

Jan Novotný; Jindřiška Svobodová
Platónův–Galileův problém

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 69 (2024), No. 1, 26–37

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/152322>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2024

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*
<http://dml.cz>

Platónův–Galileův problém

Jan Novotný, Jindřiška Svobodová

Abstrakt. Edice *Fontes Scientiae* zpřístupnila významná díla novověké vědy. Jde o soubor pěti knih obsahujících autentické a komentované překlady z děl evropské vědy 17. století. V článku je věnována zvláštní pozornost dopisům Isaaca Newtona, v nichž odpovídá na kosmologické otázky teologa Richarda Bentleyho. Všímáme si nastolené otázky, zda Newtonova fyzika umožňuje vysvětlení souvislosti oběžných rychlostí a poloměrů drah planet, což je úloha, kterou se zabýval i Galilei na základě Platónova popisu vzniku světa. Ptáme se, zda by Galileova hypotéza mohla platit při odlišné podobě gravitačního zákona a mohla tak v „alternativní historii“ dovést Galilea k návrhu jeho matematického vyjádření.

1. Edice Fontes Scientiae

Edice *Fontes Scientiae*¹ si vzala za úkol seznámit v českých překladech širší okruh čtenářů se základním přínosem velkých učenců 17. století („geniálního století“ podle slov N. A. Whiteheada). Cílem edice je předložit českým čtenářům díla v podobě, kterou mohou bez obav ze zkreslení používat při vlastní vědecké či pedagogické práci. Překlad byl proto pořízen z originálů v původních jazycích, přičemž se dbalo jak na obsahovou věrnost, tak na srozumitelnost. K tomu byla nutná spolupráce s odborníky, kteří doprovodili texty svými předmluvami.

Uvedme přehled vydaných svazků v pořadí, jak jejich obsah na sebe navazoval v historii.

1.1. Johannes Kepler: *Nová astronomie* (výbor z díla) [10]. Z latiny přeložila Katarina Petrovičová

Dílo poprvé vyšlo roku 1609. Na titulním listu je název rozšířen o sdělení, že „se zabývá příčinami jevů a vykládá nebeskou fyziku v podobě komentářů k pohybům hvězdy Marsu.“ Jeho hlavním a nezpochybnitelným přínosem je, že zbavuje astronomii „nebeských sfér“ a spojuje pohyby planet s křivkami v prostoru, při jejichž nalézání se opírá o pozorování [9], [16]. Dospívá tak k výsledku, který dnes nazýváme prvním a druhým Keplerovým zákonem. Z velmi rozsáhlé knihy jsou ve výboru obsaženy partie, kde Kepler uvádí argumenty ve prospěch heliocentrického systému se stojícím Sluncem oproti Ptolemaiovu systému se stojící Zemí a hybridnímu systému Tychona Brahe, v němž stojící Zemi obíhá Slunce s planetami. Podle autora první předmluvy filozofa Daniela Špeldy lze Keplerovy důkazy rozdělit na metafyzické, fyzikální, astronomické

¹<https://www.togga.cz/cela-edice-fontes-scientiae/>

Prof. RNDr. JAN NOVOTNÝ, CSc., Katedra fyziky, chemie a odborného vzdělávání, Pedagogická fakulta, Masarykova univerzita, Poříčí 7, 603 00 Brno,
e-mail: novotny@physics.muni.cz,

RNDr. JINDŘIŠKA SVOBODOVÁ, Ph.D., Katedra matematiky, Pedagogická fakulta, Masarykova univerzita, Poříčí 7, 603 00 Brno, e-mail: svobodova@ped.muni.cz

a teologické. Jejich pročení a uvážení je i po staletích vzrušující. Druhou předmluvu napsal astronom Vladimír Štefl a objasnil v ní Keplerovu cestu k elipse, která je ve vlastním Keplerově díle poněkud ukryta mezi řadou dalších myšlenek.

1.2. Galileo Galilei: *Prubíř* [7]. Z italštiny a latiny přeložily Markéta Ledvoňová a Jana Malá

V díle vydaném roku 1623 jsou vlastně obsaženy dvě knihy. Galileo je podal ve formě dopisu svému příteli Virginiovi Cesarinimu. Polemizuje v něm se spisem jezuitského astronoma a matematika Orazia Grassiho, a to takovým způsobem, že jej rozdělil do mnoha úseků, které v plném znění cituje a kriticky rozebírá. Grassiho dílo obsahovalo polemiku s názory Galilea. Je nazváno *Astronomická a filozofická váha* – Galileo tedy již názvem vyjadřuje přesvědčení o hlubším založení vlastní práce. *Prubíř* bývá nejčastěji citován pro větu o úloze matematiky při poznání přírody. Obsahuje však řadu dalších myšlenek otevírajících pro rodící se moderní vědu nové perspektivy. Mimo jiné ukazuje, jaké možnosti přináší astronomii užití dalekohledu. Ze spisu poznáváme bojovnou Galileovu osobnost a jeho literární nadání. Přesvědčíme se také, že Grassi mu byl důstojným soupeřem a místy se přiblížil pravdě více než jeho oponent. Předmluvy k *Prubíři* napsali z filozofického hlediska Daniel Špelda a z hlediska astronomie, zejména se zřetelem k úloze dalekohledu při zkoumání komet, Vladimír Štefl.

