Elementarlehre von den Logarithmen auf einem neuen, verständlicheren und umfassenden Begriff dieser Hilfszahlen gegründet, bloß die Kenntniß der gewöhnlichsten Zifferrechnungen voraussetzten, ohne Algebra gemeinfastlich zergliedert

B. Vorgang bei den einzelen Grundrechnungen vermittelst Logarithmen. §50 - §53

In: Wilhelm Matzka (author): Elementarlehre von den Logarithmen auf einem neuen, verständlicheren und umfassenden Begriff dieser Hilfszahlen gegründet, bloß die Kenntniß der gewöhnlichsten Zifferrechnungen voraussetzten, ohne Algebra gemeinfastlich zergliedert. (German). Prag: J. G. Calve, 1850. pp. 85--96.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/400411

B. Vorgang bei den einzelnen Grundrechnungen vermittelst Logarithmen.

§. 50.

I. Multipliciren mittels Logarithmen.

Sind vermittelst Logarithmen mehrere Zahlen mit einander zu multipliciren, oder ist das Product mehrerer Zahlen zu bestimmen; so suche man zu allen diesen Zahlen (Factoren) ihre Logarithmen, addire diese, nehme die Summe selbst wieder als Logarithmen, und suche die dazu gehörige Zahl: sie ist das verlangte Product.

Rechnungseigenheit. Sind unter den Factoren echte, (gewöhnliche oder Decimal-)Brüche, so ertheilt man ihren (negativen) Logarithmen die Differenzform, addirt zuerst die positiven Antheile der Logarithmen, und gleicht endlich die Ganzen der (positiven) Summe mit der Summe der negativen Antheile, der (ganzzahligen) Subtrahende ab; insbesondere wenn, wie in solchen Fällen gewöhnlich, jedweder Subtrahend **10** (ein Zehner) ist, die Anzahl dieser subtractiven Zehner mit der Anzahl der Zehner jener Ganzen der positiven Summe.

Multiplications-Beispiele.

1. Beispiel. Man multiplicire **3127** mit **748**.

Aufgabe: $3127 \cdot 748 = x$

Rechnung: $\log. 3127 = 3{\cdot}4951279$

$\underline{\log. 748 = 2{\cdot}8739016}$ addirt;

$\log. x = 6{\cdot}3690295$

Resultat: $x = 2338996$

$3127 \cdot 748 = 2338996.$

$$\begin{array}{rl} 0295 & \\ \underline{*0117} & \\ 178 & \\ \underline{167} & (9 \\ 110 & \\ 111 & (6 \end{array}$$

Bemerkung. In solchen Fällen, wie im vorgelegten Beispiele, wo blos zwei wenigziffrige Zahlen mit einander zu multipliciren sind, gewähren die Logarithmen selten Vortheil, weil es eben so viel und oft mehr Mühe macht, die Logarithmen der zwei Zahlen und hernach umgekehrt die zu ihrer Summe gehörige Zahl aufzusuchen, als die beiden Zahlen wirklich mit einander zu multipliciren.

2. Beispiel. Das böhmische oder Prager Pfund beträgt **0·91847** Wiener Pfund, und das Wiener oder niederösterreichische

Pfund 560·012 französische Grammes.*) Wie viel Grammes hält nun das böhmische Pfund?

Vorbereitende Antwort: 0·91847mal 560·012 Grammes.

Aufgabe: $\underset{a}{0{\cdot}91847} \cdot \underset{b}{560{\cdot}012} = x.$

Rechnung: log. a = 9·9630650 — 10
log. b = 2·7481973
log. x = 2·7112623

Resultat: x = 514·354.

1958
15
1973

2623
2587
36
34

Antwort: Das böhmische Pfund beträgt 514·354 Grammes.

3. Beispiel. Die Lemberger oder die ihr gleiche Prager Elle beträgt 1·879 Wiener Fuß, und der Wiener Fuß 0·3161023 französische Metres. Wie viel Metres beträgt diese Elle?

Vorbereitende Antwort: 1·879mal 0·3161023 Metres.

Aufgabe: $\underset{a}{1{\cdot}879} \cdot \underset{b}{0{\cdot}3161023} = x.$

Rechnung: log. a = 0·2739268
log. b = 9·4998276 — 10
log. x = 9·7737544 — 10

Ergebniß: x = 0·593956

8245
27
41
8276

7544
7499
45

Antw. Die Lemberger oder Prager Elle beträgt 0·593956 Metres.

