

Učitel matematiky

Nad'a Stehlíková
Realistická matematika v Holandsku

Učitel matematiky, Vol. 1 (1993), No. 3, 29–35

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/152210>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1993

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

DIDAKTIKA MATEMATIKY V ZAHRANIČÍ

Realistická matematika v Holandsku

N. Stehlíková, PeF UK Praha

Můj příspěvek by měl do určité míry navázat na článek O. Ducháčkové z Učitele M+F+I č.5. V něm byly shrnuty základní principy realistického pojetí matematiky a na příkladu odčítání ukázán postup výuky RM (realistické matematiky). Zaměřím se na proces zavádění RM v Holandsku a její výsledky v porovnání s tradiční matematikou (TM).

1. Zavedení realistické matematiky v Holandsku

V Holandsku došlo v 80. letech k "tiché revoluci" v matematice na úrovni základní školy-došlo k posunu od mechanistické k realistické matematice (Podíl realistických učebnic stoupl během deseti let z 5% na 75%!). Nové pojetí umožňuje to, že matematika si udržuje svůj praktický charakter a zůstává "smysluplná" i tehdy, kdy si žák osvojí nejvyšší stupeň abstrakce. RM znamená postupovat od neformální zkušenosti k tomu, co bychom mohli nazvat formální matematikou.

K podobnému vývoji došlo i ve Velké Británii a USA, jejichž cíle výuky matematiky jsou v mnohém podobné. Ovšem pouze v Holandsku (zatím) se promítly i do praktické realizace v učebnicích. Na rozdíl od ostatních západních zemí nebyla tzv. New Maths, která klade velký důraz na množiny, různé číselné obory a různé druhy formalismu, v Holandsku vůbec zavedena.

Zavedení RM probíhalo poměrně rychle. Její principy byly stanoveny ve druhé polovině sedmdesátých let. Od samého počátku bylo sladěno vytvoření osnov, učebnic, principů hodnocení a také příprava učitelů a další výzkum. Přípravu učitelů organizovaly a stále organizují zejména vysoké školy pedagogického směru a také třeba "School Supporting Councils". Tyto kursy jsou dobrovolné. Dále se učitelé a studenti mohou opřít o hojné články v odborných a populárních časopisech, pomoc přichází také od samotných vydavatelů realistických učebnic. Ti organizují kursy realistické matematiky, kursy školící učitele (jak mají jejich učebnice používat), vydávají doplňkové učebnice, sbírky apod. (samozřejmě jim to současně umožní propagaci vlastních učebnic). Souběžně musela být informována i veřejnost, proto byly a jsou pořádány schůzky s rodiči, na kterých jsou seznámeni se základními principy RM, výsledky výzkumů apod.

Zavádění realistické matematiky bylo založeno na absolutní dobrovolnosti. Záleží na škole a hlavně učitelích, zda investují do koupi nové

série učebnic (není to záležitost právě levná a proto musí být dlouhodobá). K orientaci učitele slouží právě výše zmíněné kursy, konference apod. Studenti, budoucí učitelé matematiky, se na vysoké škole seznamují s TM jen stručně, zatímco vlastní výuka je orientována na RM. Nedostatky se projevují zejména v zásobě užitečných příkladů z RM. RM klade na přípravu učitele i na jeho výkon při hodině mnohem větší nároky než tradiční matematika, proto je nutná rozsáhlá základna informací (sbírky zatím chybí a jsou nahrazovány výše zmíněnými kursy, konferencemi atd.), o kterou se učitel může opřít. Na druhé straně se ale zdá, že RM se dětem líbí, je jim bližší než TM.

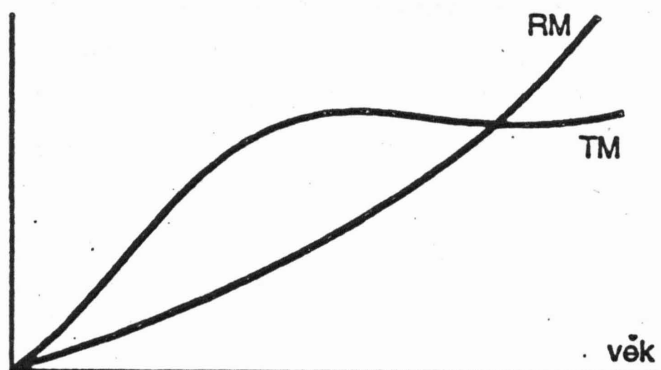
Pozn.: zavedení RM na holandské základní škole probíhá paralelně s uplatněním realismu v jiných předmětech např. biologii.