1.3. Isaac Newton: *Matematické principy přírodní filozofie* [13]. Z latiny přeložil Juraj Franek

Newtonovo dílo vyšlo poprvé roku 1686 a pak za autorova života ještě dvakrát, vždy významně rozšířené a přepracované. Tento výbor z *Principů* byl pořízen podle třetího vydání z roku 1726. Obsahuje všechny tři autorovy předmluvy a obsáhlou předmluvu jeho žáka, stoupence a vydavatele Rogera Cotesa, který se rezolutněji než sám Newton vymezuje proti Descartově teorii vírů. Z Newtonovy knihy byly pro překlad vybrány nejpodstatnější složky: definice základních pojmů, axiomy čili základy pohybu a větší část třetí knihy *O systému světa*. V této části Newton používá svého gravitačního zákona k popisu pohybů ve Sluneční soustavě včetně mořských dmutí a astronomické precese. Jsou v ní rovněž zahrnuty Newtonovy metodické zásady včetně slavného *obecného scholia* s výrokem „Hypotézy si nevymýšlím“. Výbor ukazuje Newtona nejen jako geniálního teoretika, ale i jako pečlivého experimentátora, pozorovatele nebeských jevů a originálního myslitele. Historické pozadí *Principů* přibližuje předmluva Daniela Špeldy a význam díla pro fyziku se zřetelem k jejímu vývoji až po současnost předmluva Jana Novotného. Do knihy byly navíc zařazeny čtyři dopisy Isaaca Newtona Richardu Bentleymu, o nichž pojednáme později.

1.4. Jacob Bernoulli: *Umění odhadu* [1]. Z latiny přeložila Jana Malá

Dílo přelomové pro teorii pravděpodobnosti dokončil Bernoulli roku 1690, vyšlo však až posmrtně roku 1713. Překlad obsahuje jeho čtvrtou část. Podle předmluvy Heleny Durnové a Pavla Šišmy autor v díle buduje „matematizaci té části lidské činnosti, která se vzpírala přímému objasnění příčinné souvislosti, ač sama existence této souvislosti byla zřejmá“. Dílo je vydáno i s původním latinským textem, který je vždy vytištěn na

protější stránce k českému překladu. Obsahuje slavný *zákon velkých čísel*, jehož objev je pro autora „cennější, než kdyby nabídl metodu, jak provést kvadraturu kruhu“. První souvislejší zpracování poznatků teorie pravděpodobnosti spojuje autor s aplikacemi v záležitostech občanských, mravních a ekonomických a seznamuje nás také s řadou hazardních her v jeho době populárních. Zaujímají ho i filozofické problémy spojené s možností navracení světa do původního stavu po uplynutí bezpočtu století.

1.5. Bernard de Fontenelle: *Rozhovory o mnohosti světů* [5]. Z francouzštiny přeložila Dagmar Pichová

Poslední dílo je opět poněkud odlišné. Seznamuje nás s dobovou popularizací vědeckého poznání, lze-li tak nazvat dílo určené k prezentaci v salónech, v nichž vybraná společnost debatovala o intelektuálních problémech. Fontenelle, činitel Francouzské akademie věd, poprvé vydal svůj spis roku 1686. Těšil se velkému zájmu a byl ještě za jeho dlouhého života několikrát vydán. Stal se vzorem pro podobnou literaturu. Autor pod hvězdnou oblohou v zámeckém parku seznamuje krásnou komtesu s astronomickými poznatky. Hlavním bodem jejich zájmu je otázka, zda a kým mohou být tělesa Sluneční soustavy obývána. (Teologické problémy s tím spojené je netrápí.) Jde o jakýsi cestopis začínající na Zemi a směřující přes Slunce, Měsíc a planety ke hvězdám. Cílem díla je i osvícenská polemika s předsudky a pověrami. Do dobového rámce v předmluvě Fontenellovo dílo zasazují Daniel Špelda a Dagmar Pichová.

Čtenář, který věnuje čas podrobnějšímu seznámení s celou pěticí knih (viz obr. 1), bude podle našeho názoru bohatě odměněn – podívá se do převratné doby před třemi stoletími v doprovodu jejich nejlepších představitelů.



Obr. 1. Knihy z edice *Fontes Scientiae*. Badatelé z Masarykovy univerzity zpřístupnili českým čtenářům pět základních děl novověké vědy

2. Dopisy Isaaca Newtona Robertu Bentleymu (z angličtiny přeložili Helena Durnová, Jan Novotný a Jindřiška Svobodová)

Koncem roku 1692 se na Newtona obrátil mladý teolog Richard Bentley. Byl pověřen zahájit přednáškový cyklus, který se měl každoročně konat na památku Roberta Boyla².