4. Beispiel. Der Astronom Liesganig fand (1760) die Pariser Klafter = 1·02764 Wiener Klafter, und die französische Regierung setzte (2. Nov. 1801), zufolge Berichtes der Pariser Akademie, das Grundlängenmaß, den Metre, zu 0·513074 Par. Klaftern fest; wie viel Wiener Klafter beträgt der Metre?

Vorläufige Antwort: $\underset{a}{0{\cdot}513074} \times \underset{b}{1{\cdot}02764} = x.$

Rechnung: log. a = 9·7101800 — 10
log. b = 0·0118410
log. x = 9·7220210 — 10

1766
34
1800

0210
0166
44
41
30

$x = 0{\cdot}527255 = \frac{\text{Metre}}{\text{Wiener Klftr.}}$

3·16353
632706
37·96236

Antw. Der Metre = 0·527255 Wiener Klafter,
daher = 3·16353 Wiener Fuß
oder = 37·9624 (nahe = 38) Wiener Zoll.

*) Diese und fast alle folgenden Maß- und Gewichtsverhältnisse findet man in G. Freih. v. Vega's Vorles. üb. d. Math. 1. Bd. 6. Aufl. verb. v. Matzka. Wien, 1838. Beck. S. 216, §. 198.

Zusatz. Umgekehrt findet man hieraus

$$\log.\frac{1}{x} = -\log.x = 0{\cdot}2779790,$$

also $\frac{1}{x} = 1{\cdot}896615 = \frac{\text{Wiener Klafter}}{\text{Metre}}$,

daher ist 1 Wiener Klafter = 1·896615 Metre

1 „ Fuß = 0.316102 „

$$\begin{array}{r} 9790 \\ 9756 \\ \hline 34 \\ 23 \\ \hline 110 \end{array}$$

5. Beispiel. Eine Rennbahn hat 320 Pariser Klafter (Toisen) im Halbmesser, wie viel Wiener Klafter ist sie lang, wenn die Toise 1·02764 Wiener Klafter beträgt?

Vorbereitung. Der Durchmesser dieser Kreislinie ist 640 P. Kl., und die Länge jeder Kreislinie = dem Producte aus dem Durchmesser mit dem Kreisverhältnisse oder der Ludolph'schen Zahl 3·1415926, die von den Mathematikern jederzeit durch den griechischen Buchstaben π (Pi) bezeichnet wird; daher

Länge der Rennbahn = 640 . 3·1415926 P. Kl.

$$= \underset{a}{640} \,.\, \underset{\pi}{3{\cdot}1415926} \,.\, \underset{b}{1{\cdot}02764} \text{ W. Kl.}$$

Rechnung:

$$\begin{array}{rl} \log.a &= 2{\cdot}8061800 \\ \log.\pi &= 0{\cdot}4971499 \\ \log.b &= 0{\cdot}0118410 \\ \hline \log.x &= 3{\cdot}3151709 \\ x &= 2066{\cdot}19 \end{array}$$

(S. 191 der Vega'schen Tafel)

$$\begin{array}{r} 1371 \\ 124 \\ 2{\cdot}8 \\ {\cdot}83 \\ \hline 1499 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1709 \\ 1513 \\ \hline 196 \end{array}$$

Antwort: 2066·19 Wiener Klafter, oder da 4000 W. Kl. eine österreichische Postmeile machen, 0·516 oder etwas mehr als ½ österreichische Meile.

6. Beispiel. An einem Wagenrade von 54 Wiener Zoll Durchmesser befindet sich eine Vorrichtung zum Zählen seiner Umläufe. Bei einer Fahrt von einem Orte zu einem andern zählt man nun 8947 Umläufe. Wie viel Wiener Klafter und Meilen (zu 4000 Klaftern) beträgt die Entfernung beider Orte?

Vorbereitung: Durchmesser des Rades = 54 Zoll, also = $\frac{54}{72}$ Klftr. = $\frac{3}{4}$ Klftr. = 0·75 Klftr.

Umfang des Rades = Durchmesser $\times$ Kreisverhältniß π

= 0·75 Klftr. $\times$ 3·1415926.

