

# Učitel matematiky

---

Jiří Mída

Úlohy z nádraží

*Učitel matematiky*, Vol. 1 (1993), No. 4, 52–53

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/152240>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1993

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Z: "Nespletl jste se náhodou?"

P: "...Promiňte, myslel jsem vážím mandarinky."

(Když se na sebe podíváme, oba víme, že víme, oč jde.)

Z: "...Nezlobte se, vždyť já jsem vlastně ani pomeranče nechtěl. Navážte mi, prosím, kilo a půl mandarinek."

(Jsem velmi uctivý, mandarinky jsou pečlivě naváženy.)

Z: "A tady je 28 korun 70 haléřů".

(Podávám přesně odpočítaný obnos.)

P: "...Děkuji Vám."

Z: "Není to málo? Anebo snad dostávám slevu?"

P: "Ano, pane, dnes mimořádně ano."

U tohoto prodavače jsme později ještě několikrát nakupoval, ale další "slevu" jsem už od něj nedostal. Tato příhoda mě inspirovala k tomu, abych si se svými žáky z 5.B při probírání desetinných čísel zahrál hru "Jdeme nakupovat". Tentokrát jsem hrál roli prodavače, "který neumí dobře počítat", a moji "zákazníci" mě s velkou radostí kontrolovali a opravovali.

## Úlohy z nádraží

*J. Mída, PeF UK Praha*

### Úloha 1

Pět cestujících vystoupilo z autobusu, vešlo na nádraží a v hale spěchalo k jízdenkovým pokladnám, z nichž dvě byly otevřeny a nikdo u nich nestál. Každý si chtěl koupit pro sebe jízdenku, nikomu z ostatních ji nekupoval. Kolik měli možností pro stání u pokladen?

### Úloha 2

Na nástupišti bylo slyšet z dálky pískání vlaku. Jeden z čekajících v železničářské uniformě řekl: Vlak vyjížděl ze zastávky "Poříčí" a zapískal, neboť je před ním nechráněný přejezd. Bude tu asi za pět minut. Jak daleko je zastávka "Poříčí", jestliže vlak jel průměrnou rychlostí 60 km/h?

**Poznámka:** Situace trochu připomíná známou kosmickou záležitost: Hvězda nás o sobě informuje světlem, avšak ve chvíli, kdy ho uvidíme, je nejspíš jinde, než byla v okamžiku vyslání světla, a dokonce nemusí již ani existovat.

### Úloha 3

U perónu zastavil vlak, který měl šest vagónů. Kolik přistupovalo cestujících, víte-li, že z jejich počtu bylo jisté, že v některém z vagónů pojedou aspoň tři z cestujících, kteří ve stanici nastupovali.

#### Řešení úloh:

1. U jízdenkových pokladen. Při výpočtu nejdříve třeba rozložit číslo 5 na dva sčítance. Pokladny jsou dvě různé, a proto jde o uspořádané dvojice sčítanců:  $0+5$ ,  $5+0$ ,  $1+4$ ,  $4+1$ ,  $2+3$ ,  $3+2$ . Dále je třeba si představit, že např. v případě  $(2+3)$  můžeme cestující umístit takto: K 1.pokladně vybereme z pěti osob nejprve prvního, pro což máme 5 možností; pro druhého máme už jen 4 možnosti. Tedy celkem 5.4 možnosti. Pro zbývajících tři u 2.pokladny máme  $3!$  možností. Tedy celkem je jich  $5.4.(3!) = 5!$ . Tak je tomu ve všech případech. Celkem tedy nastává  $6.(5!) = 720$  možností.
2. Čekání na vlak. Jestliže rychlost zvuku 340 m/s považujeme za dostatečně velkou, můžeme počítat velmi jednoduše, a to z paměti: Rychlost 60 km/h znamená 1 km za minutu, takže zastávka je vzdálena asi 5 km. Chce-li někdo počítat "přesněji", pak bude postupovat např. takto: Označme vzdálenost od zastávky  $x$  metrů, průměrnou rychlost zvuku ve vzduchu  $c$  m/s, průměrnou rychlost vlaku  $v$  m/s. V okamžiku, kdy slyšíme zapískání, je vlak od nádraží vzdálen  $(x - (xv)/c)$  metrů. Tuto vzdálenost vlak urazí za dobu:  
 $t = (x - (xv)/c):v = x/v - x/c$ , takže  $x = (cvt)/(c-v)$ , odkud vypočteme  $x \approx 5,26$  kilometrů.
3. Vlak už přijel. Kdyby cestujících bylo buď  $6.2 = 12$  nebo méně než 12, pak by se mohli rozmístit do vagónů tak, že by v žádném nescetovali tři. Cestujících bylo tedy aspoň  $5.2+3=13$  (Tento závěr plyne z tzv. Dirichletova principu).

**Poznámka:** Dirichletova principu lze užít i při řešení "inverzní" úlohy, v níž cestující z vlaku vystupují.