

# Učitel matematiky

---

Radka Havlíčková; Alena Kinclová; Anna Páchová

Slovní úlohy jako nástroj pro integraci matematické, čtenářské a jazykové gramotnosti žáků základních škol

*Učitel matematiky*, Vol. 31 (2023), No. 1, 1–18

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/151728>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2023

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:  
*The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

**SLOVNÍ ÚLOHY JAKO NÁSTROJ  
PRO INTEGRACI MATEMATICKÉ,  
ČTENÁŘSKÉ A JAZYKOVÉ  
GRAMOTNOSTI ŽÁKŮ ZÁKLADNÍCH ŠKOL**

RADKA HAVLÍČKOVÁ, ALENA KINCLOVÁ, ANNA PÁCHOVÁ<sup>1</sup>

## Úvod

Řešení běžné slovní úlohy vyžaduje kromě samotného výpočtu řadu dalších úkonů – přečtení a porozumění textu, vytvoření představy popsané situace, převedení informací z jazyka slov do jazyka matematiky, interpretaci nalezeného výsledku či formulaci odpovědi. Je tedy zřejmé, že vedle dovedností matematických vyžaduje řešení slovních úloh i dovednosti spojené s užíváním mateřského jazyka, tedy dovednosti čtenářské a jazykové. Projekt TAČR s názvem *Podpora integrace matematické, čtenářské a jazykové gramotnosti u žáků základních škol*, který zde představíme, hledá konkrétní způsoby, jak využít této mezioborovosti slovních úloh k rozvoji matematické gramotnosti a zároveň ke kultivaci čtenářských a jazykových schopností a dovedností. Příspěvek je první částí série článků popisujících vývoj metodických materiálů, které si kladou za cíl propojit výuku matematiky a českého jazyka na prvním i druhém stupni základní školy. Shrnuje teoretická východiska a představuje celkovou koncepci projektu, jeho dosavadní průběh a některé dílčí výstupy. Ukázky konkrétních metodických materiálů budou uvedeny v dalších článcích tohoto čísla.

---

<sup>1</sup>Článek vznikl za podpory projektu TAČR – Podpora integrace matematické, čtenářské a jazykové gramotnosti u žáků základních škol, č. TL03000469.

## Matematická, čtenářská a jazyková gramotnost

Podle organizace OECD (2004) je matematická gramotnost definována následovně:

Matematická gramotnost je schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana. (ÚIV, 2004, s. 5)

Autoři definice rozlišují tři složky matematické gramotnosti: (1) situace a kontexty, (2) kompetence a (3) matematický obsah. Matematicky gramotný jedinec je vybaven znalostmi určitých pojmů a struktur (operace s čísly, geometrická zobrazení, závislost, analýza dat aj.), je schopen je použít dle potřeby v různých situacích a kontextech (v osobní, pracovní, veřejné, vědecké sféře), je vybaven schopnostmi matematicky uvažovat (např. rozlišovat příčinu a důsledek), matematicky argumentovat (vytvářet logicky správné argumenty, posuzovat je) a matematicky komunikovat (vyjadřovat se srozumitelně o matematických problémech). Ovládá matematický jazyk a nástroje usnadňující řešení matematického problému, používá modely pro řešení reálných situací. Také definice čtenářské gramotnosti je opřena o koncepci šetření PISA. Během let 2000, 2009, 2012 a 2015, kdy mezinárodní šetření PISA probíhalo, docházelo v pojetí čtenářské gramotnosti ke změnám „v souladu se společenským, ekonomickým, kulturním a technickým vývojem“ (ČŠI, 2019, s. 9). Současná definice čtenářské gramotnosti převzatá z šetření PISA 2018 tak zní takto:

Čtenářská gramotnost je schopnost porozumět textu, přemýšlet o něm, posuzovat ho, zabývat se jím a používat ho k dosažení vlastních cílů, k rozvoji vlastních vědomostí a potenciálu a k aktivní účasti ve společnosti. (ČŠI, 2019, s. 9)

Pojem čtenářská gramotnost je komplexnější než samotný pojem čtení, který je chápán jen jako prosté dekódování textu (nahlás či v duchu).

