 0·6365808
Denari fein 9	10 Denari rauh	x	= 4·330926

$$x = \frac{5 \times \overset{a}{280{\cdot}644}}{12.\ 27}.$$

Nebenrechnung.

```
1496
  62
----
1558
       5808
       5782
     ----------
     100|26|0·26
```

Antwort: 4·330926 Denari muß die Lira wiegen.

Zusatz: Ohne Logarithmen rechnet man wie folgt:

12|280·644|23·387
44 108 5
27|116·935|$4{\cdot}330\dot{9}2\dot{5}$
108 4 Den. 3 Gran 30 $^{25}/_{27}$ $\frac{\text{Gran}}{100}$
89
83
250
243
70
54
160
135
25

Die Lira muß demnach ein metrisches Gewicht von $4{\cdot}330\dot{9}2\dot{5}$ Denari oder (wie der §. 4 d. Pat. sich ausdrückt) 4 Denari 3 Gran und 30 $^{25}/_{27}$ Hunderttheile eines Granes erhalten.

Mithin hat

der Scudo von 2 Gulden oder 6 Liren ein Gewicht
von 25 Den. 9 Grossi 85$^{15}/_{27}$ Hundertel Gr.
der halbe Scudo v. 1 Gulden od. 3 Liren ein Gewicht
von 12 Den. 9 Grossi 72$^{21}/_{27}$ Hundertel Gr.
wie in §. 5 des Patentes.

4. Beispiel. Nach den Angaben des vorigen Beispieles läßt sich auch die Frage beantworten: Zu wie viel Liren wird das metrische Pfund feinen Silbers ausgeprägt?

Kettensatz:

Lir. x	1 metr. Pfd.	log. 72 = 1·8573325
0·280644	1 Wien. Mark	a = 9·4481558 — 10
5	6 Köln. Mark	log. x = 2·4091767
1	20 Gulden	x = 256·55.
1	3 Liren	

$$x = \frac{72}{0{\cdot}280644} \text{ (a}$$

Antwort: Das metrische Pfund feinen Silbers wird zu 256·55 Liren oder zu 85 fl. 31 Kr. ausgeprägt (wie in §. 3 d. Münzpatentes).

5. Beispiel. Wie viel Gulden Wiener Währung kosten 6 Cent. 85 ℔ 28 Loth von einer Waare, von welcher 3$^{1}/_{2}$ Centner mit 1234 Francs 75 Centimes bezahlt werden; wenn 300 Francs = 117$^{1}/_{4}$ fl. Silbermünze und 100 fl. Silbermünze = 250 fl. W. W. sind, und wenn beim Verkaufe 25 Procent gewonnen werden?

$$28 \text{ £} = \frac{28}{32} \text{ ℔} = \frac{7}{8} = 0{\cdot}875 \text{ ℔}$$

Kettensatz:

Einnahme fl. W. W. x	6·85875 Centner
3·5	1234·75 Francs Ausgabe
300	117·25 fl. Silbermünze
100	250 fl. W. W.
Ausgabe 100	125 Einnahme

$$x = \frac{6{\cdot}85875 \cdot 1234{\cdot}75 \cdot 1{\cdot}1725 \cdot 2{\cdot}5 \cdot 1{\cdot}25}{3{\cdot}5 \times 3}$$

$$= \frac{\overset{a}{2{\cdot}28625} \cdot \overset{b}{4939} \cdot \overset{c}{1{\cdot}1725} \cdot \overset{d}{12{\cdot}5}}{14 \,.\, 4 = 56 \quad (e}$$

Rechnung:

$\log.\ a = 0{\cdot}3591237$

$\log.\ b = 3{\cdot}6936390$

$\log.\ c = 0{\cdot}0681129$

$\log.\ d = 1{\cdot}0969100$

$-\log.\ e = 8{\cdot}2518120 - 10$

$\log.\ x = 3{\cdot}4695976$

$x = 2948{\cdot}49$

Antwort: 2948 fl. 29·4 Kr.

