

Rozhledy matematicko-fyzikální

Průměry, kam se podíváš

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 99 (2024), No. 3, 39–40

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/152606>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2024

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:
The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

Průměry, kam se podíváš

Milí čtenáři, v tomto čísle se vyskytují hned dva články o průměrech: aritmetickém, geometrickém, harmonickém, ale také kontraharmonickém a kvadratickém. Proto i my v dnešních úlohách pro čtenáře zůstaneme u průměrů.

Začneme s úlohou snazší:

- *Běžec uběhl první polovinu dráhy (400 m) průměrnou rychlostí 10 km/h. Jakou průměrnou rychlostí musí uběhnout druhou polovinu dráhy (tedy dalších 400 m), aby průměrná rychlost celého běhu byla dvojnásobná, tedy 20 km/h?*

Nyní úloha těžší:

- *Určete průměrnou vzdálenost dvou bodů na kružnici.*

Na závěr úloha nematematická:

- *V češtině používáme termín průměr pro průměry aritmetické, geometrické apod., ale také pro průměr kružnice. V angličtině se stejná slova nepoužívají (mean vs. diameter). Proč zvolila čeština stejná pojmenování?*

Minule měli čtenáři za úkol odpovědět na otázku týkající se hračky POP IT. Připomeňme, že jde o hračku se silikonovými bublinami, které se mačkají podle následujících pravidel:

- Hrají dva hráči a pravidelně se střídají.
- V každém tahu musí hráč zmáčknout jednu, dvě, nebo tři bubliny.
- Prohrává hráč, který zmáčkne poslední bublinu.

Čtenáři měli odpovědět na následující otázky:

- Je lepší začínat, nebo hrát jako druhý v případě hry POP IT s 29 bublinami?*
- Pokud si můžete vybrat, kdo začne, umíte vždy vyhrát v případě hry POP IT s 29 bublinami?*

MATEMATICKÉ OŘÍŠKY

- (c) *Pokud si můžete vybrat, kdo začne, umíte vždy vyhrát v případě hry POP IT s libovolným počtem bublin?*

Řešení J. M. Nájarese Romera:

Ukažme, že pokud počet bublin k po mém tahu splňuje podmínku

$$k \bmod 4 = 1,$$

pak vyhrají.

Předpokládejme, že po mém tahu zůstane počet bublin, který splňuje předchozí podmínku. Pak druhý hráč zmáčkne jednu, dvě nebo tři bubliny. V následujícím tahu zmáčknu tři, dvě nebo jednu bublinu tak, aby celkem v těchto dvou tazích ubyly čtyři bubliny. Tím se dostanu do stavu s počtem bublin $k - 4$, který rovněž splňuje podmínku

$$(k - 4) \bmod 4 = 1.$$

Takto pokračuji dál, dokud nezůstane poslední bublina pro mého protivníka. Nyní můžeme odpovědět na otázky pro čtenáře.

- (a) Jelikož $29 \bmod 4 = 1$, je vhodné, abych hrál jako druhý.
- (b) Ano, pokud si můžu vybrat, tak si vyberu, že budu hrát jako druhý a vždy vyhrají.
- (c) Ano, označme si n počet bublin. Je-li $n \bmod 4 = 1$, volím, že budu hrát jako druhý. Je-li $n \bmod 4 \neq 1$, pak si zvolím, že budu hrát jako první. Můj první tah bude takový, aby $(n - p) \bmod 4 = 1$, kde p je počet bublin, který zmáčknu v prvním tahu.