Čtenářská gramotnost zahrnuje rozsáhlé spektrum kognitivních a jazykových dovedností od základního dekódování znaků ke znalosti slov, gramatiky a složitějších syntaktických struktur až po propojování významu textu s vlastními znalostmi o světě. (ČŠI, 2019, s. 9–10)

V nejširším pojetí čtenářské gramotnosti jsou zohledněny následující složky: (1) vztah ke čtení (vnitřní potřeba číst, potěšení z četby); (2) doslovné porozumění textu (dovednost dekódovat psané texty a budovat porozumění na doslovné úrovni); (3) vysuzování závěrů z textu a kritické hodnocení textů (dovednost vyvozovat z přečteného závěry a posuzovat texty z různých hledisek včetně sledování autorových záměrů); (4) metakognice (reflexe vlastního záměru četby, sledování a vyhodnocování vlastního porozumění, záměrné volení strategií pro lepší porozumění); (5) sdílení (sdílení a porovnávání vlastní čtenářské zkušenosti a vlastního pochopení textu s ostatními čtenáři a se společností) a (6) aplikace (využití četby k seberozvoji a ke svému konání, zúročení četby v životě) (Faltýn et al., 2010, s. 7). Textem se pak v pojetí čtenářské gramotnosti rozumí jakýkoli útvar, v němž se používá jazyk v grafické podobě (ručně psané, tištěné, elektronické). Texty mohou mít i podobu tzv. vizuálních textů, tedy útvarů, v nichž je vedle jazyka využito i vizuálních forem záznamu, např. diagramy, obrázky, mapy, tabulky, grafy či komiksy.

Vymezení pojmu jazyková gramotnost nemá na rozdíl od matematické a čtenářské gramotnosti oporu v mezinárodních srovnávacích šetřeních a tento pojem (ve vztahu k mateřskému jazyku) nebyl donedávna vymezen ani v jiných teoretických zdrojích. Tuto mezeru se pokusili zaplnit právě řešitelé tohoto grantového projektu (více k vymezení jazykové gramotnosti viz Šmejkalová et al., 2021). Autoři s oporou o analýzu domácí i zahraniční literatury formulují vlastní definici jazykové gramotnosti, která zní takto:

Funkční jazyková gramotnost je komplex znalostí, dovedností, schopností a postojů týkajících se užívání mateřského (prvního) jazyka v kontextu různorodých komunikačních událostí při produkci a recepci psaných i mluvených komunikátů a při analýze a interpretaci jejich jazykových vlastností. Zahrnuje schopnost poznat a pochopit roli jazyka ve společnosti, vytvářet noremní, výstižné a řečově funkční komunikáty v zájmu dosažení vlastních komunikačních záměrů a ochotu uvažovat a učit se o jazyku jako o nedílné součásti národního kulturního dědictví. (Šmejkalová et al., 2021, s. 169)

Autoři považují jazykovou gramotnost (vedle gramotnosti matematické a čtenářské) za jádro funkční gramotnosti a stanovují předpoklady jazykové gramotnosti na třech úrovních:

1. na úrovni znalostí a dovedností jsou to předpoklady týkající se přiměřených znalostí:
  - (a) normy současného spisovného jazyka,
  - (b) pravopisné kodifikace a schopnosti jejich dodržování,
  - (c) vlastností jazykových prostředků,
  - (d) potřebného meta-jazyka,
  - (e) pravidel řečového jednání a dovedností jejich používání v závislosti na komunikační situaci a komunikačním záměru;
2. na úrovni schopností jsou to předpoklady týkající se schopností porozumět:
  - (a) meta-jazykové úrovni komunikátu,
  - (b) funkci a využití jazykových prostředků při produkci i recepci komunikátu;
3. na úrovni postojů jsou to předpoklady týkající se ochoty a zájmu:
  - (a) usilovat o kultivované, výstižné, komunikačně funkční, noremní a pravopisně korektní vyjadřování,

- (b) uvažovat a učit se o jazyku jako o nedílné součásti národního kulturního dědictví (Šmejkalová et al., 2021, s. 170).

## Slovní úloha jako text

Slovní úlohou zde budeme rozumět ve shodě s Kuřinou (2011, s. 65) „slovy popsanou situaci z běžného života nebo určité oblasti poznání, v níž hledáme odpověď na položenou otázku.“ Za slovní úlohu zde naopak nebudeme považovat úlohy typu „vypočítej, kolik je 13 minus 9“ apod., tedy úlohy neobsahující kontextovou složku, vyžadující pouze kalkulaci s čísly bez odkazu na reálnou nebo pseudoreálnou situaci (Havlíčková, 2021).

