VORWORT DES HERAUSGEBERS

Das vorliegende Buch wurde im Auftrage der Königlichen böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften herausgegeben. Es enthält die „Functionenlehre" von Bernard Bolzano, abgedruckt nach einem Manuskript, welches in der National (früher Hof-) Bibliothek in Wien aufbewahrt wird. Auf dieses Manuskript machte zuerst Herr Dr. M. Jašek aufmerksam.

Bolzanos Functionenlehre ist in folgende Abschnitte eingeteilt:

Einleitung: Verhältnisse zwischen veränderlichen Zahlen.

Erster Abschnitt: Stetige und unstetige Functionen.

Zweiter Abschnitt: Abgeleitete Functionen.

In der Einleitung werden nach kurzer Besprechung des Begriffes der Funktion die wichtigsten Sätze der Differenzenrechnung behandelt.

Im ersten Abschnitte werden die stetigen Funktionen einer Veränderlichen auf gleiche Weise wie bei Cauchy definiert. Bolzano betrachtet aber zugleich auch die einseitige (rechts- und linksseitige) Stetigkeit.

Neben dem Satze, daß die in einem geschlossenen Intervalle $[a, b]$ stetige Funktion $F(x)$ alle Werte zwischen $F(a)$ und $F(b)$ annimmt (den Beweis dieses Satzes hatte Bolzano schon in der Abhandlung „Rein analytischer Beweis des Lehrsatzes..." erbracht), beweist er auch den Satz, daß eine im geschlossenen Intervalle $[a, b]$ stetige Funktion $F(x)$ in diesem Intervalle beschränkt ist und daß $F(x)$ im Intervalle $[a, b]$ auch einen größten und kleinsten Wert annimmt. Dieser Satz wird gewöhnlich Weierstraß zugeschrieben.*)

In diesem Abschnitte beweist Bolzano auch verschiedene Sätze über monotone Funktionen, über Maxima und Minima. Es wird eine Funktion konstruiert (die „Funktion von Bolzano"), die im Intervalle $[a, b]$ stetig und in keinem Teilintervalle $[\alpha, \beta]$ monoton ist.

*) Siehe Encyklop. II A 1 Pringsheim. 9.

Im zweiten Abschnitte wird die Ableitung $F'(x)$ der Funktion $F(x)$ als Grenzwert $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x}$ definiert und auch mit $\frac{dF(x)}{dx}$ bezeichnet. Im Gegensatze zum § 37 der „Paradoxien des Unendlichen" wird von den Differentialen selbst nicht gesprochen. Zugleich werden auch die einseitigen Ableitungen eingeführt.

Die hervorragendste Leistung des ganzen Werkes ist wohl der Beweis des Satzes, daß die Funktion von Bolzano in einer überall dichten Menge des Intervalles $[a, b]$ keine Ableitung besitzt.

In diesem Abschnitte definiert Bolzano auch die primitiven Funktionen. Das bestimmte Integral wird zwar als Grenzwert definiert, Bolzano führt aber hiefür keine besondere Bezeichnung ein.

Es ist mir eine angenehme Pflicht an dieser Stelle meinen Mitarbeitern herzlichen Dank zu sagen. Herr Prof. V. Jarník hat die Anmerkungen durchgelesen. Ich bin ihm für manchen guten Rat zu Danke verpflichtet. Mein Assistent, Herr V. Kořínek, hat sich mit vieler Mühe und Sorgfalt an der Korrektur beteiligt. Endlich gedenke ich des Herrn K. Rother, Assistenten an der deutschen technischen Hochschule in Prag, der die Anmerkungen durchgelesen und bei der Stilisierung des deutschen Textes behilflich war.

Prag, im Januar 1930. *K. Rychlík.*