Bentley si vybral pro své přednášky název *Vyvracení ateismu* (*A Confutation of Atheism*). Chtěl se v nich odvolat na výsledky Newtonových *Principů* a požádal proto o pomoc a kritiku samotného Newtona. Ten mu odpověděl vlídně, jak je patrné z úvodních slov jeho prvního dopisu: „Pane, když jsem psal své pojednání o našem systému, měl jsem na mysli takové principy, které by mohly, s ohledem na uvažování lidí, podpořit víru v Boha, a nic mě nemůže potěšit víc než zpráva, že tato snaha byla pro tento účel užitečná.“

Korespondence Newtona s Bentleyem trvala přes rok a jejím dochovaným výsledkem z Newtonovy strany byly čtyři dopisy. Poznáváme z nich Newtonovy názory na kosmologii (stavbu a vývoj vesmíru), kosmogonii (historii vesmíru zejména se zřetelem ke Sluneční soustavě) a filozofické otázky s nimi spojené. Zařadili jsme je proto do našeho výběru z Newtonových *Principů*.

Čtenář jistě ocení hloubku a objektivnost Newtonových odpovědí na Bentleyho otázky. Málokdy však přinášejí definitivní odpověď – naopak ústí do nových otázek. Pro celý soubor je příznačná jakási nedořečenost, která vychází ze samotné povahy teologicky laděné diskuse. Pokusme se jej pročíst ve světle znalostí, které se objevily až po staletích.

Teprve po vzniku obecně relativistické kosmologie se ukázalo, že je možno zformulovat také konzistentní newtonovskou kosmologii založenou na mechanice a gravitaci *Principů*. Spočívá na postulátu, že vesmír je homogenní a izotropní, nikoliv však statický. Základní informací, kterou hledáme o takovém vesmíru, je časová změna jeho rozměrů (fakticky rozpínání). Změna rozměrů vesmíru je určena jedinou funkcí času – expanzní funkcí neboli škálovým faktorem, který pro nejjednodušší typ hmoty – nekoherentní prach – dává rovnice, které se úplně shodují s relativistickými Einsteiny rovnici. Newtonovská kosmologie dokonce umožňuje i zavedení kosmologického členu, podobně jako to učinil později Einstein. Podle hodnot parametrů v rovnici pro vývoj vesmíru je možno rozlišit různé kosmologické modely a snažit se na základě astronomických pozorování určit ten, který je nejbližší realitě. Současné chování vesmíru v hrubých rysech lze v dobrém přiblížení popsat i newtonovsky – při zkoumání jeho minulosti a budoucnosti a vývoje hmotných struktur se ovšem bez obecné teorie relativity neobejdeme.

Vidíme, že aspoň po stránce teoretické už Newton měl prostředky k úspěšnému pokusu o řešení kosmologického problému. Jak je vidět z jeho korespondence s Bentleyem, dokonce o tom uvažoval. Nakolik uspěl? Správně stanovil, že výchozím bodem by měl být co nejjednodušší předpoklad o výchozím stavu, v němž by se dalšího vývoje vesmíru ujala „vrozená přitažlivost látky“. Ve výchozím stavu „by látka Slunce,

²Uznávaný přírodovědec Robert Boyle byl přesvědčen, že věda a náboženství jsou slučitelné a že se vzájemně obohacují. Jeho kniha *The Christian Virtuoso* byla pokusem v tomto duchu. Boyle ve své závěti poskytl finanční prostředky na cyklus přednášek na obranu křesťanského náboženství, který běží dodnes (https://en.wikipedia.org/wiki/Boyle_Lectures).

planet a veškerá látka vesmíru byly rovnoměrně rozprostřeny po celém nebi“, což můžeme chápat, aspoň v případě nekonečného prostoru všude vyplněného látkou, jako předpoklad homogenity a izotropie. Cílem kosmologie by nyní bylo na základě fyzikálních zákonů popsat vývoj k dnešnímu stavu. Cestu k moderní a realistické kosmologii si však Newton uzavřel v jeho době pochopitelným předpokladem, že výchozí stav je stavem bez pohybu. Protože gravitace je přitažlivá, nemůže pak už uvažovat o ničem jiném než o smršťování látky. Rozlišuje případ, kdy látka utváří konečný a ohraničený ostrov v nekonečném geometrickém prostoru, v němž ostrov jako celek kolabuje, a případ, kdy látka je rozptýlena v nekonečném prostoru a kolabuje do menších či větších celků – hvězd a planet. Tento případ je pro diskusi zvláště zajímavý. Newton nemá dostatečné prostředky, aby jej hlouběji matematicky zkoumal. Přesto uvažuje o jeho počátku a výsledcích. Mohl výchozí stav a jeho výsledky vzniknout čistě přirozeně na základě fyziky, bez boží pomoci?