2. Porovnání realistické matematiky s tradiční matematikou

a) V Holandsku byly provedeny testy, které měly seriózně zhodnotit, zda je RM přínosem a v čem tento přínos spočívá. Nejdříve byly použity tradiční testy a jejich výsledky neukázaly žádný výraznější rozdíl mezi realistickou a tradiční matematikou.

Nové testy byly připraveny z hlediska hlavních principů a cílů RM (testy tvoří v RM velmi důležitou součást). Skládaly se z mnoha set převážně otevřených otázek. Testy byly prováděny průběžně během základní školní docházky. Tentokrát se ukázalo, že nová metoda s sebou přinesla nové kvality. Porovnání výuky podle obou druhů učebnic ukázalo, že žáci, kteří prošli realistickou výukou, mají lepší výsledky v takových oblastech jako základní operace a jejich aplikace, měření, v řešení dosud jimi neřešených příkladů (žák z RM prokazuje více tvůrčích schopností, zatímco žák z TM se podívá na takový příklad, zjistí, že podobný dosud neřešil a v důsledku toho ho často ani řešit nezačne) apod.

Obecně bychom mohli říci, že na začátku školní docházky jsou výsledky TM rychlejší a viditelnější (jeden z důvodů počátečního nesouhlasu rodičů s RM), zatímco RM postupuje pomaleji. Na konci základní školní docházky (ve 12ti letech) jsou ale výsledky lepší u RM (viz graf).



Naše učitele bude už tradičně zajímat množství učiva. To se nejen nezmenšilo, ale v RM zvládne žák do dvanácti let dokonce učiva více než v TM. Na začátku školní docházky je věnováno látce mnohem více času než u nás (dítě může používat vlastní přístupy a řešení, postupuje vlastním tempem, učitel ho vede k tomu, aby na algoritmus přišel postupně sám apod.), který se ale později vyplatí. Učitel totiž nemusí věnovat tolik času procvičování látky, dítě jí lépe rozumí, pokud ji samo "odvodilo".

Procento žáků, kteří mají s matematikou větší problémy, je v RM menší než v TM. V Holandsku je tendence nevyčleňovat takové děti z "normálních" škol do škol zvláštních, jejichž počet se snižuje (dnes je navštěvuje asi 5 procent dětí).

b) Jaké jsou tedy hlavní námitky proti tradičnímu postupu?

- neformální postupy založené na zkušenosti žáka jsou zanedbány,
- konečný formální stupeň je dosažen příliš rychle,
- od samého začátku jsou aritmetické příklady prezentovány ve sloupkové podobě (počítání pod sebou).

A jaké jsou hlavní přednosti realistického přístupu?

- založen na neformálním postupu a znalostech dětí,
- poskytuje dětem matematický nástroj - "bridge" - k překlenutí vzdálenosti mezi konkrétním a abstraktním stupněm,
- vzájemné spojení počítání, počítání zpaměti, odhadů, počítání pod sebou a jejich aplikace.

c) Kontextové úlohy

Kontextové úlohy zaujímají v R učebnicích velmi důležité místo. Ovšem slovní úlohy, jak je známe, si toto označení nezasluhují. Ty slouží většinou jen jako ukázka aplikace určité látky, která se právě probírá, a žák může ihned aplikovat právě naučené postupy či vzorečky bez velkého přemýšlení. Ilustrujme to známou žertovnou úlohou: *Na stromě sedí 10 ptáků. Dva z nich zastřelíme. Kolik jich tam zbude?* Pokud tuto úlohu dáme žákům a neupozorníme je na to, že není vážná, většina odpoví nesprávně, tj. 8. Na této úloze také vidíme, že kontext sám znamená více, než samotná explicitní data. Žák musí při řešení využít i svou vlastní zkušenost. Obsah tradičních slovních úloh má naopak tendenci nebrat na vědomí tuto neformální zkušenost. *(Neformální znalosti znamenají znalosti, které žák získává nevědomky, bez učení.)*

Neformální znalosti dokonce pomáhají žákům řešit i takové úlohy, jejichž řešení ještě neprobírali. Ukážeme si to na příkladu. Děti ze třetí třídy (v Holandsku) dosud neprobíraly násobení číslem větším než 10.

Dostanou úkol vydělit 36 třemi, samozřejmě v podobě kontextové úlohy.