Hlavní charakteristický znak slovních úloh, tj. použití slov/textu k popisu určité reálné či pseudoreálné situace, nám umožňuje zkoumat slovní úlohy nejen z pohledu matematického, ale i z pohledu lingvistického. Z hlediska lingvistiky můžeme slovní úlohy považovat za specifický textový útvar se specifickou strukturou sestávající ze složky zadání situace včetně informací potřebných pro vyřešení a složky otázky či úkolu k zadání (Sigmundová, 2021, s. 112).

Také jazyková forma slovních úloh bývá specifická. Jedná se o texty heterogenní, tj. texty složené ze znaků přirozeného jazyka, znaků matematického symbolismu a mnohdy i z neverbálních komponentů v podobě grafů, schémat apod. (srov. např. Schleppegrell, 2007). Heterogenost se v textu slovních úloh projevuje na rovině stylistické – nejčastěji je ve slovních úlohách patrné propojení funkčního stylu prostě sdělovacího (styl běžné každodenní komunikace) a stylu odborného (projevujícího se jak na lexikální, tak na syntaktické rovině), mnohdy však nacházíme i prvky stylu administrativního, publicistického či uměleckého (srov. Sigmundová, 2019, s. 20–25). Texty slovních úloh bývají stručné a informačně husté, tj. uvádějí velké množství relevantních informací na omezené ploše (Šmejkalová, 2017, s. 75).

Významným rysem textu slovních úloh je přiměřenost věku potenciálních řešitelů (resp. úrovni jazykové a čtenářské gramotnosti žáků dané věkové kategorie). Taková přiměřenost se projevuje zejména na rovině syntaktické a morfologické. Z hlediska těchto

rovin jsou tedy texty slovních úloh značně rozmanité. Charakteristika lexikální roviny pak odpovídá popisované reálné či pseudo-reálné situaci a také zvolenému slohovému postupu (nejčastěji informačnímu, vyprávěcímu či popisnému). S popisováním různých situací souvisí zejména užívání termínů z různých nematematických oblastí a také výskyt vlastních jmen, zejména antroponym a toponym. Specifickým rysem lexikální roviny jsou také termíny matematické a slova signální (více o textových charakteristikách slovních úloh viz Sigmundová, 2019).

## Řešení slovní úlohy

Proces řešení slovní úlohy dělí různí autoři do různých fází (např. Reusser, 1990; Novotná, 2000; Hejný, 2003), my zde jmenujeme ty, které se v určité podobě objevují opakovaně. V první fázi řešení slovní úlohy dochází obvykle ke zpracování úlohy v jazykové rovině (řešitel si vytváří tzv. *sémantický model* úlohy) – jde o přečtení a porozumění textu (překlad složitých slov, vět či souvětí do vlastního jazyka za účelem porozumění významu textu). Druhá fáze spočívá v pochopení podstaty problému (situace) na základě popsání objektů, jejich vlastností a vzájemných vztahů. V této fázi obvykle dochází k tvorbě slovních či obrázkových legend (zkráceným zápisům úlohy), které mají zachytit a uspořádat objekty důležité pro řešení problému a vyjádřit jejich vzájemné vztahy. Ve vědomí řešitele vzniká tzv. *situační model* slovní úlohy, rodí se plán řešení, rozbíhá se řešitelský proces. Třetí fází je tzv. matematizace, v níž dochází k abstrahování situačního modelu prostřednictvím matematického jazyka do podoby *matematického modelu*. Tím je obvykle výpočet zapsaný pomocí matematických symbolů – rovnice, řešitelského obrázku, diagramu, tabulky aj. Poté následuje fáze samotného numerického výpočtu, tedy aplikace matematických algoritmů a pravidel na daný typ matematického modelu. Proces řešení slovní úlohy končí zkouškou správnosti nalezeného výsledku a interpretací výsledku zjištěného v předchozí fázi a jeho vztahení k situaci či k položené otázce. Součástí této fáze je obvykle tvorba slovní odpovědi, která teprve dává nalezenému výsledku význam (Havlíčková, 2021).