Entfernung beider Orte = 8947 Radumfänge

= 8947 $\times$ 0·75 $\times$ 3·1415926 Klftr.

$$x = \underset{a}{8947} \times \underset{b}{0{\cdot}75} \times \underset{\pi}{3{\cdot}1415926}$$

Rechnung: log. a = 3·9516774
b = 9·8750613 — 10
π = 0·4971499

log. x = 4·3238886 — 8886
8912 nächst angrenzend

x = 21081. — 21081 : 4000 = 5·27
12

Antwort: 21081 Wiener Klftr. oder 5·27 (nahe $5^1/_4$) österreich. Meilen.

§. 51.

II. Dividiren mittels Logarithmen.

Um vermittelst Logarithmen eine Zahl durch eine andere zu dividiren, suche man zu beiden Zahlen ihre Logarithmen, ziehe von dem Logarithmen der ersteren Zahl — des Dividends — den Logarithmen der letzteren Zahl — des Divisors oder Theilers — ab, nehme den Rest selbst wieder als Logarithmen und suche die ihm angehörige Zahl: sie ist der verlangte Quotient.

Beispiel. Soll 849765·43 durch 750·936 getheilt werden, so hat man folgenden

Ansatz:

$$\underset{a}{849765{\cdot}43} : \underset{b}{750{\cdot}936} = x$$

und daher die Rechnung:

log. a = 5·9293091
log. b = 2·8756029

log. x = 3·0537062

somit das Resultat x = 1131·635..,
d. i. 849765·43 : 750·936 = 1131·635...

Nebenrechnungen:

2963 (51) 5995 (57)
26 — 34
2·0 — 6029
·15
3091

7062
6929
133
115
180
192

Besonderheiten dieses Rechnens.

1. Ist der Dividend kleiner als der Divisor, keiner von beiden aber kleiner als 1, und ist sonach von einem positiven Logarithmen ein größerer abzuziehen; so ist der Logarithme des Quotienten eigentlich negativ, man ertheilt ihm jedoch

vortheilhafter die Differenzform, indem man dem Logarithmen des Dividends so viel Einer zulegt, daß sich davon der Logarithme des Divisors abziehen läßt, und nach diesem Abzuge die zugelegte Zahl dem Reste wieder als subtractiv oder Subtrahend beisetzt. Zu solcher zuzulegenden Zahl wählt man entweder die möglich kleinste schon genügende oder vortheilhafter immer 10.

Beispiel. Sei zu theilen 48·76594 durch 591034.

Ansatz: $\overset{a}{48{\cdot}76594} : \overset{b}{591034} = x$

Rechnung: log. a = 1·6881166
log. b = 5·7716125

log. x = 5·9165041 — 10

1082 (89) 6095 (74
80 30
4 6125
1166 5041
5013 (53
28
27

Resultat: Jener Quotient x = 0·0000825095.

2. Ist entweder der Dividend oder der Theiler allein oder jeder von beiden ein echter Decimalbruch, also sein Logarithme negativ; so rückt man jedesmal, vor Anwendung der Logarithmen, in beiden*) das Decimalzeichen um gleichviel Stellen so weit rechts, daß beide in unechte Decimalbrüche (überhaupt, oder insbesondere in ganze Zahlen) übergehen, folglich ihre Logarithmen positiv werden; weil bekanntlich eines Quotienten Größe ungeändert bleibt, wenn man Dividend und Theiler durch einerlei Zahl, hier wiederholt mit 10, multiplicirt. Dann wird das Rechnen mit Logarithmen nach den früheren Regeln vollzogen werden können.

1. Beispiel. Zu theilen 0·00614008 durch 71·00035.

Vorbereitender Ansatz: x = 0·00614008 : 71·00035
= $\overset{a}{6{\cdot}14008} : \overset{b}{71000{\cdot}35}$

Rechnung: log. a = 0·7881741
log. b = 4·8512605

log. x = 5·9369136 — 10

1684 (70 2583 (62
57 19
1741 3
2605
9136
9107 (50
29
30

Resultat: Quotient x = 0·0000864796.

2. Beispiel. Zu theilen 0·00039846 : 0·005817

*) Ganze Zahlen können leicht auf die Form unechter Decimalbrüche gebracht werden, indem man zur Rechten ihrer Einerziffer das Decimalzeichen und hinter diesem beliebig viel Nullen als Decimalziffern schreibt.

