Elementarlehre von den Logarithmen auf einem neuen, verständlicheren und umfassenden Begriff dieser Hilfszahlen gegründet, bloß die Kenntniß der gewöhnlichsten Zifferrechnungen voraussetzten, ohne Algebra gemeinfastlich zergliedert

C. Vorgang bei den zusammengesetzten Rechnungen vermittelst Logarithmen. §54 - §59

In: Wilhelm Matzka (author): Elementarlehre von den Logarithmen auf einem neuen, verständlicheren und umfassenden Begriff dieser Hilfszahlen gegründet, bloß die Kenntniß der gewöhnlichsten Zifferrechnungen voraussetzten, ohne Algebra gemeinfastlich zergliedert. (German). Prag: J. G. Calve, 1850. pp. 97--108.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/400412

C. Vorgang bei den zusammengesetzten Rechnungen vermittelst Logarithmen.

§. 54.

I. Allgemein bei was immer für Rechnungsverbindungen.

Sind die vier oft genannten Grundrechnungen, das Multipliciren, Dividiren, Potenziren und Radiciren von Decimalzahlen, entweder nur einige oder alle, auf beliebige Weise, in äußerst mannigfaltiger Abfolge, unter einander zu verbinden oder zu verknüpfen, mit einander zusammenzusetzen, so befolgt man, zur Auffindung des bei dem Rechnen mit den Logarithmen der gegebenen Zahlen einzuhaltenden Verfahrens, folgenden allgemeinen Gang:

1. Man stelle für die zu berechnende oder unbekannte Zahl den auf sie endlich führenden vollständigen Rechnungsausdruck in den üblichen Rechnungszeichen auf, und bringe ihn wo möglich durch Verwandlungen, Zusammenziehungen und Aufhebungen oder Abkürzungen auf eine genugsam einfache Form.

2. Man untersuche und entscheide, nicht nur

a) was für ein End- oder Schlußrechnungsergebniß diese Unbekannte oder ihr Rechnungsausdruck sei, d. h. von welcher letzten Grundrechnung die geforderte Unbekannte das Resultat sei, ob sie entweder das Resultat einer Mutiplication, d. i. ein Product,
oder „ „ „ Division „ ein Quotient,
oder „ „ „ Potentiation „ eine Potenz,
oder endlich „ „ „ Radication „ eine Wurzel sei;
sondern auch noch

b) welche die nächsten Rechnungselemente seien, d. h. mit welchen Zahlen diese letzte oder Schlußrechnung zunächst oder unmittelbar auszuführen sei.

3. Man drücke den Logarithmen der gesuchten Unbekannten, je nach der Art des End-Rechnungsergebnisses, den bekannten vier logarithmischen Fundamentalsätzen gemäß, durch die Logarithmen der nächsten Rechnungselemente aus.

4. So wie man mit der Unbekannten selbst verfuhr, gerade so verfahre man auch wieder mit diesen Rechnungselementen, und drücke also die Logarithmen der nächsten Rechnungselemente durch die Logarithmen der entfernteren Elemente aus.

5. Auf gleiche Weise fahre man nun fort, jedesmal die Logarithmen der ferneren Rechnungselemente durch die Logarith-

men der noch weiter entfernteren Elemente auszudrücken, bis endlich von den entferntesten Elementen, d. i. von allen zur Rechnung vorgegebenen Decimalzahlen selbst, die Logarithmen in Rechnung zu nehmen kommen.

Ein anderer gleichfalls empfehlungswerther Gang nimmt die entgegengesetzte Richtung des vorigen. Während dieser nemlich von der Unbekannten bis zu den Angaben (den angegebenen Zahlen) zurückschreitet, geht jener umgekehrt von den Rechnungsangaben allmälich bis zur Unbekannten vorwärts; indem er dazu folgende Regeln vorschreibt:

1. Man stelle fest, was für Rechnungen und in welcher Aufeinanderfolge sie anfangs mit den gegebenen Zahlen und nachher wieder mit den nach einander folgend berechneten Zahlen auszuführen kommen; und vereinfache diese Rechnungen wenigstens hinreichend.