Popsané fáze jsou pro úspěšné řešení slovní úlohy nezbytné, řešitel jimi více či méně vědomě prochází, ne vždy lineárně a v tomto pořadí (někdy se např. při tvorbě situačního modelu i opakovaně vrací zpět do první fáze a kontroluje porozumění textu – správnost vytvořeného sémantického modelu). Problémy s řešením slovních úloh, na které žáci narážejí, mohou vyvstat v kterékoliv z těchto fází. V literatuře jsou popsány např. časté případy použití povrchových strategií (Palm, 2008; Vondrová et al., 2019), v nichž řešitel z nějakého důvodu přeskočí fázi tvorby situačního modelu, a matematický model tak staví pouze na základě útržků textu či signálních slov napovídajících použití určité matematické operace nebo známého postupu (Havlíčková, 2021). K oblibě této strategie mezi žáky přispívá obecnější nastavení tzv. kultury slovních úloh ve třídě či škole (Schoenfeld, 1991) – pro řešení typových úloh, které často nalzáme v učebnicích, tato strategie dobře funguje. Žáci nejsou nuceni investovat energii do náročného procesu porozumění situaci, neboť matematický model získají ekonomičtější cestou. Existují ale i další příčiny, např. nezáměr o řešení slovní úlohy nebo nepřiměřená náročnost slovní úlohy vedoucí ke kognitivnímu přetížení žáka, které vyústí v použití protetické řešitelské strategie (Sweller, 2010).

Problémy mohou nastat také v první fázi – porozumění textu. Řešitel nerozumí slovní úloze již v jazykové rovině (nerozumí či chybně rozumí některým slovům nebo větám), což mu brání ve vytvoření správné představy situace, na kterou jsou navázány ostatní fáze řešení úlohy. Neschopnost žáka vyřešit slovní úlohu tak není projevem matematické, ale jazykové nekompetence. Obtíže při řešení slovní úlohy mohou mít také kognitivní či metakognitivní povahu. Na vině mohou být obtíže v pozornosti, deficity v pracovní paměti, oslabení autoregulace i nedostatečně rozvinutá metakognice. Vzhledem ke komplexnosti a náročnosti řešitelského procesu není pro učitele (a mnohdy ani pro žáka) snadné identifikovat, v jaké fázi má žák při řešení slovní úlohy problém a jak mu tedy účinně pomoci. Současný projekt zaměřuje pozornost právě na tu oblast, v níž se matematické a jazykové aspekty řešení slovní úlohy prolínají a vzájemně ovlivňují.



## Teoretická východiska projektu

**Teze 1.** *Slovní úlohy jsou jedním z kritických míst výuky matematiky.*

Odpovědi na otázku, co dělá na slovních úlohách žákům potíže, hledají učitelé a didaktici nejen u nás již řadu let (např. Hembree, 1992; Verschaffel et al., 1992; Nesher et al., 2003; Daroczy et al., 2015; Pongsakdi et al., 2019). Nedávná série výzkumů (Rendl et al., 2013; Vondrová et al., 2015; Vondrová et al., 2019), která se zabývala kritickými místy matematiky základní školy, označuje slovní úlohy za jednu z nejproblematictějších oblastí. V hloubkových rozhovorech, na nichž byl založen první ze jmenovaných výzkumů, označily slovní úlohy jako problematické učivo tři čtvrtiny zkušených učitelů 1. a 2. stupně základních škol. Hlavní příčiny žákovských obtíží spatřovali přitom v neporozumění textu či některým slovům, v povrchním čtení, neschopnosti uchopit úlohu pomocí zápisu, v neschopnosti formulovat odpověď aj. Za možnou příčinu problémů označovali také nedostatečné logické myšlení, neochotu žáků přemýšlet a obecně nízkou motivaci slovní úlohy řešit. Učitelé 2. stupně dále jmenovali omezenou schopnost a ochotu žáků pečlivě si přečíst a představit situaci popisovanou v úloze a poukazovali na neschopnost a nechuť řešit některé typy úloh (např. úlohy o směsích) či tendence řešit úlohy mechanicky bez porozumění (Rendl et al., 2013, s. 50–58, 96–103).