Newton říká, že je to nekonečně málo pravděpodobné anebo přímo nemožné. Uvádí řadu příkladů: Proč se ve sluneční soustavě nacházejí dva odlišné typy těles – svítící a nesvítící? Proč je svítící těleso jen jedno? Jak říká Newton: „Neznám důvod, jedině ten, že jedno stačilo k tomu, aby ohřívalo a osvětlovalo všechna ostatní.“

Proč se tělesa Sluneční soustavy pohybují zhruba ve stejné rovině a stejným směrem? Podle Newtona „neexistuje přirozená příčina, stalo se to úradkem³“.

Proč jsou velké planety, Jupiter a Saturn, od Slunce mnohem dál než Země? „Kdyby byly umístěny mnohem blíže Slunci a jedna k druhé, gravitačními silami by narušovaly celou soustavu.“

Mohla se původně rovnoměrně rozdělená látka z přirozených příčin rozdělit do těles? Podle Newtona nikoliv. „Kdyby existovala přirozená gravitace, bylo by nemožné pro látku Země a všech planet a hvězd, aby z nich vylétla a rovnoměrně se rozděbila po obloze bez nadpřirozené moci, a to, co se očividně nemůže v budoucnu přihodit bez nadpřirozené moci, ani v minulosti se nemůže stát bez téže moci.“

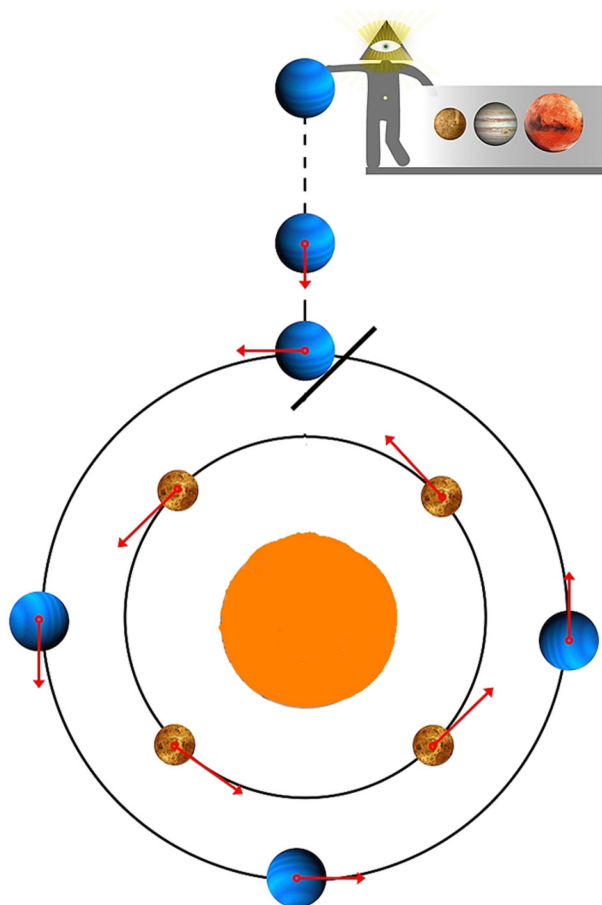
Na základě těchto příkladů Newton ujišťuje Bentleyho, že vše ve vesmíru a v Sluneční soustavě „lze stěží vysvětlit pouhými přírodními příčinami, a proto je to nucen připsat rádci a něčemu záměrnému plánu“.

Na druhé straně je ovšem patrné, že nechce ve svém partnerovi vzbudit přehnané naděje. Upozorňuje na matematické problémy, na potíže s chápáním nekonečna a na problémy fyziky se zkoumáním stability. Opakovaně prosí Bentleyho, aby mu nepřipisoval vysvětlení povahy gravitace. Také se nepokouší domýšlet Boží úmysly a přímo připisovat Bohu záměr učinit svět obyvatelným pro nás. V závěru prvního dopisu sice říká, že „má ještě jeden důvod pro Boha, který je podle něho velmi silný“, pokládá však za „rozumnější nechat ho spát, dokud nebudou lépe pochopeny principy, na nichž je založen“.