2. Aus diesem Zuge von Rechnungen mit Zahlen und Rechnungsergebnissen leite man sofort den Zug der mit ihren Logarithmen auszuführenden Rechnungen ab, indem man, laut den 4 logarithmischen Fundamentalsätzen, nach und nach statt sämmtlicher Rechnungen mit den Zahlen die anpassenden mit ihren Logarithmen aufstellt.

Hat man nun auf die eine oder andere Weise den Plan zur logarithmischen Rechnung entworfen, so sucht man jeden Logarithmen, wie ihn dieser Rechnungsplan nach und nach bedarf, in der Logarithmentafel auf, vollbringt die für ihn vorgezeichnete Rechnungsweise, nimmt das Endergebniß des ganzen Rechnens wieder als Logarithmen und sucht dazu die angehörige Zahl: sie ist die in Frage stehende Zahl.

§. 55.

Beispiele mit Erläuterungen.

1. Beispiel. Man berechne $\left(\frac{\overset{a}{34872}}{\underset{b}{7561}}\right)^3 \sqrt[5]{\frac{\overset{c}{87169}}{\underset{d}{39{\cdot}64}}} = x$

Erläuterung. Da hier zuletzt die Potenz mit der Wurzel multiplicirt wird, so ist die Unbekannte x ein Product, also ihr log. die Summe der logg. der Factoren,

$$\log. \ x = \log. \left(\frac{a}{b}\right)^3 + \log. \sqrt[5]{\frac{c}{d}}.$$

Der erste Factor aber ist eine Potenz, also sein log. = dem log. des Potentiands multiplicirt mit dem Exponenten,

$$\log. \left(\frac{a}{b}\right)^3 = 3 \log. \frac{a}{b},$$

und der zweite Factor ist eine Wurzel, also ihr log. = dem log. des Radicands getheilt durch den Exponenten,

$$\log. \sqrt[5]{\frac{c}{d}} = \frac{1}{5} \log. \frac{c}{d},$$

Endlich sind nur noch Logarithmen von Brüchen zu nehmen, daher jeder solche log. = dem log. des Zählers weniger dem log. des Nenners,

$$\log. \frac{a}{b} = \log. a - \log. b.$$

$$\log. \frac{c}{d} = \log. c - \log. d.$$

Mithin ist nach und nach

$$\log. x = 3 \log. \frac{a}{b} + \frac{1}{5} \log. \frac{c}{d}$$

$$= 3 (\log. a - \log. b) + \frac{1}{5} (\log. c - \log. d).$$

Oder:

Gemäß den Forderungen soll man die Zahl 34872 od. a durch 7561 od. b dividiren;	Mithin hat man vom log. der Zahl a od. 34872 den log. der Zahl b od. 7561 zu subtrahiren;
darauf ist der entfallende Quotient zur 3ten Potenz zu erheben.	darauf ist der entfallende logarithmische Unterschied mit dem Exponenten 3 zu multipliciren.
Andererseits ist die Zahl 87169 od. c durch die Zahl 39·64 od. d zu dividiren,	Andererseits ist vom log. der Zahl c od. 87169 der log. der Zahl d od. 39·64 zu subtrahiren,
und aus dem entfallenden Quotienten die 5te Wurzel zu ziehen.	und der entfallende logarithmische Unterschied durch den Wurzelexponenten 5 zu dividiren.
Endlich ist jene Potenz mit dieser Wurzel zu multipliciren,	Endlich sind jenes logarithmische Product und dieser logarithmische Quotient zusammen zu addiren,
um die verlangte Zahl zu erhalten.	um den Logarithmen der verlangten Zahl zu finden.