Ansatz und Vorbereitung: $x = 0{\cdot}00039846 : 0{\cdot}005817$
$= \underset{a}{3{\cdot}9846} : \underset{b}{58{\cdot}17}$

Rechnung: $\log.\ a = 0{\cdot}6003847$
$\log.\ b = 1{\cdot}7646991$
$\log.\ x = 8{\cdot}8356856 - 10$ 6856
Resultat: Quot. $x = 0{\cdot}0684992.$ 6842 (64
14
13

Divisions-Beispiele.

1. Die Steigung einer Eisenbahn beträgt 17·48 Klafter auf 3798·56 Klafter (Länge); welches ist das allgemeine Maß oder Verhältniß dieser Steigung?

Vorläufige Antwort: $\underset{a}{17{\cdot}48} : \underset{b}{3798{\cdot}56} = x.$

Rechnung: $\log.\ a = 1{\cdot}2425414$ 6121
$b = 3{\cdot}5796190$ 69
$\log.\ x = 7{\cdot}6629224 - 10$ oder 6190
$= -2{\cdot}3370776$ 9224 0776
$x = 0{\cdot}0046017$ od. $= \frac{1}{217{\cdot}31}$ 9183 0797

Antwort: Steigungsmaß = 0·0046 oder = 0·0046 : 1 (d. h. 46 Zehntausendtel zu 1) d. i. 4·6 Klafter Steigung auf 1000 Klftr. Länge; oder das Steigungsmaß ist sehr nahe $\frac{1}{217}$, d. h. es kommt 1 Klafter Steigung auf jede 217 Klafter Bahnlänge.

2. Was kostet der Centner einer Waare, von welcher 3 Ct. 85 ℔. 19 3/4 Ł. mit 824 fl. 27 kr. bezahlt werden?

Vorbereitung: $3/4 = 0{\cdot}75$, $19\,3/4$ Ł. $= 19{\cdot}75 : 8 : 4 = 2{\cdot}46875 : 4$
3 5 $= 0{\cdot}6171875$ ℔.
70
60

3 Ct. 85 ℔. 19 3/4 Ł. = 385·6171875 ℔.
824 fl. 27 kr. = 824·45 fl.
27 : 60 = 9 : 20 = 0·45

1 Cent. kostet $\frac{\overset{a}{824{\cdot}45}}{\underset{b}{385{\cdot}6171875}}$ fl. $= x$

Rechnung: $\log.\ a = 2{\cdot}9161643$ 1483 0079
$b = 2{\cdot}5861564$ 79 0077
$\log.\ x = 0{\cdot}3300079$ 1·1 2
$x = 213{\cdot}80$ 1·02
1564

Antwort: 213·80 fl. oder 213 fl. 48 kr.

3. Jemand hat für 2776 fl. Silbermünze und 4645 fl. W. W. zusammen 11564 fl. 11 kr. W. W. erhalten; wie hoch war der Curs von Silbermünze auf Wiener Währung gerechnet, d. h. wie viel fl. W. W. wurden für 100 fl. S. M. gezahlt?

Vorbereitung: Im Ganzen erhalten . .	11564 fl.	11 kr. W. W.
hievon abgeschlagen die gezahlten .	4645 „	„ „
so wurden für die 2776 fl. S. M. erhalten	6919·18 fl.	„ „
also für 1 „ „ „ „	$\frac{6919{\cdot}18}{2776}$ „	„ „
und für 100 „ „ „ gerechnet	$\frac{691918}{2776}$ fl. W. W.	

$$x = \frac{691918 \text{ (a}}{2776 \text{ (b}}$$

Rechnung: log. a = 5·8400546   0496   6351
b = 3·4434195   50   52
log. x = 2·3966351   0546

x = 249·25 = 249¼.

Antwort: Curs zu 249¼; d. h. 100 fl. S. M. = 249¼ fl. W. W.

4. Ein Baumstamm hält 14′ 7¾″ im Umfange; wie groß ist sein Durchmesser?

Vorbereitung. Nach §. 49 Beisp. 5. wird man den Durchmesser einer Kreislinie finden, wenn man die Länge derselben durch das Kreisverhältniß π dividirt. Folglich ist des Baumstammes Durchmesser

$$= \frac{14' \, 7\tfrac{3}{4}''}{\pi = 3{\cdot}14159} = \frac{\overset{c}{175{\cdot}75''}}{\pi} = d$$

log. c = 2·2448953   7454
π = 0·4971499   7458
log. d = 1·7477454   d = 55·943.

Antwort: 55·943 Zoll, oder 4 Fuß 7·943 Zoll.