142 (190
95
237

5976
5864 (147
132

§. 64.

V. In der zusammengesetzten oder Zinseszinsrechnung.

Erläuterung.

Wird ein gewisses Capital z. B. 10000 fl., zu bestimmten Procenten, z. B. zu 5, unter der Bedingung angelegt, daß die am Ende jedes Jahres *) fälligen Zinsen wieder zum Capital geschlagen und so wie dieses verzinst werden; so sagt man, das Capital trage zusammengesetzte Zinsen, Zinseszinsen oder Zins von Zins.

Die Hauptfrage in der zusammengesetzten Zinsrechnung ist die nach dem Werthe, zu dem ein auf Zinseszinsen angelegtes Capital bei einer bestimmten Verzinsung nach einer gewissen Anzahl von Jahren anwächst.

*) Wegen des bequemen sprachlichen Ausdruckes nehmen wir hier die gewöhnlichen jährigen Fristen oder Termine zur Zinszahlung, doch können auch andere längere oder kürzere Fristen bedungen werden, wie halb- oder vierteljährige. Dann müssen aber auch die Procente nach dieser Frist bemessen werden, also nur die Hälfte oder das Viertel der einjährigen betragen.

Da 100 fl. Capital in einem Jahre so viel Gulden Zins tragen, als die auf diese Frist bezüglichen (einjährigen) Procente angeben, hier 5 fl., so trägt jeder Gulden in einem Jahre den 100sten Theil dieser Procente, 0·05 fl., Zins; und um diesen ist jeder Gulden des anliegenden Capitals nach einem Jahre mehr werth als zu Anfang desselben, folglich beträgt des Guldens Werth zu Ende eines Jahres 1·05 fl.

Diesen Werth des Guldens nach Jahresfrist, 1·05 fl., den so genannten Zinsfuß, wird man daher mit dem Capital, d. i. mit der Anzahl der angelegten Gulden, 10000, zu multipliciren haben, um den Werth des Capitals nach einem Jahre (Betrag des Capitals sammt Zinsen) zu berechnen, der demnach hier $10000 . 1{\cdot}05$ fl. $=$ 10500 fl. ausmacht.

Dieser Capitalswerth am Ende des ersten Jahres ist aber das Capital für das zweite Zinsjahr, und so immer der Capitalswerth zu Ende jedes Zinsjahrs das Capital für das nächst folgende. Mithin wird man den nach einer gewissen Anzahl von Jahren bestehenden Werth des ursprünglich angelegten Capitals berechnen, wenn man dieses Capital, 10000 fl., so vielmal nach einander mit dem Zinsfuße d. i. mit dem Werthe jedes Guldens nach Jahresfrist, mit 1·05, multiplicirt, oder auf einmal mit der so vielten Potenz dieses Werthes multiplicirt, als wie viel Jahre das Capital anliegen soll.

Mithin beträgt des Capitals Werth

nach 2 Jahren $10000 . (1{\cdot}05)^2$

„ 3 „ $10000 . (1{\cdot}05)^3$

„ 4 „ $10000 . (1{\cdot}05)^4$ u. s. f.

Beispiele.

1. Ein Capital von 5800 fl. wird zu 4 Procent auf Zinseszinsen angelegt, wie hoch wächst es in 12 Jahren an?

Vorläufige Antwort: Auf 5800 fl. multiplicirt mit der 12ten Potenz von 1·04, d. i. fl. $\underset{c}{5800} \times \underset{v}{(1{\cdot}04)^{12}} = s$.

Rechnung: $\log. v = 0{\cdot}01703334$ (.12

$$
\begin{array}{rl}
 & 3406668 \\
\hline
12 \log. v = & 0{\cdot}20440008 \\
\log. c = & 3{\cdot}7634280 \\
\hline
\log. s = & 3{\cdot}9678281 \\
s = & 9285{\cdot}99
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
8281 \\
8240 \ (47 \\
\hline
41
\end{array}
$$

Antwort: Auf 9285 fl. 59 kr.