3. Platónův–Galileův problém

V druhém a čtvrtém dopise Bentleymu Newton reaguje na jeho zájem o to, čemu dnes říkáme Platónův–Galileův problém [15]. Galileo na prvních stránkách *Dialogu* ústy svého mluvčího Salviatiho připomíná Platónovu myšlenku, že planety Sluneční

³ „Úradek“ je slovo užívané v kontextu teologie s významem Božího skutku, plánu nebo záměru



Obr. 2. Demiurg jakožto architekt tvorby světa utváří v „boží dílně“ planety z prvotního chaosu. Planety pak vypouští přímočarým pohybem k přitažlivému centru, kde ve stanovených místech skokem mění jejich pohyb na kruhový při zachování velikosti rychlosti

soustavy byly utvořeny na jednom určitém místě, z něhož se pak přímočarým pohybem se stálým zrychlením přesouvaly k přitažlivému centru (pro Galilea Slunci), až doputovaly na stanovená místa, na nichž se jejich pohyb skokem změnil na kruhový při zachování velikosti rychlosti (viz obr. 2). Od té doby planety obíhají po kruhových drahách kolem Slunce. S odvoláním na výpočty Akademika, jímž je míněn samotný Galileo, takto získaný vztah mezi poloměry a rychlostmi planet se podivuhodně shoduje se skutečností. Když Sagredo projeví zájem o předložení výpočtu, omlouvá se Salviati, že je dlouhý a těžký a snad by jej ani nedokázal provést z paměti, takže musí Sagreda odkázat na pozdější dobu [12].

Prezentovanou myšlenku označuje Salviati za „vznešenou a hodnou Platóna“, neuvádí však, kde se v Platónově díle vyskytuje. Mezi znalci panuje všeobecná shoda, že se jedná o místo v dialogu *Timaios*, kde je obsaženo cosi jako „teorie všeho“ v pythagorejském antickém podání. „Dialog“ je víceméně monologem učence Timaiia [14]. Ten

vysvětluje trojici posluchačů, mezi nimiž je i Sókratés, jak Demiurg,⁴ jakýsi architekt tvorby světa, jej utvářel z prvotního chaosu. Zvláštní pozornost je věnována Sluneční soustavě, tehdy Měsíci, Slunci a pěti viditelným planetám.

Podle Platóna čas vznikl se světem: „Z takového rozumného úmyslu božího, aby vznikl čas, byly stvořeny Země a Měsíc a pět jiných hvězd, majících jméno oběžnice, k ohraničení a zachování číselných rozměrů času.“ Tato tělesa pak byla umístěna do sedmi kruhů obklopujících Zemi – Měsíc se dostal prvního a Slunce do druhého kruhu. Hvězda zasvěcená Hermovi (Merkur) a Jitřenka „jdou stejně rychle se Sluncem, ale obíhají jedna z nich ve větším, druhá v menším kruhu, a to v menším kruhu rychleji, ve větším kruhu pomaleji“. Posléze: „Když tedy každá z hvězd, které měly společně působiti čas, přišla do své příslušné dráhy, jejich těla, spoutaná pouty duše, stala se živoucími tvory a a pochopila svůj úkol.“ Tímto úkolem je zřejmě obíhání kolem Slunce rychlostí, kterou svým přirozeným transportem „z boží dílny“ nabyly.

Jak uvidíme, Galileo pominul filozofické aspekty problému a ignoroval i to, že Platónův svět je geocentrický. Nevěnoval pozornost Slunci a Měsíci, ale spatřil v Platónově ne zcela jasném popisu návod, jak určit vztah mezi rychlostmi a poloměry planet v kruhovém pohybu na základě předpokladu o jejich společném původu a historii [11].

V článku *Galileův zákon planetárních pohybů* vyjádřil Kevin Brown⁵ rozporné pochybnosti z Galileova textu [2]. Galileo jej napsal roku 1629, deset let poté, co Kepler dovršil nalezení svých tří zákonů. Přitom se v celém díle o Keplerových zákonech vůbec nezmiňuje, ačkoliv s Keplem korespondoval a vážil si ho. K Platónově myšlence se ještě vrátil v *Matematických rozpravách* z roku 1639, kde se opět setkávají diskutující z *Dialogu*. Sagredo zde říká: „Platón se domníval, že Bůh, poté co stvořil nebeská tělesa, [...] nechal je startovat z klidu a pohybovat se do určených vzdáleností s přirozeným a lineárním zrychlením tak, jak je tomu u pozemských těles. Připojil, že jakmile tato tělesa dosáhnou své pravé a stálé rychlosti, jejich přímočarý pohyb se změní na kruhový.“ Sagredo pak chválí „autora“, jímž je opět míněn sám Galileo, že sejmul této myšlence hodné Platóna „masku a poetické přiodění a zasadil ji do správné historické perspektivy“. Sagredo se ovšem opět od Salviatiho výpočtu nedočká. Sám Akademik mu prý sdělil, že jej nehodlá publikovat, aby se vyhnul nepříjemnostem [6], [12].

Brown zde namítá, že výpočet by heliocentrické myšlence, kterou se tu Galileo odvážil vyslovit, nic skandálního nepřidal. Chování Galilea mu připomíná Poincarého, který si cenil Einsteina a komunikoval s ním, ale nikdy se nezmínil o jeho formulaci teorie relativity. Nabízíme tu východisko, které snad souhlasí s míněním Kevina Browna: Galileo stále pokládal Platónovu myšlenku za schůdnou, ale narazil při jejím zpracování na obtíže, které nedořešil, takže aspoň tímto způsobem chtěl na ni upozornit, aby se toho mohl později dovolat.