5. Nach Vega's Untersuchung*) beträgt die in Lemberg und ganz Galizien übliche Breslauer Elle, von 2 Breslauer Fuß, 263·4 alt Pariser Linien, und die Wiener Elle wird zu 345·4 alt Par. Lin. gerechnet. Ferner beträgt nach den Messungen des Jesuiten P. Franz (1756) die Prager Elle 1·879 Wiener Fuß, und die Wiener Elle 2·465 Wiener Fuß. Wie werden nun die Lemberger und Prager Elle durch die Wiener Elle ausgedrückt?

---

*) Vergl. G. Freiherr v. Vega Vorles. üb. die Math. 1. Bd. 3. Aufl. Wien. 1802, S. 218.

Vorbereitung: Es ist $\frac{\text{Lemb. Elle}}{\text{Wien. Elle}} = \frac{2634 \text{ (a}}{3454 \text{ (b}} = x$

und $\frac{\text{Prag. Elle}}{\text{Wien. Elle}} = \frac{1879 \text{ (c}}{2465 \text{ (d}} = y.$

Rechnung:

log. a = 3·4206158	log. c = 3·2739268	2935 1099
b = 3·5383223	log. d = 3·3918169	2911 1088
log. x = 9·8822935 — 10	log. y = 9·8821099 — 10	24
x = 0·76259	y = 0·76227	

Antwort: 1 Lemberger Elle = 0·76259 Wiener Elle
1 Prager „ = 0·76227 „ „

6. Die so eben angeführte Vergleichung nach P. Franz gibt 1 Wiener Elle = 29·58 Wien. Zoll = 354·96 Wien. Linien.

Nun ist nach Liesganig's Messung 1 Par. Lin. = 1·02764 Wien. Linie, daher $\frac{\text{Wien. Elle}}{\text{Par. Lin.}} = \frac{354{\cdot}96 \text{ (e}}{1{\cdot}02764 \text{ (f}} = w$

log. e = 2·5501794
log. f = 0·0118410
log. w = 2·5383384   w = 345·413

daher 1 Wien. Elle = 345·413 alt Pariser Linien.

Nimmt man dazu Jäckel's Angabe
1 Lemberg. Elle = 263·287 alt Par. Linien,

so ist $\frac{\text{Lemb. Elle}}{\text{Wien. Elle}} = \frac{263{\cdot}287 \text{ (g}}{345{\cdot}413 \text{ (w}} = z,$

log. g = 2·4204295
w = 2·5383384
log. z = 9·8820911 — 10   z = 0·76224,

mithin nach den hier zu Grund gelegten Vergleichungen
1 Lemberger Elle = 0·76224 Wiener Elle.

Zusatz. Man ersieht demnach hieraus, daß die in Lemberg und Prag übliche Elle höchst wahrscheinlich die von Vega untersuchte Breslauer Elle ist, und daß man im Mittel zureichend genau setzen darf:

59
27
24
110 : 3 = 37

Lemb. Elle = Prager Elle = Breslauer Elle = 0·7624 Wien. Elle.

§. 52.

III. Potenziren mittels Logarithmen.

Um vermittelst Logarithmen eine Zahl nach einer anderen zu potenziren oder zur Potenz von vorgeschriebenem Grade zu erheben, suche man zur ersteren Zahl — dem Potentiand — ihren Logarithmen, multiplicire diesen mit der letzteren Zahl — dem Exponenten oder Grade (der Potenz) — nehme das Product selbst wieder als Logarithmen und suche die dazu gehörige Zahl: sie ist die verlangte Potenz.

Rechnungseigenheit. Ist der Potentiand ein echter Bruch, also sein Logarithme negativ und auf die Differenzform gebracht; so multiplicirt man (mit dem Exponenten) zuerst seinen Minuend, wie gewöhnlich, von der untersten Decimalstelle aufwärts, schreibt aber die Ganzen des entfallenden Productes noch nicht an, sondern jetzt erst multiplicirt man (mit dem Exponenten) den Subtrahend, zieht von diesem Producte jene Ganzen ab und behält den Rest als Subtrahend bei. — Auch hier gewährt es Vortheil, in dem den Logarithmen des Potentiands vorstellenden, regelwidrigen Unterschiede den Subtrahend 10 (einen Zehner) sein zu lassen, weil man dann nur die Zahl der Zehner des vom Minuend abstammenden Productes nicht anzuschreiben, sondern nachdem auch der Subtrahend multiplicirt worden, von dem hier entfallenden Producte — also eigentlich von so viel Zehnern als der Potenzexponent zählt — abzuziehen und die zurückbleibende Anzahl von Zehnern als noch fernerhin abzuziehend — subtractiv — aufzuführen hat.