Návazný výzkum (Vondrová et al., 2015) některá z tvrzení těchto učitelů ověřoval pomocí dotazníku na širším vzorku učitelů (cca 640) i na žácích samotných. V dotazníku pro učitele 1. stupně základní školy většina dotazovaných na základě vlastní zkušenosti potvrdila, že slabí čtenáři mají problémy s řešením slovních úloh, a jako nejčastější příčinu neúspěchu označila neschopnost propojit text úlohy s její matematickou strukturou a oslabenou dovednost stanovit si předem postup řešení a pracovat systematicky (s. 38), tedy nedostatečně rozvinuté metakognitivní dovednosti. Dotazník poukázal i na určité trendy v práci učitelů se slovní úlohou, v nichž lze také hledat možné příčiny neúspěchu žáků – 80 % dotazovaných učitelů např. považuje za velmi důležité řešení typových

slovních úloh, 70 % učitelů se domnívá, že pro porozumění úloze je zásadní provést její písemný zápis, podobnou důležitost připisují také jejímu grafickému znázornění. Návazný experiment a klinické rozhovory s žáky odkryly i stinné stránky těchto učitelských praktik a přesvědčení – byla-li slovní úloha nestandardní (netypová), měli někteří žáci tendenci úlohu přeschematizovat, vypustit ze zadání ty informace, které nabourávaly jejich snahu přiřadit úlohu ke známému typu a vyřešit ji naučeným postupem. Při uchopování nestandardních úloh si přitom často neuměli pomoci písemným zápisem, který jinde používali s úspěchem, a také jen výjimečně sahalí ke grafické reprezentaci problému. Dokonce ani po explicitní výzvě a dopomoci experimentátora neuměli vytvořit funkční grafickou reprezentaci slovní úlohy či nabídnutou reprezentaci k řešení využít (Vondrová et al., 2015, s. 407–408).

Další výraznou oblast představovaly problémy spojené s jazykem. Byly např. zaznamenány případy, kdy neporozumění jednomu slovu či slovnímu spojení vedlo žáka k neporozumění textu úlohy jako celku, nebo jeho význam posunulo tak, že zdeformovalo matematickou strukturu úlohy. Ukázalo se také, že správné jazykové porozumění slovní úloze může být ovlivňováno kognitivní náročností celého procesu řešení úlohy (např. práce s více informacemi najednou), či závislé na citu žáků pro jemné rozdíly v jazyce (s. 402). Reflexe interakce mezi žákem a experimentátorem vyústila v závěr, že pro učitele bude klíčové zjistit, jak úlohu čte a interpretuje žák, který má přirozeně jiné životní zkušenosti a jiné jazykové znalosti než autor úlohy či učitel.

**Teze 2.** *Obtížnost slovní úlohy je ovlivněna jazykovými charakteristikami slovní úlohy.*

Na pozadí výše popisovaného výzkumu vykryštalizovaly určité specifické jazykové parametry slovní úlohy, které žákům mohou porozumění úloze znesnadňovat (např. délka textu, přítomnost modálních výrazů apod.). Tyto parametry byly hlavním předmětem zájmu posledního z trojice výzkumů (Vondrová et al., 2019). V různých vzájemných kombinacích (i s matematickými parametry) autoři sledovali, které parametry a jak (pozitivně/negativně)

ovlivňují úspěšnost žáků základní školy při řešení slovních úloh. Podobně jako u předchozích výzkumů zde zmíníme zejména ty závěry, které nás vedly při vytváření metodických materiálů v současném projektu. Autoři dospěli k obecnějšímu zjištění, že s rostoucím věkem žáků vliv většiny sledovaných jazykových parametrů slábně, což vysvětlují větší zběhlostí při čtení textu, širší jazykovou zásobou i většími zkušenostmi s řešením slovních úloh. Například nadbytečné informace v textu slovní úlohy způsobovaly problém spíše žákům 1. stupně, a to zejména v případě, že byly umístěny dovnitř zadání úlohy, nikoliv na jeho začátek nebo konec. Jako významný se ukázal vliv didaktického kontraktu<sup>2</sup> (Brousseau, 1997); pokud byl nadbytečnou informací číselný údaj, žáci měli silnou potřebu jej do výpočtu zahrnout, ačkoliv to z logického hlediska nedávalo smysl.

