

# Učitel matematiky

---

Vladimír Burjan

Hodnotenie vo vyučovaní matematiky: Súčasný svetový trendy

*Učitel matematiky*, Vol. (1992), No. 3, 18–28

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/152099>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1992

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## HODNOTENIE VO VYUČOVÁNÍ MATEMATIKY: SÚČASNÉ SVETOVÉ TRENDY

RNDr. Vladimír BURJAN, Bratislava

V apríli 1991 usporiadala Medzinárodná komisia pre vyučovanie matematiky (ICMI) v španielskom mestečku Calonge konferenciu na tému "Hodnotenie vo vyučovaní matematiky a jeho vplyvy". Cieľom konferencie bolo pripraviť ďalšiu zo série štúdií ICMI o aktuálnych problémoch vyučovania matematiky. 79 účastníkov konferencie z 25 krajín sveta prednieslo 45 prednášok, priebežne pracovalo 12 tématických pracovných skupín. Obsah prednesených príspevkov sa pohyboval medzi dvomi hladinami: deskriptívnou a analytickou. V deskriptívnej rovine boli podávané základné informácie (prehľady) o metódach hodnotenie vo vyučovaní matematiky používaných v jednotlivých krajinách. V analytickej rovine boli rozoberané nedostatky súčasných praktík a navrhované zlepšenia. Výsledkom konferencie bude štúdiá, ktorá bude publikovaná (v 2 knihách) zrejme ešte v roku 1991.

Ako účastník uvedenej konferencie by som sa chcel prostredníctvom tohto príspevku podeliť s čitateľmi aspoň o zlomok informácií a poznatkov, ktoré som na tomto mimoriadne hodnotnom podujatí získal.

Prečo ICMI zvolala konferenciu a pripravuje štúdiu na tému hodnotenia?

Hodnotenie je považované v medzinárodnom merítku za vážny problém, a to z niekoľkých hlavných príčin:

- pretože problematika hodnotenia je aktuálna pre každú krajinu, pre každý školský systém - hodnotí sa všade
- pretože hodnotenie má v rámci každého školského systému veľkú dôležitosť a veľa rôznych vplyvov, ktoré nie sú ešte dostatočne preskúmané
- pretože v teoretických otázkach hodnotenia (ciele, metódy) i jeho praktických aspektoch (realizácia a dopady) je stále veľa nejasného a existujú rôzne problémy.

Najmä posledný z uvedených dôvodov, ktorý bol naznačený už v úvodnom diskusnom dokumente (6) spracovanom programovým výborom konferencie sa plne potvrdil vo väčšine prednášok.

Nedostatky súčasného stavu hodnotenia vo svete

Napriek tomu, že existujú veľmi veľké rozdiely medzi metódami hodnotenia používanými v jednotlivých krajinách, v analytických príspevkoch sa až prekvapivo zhodne konštatovali

viaceré všeobecne negatívne charakteristiky súčasných metód hodnotenia. Hodnotenie, ako sa dnes vo väčšine krajín používa

- je "zastarané" a často nie je v súlade s cieľmi modernej školy ("dnešné testovanie je niekedy aplikáciou modernej štatistiky 20. storočia na psychológiu 19. storočia")
- nedáva dostatočnú informáciu ani jednému zo zúčastnených subjektov (učiteľ, žiak, rodič) - neplní úlohu spätnej väzby v procese vyučovania a učenia
- je málo efektívne a pritom niekedy veľmi nákladné
- zväčša nekoreluje s úspešnosťou v živote (tvrdí napr. britský premiér John Major)
- narúša atmosféru školy, pôsobí v procese vzdelávania nekoherentne
- často je rôznymi spôsobmi zneužívané (učiteľom ako donucovací prostriedok, spoločnosťou ako diskriminačný prostriedok atď.)
- má rád negatívnych vplyvov na žiakov:
  - znižovanie ich výkonov
  - stres, strach (až po sebevraždy)
  - často záporne ovplyvňuje sebahodnotenie žiakov
  - negatívne ovplyvňuje ich vzťah k predmetu a ku škole vôbec
  - má negatívne sociálne dopady - pôsobí diskriminačne
- má rád negatívnych vplyvov na učiteľov:
  - deformuje ich edukačné stratégie (dominantná orientácia na úspešnosť žiakov v testoch)
  - vytvára na nich nežiadúci tlak (ak je využívané na priame hodnotenie kvality ich práce a ich odmenovanie)

Hodnotenie je veľmi komplexný jav. Aby sme ho mohli bližšie skúmať, je užitočné urobiť jeho analýzu a vymedziť základné parametre a komponenty, ktoré do procesu hodnotenia vstupujú.