1. Beispiel. 36·7914 zur 3ten Potenz erheben.

Ansatz: $\underset{a}{36{\cdot}7914}^3 = x$

Rechnung: log. a = 1·5657463
.3
log. x = 4·6972389

Resultat: Gesuchte Potenz x = 49801·09....

7416
47
7463

2389
2381 (87
80
97

2. Beispiel. 0·6180357 zur 5ten Potenz erheben.

Ansatz: $(\underset{a}{0{\cdot}6180357})^5 = x$

Rechnung: log. a = 9·7910136 — 10
.5
log. x = 8·9550680 — 10

0096
35
4·9
0136

nemlich: 5mal 9 Ganze ist 45 und die gebliebenen 3 geben 48, schreibe: 8 Einer und behalte 4 Zehner zu addiren, dagegen 5 Zehner abzuziehen, also bleibt eigentlich nur noch abzuziehen 1 Zehner.

Gesuchte Potenz: $x = 0{\cdot}09017122\ldots$

0680
0669 (48
11
10
10
10

3. Beispiel. Wie viel (französische) metrische Litres beträgt 1 Wiener Cubikfuß, wenn bekannt ist, daß der Litre ein Cubik-Decimetre, d. h. ein Würfel ist, der einen Decimetre (Zehntelmetre) lang, breit und hoch ist, und daß 1 Wien. Fuß 0·3161023 Metre, also 3·161023 Decimetres beträgt.

Vorbereitung: Den Inhalt eines Würfels berechnet man in solchen Würfeln, deren Seite das Längenmaß ist, indem man die Länge der Würfelseite zur 3ten Potenz erhebt. Also ist

1 Wien. Cubikfuß $= (3{\cdot}161023)^3$ Litres.

Ansatz: $x = (\underset{a}{3{\cdot}161023})^3$

Rechnung:
$$\begin{array}{rl} \log. a = & 0{\cdot}4998276 \\ & 3 \\ \hline \log. x = & 1{\cdot}4994828 \\ x = & 31{\cdot}58512 \end{array}$$

8245	4826
27	09
4	17
8276	14
	30

Antwort: 1 Wien. Cubikfuß $= 31{\cdot}58512$ Litres.

4. Beispiel. Ein quadratischer Hofraum ist 56 Klafter 5 ¾ Fuß lang und breit; wie viel Quadratklafter faßt er in sich?

Vorbereitung: 5 ¾ Fuß $= 5{\cdot}75$ F. $= 5{\cdot}75 : 6 = 0{\cdot}95\dot{3}$*) Kl.
350
20

Länge und Breite $= 56{\cdot}95333$ Klafter.

Man berechnet aber den Flächeninhalt des Quadrates in Quadratklaftern, wenn man die Zahl der Klaftern seiner Seite zur 2ten Potenz erhebt. Also ist der verlangte Inhalt $= (56{\cdot}95333)^2$ Q. Kl.

$$x = (\underset{a}{56{\cdot}95333})^2$$

Rechnung:
$$\begin{array}{rl} \log. a = & 1{\cdot}7555191 \\ & 2 \\ \hline \log. x = & 3{\cdot}5110382 \\ x = & 3243{\cdot}68 \end{array}$$

5166	0382
23	0273
23	109
5191	107

Antwort: Der Hofraum beträgt 3243·68 Quadratklafter.

*) Periodische Decimalbrüche bezeichnet man am einfachsten, indem man über die erste und letzte Ziffer der stets wiederkehrenden Periode einen Punkt schreibt.

§. 53.

IV. Radiciren mittels Logarithmen.

Um vermittelst Logarithmen eine Zahl nach einer andern zu radiciren, oder aus einer Zahl die Wurzel von vorgeschriebenem Grade oder Range zu ziehen, suche man zu jener ersten Zahl — dem Radicand — den Logarithmen, theile diesen durch die letztere Zahl — den Wurzelexponenten oder Wurzelgrad —, nehme den Quotienten selbst wieder als Logarithmen, und suche die dazu gehörige Zahl: sie ist die verlangte Wurzel.