Sonach steht die Rechnung wie folgt:

$$
\begin{array}{rcll}
\log.\ a & = & 4{\cdot}5424769 & \\
\log.\ b & = & 3{\cdot}8785792 & \text{abz.} \\
\hline
\text{Rest} & = & 0{\cdot}6638977 & \\
 & & .3 & \\
\hline
\log.\ \text{Pot.} & = & 1{\cdot}9916931 & \\
\log.\ \text{Wurz.} & = & 0{\cdot}6684457 & \text{add.} \\
\hline
\log.\ x & = & 2{\cdot}6601388 & \\
x & = & 457{\cdot}2343\ldots &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rcll}
\log.\ c & = & 4{\cdot}9403621 & \\
\log.\ d & = & 1{\cdot}5981336 & \text{abz.} \\
\hline
\text{Rest} & = & 3{\cdot}3422285 & \\
 & & :5 & \\
\hline
\log.\ \text{Wurz.} & = & 0{\cdot}6684457 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
1388 \\
1347\ (95 \\
\hline
41 \\
38 \\
\hline
30 \\
29
\end{array}
$$

2. Beispiel. Man berechne $\dfrac{\overset{a}{(3{\cdot}7648)}^3 \cdot \sqrt[5]{\overset{b}{596{\cdot}20673}}}{\sqrt[7]{\underset{c}{(2{\cdot}00617)}^5} \cdot \sqrt[4]{\underset{d}{6984{\cdot}2196}}} = x$

Erläuterung. Da hier zuletzt getheilt wird, so ist die Unbekannte x ein Quotient, also ihr log. der Unterschied des log. des Dividends von dem log. des Divisors:

$$\log.\ x = \log.\ (a^3 \sqrt[5]{b}) - \log.\ (\sqrt[7]{c^5}.\ \sqrt[4]{d}).$$

Der Dividend und Divisor aber sind Producte, also ihr log. = der Summe der logg. ihrer Factoren.

$$\log.\ (a^3 \sqrt[5]{b}) = \log.\ (a^3) + \log.\ \sqrt[5]{b}.$$

$$\log.\ (\sqrt[7]{c^5}.\sqrt[4]{d}) = \log.\ (\sqrt[7]{c^5}) + \log.\ \sqrt[4]{d}.$$

Die Factoren aber sind wieder theils Potenzen, theils Wurzeln, daher vermöge §. 19 und 21

$$\log.\ (a^3) = 3 \log.\ a, \qquad \log.\ \sqrt[5]{b} = \frac{1}{5} \log.\ b.$$

$$\log.\ \sqrt[7]{c^5} = \frac{1}{7} \log.(c^5) \qquad \log.\ \sqrt[4]{d} = \frac{1}{4} \log.\ d.$$

$$= \frac{1}{7}.\ 5 \log.\ c.$$

Mithin ist nach und nach

$$
\begin{aligned}
\log.\ x &= \log.(a^3 \sqrt[5]{b}) - \log.(\sqrt[7]{c^5}.\ \sqrt[4]{d}) \\
&= \log.\ (a^3) + \log.\ \sqrt[5]{b} - \left(\log.\sqrt[7]{c^5} + \log.\sqrt[4]{d}\right) \\
&= 3 \log.\ a + \frac{1}{5} \log.\ b - \left(\frac{5}{7} \log.\ c + \frac{1}{4} \log.\ d\right)
\end{aligned}
$$

Oder anders:

Nach der Angabe ist die Zahl 3·7648 = a zur 3ten Potenz zu erheben;	Mithin ist der log. von a oder 3·7648 mit dem Exponenten 3 zu multipliciren,
nebstbei ist aus der Zahl 596·20673 = b die 5te Wurzel zu ziehen;	also der log. b durch 5 zu theilen;
dann jene Potenz mit dieser Wurzel zu multipliciren, um den Dividend zu finden.	danach sind die Logarithmen jener Potenz und dieser Wurzel zu addiren, um den Logarithmen des Dividends zu erhalten.
Andererseits hat man die Zahl 2·00617 = c zur 5ten Pot. zu erheben und daraus die 7te Wurzel zu ziehen;	Andererseits hat man den log. c mit 5 zu multipliciren und das Product durch 7 zu theilen;
nebstbei aus 6984·2196 = d die 4te Wurzel zu ziehen;	nebstbei den log. d durch 4 zu theilen;
danach beide Wurzeln mit einander zu multipliciren, um den Divisor zu finden.	danach die Logarithmen beider Wurzeln zusammen zu addiren, um den log. des Divisors zu erhalten.
Endlich hat man noch das erste Product durch das zweite, den Dividend durch den Divisor zu theilen,	Endlich muß man vom log. des Dividends den log. des Divisors abziehen,
um zum Quotienten die verlangte Zahl x zu erhalten.	um den log. der verlangten Zahl x zu finden.