Př. *Tři děti si mají rozdělit 36 bonbónů. Kolik bude mít každé?*

Žáci postupovali několika různými způsoby:

- dělení pomocí geometrie,

∴ ∴ ∴
∴ ∴ ∴
∴ ∴ ∴

- oddělování bonbónů jeden po druhém,

∴∴∴∴
∴∴∴∴
∴∴∴∴

1.dítě 2.dítě 3.dítě

. . .
. . .
. atd. .

- vytváření skupin z bonbónů.

∴∴∴∴∴
∴∴∴∴∴
∴∴∴∴∴

∴∴∴∴∴
∴∴∴∴∴
∴∴∴∴∴

Objevují se tedy dva hlavní postupy, a to distributivní dělení a poměrné dělení. Současně si žáci uvědomují, že pokaždé, když každé dítě dostane jeden bonbón (při distributivním dělení), jejich původní počet se změní o tři. Otázkou pak je, kolikrát tento proces můžeme opakovat.

Realistická matematika se tedy snaží učit *standardní postupy* tak, že je nechá spontánně "vyrůst" z neformálních postupů, přičemž k tomu poskytuje žákovi určitý nástroj (třeba číselnou osu nebo takovou úlohu, která přímo vybízí k uplatnění určitého postupu, např. opakovaného odčítání, jako přirozeného způsobu řešení a odtud pak vede cesta k algoritmu dělení).

d) Další nespornou výhodou RM je to, že na rozdíl od TM dodává nový význam pojmu **zbytek**. Práce s reálnými úlohami s sebou přináší i praktická řešení. Z toho důvodu většinou nemůžeme v kontextové úloze považovat za správnou odpověď "31 zb. 12". Zbytek může mít např. jeden z následujících významů (Treffers (1)):

1. Máme přepravit 26 lidí auty. Do každého se vejdou 4 pasažéři. Kolik budeme potřebovat aut? (7)
2. Provaz dlouhý 26 metrů má být rozstříhán na kousky dlouhé 4 metry. Kolik kousků dostaneme? (6)
3. Když chceme spravedlivě rozdělit 26 banánů mezi 4 lidi, kolik banánů dostane každý z nich? (6,5)

4. Procházka dlouhá 26 km je rozdělena na 4 stejné části. Kolik každá z nich měří? (6,5)
- 5: 26 stromů je nasázeno v řadách po čtyřech. Kolik řad tam bude? (?!)
6. Terasa tvaru obdélníka má plochu 26 čtverečních metrů a šířku 4 metry. Jak je dlouhá? (6,5)

e) Další rozdíl mezi TM a RM

Tradiční pohled na matematiku je ten, že vytváří systém, který lze všeobecně aplikovat. Žák se tedy učí formální matematický systém a učí se ho aplikovat. Proti tomu RM se na matematiku dívá jako na proces, způsob práce. V tom smyslu tedy učit se matematice znamená dělat matematiku (a řešení realistických úloh tady hraje základní roli).

Tradiční matematika

formální matematický systém



kontextová úloha

Problém je nejdříve formulován pomocí matematických termínů, vznikne matematický problém, který je vyřešen dostupnými matematickými prostředky. Matematický výsledek je transformován zpět do původního kontextu. Tento proces je založen na rozeznání určitých typů slovních úloh a znalosti obecných postupů.

Realistická matematika

Matematika je pojmána jako činnost. Vlastním cílem se místo matematického nástroje stává problém sám.

řešení (solving)



popis (describing)



kontextová úloha



Nesnažíme se dosadit danou úlohu do předem připraveného systému, ale spíše ji chceme popsat určitým způsobem - schematizací, identifikací centrálních vztahů v kontextové situaci - za použití náčrtku, vlastních symbolů apod. spíše než matematického jazyka.

Popis sám neřeší úlohu, pouze ji zjednodušuje. Interpretace výsledku pak nezávisí tolik na interpretaci výsledku formálního postupu a je jednodušší, protože symboly, kterými je úloha popsána, byly vytvořeny samotným řešitelem, a mají pro něho tedy význam.

f) A nakonec zajímavá myšlenka, na které je založena RM. (1)Freudenthal (1973, 1983) (vlastní volný překlad): "Jak lidstvo dos-

pělo k matematickým poznatkům? Zejména studiem reality! Matematika se rozvíjela z evšeobecnějším pravidelností, algoritmizací postupu řešení. Z aplikací se matematika vyvinula ve formální systém, ale dnes se snažíme učit děti nejdříve formální systém a teprve potom aplikace."