2. In einem zu 4600 Klaftern abgeschätzten Forste beträgt der jährliche Zuwachs im Durchschnitt $1\frac{1}{2}$ Procent. Wie groß wird der Waldstand nach 20 Jahren sein?

Vorbereitende Antwort: $\underset{c}{4600} \cdot (\underset{v}{1{\cdot}015})^{20} = s$

Rechnung: $\log. v = 0{\cdot}00616604$ (.20

	$0{\cdot}1293208$	0786
$\log. c =$	$3{\cdot}6627578$	0764
$\log. s =$	$3{\cdot}7920786$	22
$s =$	$6195{\cdot}5$	

Antwort: 6195 Klafter.

Ausnahmsfall. Beträgt die Zeit der Anlage des Capitals nebst einer gewissen Menge voller Jahre noch einen Bruch eines Jahres, so berechnet man vorerst den Werth des Capitals nach jener Anzahl voller Jahre, und zu diesem Werthe nach der einfachen Zinsrechnung die dem Jahresbruche entsprechenden Zinsen, um die man ihn noch zu vermehren hat.

Z. B. Wie hoch beläuft sich der Stand eines auf Zinseszinsen zu $4\frac{1}{2}$ Procent anliegenden Capitals von 5500 fl. nach 13 Jahren 7 Monaten?

Vorläufig nach 13 Jahren auf $\underset{c}{5500} \cdot (\underset{v}{1{\cdot}045})^{13} = s$

Rechnung: $\log. v = 0{\cdot}01911629$ (·13

	5734887	
	$0{\cdot}24851177$	8735
$\log. c =$	$3{\cdot}7403627$	8710 (44
$\log. s =$	$3{\cdot}9888735$	24
$s =$	$9747{\cdot}05.$	22

Diese $9747{\cdot}05$ fl. geben nach 7 Monaten zu $4\frac{1}{2}$ Procent

$$y = \frac{7}{12} \cdot 97.4705 \cdot \frac{9}{2} = \underset{s/100}{97{\cdot}4705} \cdot \frac{21}{8} \text{ fl. Zinsen.}$$

$\log. s/100$	$=$	$1{\cdot}9888735$
„ 21	$=$	$1{\cdot}3222193$
— „ 8	$=$	$9{\cdot}0969100 - 10$
$\log. y$	$=$	$2{\cdot}4080028$
also Zuschußzinsen y	$=$	$255{\cdot}86$;
hiezu s	$=$	$9747{\cdot}05$
gibt Capitalswerth	$=$	$10002{\cdot}91.$

Antwort: Der Capitalswerth nach den angeführten 13 Jahren 7 Monaten ist 10002 fl. 55 kr.

Schlußbemerkung. Weitere Beispiele mit vielseitiger Anwendung des Rechnens vermittelst Logarithmen der Zahlen in den

Rechnungen des bürgerlichen und Handelsverkehrs, so wie in mancherlei Wissenschaften, findet der lernbegierige Leser in nachbenannten vortrefflichen Werken:

Beskiba Jos., Prof. d. Math. (dermalen Vicedirector) am Wiener polytechn. Institute, Lehrbuch der Rechenkunst (Arithmetik), 2. Aufl. Wien, 1839;

Desselben Lehrbuch für die juristische, politische und cameralistische Arithmetik, Wien, 1842;

Schulz v. Straßnitzki, Dr. L. C., Prof. d. Math. am Wiener polytechn. Institute, Handbuch der Arithmetik für Praktiker, 2. Aufl. Wien, 1848;

Zindl G., Director d. k. k. Musterhauptschule zu Prag, Arithmetik auf geographische, statistische, physikalische, ökonomische, merkantilische u. m. a. Gegenstände angewendet, 2 Theile, 5. Aufl., Prag, 1845.