Vraťme se k druhému dopisu Bentleymu, v němž Newton skvěle vystihl podstatu Platónovy myšlenky: „Blondel⁶ ve své knize o bombách říká, že podle Platóna se pohyb planet děje tak, jako by Bůh všechny stvořil v oblasti velmi vzdálené od našeho

⁴Platón hovoří v dialogu *Timaios* o Demiurgovi jako o stvořiteli světa a tvůrci světového řádu z chaotické prahmoty. Demiurg je architekt, který z prapočátku sestavil harmonický svět.

⁵Viz <https://www.mathpages.com/home/kmath568/kmath568.htm>. Kevin Brown je patrně pseudonym skupiny matematiků, kteří přispívají na stránky MathPages.

⁶François Blondel (1618–1686) byl francouzský architekt, matematik a vojenský inženýr, zabýval se balistikou v knize *L'Art de Jetter les Bombes (Umění vrhat bomby)*.

systému a pak je nechal odtud padat směrem ke Slunci. Jakmile dorazily na své oběžné dráhy, změnil se pohyb jejich pádu na příčný pohyb.“

Newtonovy zákony pohybu a gravitace však k takovému výsledku samy o sobě nevedou. Jak říká Newton, „je nutný zásah Božské síly ve dvou ohledech, jednak aby převedla klesající pohyb padajících planet do bočního pohybu, a jednak aby současně zdvojnásobila přitažlivou sílu Slunce. Takže gravitace sice může uvést planety do pohybu, ale bez Božské síly by je nikdy nepřivedla v ty kruhové pohyby, jimiž obíhají kolem Slunce.“

Poznamenejme, že v prvním ohledu by se dalo uvažovat o tom, jak se obejít bez nadpřirozené Božské síly. Mohli bychom se snažit najít univerzální sílu kolmou na rychlost, která velikost rychlosti nemění, ale soustavně zakřivuje pohyb, až jej změni z radiálního na kruhový. Pokusí se o to některý čtenář? Těžko si však představit, jaká přirozená síla by v potřebném okamžiku přepínala gravitaci na dvojnásobek. Zdá se nám proto, že by Platónova–Galileova domněnka pozbyla po Newtonovi na své atraktivitě.

Newton se k problému vrací ještě ve čtvrtém dopise, kde je zmínka i o Galileovi: „Co se týče naší pasáže z Platóna, neexistuje společné místo, odkud by všechny planety mohly padat a při sestupu s neměnnými a stálými silami gravitace (jak předpokládá Galileo) nabýt po dosažení svých orbit stejných rychlostí, s nimiž se dnes pohybují po orbitách.“

Newton zde užívá podobného argumentu „obrácení času“, jakým ve druhém dopise zavrhl možnost, že by planety „samy zkondenzovaly z rozptýlené látky“. Nechává obíhající planety v určitém okamžiku změnit své pohyby na radiální směrem od Slunce a konstatuje, že pak každá planeta vystoupí na dvojnásobek své výšky, kde se na okamžik zastaví. Každá planeta má jinde ono místo (boží dílnu), z něhož začala padat. Neexistuje tedy všem planetám společné místo, z něhož by začaly padat [3], [4].

Ukažme, jak lze dnes k Newtonovým závěrům dospět s využitím pojmu potenciální energie. Pro potenciální energii planety v gravitačním poli centra, za něž považujeme Slunce, lze podle Newtonovy fyziky psát

$$V(r) = -\frac{GmM}{r}$$

a síla působící na planetu je

$$F = -\frac{dV}{dr} = -\frac{GmM}{r^2},$$

kde G je gravitační konstanta, m hmotnost planety, M hmotnost Slunce a r je vzdálenost planety od Slunce (výška v Newtonově terminologii). Nulová hladina potenciální energie je zvolena v nekonečné vzdálenosti.

Pro kruhový pohyb planety platí

$$\frac{mv^2}{r} = -F = \frac{dV}{dr} = \frac{GmM}{r^2},$$

kde v je rychlost planety. Pro pád planety z výšky r_0 platí zákon zachování energie

$$-\frac{GmM}{r_0} = \frac{mv^2}{2} - \frac{GmM}{r}.$$

Srovnáním obou rovnic dostaneme $r_0 = 2r$.

Planeta tedy nabude ve vzdálenosti r náležité rychlosti, je-li spuštěna z dvojnásobné výšky. Při spuštění z nekonečna by planety nabyly dvojnásobné rychlosti, než je potřeba, a bylo by tedy třeba zdvojnásobit gravitaci, aby se udržely na kruhových drahách.

A jak by to bylo podle Galilea?