Sonach führt man die Rechnung wie folgt aus:

log. a	= 0·7857419	(.3
log. b	= 2·7753969	(:5
3 log. a	= 2·3572257	
$\frac{1}{5}$ log. b	= 0·5550794	(+
log. Divid.	= 2·9123051	
log. Divis.	= 1·1770064	(—
log. x	= 1·7352987	
x	= 54·36241	

log. c	= 0·3023677	(.5
log. d	= 3·8441179	(:4
5 log. c	= 1·5118385	(:7
$\frac{5}{7}$ log. c	= 0·2159769	
$\frac{1}{4}$ log. d	= 0·9610295	(+
log. Divis.	= 1·1770064	

Nebenrechnungen.

3920 (73	3526 (216	1167 (62	2987
44	151	6	2954 (80
5·1	3677	5·6	33
22		·37	32
3969		1179	10

§. 56.

II. Insbesondere bei häufiger vorkommenden Rechnungsverbindungen.

a) Bei der Verbindung des Multiplicirens mit dem Dividiren.

In den bürgerlichen Geschäftsrechnungen kommen am häufigsten das Multipliciren und Dividiren theils blos ganzer theils überhaupt decimaler, theils endlich auch regelmäßig gebrochener Zahlen mit einander zu verknüpfen. Alle solche Rechnungen lassen sich sehr leicht dahin führen, daß überhaupt mehrere Decimalzahlen zum Theil durch einander multiplicirt, zum Theil durch einander getheilt werden; oder besser, daß einige Decimalzahlen mit einander multiplicirt und ihr Product durch etliche andere solche Zahlen nach einander oder anstatt dessen sogleich auf einmal durch das Product dieser Zahlen getheilt werden; folglich überhaupt, daß ein Product von Decimalzahlen durch ein anderes solches Product getheilt werde, und nur in besonderen Fällen anstatt Eines dieser Producte eine einzelne Zahl vorkomme.

In einer solchen Rechnungsverbindung hat man demnach, zufolge der §§. 8 und 11, entweder von den Logarithmen des einzelnen Dividends oder von der Summe der Logarithmen sämmtlicher Factoren oder multiplicativer (mit einander zu multiplicirender) Zahlen entweder den Logarithmen des einzelnen Divisors oder die Summe der Logarithmen aller Divisoren oder divisiven (theilenden) Zahlen abzuziehen, den Rest wieder als einen Logarithmen anzusehen und zu ihm die Zahl zu suchen; welche sodann die von der Rechnungsaufgabe geforderte Zahl ist.

Rechnungsbesonderheit. Da, wo das Addiren und Subtrahiren der Logarithmen mehrmals abwechselt, kann man das ganze Rechnungsgeschäft auch auf ein einmaliges Addiren zurückführen, indem man jeden abzuziehenden (subtractiven) Logarithmen durch einen angemessenen zu addirenden (additiven) ersetzt.

Ist nun insonderheit der Logarithme einer ganzen Zahl oder einer gemischten Decimalzahl, z. B. der log. 361·752, also ein positiver Logarithme abzuziehen, hier 2·5584109; so ersetzt man diesen subtractiven (abzuziehenden) positiven Logarithmen durch denjenigen zu addirenden regelwidrigen Unterschied, dessen Minuend die Ergänzung dieses Logarithmen zu einer ihn übersteigenden ganzen Zahl, am einfachsten zur nächst höheren, 3, oder der Gleichförmigkeit halber immer zur Zahl 10, also

entweder $3 - 2·5584109 = 0·4415891$

oder $10 - 2·5584109 = 7·4415891$, der Subtrahend aber eben diese ganze Zahl, 3 oder 10, ist; d. h. man zieht den positiven Logarithmen, 2·5584109, entweder von der nächst größeren ganzen Zahl, 3, oder jedesmal von 10 ab, setzt den Rest, dort 0·4415891, hier 7·4415891, als zu addirend und diese ganze Zahl, dort 3, hier 10, als abzuziehend an. Auf diese Weise macht man