Každá hodnotiacia situácia (ak ide o zámerné hodnotenie) má niekoľko základných parametrov (komponentov):

1. iniciátor hodnotenia  
učiteľ, riaditeľ školy, inšpekcia, ministerstvo, vláda, škola vyššieho stupňa, ...
2. hodnotený subjekt (objekt) (kto-čo je hodnotené)  
žiak, trieda, škola, populácia (celá, alebo jej vzorka), učiteľ, učebné osnovy, učebnica, didaktická metóda, test, školský systém, ...
3. realizátor získania informácií - podkladov pre hodnotenie  
zväčša učiteľ, príp. profesionálny pracovník hodnotiacej inštitúcie (examinátor)

4. realizátor analýzy získaných informácií (hodnotiaci) učiteľ alebo profesionálny pracovník hodnotiacej inštitúcie. Ak vlastné hodnotenie (analýzu) vykonáva učiteľ, hovoríme o internom hodnotení, v ostatných prípadoch o externom hodnotení. Existuje ešte tretí modus, a to interné hodnotenie s externou moderáciou (to sa používa u nás napr. pri hodnotení krajského kola MO).
5. adresát (užívateľ, odberateľ) výsledkov hodnotenia hlavný užívateľ zväčša (nie však nutne) splyvá s iniciátorom hodnotenia (1).
6. účel hodnotenia (načo chceme hodnotiť)
  - klasifikácia žiaka, udelenie dokladu o absolvovaní skúšky alebo o získaní vzdelania, kvalifikácie apod., prijatie / neprijatie žiaka na vyšší stupeň školy, zaradenie žiaka do istej triedy, skupiny, prúdu (vonkajšia diferenciácia, streaming), informácia pre rodičov žiaka, usmernenie žiakovho učenia, skvalitnenie vyučovania (spätná väzba pre učiteľa), posúdenie kvality učiteľa, posúdenie kvality školy, posúdenie kvality učebnice alebo vzdelávacieho programu (osnov), posúdenie správnosti politiky v oblasti vzdelávania, atď.
7. konkrétna metodika hodnotenia, ktorá zahrňa:
  - a) teoretické východiská danej metódy hodnotenia (podkladové teória kognitívnych mechanizmov, učenia, ...) napr. konštruktivizmus, Piagetova teória etapového vývoja, Vygotského teória učenia a poznávania, atď.
  - b) zamerenie hodnotenia (aké ability či atribúty sú hodnotené)
  - c) technológiu získania informácií (dát) - podkladov pre hodnotenie
  - d) metodiku analýzy a interpretácie získaných informácií (dát)
8. procedúra získania informácií
  - rôzne druhy písomných testov, ústná skúška, interview, priebežné pozorovanie pri matematických aktivitách atď.
9. analýza a interpretácia získaných informácií (vlastné hodnotenie)
10. závery hodnotenia (výstup, hodnotiaci súd)
11. prezentácia a komunikácie záverov hodnotenia
12. využitie záverov hodnotenia (úzko súvisí s účelom hodnotenia)
  - radu žiakovi, radu rodičom žiaka, klasifikácia žiaka, zaradenie žiaka do istej triedy, skupiny, prúdu (vonkajšia diferenciácia, streaming), udelenie dokladu o absolvovaní

skúšky, o získaní vzdelania apod., prijatie/neprijatie žiaka na vyšší stupeň školy, korekcia učebných osnov, učebnice, metód a foriem vyučovania apod., prijatie opatrení na úrovni školy, regiónu, štátu, zmena štátnej politiky vzdelávania.

Každému z týchto parametrov bola na konferenciách venovaná osobitná pozornosť. Okrem toho bola problematika hodnotenia analyzovaná z mnohých ďalších aspektov, ako napríklad:

- reliabilita, validita, vychýlenosť a mnohé ďalšie psychometrické charakteristiky používaných štandardných testov (hodnotiacích procedúr)
- prepojenie metód hodnotenia s cieľmi vyučovania matematiky (toto je veľmi dôležité - hodnotením zväčša overujeme, či a do akej miery sme ciele dosiahli)
- spätný vplyv výsledkov hodnotenia na koncepciu, obsah a formy vyučovania
- príprava učiteľov na hodnotenie
- sociálne a psychologické dopady hodnotenia (na žiakov, učiteľov, spoločnosť, ...)
- historické pohľady na genézu hodnotenia