Zavádí se tedy pojem znovuobjevení, tj. vyučovat matematice způsobem, kterým se historicky vyvinula. Např. předtím, než se děti naučí vlastní algoritmus, seznámí se s historií sloupkového algoritmu, a tak jim učitel usnadní vytvoření vlastního algoritmu. Příkladem může být třeba abakus jako prostředek k učení sloupkového algoritmu pro sčítání a odčítání.

3. Holandský systém vzdělání

a)

ROK	ROČNÍK	ROK	ROČNÍK
4-5	1	11-12	8
5-6	2	12-13	9
6-7	3	13-14	10
7-8	4	14-15	11
8-9	5	15-16	12
9-10	6	16-17	13
10-11	7	17-18	14

Mateřská škola není oddělena od školy základní. Začíná povinně od čtyř let, přičemž v prvním roce se mohou rodiče rozhodnout nechávat dítě ve škole pouze dopoledne. Děti mají buď stejného "třídního" učitele od 1. až do 8. ročníku a zvláštní učitele na "výchovy", nebo v některých školách mohou být učitelé, kteří se specializují na první dva ročníky, a potom dostává třída nového učitele.

Po ukončení základní školní docházky ve dvanácti letech se žák na základě rady ředitele základní školy rozhodne pro některý ze čtyř směrů střední školy.

V současné době asi 75 procent dětí prochází realistickou výukou na základní škole. Na střední škole se dosud učí spíše TM, ale i tam se chystají změny a v Holandsku se o tom diskutuje. K problémům při přechodu na vyšší typ školy nedochází, neboť množství učiva v RM je dokonce větší než v TM a také díky uspořádání holandských osnov (viz dále).

b) Osnovy v Holandsku

Osnovy na úrovni základní školy jsou dány jen ve stručném přehledu konečných cílů na konci základní školní docházky, tj. nejsou ro-

zepsány pro jednotlivé ročníky. Je dáno, co mají žáci umět na konci 6. ročníku a čeho mají dosáhnout, přičemž nezáleží na metodě, kterou k dosažení tohoto cíle učitel použije. Pokud základní škola požadované úrovně z nějakého důvodu nedosáhne, má pak problémy finančního rázu (dotace od státu) a samozřejmě i s rodiči.

Na střední škole jsou osnovy mnohem přesněji definované. V některých případech jsou rozepsány pro jednotlivé ročníky, někdy mají podobu požadavků na závěrečný test (po ukončení střední školy).

Použitá literatura:

- (1) Gravemeijer, K.: Contexts Free Productions, Tests and Geometry in Realistic Mathematics Education. 1990, The Netherlands.
- (2) Streefland, L. (editor): Realistic Mathematics Education in Primary School. 1991, The Netherlands.

Návštěva učňovských škol v Rakousku

V. Waldek, Nové Město n. Metují

V závěru roku 1992 připravilo Informačně vzdělávací pedagogické centrum v Hradci Králové pro učitele matematiky a fyziky SOU regionu Východní Čechy návštěvu učňovských zařízení Horního Rakouska. Cílem této exkurze bylo porovnání úrovně výchovně vzdělávací práce mezi naším a rakouským školstvím. Zájem o tento zájezd ze strany našich učitelů byl mimořádný a nebylo možno všechny uspokojit. Účastníci navštívili čtyři školy různého odborného zaměření, a to s vysokou úrovní jak vybavenosti, tak i dosažených výsledků.

Na všech zařízeních byli velice pěkně a neformálně přijati. Při návštěvě škol jsme byli též seznámeni s ročními plány včetně dotace vyučovacích hodin pro jednotlivé předměty. Organizace na těchto školách je jiná než u nás. Teoretická výuka trvá nepřetržitě vždy 8 až 10 týdnů v roce, rozvrh je upraven na devět vyučovacích hodin denně. Po teoretické výuce přecházejí jednotliví žáci ke svým zaměstnavatelům (privátním i jiným). Výuka teorie probíhá většinou v odborných učebnách, vybavených moderní technikou a pomůckami. Přístup žáků ke studiu je značně jiný než u nás. Nejsou totiž téměř problémy s nespěchem. V průměru ročně propadá maximálně jedno procento všech žáků. Závěrečné zkoušky s úspěchem vykoná kolem 85 procent všech žáků. Pokud neprospějí ani při opakované zkoušce dostávají pouze vysvědčení na odchodnou. Existuje dokonalá spolupráce mezi školou a podnikem (zaměstnavatelem), který na žáky přispívá.