Úloha 8. Tri priečky spájajúce stredy protiľahlých hrán štvorstena sú na sebe popár kolmé. Poznáme dĺžky týchto priečok. Vypočítajte objem štvorstena.

Literatúra:
[1] Hejný,M. a kol.: Teória vyučovania matematiky 2, SPN Bratislava, 1991.
[2] Kuřina,F.: Umění vidět v matematice, SPN Praha, 1989.
[3] Molnár,J.: Planimetrie. Informačně vzdělávací pedagogické centrum, Hradec Králové, 1992.

Konkrétní vyučování matematiky

M. Volfová, VŠP Hradec Králové

Stále znovu je pozorováno, že mnohé partie učiva (a to nejen matematiky) jsou brzy u řady žáků z velké části zapomenuty nebo jsou nepoužitelné k aplikaci a to i tehdy , když jejich výkladu a procvičování bylo věnováno nemálo pozornosti, času a úsilí.

Teorie konkrétního vyučování matematiky odkrývá jako jednu z příčin nedostatky v samém procesu poznávání a to v té části, kterou Hejný [viz 1] nazývá "tvorba separovaných modelů" - získávání zkušeností. Nejde tedy o věc zcela neznámou. Již adepti učitelství ve své učebnici teorie vyučování matematice jsou upozorňováni na to, že i kvantita zkušeností je nutným předpokladem toho, aby žák k okamžiku poznání vůbec dospěl, že zanedbání některých etap poznávacího procesu (nejčastěji to bývá právě tvorba separovaných modelů nebo nedostatky v motivaci) vede k deformaci poznávacího procesu, že pak dochází jen k formálnímu poznání. Ztráta konkrétní zkušenosti vzhledem k osvojované látce bývá též nejčastějším důvodem nedbalého, nekritického žákovského zacházení s čísly, s početními operacemi, uvádění nesmyslných odpovědí typu "chodec šel rychlostí 320 km/h" atp.

Konkrétní vyučování matematiky se zaměřuje právě na tuto část poznávacího procesu a lze jej definovat jako souvislou, trpělivou výstavbu zkušenostního oboru žáků.

Jde v něm o to, aby studovaná část matematiky byla žákovi vlastní, aby v ní viděl použitelný obsah, aby se do ní z vlastního rozhodnutí chtěl vnořit, nalézat smysl každého tématu. To má být pro něj stále spojeno s nějakým konkrétním cílem, např.:

- s nabytím či upevněním nějaké žádoucí dovednosti
- s výrobou užitečného, pěkného, přitažlivého předmětu
- vyřešení (pro žáky zajímavého) problému
- nějaký veselý zážitek

Konkrétní je pro žáka to, co je zařazeno v jeho zkušenostním oboru, co tedy může být asociováno s jeho praktickými a názornými zkušenostmi. Chceme-li vyučování stavět na žákově zkušenosti, musíme si uvědomit, že jen u mála tématických celků mají žáci skutečně praktické zkušenosti takové, že by to bylo možné. Žáci se též mezi sebou dosti liší a vlastně jediný jejich společný zkušenostní okruh je škola. Z toho pak vyplývá pro školu nutný úkol, zkušenostní obor žáků vytvářet, zprostředkovat jim kontakt s relitou či spíše pro ně takovou realitu ve škole vytvářet, respektivě simulovat.

To vše se ve škole sice děje, ale většina činností je v rukou učitele. Žáci nedostanou např. model tělesa do ruky na dostatečně dlouhou dobu. Přitom by bylo třeba, aby s ním dokonce nějak pracovali, zjišťovali skutečnosti o jeho vrcholech, hranách či stěnách, vytvářeli sítě, vystřihovali je , lepili modely, naplňovali je třeba pískem, " přelévali" pak do jiného modelu a pozorovali co se stane. Jenom tak mají šanci zaznamenat, čeho se vyučovaný celek týká. Opět: toto vše se ve škole sice děje, ale podle teorie konkrétního vyučování matematiky ne v dostatečné míře a v dostatečném čase, neboť každý žák má získat mnoho vlastních, konkrétních zkušeností tak, že přitom do značné míry probíhá samostatné učení, že si žák matematiku sám tvoří.

To vyžaduje samozřejmě více času než dnes ve škole máme, proto teorie konkrétního vyučování matematiky stanoví jako nutný požadavek redukci osnov. Tedy méně, ale na základě vlastní činnosti dětí, jejich vlastní zkušenosti. Trpí tím samozřejmě požadavek úplnosti systému matematických poznatků.