Na základě pozorované zkušenosti s chováním gravitace v blízkosti zemského povrchu lze očekávat, že by předpokládal neměnnost síly se vzdáleností, tj.

$$F = -GmM = -mg,$$

kde g je konstantní zrychlení uvažované Galileem. A tedy odpovídající potenciální energie by byla

$$V(r) = GmMr,$$

kde nyní jako nulovou hladinu potenciální energie volíme střed Slunce.

Pro kruhový pohyb by platilo

$$\frac{mv^2}{r} = GmM.$$

Zákon zachování energie by dával

$$GmMr_0 = \frac{mv^2}{2} + GmMr.$$

Tudíž spojením rovnic vychází $r_0 = 3r/2$.

Poznamenejme, že Platónova–Galileova hypotéza si neklade za cíl odvodit vztah mezi rychlostí a výškou planety na oběžné dráze. Její smysl, kdyby platila, by byl v tom, že by mohla sloužit jako zdůvodnění, jak se planety na své dráhy vůbec dostaly. Jejím testem by bylo, že planety na kruhových drahách vztah mezi rychlostí a výškou skutečně mají. Po této stránce je na tom hypotéza v Galileově podání ještě hůře než v Newtonově fyzice.

V Newtonově fyzice platí pro rychlost na kruhové dráze $v^2 = GM/r$ ve shodě se skutečností, avšak planeta na určenou dráhu dopadne rychlostí dvakrát větší.

Podle Galilea (v naší interpretaci) by bylo $v^2 = GMr = gr$, což je v zřejmém nesouladu se skutečností, protože rychlost na kruhové dráze by podle toho s výškou rostla. O rychlosti dopadu z nekonečna na dráhu nemá vůbec smyslu uvažovat, protože vychází nekonečná.

4. Gravitační zákon v alternativní historii

I když se nyní zdá, že Galileova snaha o využití Platónovy myšlenky neodpovídá realitě, jeden aspekt problému ještě stojí za zamyšlení. Nenašli jsme v literatuře, že by se někdo zabýval otázkou, zda by mohla Platónova–Galileova hypotéza platit při jiném tvaru gravitačního zákona. Pro uvážení této možnosti si vypůjčíme od historiků pojem „alternativní historie“. Představme si, že by v 17. století žil fyzik, který by ovládal mechaniku stejně dobře jako Newton a dovedl by formulovat a řešit jednoduché diferenciální rovnice. Mohl by tedy užívat zákona zachování energie (koneckonců

jde o první integrály pohybových rovnic). Tento fyzik by byl podobně jako Galileo okouzlen Platónovou myšlenkou z *Timáia* a napadlo by ho využít ji pro nalezení tvaru gravitačního zákona. Pro potenciální energii planety v gravitačním poli Slunce a sílu F na ni působící by zavedl

$$\begin{aligned} V(r) &= -GmMf(r), \\ F &= -\frac{dV}{dr} = GmM\frac{df}{dr} \end{aligned}$$

a hledal by funkci $f(r)$.

Užil by vztahu mezi rychlostí a výškou pro pohyb po kruhové dráze

$$\frac{mv^2}{r} = -GmM\frac{df}{dr}$$

a zákona zachování energie

$$V(r_0) = -GmMf(r_0) = \frac{mv^2}{2} - GmMf(r).$$

Spojením rovnic by dostal po jednoduchých úpravách

$$r\frac{df}{dr}(r) + 2f(r) = 2f(r_0).$$

Protože levá strana je funkcí r a pravá strana funkcí r_0 , uzavřel by, že obě strany rovnice jsou rovny téže konstantě K . Pro funkci $f(r)$ a tedy i pro hledanou potenciální energii $V(r)$ by měl rovnici

$$r\frac{df}{dr}(r) + 2f(r) = K,$$

zatímco pro určení r_0 (umístění boží dílny) by mělo platit $2f(r_0) = K$.

První rovnice má obecné řešení

$$f(r) = \frac{C}{r^2} + \frac{K}{2}.$$

Bez újmy na obecnosti můžeme položit $K = 0$ (nulová hladina potenciální energie) a $C = 1$ (intenzitu gravitace lze nastavit velikostí „gravitační konstanty“ G). Při této volbě plyne z druhé rovnice $r_0 \rightarrow \infty$.

Místo, z něhož jsou planety spouštěny, je tedy od Slunce nekonečně vzdáleno. Kdyby pro potenciální energii a gravitační sílu platilo

$$V(r) = -\frac{GmM}{r^2}F = -\frac{2GmM}{r^3},$$

byla by Platónova–Galileova hypotéza pro případ planet z nekonečně vzdálené „boží dílny“ přesně splněna. S růstem poloměru dráhy planety by její rychlost klesala, což by znamenalo chování věrohodnější než při výpočtu podle Galilea, přesto by však výsledek v rozporu s potvrzeným gravitačním zákonem, tak jak ho známe. I kdyby byl dočasně diskutován, do fyziky by trvale nevstoupil.