$$- \log. 361·752 = - 2·5584109 = 0·4415891 - 3$$
$$= 7·4415891 - 10.$$

Anstatt nemlich den log. 361·752, d. i. die Zahl 2·5584109, abzuziehen, zieht man mehr als man soll, aber jedenfalls eine ganze Zahl, hier entweder 3 oder 10 ab, und addirt, um den begangenen Fehler wieder gut zu machen, das zu viel Abgezogene, dort 0·4415891 hier 7·4415891, wieder hinzu.

Ist dagegen der Logarithme eines echten Decimalbruches, z. B. der log. 0·000361752, also ein negativer Logarithme, abzuziehen; der auf die übliche Differenzform gebracht ist, hier entweder 0·5584109 — 4 oder 6·5584109 — 10, so zieht man ihn vorerst auf seine einfachste Form, also in einen negativen Logarithmen, — 3·4415891, zusammen, indem man nemlich von dem zu großen ganzzahligen Subtrahend den kleineren Minuend, dort 0·5584109 von 4, hier 6·5584109 von 10, abzieht und den Rest, 3·4415891, negativ nimmt; sodann addirt man diesen Rest, 3·4415891 anstatt den negativen Logarithmen, — 3·4415891, abzuziehen. Denn nach dem Begriffe der negativen Zahlen muß man, anstatt eine in negativer Beziehung befindliche Zahl abzuziehen, sie selbst — oder ihren Betrag an sich genommen — addiren. Auf diese Weise macht man

$$- \log. 0·000361752 = 4 - 0·5584109$$
$$= 10 - 6·5584109 = 3·4415891.$$

Sind jedoch sehr viele Logarithmen abzuziehen, so wird man meistens besser thun, wenn man entweder unter den einzelnen Logarithmus oder unter die Summe der zu addirenden Logarithmen, wovon man abziehen soll, alle abzuziehenden Logarithmen der Reihe nach — einen unter den andern — schreibt, und in bekannter Weise ergänzend abzieht, nemlich die Summe der gleichstelligen Ziffern aller dieser Subtrahende zur nächst größeren mit der gleichstelligen Ziffer des Minuends schließenden Zahl ergänzt.

Z. B. Es seien die Zahlen 0·00634, 36·48 und 5·9176 mit einander zu multipliciren, und ihr Product durch die Zahlen 1596·386, 0·000361752, 848·36 nach einander zu dividiren.

Rechnungsansatz: $x = \dfrac{\overset{a}{0{\cdot}00634} \times \overset{b}{36{\cdot}48} \times \overset{c}{5{\cdot}9176}}{\underset{m}{1596{\cdot}386} \times \underset{n}{0{\cdot}000361752} \times \underset{p}{848{\cdot}36}}$

Erste Rechnungsweise:

log. a = 7·8020893 — 10
log. b = 1·5620548
log. c = 0.7721456

log. Divid. = 0·1362897
log. Divis. = 2·6901290

log. x = 7·4461607 — 10

log. m = 3·2031379
log. n = 6·5584109 — 10
log. p = 2·9285802

log. Divis. = 2·6901290

Zweite Rechnungsweise:

log. a = 7·8020893 — 10
log. b = 1·5620548
log. c = 0·7721456
— log. m = 6·7968621 — 10
— log. n = 3·4415891
— log. p = 7·0714198 — 10

log. x = 7·4461607 — 10

Dritte Rechnungsweise:

log. a = 7·8020893 — 10
log. b = 1·5620548
log. c = 0·7721456

0·1362897
log. m = 3·2031379
log. n = 6·5584109 — 10
log. p = 2·9285802

log. x = 7·4461607 — 10

Resultat x = 0·002793577.

Nebenrechnung.

1145	4085	1607
218	24	1487
16	4109	120
1379		109
		110
		109

§. 57.

Beispiele über Multiplicationen und Divisionen mit Brüchen.