Některé jazykové problémy se projeví až v důsledku kognitivního přetížení způsobeného dalšími přidruženými komplikujícími parametry. Problémy měli žáci např. s chápáním záporu v otázce a pasivním participiem. Očekávaná vyšší náročnost úloh s delšími nebo kondenzovanými (zhuštěnými) texty se v kvantitativní fázi výzkumu neukázala jako statisticky významná, ale objevovala se v kontrolních rozhovorech s žáky. Oproti očekávání vykazovali žáci velkou míru nezávislosti na jazykovém ztvárnění slovní úlohy – implicitně či nepřesně vyjádřené, nebo dokonce vůbec nevyjádřené informace si dokázali žáci více či méně úspěšně domýšlet a nenechali se zaskočit ani zjevnými stylistickými nedostatky úlohy, které umožňovaly dvojí čtení (Vondrová et al., 2019, s. 320). Popsaný přístup ke čtení textu slovní úlohy, byť pro autory úloh bezesporu výhodný (řešitel jde autorovi při interpretaci textu naproti), s sebou nese zjevná rizika. Ta se naplno ukázala ve falešné úloze o pohybu, kterou žáci na základě ustáleného jazyka (typického pro úlohy o pohybu) chybně interpretovali a řešili jako skutečnou úlohu o pohybu. Tím se dostáváme k jedné ze stěžejních příčin neúspěšnosti žáků při řešení slovních úloh, na kterou vý-

---

<sup>2</sup>Didaktický kontrakt je implicitní dohoda mezi učitelem a žáky. Najevo vychází až v okamžiku, kdy dojde k jeho porušení. V tomto případě jde o předpoklad žáků, že slovní úloha obsahuje pouze nezbytné číselné údaje, své řešitelské jednání tomu žáci přizpůsobují.

zkum poukázal – žáci mají tendenci používat povrchové řešitelské strategie (více Vondrová, 2020) založené na povrchním čtení a částečně nebo úplně rezignovat na kognitivně náročnou fázi tvorby situačního modelu slovní úlohy (Vondrová et al., 2019, s. 327).

**Teze 3.** *Schopnost řešit slovní úlohy je ovlivněna nejen matematickými schopnostmi žáků, ale i úrovní jejich čtenářské a jazykové gramotnosti.*

Již bylo řečeno, že v první fázi řešení slovní úlohy musí dojít ke zpracování úlohy v jazykové rovině; úlohu musí žák nejprve přečíst a porozumět jejímu zadání. Je tedy patrné, že vyřešení slovní úlohy vyžaduje určitou úroveň jazykové a čtenářské gramotnosti. Souvislost mezi čtenářskou a matematickou gramotností je častým předmětem zkoumání v zahraničních výzkumech (z nejnovějších např. Grimm, 2008; Kartusch, 2013; Kyttälä & Björn, 2014; Prediger et al., 2015; Caponera et al., 2016; Björn et al., 2016 aj.). Takové výzkumy jsou obvykle založeny na porovnávání výsledků žáků v matematických testech s výsledky stejných žáků v testech sledujících schopnost číst s porozuměním a dochází ke zjištění, že žáci s nižší úrovní čtenářské gramotnosti dosahují v testech matematické gramotnosti horších výsledků než žáci, jejichž úroveň čtenářské gramotnosti je vyšší (např. Caponera et al., 2016; více viz Sigmundová, 2019).

Matematické schopnosti a úroveň čtenářské gramotnosti ovšem nejsou jedinými faktory, které mají vliv na schopnost řešení slovních úloh. To potvrzuje i výzkum Sigmundové (2019), v němž bylo zjištěno, že i když přibližně 66 % všech žáků ( $n = 773$ ) zadání slovních úloh rozumí, pouze 27 % všech žáků ji dokáže správně vyřešit. Neúspěšnost při řešení slovní úlohy tudíž téměř v polovině případů (47 %) tkví v neschopnosti porozumět zadání, ve více než polovině případů (53 %) ovšem spočívá v jiné fázi řešení (tj. ve fázi matematizace zadaného problému, řešení odpovídajícího algoritmu, zkoušky správnosti výsledku, formulace odpovědi) či v jiných charakteristikách žáků či okolnostech řešení. Důležitými faktory jsou kognitivní a metakognitivní schopnosti a dovednosti žáků (zejména schopnost analýzy a kritického myšlení),

znalosti a zkušenosti související s obsahem textu, úroveň motivace a sebedůvěry a také úroveň schopností jazykových. Podle Prediger et al. (2015) je právě úroveň jazykové gramotnosti faktorem nejdůležitějším (více viz Sigmundová, 2019).