Jeho plnění však, jak uvádí Baireuther [viz 2], vzhledem k nepatrné části tohoto opravdu naučeného, stojí stejně jen na papíře, zůstává neuskutečněným ideálem. Přitom žáci mohou dosáhnout různé hloubky poznání. Probrané téma bude mít však pro každého žáka smysl, bude spojeno s jeho konkrétní zkušeností. Často dochází i k mimointenciálnímu učení, učení v druhém plánu. Učitelé pak vzrušeně konstatují, že děti objeví a zapamatují si mnohé, co se jinak musí pracně učit. Aby nedocházelo k prázdné aktivitě pro aktivitu, musí si učitel vždy stanovit cíl (dětem ho není třeba vždy sdělovat) a zaměření, orientaci činnosti.

Baireuther [viz 2] ho vyjadřuje pojmem " centrální idea ". Uveďme některé příklady takových orientací v geometrii.

Příklad: Vytváření estetických produktů
Zde koresponduje v mnoha směrech teorie konkrétního vyučování matematiky s Walldorfskou školou, kde nechávají děti vytvářet pomocí pravítka a kružítka krásné a zajímavé mozaiky a konstrukce, "prožívat geometrii". Ta se jim pak jeví jako "objevná cesta do světa tvarů téměř neomezeného bohatství". Žáci přitom nabývají různých zkušeností, setkávají se často se čtverci, obdélníky, musí zohlednit jejich vlastnosti, stejně jako vlastnosti rovnoběžek, kolmic, úhlů aj. Příkladem mohou být různé mozaiky, pásové vzory, aj.

Také vytváření prostorových modelů je vhodné, zejména tvoříme-li nějaký složitější systém objektů, např. byt - třída (a vybavení), nádraží (budovy, vagóny), naše škola a okolí, statek (stodoly, kůlny, chlívky, bouda pro psa), ZOO a pod. Žáci musí situaci naskicovat, načrtnout pohled z více stran, případně nejdřív vyrobit předmodel. To zaručuje žákovi práci na několik hodin.

Příklad: Měření
Měření je již v samém slově "GEO-METRIE" , ale ve školním vyučování na něj není dost času. Proto ke skutečnému měření dochází zřídka. Často se nahrazuje počítáním (obsahu, objemu, obvodu) pomocí vzorců, za nimiž někteří žáci neuvidí vůbec nic. Místo hledání (obsahu, obvodu) jim jde o sehnání vzorce (v paměti, u souseda...) a dosazení do něj. Přitom dovednost měřit a představy o jednotkách patří mezi důležité všeobecně vzdělávací cíle.

K určování obsahu obrazců lze užít i jejich přeměnu, rozložení na jednodušší (lze tak například řešit i komplexnější problémy, třeba na mapě určit rozlohu Čech apod.). Podle principů konkrétního vyučování budou žákům nabídnuty nejrůznější přístupy k tématu.

Zajímavým úkolem pro žáky je hledání obrazců téhož obvodu. Zkouší-li si nakreslit přes sebe např. pravoúhelníky daného obvodu, získají v estetickém zážitku zajímavé, téměř "computerové efekty" a mohou i vystopovat mnohé zajímavé matematické poznatky (např. který z nich má maximální obsah aj.). Příkladů lze uvést mnoho, snad ale tyto postačí k ukázce, jak může při geometrii žák sám pracovat, kreslit, rýsovat, měřit, modelovat, stříhat, lepit... sbírat zkušenosti a učit se , tedy nejen hlavně být vyučován a reprodukovat předané znalosti. Podle [2] angažovanost a samostatnost žáků v konkrétním vyučování roste.

V našich školách pracuje mnoho učitelů výborně a mnohé ze zde řečeného provádí, alespoň z části. Ale osnovy jsou stále velmi přeplněny a není dostatečná časová dotace pro získání opravdových konkrétních zkušeností. Zvláštní otázkou je v konkrétním vyučování realita, i tzv. simulovaná realita. Baireuther tzv. "úlohy z praxe" (mluví o úlohách z německých učebnic a sbírek úloh!) považuje v převážné většině za umělé, neboť tam, kde by byla žákovi situace známá a měl by s ní určité zkušenosti, tam matematické problémy nejsou, resp. jsou vyřešeny dříve, než žák vstoupí do situace: zboží je již změřeno, zváženo, zabaleno, má určenou cenu, rychlost je měřena na tachometru atd., takže s matematikou, kromě technik a prodejců, většina lidí přichází do styku jen v podobě hotových čísel.