Súčasný svetový trend v oblasti hodnotenia

1. Od subjektívneho hodnotenia k objektivizovanému hodnoteniu podopretému teóriou
  2. Od globálneho hodnotenia k diferencovanému (od skalára k vektoru)
- tento trend súvisí so snahou preniknúť hlbšie do kognitívnych mechanizmov učenia sa matematiky a s úsilím čo najpresnejšie lokalizovať prípadné nedostatky, ale aj zaznamenať progres.
  - diferencovanie hodnotenia sa môže diať buď podľa jednotlivých partií učiva, či matematiky (v podstate britský model), alebo podľa jednotlivých druhov kognitívnych operácií. Najzákladnejšie štruktúrovania, ktoré sa vyskytujú, rozlišujú:
    1. konceptuálne porozumenie (úroveň osvojenia si pojmov)
    2. zvládnutie činnosti (operácií, procedúr, algoritmov)Velmi často ešte pribúdajú:
    3. stratégie riešenia problémov
    4. úroveň argumentácie

- mnohé školské systémy aj po zavedení diferencovaného hodnotenia žiakov (v podobe vektora) naďalej používajú výsledné hodnotenie vo forme jednej známky (stupňa), čím vzniká problém agregácie (skombinovania) dielčích hodnotení do jedného stupňa (priradenie skalára vektoru).

3. Od hodnotenia vzťahujúceho výsledky individuálneho žiaka k nejakej štandardizovanej kvantitatívnej norme (norm-referenced assessment) ku hodnoteniu výsledkov žiaka podľa jednotlivých kritérií (criterion-referenced assessment)

- výber kritérií je jedným z kľúčových problémov hodnotenia. Zväčša vychádza z cieľov vyučovania a z istej teórie kognitívnych mechanizmov učenia sa matematiky. Keďže existuje mnoho rôznych teórií a ciele vyučovania matematiky sú formulované v jednotlivých krajinách rôzne, existuje široké spektrum rôznych sád kritérií, podľa ktorých sú žiaci hodnotení.

4. Od externého hodnotenia k internému (príp. s externou moderáciou).

V mnoha krajinách (najmä USA, Kanada, Veľká Británia, ...) má externé hodnotenie dlhoročné tradície. Najväčšie rozmery a tiež najväčšiu "degeneráciu" dosiahol "testovací priemysel" v USA. Len pre zaujímavosť niekoľko čísel: v USA bolo vlani zadaných asi 200 miliónov (externých) testov, každý žiak písal za rok asi 2,5 testu a počas štúdia absolvuje asi 30 testov. Existujú desiatky profesionálnych inštitúcií (agentúr, firiem), ktoré produjú, zadávajú a vyhodnocujú matematické (ale aj iné) testy na rôznych úrovniach (regionálnej, štátnej, ...). Na tento "testovací boom" zareagoval trh bohatou ponukou kurzov, ktoré pripravujú žiakov na dobré absolvovanie testov (tento "coaching" spočíva o. i. v psychologickej príprave na podávanie výkonov v záťažových situáciách, návodoch na elimináciu nesprávnych odpovedí apod.). Za niektoré takéto kurzy sa platí až 800 USD. Je to ale dobrá investícia, nakoľko výsledky v testoch sa s človekom ťahajú celý život (dobré, ale aj zlé!). Podobný "testovací ošial" vládne v súčasnosti aj vo Veľkej Británii, kde sa hodnotí všetko, aj samotné hodnotenie, aj hodnotenie hodnotenia (atď. ad absurdum).

Externé hodnotenie má svoje výhody i nevýhody. Za výhody možno považovať napr.:

- zabezpečenie rovnakých podmienok pre hodnotenie všetkých žiakov
- možnosť vzájomne porovnávať výsledky žiakov, tried, škôl, regiónov medzi sebou

- väčšiu objektivnosť (pomerne malú možnosť zámerného skreslenia výsledkov učiteľmi)
- vonkajšiu kontrolu práce učiteľov a škol

Za nevýhody externého hodnotenia sa považuje napr.:

- nutnosť obmedziť sa iba na isté formy hodnotenia (napr. len písomné) a na isté typy uloh (zväčša multiple-choice tj. s výberom odpovedí) a tým rezignovať na testovanie niektorých významných abilití.
- prílišná hromadnosť testovania neumožňuje jeho dostatočnú individualizáciu (nielen vo fáze testovania, ale najmä vo fáze analýzy výsledkov a ich kombinácie).
- veľká finančná náročnosť a náročnosť na materiálne a technické vybavenie
- rôzne negatívne vplyvy na učiteľov i žiakov.