**Teze 4.** *Slovní úlohy jsou vhodným prostředkem pro rozvíjení vztahu mezi matematikou a českým jazykem jako vyučovacím předměty.*

Výše uvedený vztah mezi matematickou gramotností na jedné straně a čtenářskou a jazykovou gramotností na druhé straně poskytuje nebývalou příležitost v oblasti mezipředmětových vztahů. Přestože je v současné době na mezipředmětové vztahy kladen zvláštní důraz, ne vždy to v praxi zcela funguje, zvláště vztah mezi českým jazykem a matematikou nebývá zejména ve výuce na druhém stupni ZŠ nijak systematicky podporován. V průzkumu mezi učiteli na počátku tohoto projektu bylo navíc zjištěno, že na rozdíl od učitelů matematiky, kteří důležitost schopnosti číst s porozuměním (a tedy i výuky českého jazyka) v souvislosti s řešením slovních úloh zmiňují na prvním místě, si učitelé českého jazyka vztah mezi výukou českého jazyka a výukou matematiky vůbec neuvědomují (více viz Sigmundová, 2019). Jelikož je slovní úloha specifickým druhem textu, jak již bylo řečeno výše, můžeme ji stejně jako jakýkoli jiný text využít také pro rozvoj čtenářské a jazykové gramotnosti. Podle jedné z řešitelek projektu Marty Šmejkalové lze prostřednictvím textu slovních úloh vyložit a upevňovat jakékoli jazykové jevy (z oblasti pravopisu, morfologie, lexikologie, syntaxe, stylistiky a textové lingvistiky) i témata z oblasti slohové výchovy a rozvoje komunikační kompetence, které text konkrétní slovní úlohy nabízí. Čtenářskou gramotnost lze pak na textu slovních úloh rozvíjet běžnými úkoly, které učitelé češtiny obvykle využívají při práci s textem, např.: podtrhni potřebné/nadbytečné údaje a informace; odpověď na otázky k textu; ptej se, pokud ti je něco nejasné; strukturuj text; zkrát/rozšiř text; přepiš/přeformuluj text vlastními slovy; vizualizuj text; porovnávej několik slovních úloh mezi sebou; porovnávej zadání slovní úlohy s vlastní zkušeností; vytvoř vlastní slovní

úlohu apod. Cílem takovéto práce s textem slovních úloh je naučit žáky využívat při čtení a řešení slovních úloh čtenářské strategie k tomu, aby textu úlohy porozuměli a dokázali úlohu úspěšně vyřešit.

**Teze 5.** *Schopnost řešit slovní úlohy je ovlivňována úrovní metakognitivních dovedností.*

Při řešení slovní úlohy jsou využívány kognitivní a metakognitivní procesy. Kognitivní procesy jsou děje, jejichž prostřednictvím člověk poznává svět a sám sebe. Jedná se např. o vnímání, paměť, učení a myšlení. Jako kognitivní strategie pak označujeme konkrétní dovednosti, např. paměťové učení nebo schopnost řešit matematickou rovnici. Bez kognitivních procesů se neobejde žádná výuka. Ač jsou např. pracovní paměť a pozornost dílčími funkcemi, ovlivňují v podstatě jakýkoliv úkol (Swanson, 2014). Pokud totiž dojde ke kognitivnímu přetížení (přehlcení pracovní paměti), úkol nemůže být vyřešen. Metakognice je pak schopnost uvědomovat si vlastní myšlenkové procesy a tyto procesy regulovat (Flavell, 1979).

Prostřednictvím metakognitivních procesů člověk monitoruje a řídí vlastní myšlení a učení. Díky nim se např. můžeme rozhodnout, zda je daná strategie vhodná pro řešení konkrétního úkolu, a díky tomu lépe plánovat a realizovat naše zapojení v rámci různých učebních situací. Většina teorií metakognice dnes uvažuje o dvou složkách – o metakognitivních znalostech a metakognitivní regulaci. Metakognitivní znalosti zahrnují informace či přesvědčení týkající se osob (např. co mi vyhovuje při učení, v čem je dobrý spolužák, ale i obecná tvrzení typu, že lépe se učí v tichu, než když je hluk), úloh (např. co dělá úlohu obtížnou) a strategií (co je třeba udělat, aby byla úloha vyřešena – např. když si chci něco zapamatovat, je vhodné si to opakovat) (Flavell, 1979). *Metakognitivní regulace* je pak schopnost využití metakognitivních znalostí při řešení konkrétního úkolu. Zahrnuje schopnost plánování (např. navržení vhodné strategie pro řešení slovní úlohy), monitorování (vyhodnocování dílčích výsledků – např. jak moc mi