1. Die Schemnitzer Bergklafter (= 10 Schuh = 100 Zoll = 1000 Linien = 10000 Punkte) hat 6 Fuß 4 Zoll 10·92 Linien

Wiener Maß; und der Wiener Fuß beträgt 0·3161023 französische Metres. Wie viel Metres hält die Schemnitzer Bergklafter?

Vorbereitung. 6 F. 4 Z. 10·92 L. = 922·92 Linien.

$$\begin{array}{l} 12 \\ \hline 76 \quad \times 12 \qquad 1 \text{ Fuß} = 144 \text{ Lin.} \\ 152 \\ 10{\cdot}92 \\ \hline 922{\cdot}92 \text{ L.} \end{array} \qquad \text{Bergkl.} = \frac{922{\cdot}92}{144} \text{ W. F.}$$

$$\frac{\overset{a}{922{\cdot}92}}{b\ 144} \cdot \overset{c}{0{\cdot}3161023} = x$$

Rechnung:

$$\begin{array}{rl} \log. a = & 2{\cdot}9651641 \\ \log. b = & 2{\cdot}1583625 \\ \hline & 0{\cdot}8068016 \\ \log. c = & 9{\cdot}4998276 - 10 \\ \hline \log. x = & 0{\cdot}3066292 \\ x = & 2{\cdot}025952 \end{array} \qquad \text{oder} \qquad \begin{array}{rl} \log. a = & 2{\cdot}9651641 \\ -\log. b = & 7{\cdot}8416375 - 10 \\ \log. c = & 9{\cdot}4998276 - 10 \\ \hline \log. x = & 0{\cdot}3066292 \end{array}$$

Nebenrechnung.

$$\begin{array}{r} 8245 \\ 27 \\ 4 \\ \hline 8276 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6292 \\ 6180 \\ \hline 112 \\ 107 \\ \hline 50 \end{array}$$

Antwort: Schemnitzer Bergklafter = 2·025962 Metres.

2. Wie viel Gulden Wiener Währung kostet das Pfund einer Waare, von welcher 18 Ct. 65 ℔ $28^1/_2$ £ 4026 Francs 59 Centimes kosten, wenn der Curs auf Paris zu $117^1/_4$, und auf W. W. zu $251^3/_4$ steht, d. h. wenn 300 Francs = $117^1/_4$ fl. Conv. M. und 100 fl. C. M. = $251^3/_4$ fl. W. W. sind?

Vorbereitung. Loth $28^1/_2 = 28{\cdot}\overset{4}{5}$ = ℔ 7·125:8 = 0·890625 ℔.

18 Ct. 65 ℔ $28^1/_2$ £ = 1865·890625 ℔.

4026 Fr. 59 C. = 4026·59 Fr.; 300 Francs = 117·25 fl. C. M.

100 fl. C. M. = 251·75 fl. W. W.

Will man unter Einem die Zwischenvaluten mit bestimmen, so kostet 1 ℔ $\dfrac{\overset{a}{4026{\cdot}59}}{\underset{b}{1865{\cdot}890625}}$ Fr. (u

$$\frac{4026{\cdot}59}{1865{\cdot}890625} \cdot \frac{\overset{c}{1{\cdot}1725}}{3} \text{ fl. C. M. (v,}$$ und endlich

$$\frac{4026{\cdot}59}{1865{\cdot}890625} \cdot \frac{1{\cdot}1725}{3} \cdot \overset{d}{2{\cdot}5175} \text{ fl. W. W. (x.}$$

Rechnung:

$$\begin{array}{rl} \log. a = & 3{\cdot}6049374 \\ b = & 3{\cdot}2708862 \\ \hline \log. u = & 0{\cdot}3340512 \qquad u = 2{\cdot}1580 \text{ (Fr.} \\ c = & 0{\cdot}0691129 \\ -\log. 3 = & 9{\cdot}5228787 - 10 \\ \hline \log. v = & 9{\cdot}9260428 - 10 \qquad v = 0{\cdot}84342 \text{ (fl. C. M.} \\ d = & 0{\cdot}4009695 \\ \hline \log. x = & 0{\cdot}3270123 \qquad x = 2{\cdot}1233 \text{ (fl. W. W.} \end{array}$$

Nebenrechnungen.

$$\begin{array}{r} 9277 \\ 97 \\ \hline 9374 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8651 \\ 210 \\ 1{\cdot}40 \\ \hline 8862 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0514 \\ 0512 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0428 \\ 0439 \\ \hline -11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0123 \\ 0114 \\ \hline 9 \end{array}$$

Antwort: Das Pfund kostet 2 Francs 15·8 Cent.,
ferner 0·84342 fl. od. 50·6052 Kr. C. M.
endlich 2·1233 fl. od. 2 fl. 7·402 Kr. W. W.