Konkrétní vyučování si proto vybírá z obvyklých "úloh z praxe " jen některé a těm věnuje dosti času, aby se doplnila zkušenost dětí, aby jim situace popsaná v úloze nebyla cizí. V mnoha případech je realita simulována nějakou hrou, která způsobí, že žák je na průběhu a výsledku "počítání" osobně silně emociálně angažován, že situaci i s početními algoritmy zahrnuje do svého zájmového i zkušenostního oboru a nejsou pro něj prázdnou vnější nutností "spočítat výsledek, naučit se postup". Za pěkné příklady považuje hru "Procentopoly" (inspirovanou zřejmě hrami typu "Dostihy a sázky") a hru "Na sporožiro".

Čtenář se nyní asi ptá, co by se mohlo - mělo vynechat, aby zbyl čas na konkrétní činnost, na hraní atp. Autor publikace [2] navrhuje např. v podstatě vynechat většinu z partie o zlomcích (ne celou !). Přirozeně se žák naučí - většinou po několikanásobném namáhavém opakování - správně se zlomky žonglovat. Ale nedochází k úplnému pochopení. "Někteří ... jsou přesvědčeni, že rozšiřování a krácení zlomků produkuje nová čísla, i když píší znaménko = ... Vtírá se dojem, že pro mnoho žáků zůstanou zlomky cizími objekty, za nimiž si jen stěží něco mohou představit a s nimiž lze zacházet jen pomocí schématických početních způsobů ... "[2, s.167]. Autor doporučuje zprostředkovat jen názornou představu o zlomcích s nevelkými čísly a pak chápat zlomek jako příkaz k dělení (3/4 = 3:4 = 0,75). Kde nevyjde dělení beze zbytku, bude třeba zaokrouhlovat, počítání bude obtížné a pak je možné vyvolat mezi žáky zájem o způsob jak počítání ulehčit, tedy zájem o známé algoritmy početních operací se zlomky.

Pro nás je takový návrh přímo "rouhavý" a neumíme si představit, že by se ve škole početní výkony se zlomky dostatečně dlouho neprocvičovaly. Ale přiznejme si, že i po dlouhém procvičování nebude mít řada dětí složitější příklady se zlomky s ničím spojeny, že je ve škole provádí nebo opisuje z tabule jen pod vlivem autority učitele a s úlevou je za branami základní školy zapomíná, aby je ve svém životě už nikdy nepoužila.

To byl jen jeden možný (nemožný?) návrh, jak získat prostor pro konkrétní vyučování matematiky, které samozřejmě může probíhat, aniž by jej nezbytně vyžadovalo.

Vyžaduje však konkrétní činnost dětí ve škole. Nejde jen o nutnost vycházet z řešení problémů, jak požadují někteří didaktici. Děti by měly kreslit, měřit, odhadovat, vytvářet zajímavé obrazce, mozaiky, pokrývat plochu, vyplňovat prostor, tvořit modely, hrát si, být plně účastny na své činnosti, se zájmem a z vlastního rozhodnutí být do něj vnořeny - a tak nabývat a rozšiřovat vlastní zkušenosti, na jejichž základě roste plnější, pevnější, kvalitnější poznání.

Mnohé z toho naši učitelé ve svých hodinách dělají. Myšlenky konkrétního vyučování matematiky jim pak dávají jen potvrzení jejich přístupů, případně jim otvírají prostor pro další zamyšlení nad mechanismem poznávacího procesu a nad případným dalším zkvalitněním vyučování matematice.

Literatura: [1] Hejný,M.a kol.: Teória vyučovania matematiky 2, SPN Bratislava, 1991.
[2] Baireuther,P.: Konkreter Mathematikunterricht. Bad Salzdetfurth, 1990.

Realistická matematika - pokračování

N. Stehlíková, PeF UK Praha

V sedmém čísle časopisu Učitel byl otištěn článek "Realistická matematika v Holandsku". Potěšilo mě, že nezůstal bez odezvy a děkuji všem, kteří na něj reagovali. Jedna kritická poznámka mě přiměla k článku se vrátit a opravit tvrzení, v něm uvedené.

V článku jsem napsala, že "principy realistické matematiky se zatím nepromítly do učebnic v jiných zemích". Toto nepravdivé tvrzení bylo způsobeno jednostranností informačního zdroje, z něhož jsem čerpala. Za omyl se omlouvám. Myšlenky realistické matematiky lze najít i v dalších učebnicích, např. v [1] (Anglie, pro děti od 8 do 11 let) a [2] (ČR).