5. Od nárazového hodnotenia, ktoré je vždy iba ukončením výuky, ku priebežnému hodnoteniu, ktoré je organickou súčasťou výučby.

V tradičnej škole je hodnotenie zväčša završením vyučovania istého tematického celku (TC), prevláda teda tzv. sumatívne hodnotenie aplikované po prebraní daného TC. V mnohých krajinách je dnes zjavná tendencia posilniť aj iné funkcie hodnotenia, najmä jeho diagnostickú a formatívnu funkciu. Diagnostické hodnotenie možno využiť pred, resp. na presnejší obraz o tom, ako je žiak pripravený na prijatie nového poznania (či má potrebné základné vedomosti, do akej miery má jednotlivé pojmy prediferencované, či ich nemá ovlastnené deformované apod.). Formatívne hodnotenie sa môže uplatniť priebežne, počas preberania TC a jeho hlavnou funkciou je dať informáciu žiakovi o stave jeho vedomostí a optimalizovať jeho ďalšie učenie. Týmto hodnotením sa vlastne žiak učí.

6. Od testovania faktografických vedomostí k testovaniu porozumenia a schopnosti aktívne pracovať s poznatkami; od hodnotenia nižších zručností a nácvikových činností (lower-level-skills) k hodnoteniu vyšších kognitívnych abilití (high-order-abilities).

Prílišné akcentovanie externého hodnotenia vo forme štandardizovaných testov (prevážne s otázkami s výberom odpovedí) viedlo k prílišnej orientácii na testovanie nižších zručností a nácvikových činností (napr. zvládnutie základných

aritmetických operácií, algoritmických činností apod.) a k nedoceneniu vyšších kognitívnych činností. Často sa overovali faktografické vedomosti a teda najmä pamäť žiakov. V súčasnosti je naopak badať veľká snaha vytvoriť techniky umožňujúce diagnostikovať a hodnotiť aj náročné intelektuálne procesy. Mnohé testy sú zostavené pod heslom "to, čo študenti zabúdajú, nás nezaujíma". Táto tendencia sa prejavuje aj v zavádzaní tzv. open-book exams, t.j. skúšok, pri ktorých žiaci môžu pracovať s učebnicami a ďalšou literatúrou.

7. Od takmer výlučného hodnotenia prostredníctvom písomných testov ku širokému spektru hodnotených aktivít: priebežná práca žiakov na vyučovaní, skupinová práca, praktická práca, projekty, vlastné malé matematické bádania (investigations) apod.

Tzv. Cockroftova správa z roku 1982 (/3/) podala hlbokú analýzu stavu vyučovania matematiky vo Veľkej Británii. Obsahovala okrem iného výpočet rôznych aktivít, ktoré koncom 70. rokov absentovali na hodinách matematiky vo Veľkej Británii a ktoré autori považovali za vhodné do nich zaviesť. Boli medzi nimi napríklad praktická a experimentálna práca, riešenie netradičných (náročnejších) úloh, vlastné malé matematické bádania, projekty, práca v skupinách atď.

Dnes už možno konštatovať nielen to, že sa tieto druhy aktivít udomácnili na hodinách matematiky vo Veľkej Británii aj v mnohých iných krajinách, ale aj to, že sa stali organickou súčasťou hodnotenia žiakov. Ako príklad uveďme hodnotenie projektov ("investigative project"), ktoré sú od šk. roku 1989/90 povinnou súčasťou vyučovania matematiky v časti austrálskych škôl. Ide o samostatnú prácu žiaka na danú tému, ktorú si zvolí sám, či si ju vyberie z množstva návrhov. Na spracovanie projektu má zhruba 10 týždňov času.

Ukážka možných východziech bodov projektu na tému "Periodicita":  
kalendáre, astronómia (pohyby planét, komét, ...), príliv a odliv, dĺžka dna, biorytmy, vlny - zvuk, voda, svetlo, elektrický prúd a jeho vlastnosti, mechanizmy produkujúce periodicitu (spirografy, Lissajousove krivky, ...), periodické javy v ekonomike, periodické tapety, parketáže, kryštály, aritmetika zvyškových tried, periodické funkcie, ...

Tieto projekty sú hodnotené, a to interne (učiteľmi matematiky) s externou verifikáciou (moderáciou), ktorú vykoná skupina učiteľov z rôznych škôl. Zmyslom verifikácie je zabezpečiť čo rovnakú úroveň hodnotenia na všetkých školách.

Tabuľka 1 zachytávané formulár pre učiteľov matematiky, na ktorom zaznamenávajú hodnotenie žiakovho projektu.