Rechnungsbesonderheiten:

1. Bei der Theilung der Mantisse geht man selbst da, wo die 7te oder Schluß-Decimalziffer derselben noch einen Rest übrig läßt, im Quotienten nicht über die 7te Decimalziffer hinaus, indem man diese jedesmal möglichst genähert bestimmt, so daß man, falls der letzte Rest mehr als den halben Theiler beträgt, die letzte Ziffer des Quotienten noch um 1 erhöht.

2. Ist der Radicand ein echter Decimalbruch, also sein Logarithme negativ, so verdient auch hier die oft erwähnte Differenzform vor der zusammengezogenen den Vorzug. Damit jedoch auch der als Quotient gesuchte Logarithme in diese Differenzform mit ganzzahligem Subtrahend gebracht werde, hat man da, wo in dem zu theilenden Logarithmen die subtractive Zahl nicht durch den Wurzelexponenten theilbar ist, diesen Subtrahend zu dem nächst größeren Vielfachen des Divisors zu ergänzen, und um diese Ergänzung auch die Kennziffer im Minuend zu vermehren. Ist insbesondere, wie gewöhnlich, der Subtrahend im Dividend 10 (ein Zehner), und soll er auch im Quotienten 10 werden; so hat man in dem zu theilenden Unterschiede sowohl dem Subtrahend als auch dem Minuend um Einen Zehner weniger, als der Divisor zählt, zuzulegen.

1. Beispiel. Aus 7890483 ziehe man die 5te Wurzel.

Ansatz: $\sqrt[5]{\overset{a}{7890483}} = x$

Rechnung: log. a $= 6{\cdot}8971036$
$:5$
log. x $= 1{\cdot}3794207$

Verlangte Wurzel: $x = 23{\cdot}95635\ldots$

0990 (55
44
1·7
1036

4207
4143 (181
64
54
100
91

2. Beispiel. Welche Zahl ist die $\sqrt[7]{0{\cdot}008467025}$?

Ansatz: $\sqrt[7]{0{\cdot}008467025} = x$ (b)

Rechnung: $\log. b = 7{\cdot}9277309 - 10$
$= 0{\cdot}9277309 - 3$
$:7$

$= 67{\cdot}9277309 - 70 = 4{\cdot}9277309 - 7$
$:7 \qquad :7$

$\log. x = 9{\cdot}7039616 - 10 = 0{\cdot}7039616 - 1$

Verlangte Wurzel: $x = 0{\cdot}50578.$

7296 (51
10
2·6
7309
9616
9617

3. Beispiel. Jemand kauft mehrere Centner einer Waare und bezahlt für jeden Centner so viel Gulden, als er Centner kauft. Wie viel Centner kaufte er, wenn er im Ganzen 5365 fl. $33^3/_4$ kr. zahlte?

Vorbereitung: $33\,^3/_4$ kr. = 33·75 kr. = 33·75 : 60 = 0·5625 fl. also der ganze Werth 5365·5625 fl.

Man verlangt demnach eine Zahl, die mit sich selbst multiplicirt, oder zur 2ten Potenz erhoben 5365·5625 gibt, mithin die 2te Wurzel von 5365·5625.

Ansatz: $x = \sqrt[2]{5365{\cdot}5625}$ (a)

Rechnung: $\log. a = 3{\cdot}7296153$
$:2$

$\log. x = 1{\cdot}8648076$
$x = 73{\cdot}25 = 73^1/_4$

6102
49
1·6
·4
6153

Antwort: Er kaufte also $73^1/_4$ Centner zu $73^1/_4$ fl.

4. Beispiel. Ein Feld von $13568^5/_{18}$ Quadratklaftern soll gegen ein quadratisches vertauscht werden; welche Seite (Länge und Breite) muß dieses Quadrat erhalten?

Vorbereitung. Nach der im §. 51 Beisp. 4 gelehrten Berechnung des Flächeninhaltes eines Quadrates hat man, um die Seite aus dem Inhalte zurück zu finden, aus diesem die zweite Wurzel zu ziehen.

Ansatz: $x = \sqrt[2]{13568\,^5/_{18}} = \sqrt[2]{13568{\cdot}27}$ (a)

Rechnung: $\log. a = 4{\cdot}1325250$
$:2$

$\log x = 2{\cdot}0662625$
$x = 116{\cdot}483$

5158	2625
67	2514
22·4	111
2·24	112
5250	

Antwort: 16·483 Klafter oder $116^0\ 2'\ 11''$.