3. Wie viel Gulden betragen 4720 Mark Hamburger Banco und 14 Schilling, wenn die Mark Banco zu 43 ¼ Kr. gerechnet wird und 16 Schilling enthält?

Vorbereitung: 4720 Mk. 14 Sch. = $4720\frac{7}{8}$ Mark B.

$$\overset{\text{Mk. B.}}{x = 4720\tfrac{7}{8}} \cdot \frac{\overset{\text{fl.}}{43\frac{1}{4}}}{60} = \frac{37767}{8} \cdot \frac{173}{240} = \frac{\overset{a}{37767} \cdot \overset{b}{173}}{\underset{c}{1920}}$$

$$\begin{array}{rl} \text{Rechnung: } \log. a = & 4{\cdot}5771125 \\ \log. b = & 2{\cdot}2380461 \\ -\log. c = & 6{\cdot}7166988 - 10 \\ \hline \log. x = & 3{\cdot}5318574 \\ x = & 3402{\cdot}97 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8574 \\ 8492(127 \\ \hline 82 \\ 89 \\ {\cdot}97 \times 60 = 58{\cdot}2 \end{array}$$

Antwort: 3402 fl. 58 kr.

4. Was kostet der Centner einer Waare, von welcher $19\frac{7}{8}$ ℔ mit 1 fl. $19\frac{7}{40}$ kr. bezahlt werden?

Vorbereitung.

$$19\tfrac{7}{8} \text{ Loth} = \frac{159}{8} : 32 = \frac{159}{256} \text{ ℔} = \frac{159}{256} : 100 = \frac{159}{25600} \text{ Ct.}$$

$$1 \text{ fl. } 19\tfrac{7}{40} \text{ kr.} = 1 \text{ fl. } \frac{767}{40} \text{ kr.} = 1\frac{767}{40.60} \text{ fl.} = 1\frac{767}{2400} = \frac{3167}{2400} \text{ fl.}$$

$$\text{fl. } x = \overset{\text{fl.}}{\frac{3167}{2400}} : \overset{\text{St.}}{\frac{159}{25600}} = \frac{3167}{24} \times \frac{256}{159} = \frac{3167 \,.\, 32}{3 \,.\, 159}$$

$$= \frac{\overset{a}{3167 \,.\, 32}}{\underset{b}{477}}$$

Rechnung:

$$\begin{array}{rl} \log.\, a & = 3{\cdot}5006481 \\ \log.\, 32 & = 1{\cdot}5051500 \\ -\log.\, b & = 7{\cdot}3214816 - 10 \\ \hline \log.\, x & = 2{\cdot}3272797 \\ x & = 212{\cdot}461 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2797 \\ 2772\ (205 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\cdot 461 \times 60 = 27{\cdot}66$$

Antwort: 212 fl. 27·7 kr.

5. Wenn 19548 Francs 60 Centimes mit 7672 fl. 49 ½ kr. Conv. Münze bezahlt werden, wie hoch steht der Pariser Curs zu Wien? d. h. wie viel fl. C. M. zahlt man für 300 Francs?

Vorbereitung.