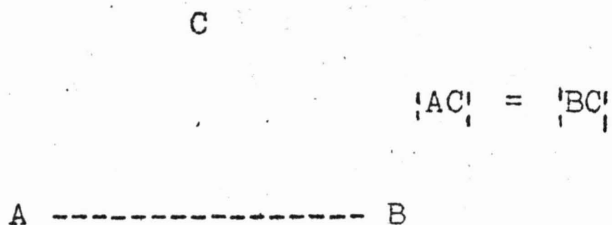


8. Od otázok s výberom odpovedi (multiple-choice) k otázkám s tvorbou odpovedi (open-response) a dokonca k otázkám s otvoreným koncom (open-ended).

Príklad otázky s voľbou odpovedi:

Obsah trojuholníka na obrázku je najväčší, ak je veľkosť uhla pri vrchole C rovna

- (A) 45 stupňov
- (B) 60 stupňov
- (C) 72 stupňov
- (D) 90 stupňov
- (E) 108 stupňov



Príklad otázky s tvorbou odpovedi:

Koľko štvorciferných prirodzených čísel má aspoň jednu párnú a aspoň jednu nepárnu cifru? Svoju odpoveď zdovodnite.

Príklad otázky s otvoreným koncom:

1. Popíš nejaké zaujímavé vlastnosti tejto tabuľky čísel:

1	3	6	10	15	21	...
2	5	9	14	20	....	
4	8	13	19	...		
7	12	18	...			
11	17	...				
16	...					
:						

9. Od "abstraktných" matematických úloh ku kontextovým úlohám; od teoretických úloh k aplikačným úlohám.

10. Od úloh testujúcich jednu konkrétnu vedomosť alebo abilitu ku komplexným úlohám, riešenie ktorých vyžaduje využitie širšieho spektra vedomostí z rôznych oblastí matematiky.

Príklad komplexnej (praktickej) úlohy (USA):

K dispozícii je väčšia sklenená nádoba v tvare valca a malá nádobka s kukuričnými zrnami. Úlohou je čo najpresnejšie



Použitá a odporúčaná literatúra:

- (1) Assessment in Mathematics Education and its Effects. Pre-proceedings of the ICMI Conference held on 11 - 16 April 1991 in Calonge, Spain.
- (2) Bell, A., Costello, J., Kuchemann, D.: A Review of research in Mathematical Education. Part A: Research on Learning and Teaching. Chapter 12: Evaluation and assessment. pp. 291-307. NFER-Nelson 1983.
- (3) Cockroft report. Great Britain. Department of Education and Science (1982). Mathematics counts. London: HMSO.
- (4) Denvir, B.: What are assessing in mathematics and what are we assessing for? In: Pimm David (ed.): Mathematics, Teachers and Children. Hodder and Stoughton in association with the Open University, London 1983.
- (5) Hirst, A.; Hirst, K.: Proceedings of ICME-6. Report of the theme group "Evaluation and assessment"; pp. 253 - 263. Janos Bolyiai Mathematical Society, Budapest 1989.
- (6) Niss, M. et al.: Assessment in Mathematics Education and its Effects (discussion document for an ICMI Study) In: ICMI Bulletin No. 27 (December 1989) et in: "l Enseignement mathématiques" (jar 1990).
- (7) Ridgway, J.: Assessing Mathematical Attainment, NFER-Nelson 1988.
- (8) Ridgway, J.: A Redview of Mathematics Tests. NFER-Nelson 1988.

Tab. 1.:

---

	Ú · R · O · V · E Ň			
činnosť žiaka / atribút práce	VYS	STR	NÍZ	NEPREJAV.

---

Priebeh výskumu:

1. rozpoznanie významných informácií
2. zhromažďovanie potrebných informácií
3. analyzovanie informácií

4. interpretovanie a kritické hodnotenie výsledkov
5. logickosť postupu
6. šírka alebo hĺbka bádania (investigation)

Matematický obsah:

7. matem. formulácia alebo interpretácia problému, situácie
8. relevantnosť použitého matemat. aparátu
9. úroveň (národnosť) použitej matemat.
10. používanie matematického jazyka, symboliky a konvencií
11. porozumenie a interpretácie použitej matematiky
12. presnosť, správnosť (accuracy) použitej matematiky

Komunikácia:

13. jasnosť cieľov projektu
14. definovanie použitých mat. symbolov
15. zhodnotenie bádania a závery
16. zhodnotenie záverov
17. organizácia (usporiadanie a štruktúra) materiálu.