Ještě jednu šanci by mu mohly dát úvahy o jiných dimenzích prostoru. Ve čtyřrozměrném prostoru by se gravitační síla vskutku chovala jako $1/r^3$. Kruhové dráhy by tam však nemohly být stabilní, což použitelnosti našeho objevu patrně bere vítr z plachet.

5. Závěr

Předpoklad kruhovosti pohybů nebeských těles byl v antice a starověku považován za „nutný“. Kružnice byla jedinou vhodnou křivkou pro to, aby se po ní děly tyto pohyby. Kružnice je „dokonalá“, umožňuje opakující se pohyb, což symbolizuje konečnost a stabilitu vesmíru. Kromě toho má i jiné přednosti, například ohraničuje při dané délce maximální plochu. Astronomové i matematici se proto snažili pozorovaný pohyb planet v duchu Platónových idejí redukovat na pohyby po kružnicích. Složité pohyby nebeských těles vnímali jako výsledek složení kruhových pohybů. Kruhovosti pohybů planet se držel ještě Koperník, a dokonce i Kepler při svém prvním pokusu vysvětlit poloměry drah planet, které jsou podle něho vázány na koule vepsané či opsané platónským pravidelným tělesům.

Kepler si však jako první uvědomil, že je třeba respektovat skutečnost, a nikoliv předem dané filozofické principy. Naproti tomu Galileo v tomto ohledu zůstával věren Platónovi a doufal, že v jeho duchu objasní stavbu Sluneční soustavy. Nekruhové pohyby hodlal připustit pouze při tvorbě světa z počátečního stavu, kdy planety měly padat k centru po přímkách se stálým zrychlením. Doufal patrně, že se mu časem podaří výpočty realizovat ve shodě se skutečností. V článku ukazujeme, že tato cesta se ještě nemusela jevit jako neschůdná a že se mohla v „alternativní historii“ použít k hledání tvaru gravitačního zákona.

Galileova kosmogonie i sama o sobě byla pokrokem. Pokusil se na základě fyzikálních zákonů vysvětlit vznik Sluneční soustavy. Jeho teorie byla sice nesprávná, ale položila základy pro pozdější úvahy a výpočty [8].

Newtonova fyzika na Keplera a Galilea sice navazuje, ale přináší oproti nim podstatný pokrok. Teď už není cílem najít ideální a setrvalý stav světa, který by byl světu souzen nějakými filozofickými principy. Nyní fyzika hledá zákony interakce těles, na jejichž základě vznikají stavy, které sice mohou jevit časovou trvalost a matematicky jednoduše popsatelnou stavbu, ale to vše jen s omezenou stálostí a přesností. Dá se říci, že fyzika – a věda vůbec – přechází od statiky k dynamice. Tento přechod musel být ovšem připraven tisíciletým hledáním.

L i t e r a t u r a

- [1] BERNOULLI, D.: *Umění odhadu*. Togga, 2020.
- [2] BROWN, K.: *Reflections on relativity*.
Dostupné z: <https://www.mathpages.com/rr/rtrtoc.htm>
- [3] DRAKE, S.: *Galileo's 'Platonic' cosmogony and Kepler's prodromus*. J. Hist. Astron. 4 (1973), 174–191.
- [4] DRAKE, S.: *Galileo at work. His scientific biography*. The University of Chicago Press, 1978.
- [5] FONTENELLE, B.: *Rozhovory o mnohosti světů*. Togga, 2020.
- [6] GALILEI, G.: *Dialóg o dvou systémech světa*. Vydavatelstvo SAV, 1962.
- [7] GALILEI, G.: *Prubíř*. Togga, 2020.
- [8] HADRAVOVÁ, A., HADRAVA, P. (ed.): *Astronomie ve středověké vzdělanosti*. Astronomický ústav AV ČR, 2003.

- [9] HADRAVOVÁ, A., HADRAVA, P.: *Galileo Galilei, Hvězdňý posel a Johannes Kepler, Rozprava s Hvězdňým poslem*. Pistorius a Olšanská, 2016.
- [10] KEPLER, J.: *Nová astronomie*. Togga, 2020.
- [11] KOYRÉ, A.: *A documentary history of the problem of fall from Kepler to Newton: De Motu Gravium Naturaliter Cadentium in Hypothesi Terrae Motae*. Trans. Am. Philos. Soc. 45 (1955), 329–395.
- [12] MEYER, E.: *Galileo’s cosmogonical calculations: A case study in the use of mathematics in early modern science*. J. Hist. Astron. 40 (2009), 287–320.
- [13] NEWTON, I.: *Matematické principy přírodní filozofie*. Togga, 2020.
- [14] PLATÓN: *Timaios; Kritias*. 3. opr. vyd., Oikoymenh, 2008.
- [15] SAMBURSKY, S.: *Galileo’s attempt at a cosmogony*. Isis 53 (1962), 460–464.
- [16] ŠOLCOVÁ, A.: *Johannes Kepler: zakladatel nebeské mechaniky*. Prometheus, 2004.