19548 Fr. 60 Cent. = 19548·60 Francs

$$7672 \text{ fl. } 49\ {}^1\!/_2 \text{ kr.} = 7672\ \frac{99}{2 \times 60} \text{ fl.} = \frac{920739}{120}$$

$$\begin{array}{r} 7672 \\ 153440 \\ 99 \\ \hline 920739 \end{array}$$

$$1 \text{ Franc gilt } \overset{\text{fl.}}{\frac{920739}{120}} : 19548{\cdot}6$$

$$300 \text{ Francs gelten} \left(\frac{920739}{129} : 19548{\cdot}6\right) .\, 300 = \frac{920739}{120} \times \frac{300}{19548{\cdot}6}$$

$$= \frac{920739 \times 10}{4 \times 19548{\cdot}6} = \frac{\overset{a}{9207390}}{\underset{b}{78194{\cdot}4}}$$

$$\begin{array}{r} 1323\ (47 \\ 42 \\ \hline 1365 \end{array}$$

Rechnung:

$$\begin{array}{rl} \log.\, a & = 6{\cdot}9641365 \\ b & = 4{\cdot}8931756 \\ \hline \log.\, x & = 2{\cdot}0709609 \\ x & = 117{\cdot}75 = 117\,{}^3\!/_4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1734\ (56 \\ 22 \\ \hline 1756 \end{array}$$

Antwort: 117 ¾ fl. C. M.

§. 58.

b) Bei der Potenzirung der Quotienten oder Brüche.

Ist eine Decimalzahl durch eine andere zu dividiren und der daraus entspringende $\frac{\text{Quotient}}{\text{Bruch}}$ zu einer Potenz zu erheben; so sucht man von beiden Zahlen die Logarithmen, zieht (gemäß §§. 11, 13 u. 19) vom Logarithmus des Dividends/Zählers den Logarithmen des Divisors/Nenners ab, multiplicirt den Rest mit dem Potenzexponenten, betrachtet das Product wieder als einen Logarithmen, und sucht die ihm angehörige Zahl: sie ist die verlangte Potenz.

Z. B. $\dfrac{648{\cdot}6498}{796{\cdot}38}$ ist zur 5ten Potenz zu erheben.

Rechnungsansatz: $\left(\dfrac{\overset{a}{648{\cdot}6498}}{\underset{b}{796{\cdot}38}}\right)^5 = x$

$$\begin{array}{lrl}
\text{Rechnung:} & \log.\ a = & 2{\cdot}8110102 \\
 & \log.\ b = & 2{\cdot}9011203 \\
\hline
 & & 9{\cdot}9098899 - 10 \\
 & & 5 \\
\hline
 & \log.\ x = & 9{\cdot}5494495 - 10 \\
\text{Resultat:} & x = & 0{\cdot}354364
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
0037\ (67 \\
60 \\
5{\cdot}4 \\
\hline
0102 \\
\\
4495 \\
4447\ (122 \\
\hline
48 \\
49
\end{array}$$

§. 59.

c) Bei der Wurzelausziehung aus einem Quotienten oder Bruche.

Ist eine Decimalzahl durch eine andere zu theilen und aus dem entfallenden Quotienten/Bruche eine Wurzel zu ziehen; so sucht man von beiden Zahlen die Logarithmen, zieht (gemäß §§. 11, 13, 21) von dem Logarithmus des Dividends/Zählers den Logarithmen des Divisors/Nenners ab, theilt den Rest durch den Wurzelexponenten, betrachtet den Quotienten wieder als Logarithmen und sucht die ihm zugehörige Zahl: sie ist sofort die verlangte Wurzel.

Z. B. Aus dem Quotienten $\dfrac{49658{\cdot}2}{0{\cdot}03854}$ die 7te Wurzel ziehen.

Rechnungsansatz: $\sqrt[7]{\dfrac{49658{\cdot}2}{0{\cdot}03854}} = \sqrt[7]{\dfrac{\overset{a}{4965820}}{\underset{b}{3{\cdot}854}}} = x$

$$\begin{array}{lrl}
\text{Rechnung:} & \log.\ a = & 6{\cdot}6959910 \\
 & \log.\ b = & 0{\cdot}5859117 \\
\hline
 & & 6{\cdot}1100793 \\
 & & :7 \\
\hline
 & \log.\ x = & 0{\cdot}8728685 \\
\text{Resultat:} & x = & 7{\cdot}46223.
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
9892\ (88 \\
18 \\
\hline
9910 \\
\\
8685 \\
8669 \\
\hline
16 \\
17
\end{array}$$