zvolený mezivýpočet pomůže k dosažení cíle) a vyhodnocení výsledků vlastních kognitivních procesů (Özsoy & Ataman, 2009). Z výzkumů vyplývá, že výrazně efektivnější nácvik metakognitivních strategií se odehrává v kontextu vyučované látky. Jinými slovy, příliš se neosvědčily samostatné hodiny metakognice – pro žáky byla taková výuka příliš abstraktní a naučené se jim nedařilo využívat v rámci konkrétního řešení úloh (Veenman & Beishuizen, 2004). Je to dáno tím, že metakognice zřejmě není obecným principem, který by stál mimo vyučovaný obsah. Součástí aktuálně připravovaných metodických materiálů jsou proto také konkrétní tipy, jak s metakognicí při řešení slovních úloh pracovat.

## **Popis cílů projektu, jeho koncepce a vývoj**

Hlavním cílem projektu je navrhnout funkční koncepci vzájemného propojování matematické, čtenářské a jazykové gramotnosti na základních školách skrze práci se slovními úlohami. Kromě obecné metodiky propojování matematických, jazykových a čtenářských dovedností nabídne žákům a učitelům 1. i 2. stupně soubor ověřených metodických materiálů pro přímé využití ve výuce matematiky i českého jazyka. Součástí metodiky bude materiál seznamující učitele s významem cílené práce v oblasti metakognice a konkrétní návrhy, jak metakognici spojenou s řešením slovních úloh u žáků systematicky rozvíjet. Projekt tak reaguje na zjištění českých i zahraničních výzkumů, z nichž některé byly výše zmíněny. Snahou autorského týmu složeného z didaktiků matematiky, didaktiků českého jazyka a psychologů je nabídnout učitelům materiál, který ukazuje jazykový potenciál slovní úlohy, pracuje s rozmanitými matematickými strukturami, s úlohami standardními i netradičními, bourá nežádoucí stereotypy, vybízí žáky k argumentaci, nabádá je k používání pestrých řešitelských strategií (zejména grafických) a usiluje o zvýšení zájmu žáků o řešení slovních úloh skrze nabídku atraktivních kontextů a nových forem práce se slovními úlohami.

Metodické materiály jsou rozděleny do čtyř typů podle toho, jakým způsobem se slovní úlohou pracují (viz následující oddíl).

Každý typ metodického materiálu je opatřen vysvětlením podstaty a přínosu tohoto způsobu práce se slovní úlohou a obecnými doporučeními pro použití v hodinách matematiky a českého jazyka (např. jaké formy výuky jsou pro tento metodický materiál vhodné, jakou lze očekávat časovou náročnost aj.). Dále již obsahuje jednotlivé metodické listy – scénáře vyučovacích hodin (nebo jejich částí) a pracovní listy pro žáky. Jádrem každého metodického listu je slovní úloha a soubor souvisejících úkolů a otázek. V záhlaví metodického listu je uveden ročník (rozpětí ročníků), pro který je materiál určen, téma (např. zlomky), popis slovní úlohy se zaměřením na její kritická místa, učivo, které úloha rozvíjí, a řešení úlohy. Úkoly a otázky k textu úlohy jsou dvojího druhu – (1) směřující k porozumění textu slovní úlohy a (2) rozvíjející některý jazykový jev obsažený ve slovní úloze. V závěru metodického listu jsou tipy na další činnosti inspirované úlohou, např. přesahy do jiných předmětů a alternativy, jak materiál implementovat.

Metodické materiály a listy jsou určeny učitelům matematiky i učitelům českého jazyka. Předpokládáme, že učitelé prvního stupně využijí metodický list dle potřeby buď v hodině českého jazyka, nebo v hodině matematiky, či v rámci projektové výuky. Materiály pro druhý stupeň jsou navrženy tak, aby je bylo možné funkčně rozdělit do hodin matematiky a hodin českého jazyka, ideálně však v součinnosti učitelů obou předmětů. Učitel matematiky využije úkoly a otázky směřující k porozumění textu úlohy, učitel češtiny se může věnovat připraveným otázkám a úkolům rozvíjejícím jazykové aspekty slovní úlohy nebo použít slovní úlohu jako podklad pro práci s textem (slovní úlohy jsou formulovány tak, aby i z jazykového hlediska přinášely zajímavé podněty).

## Čtyři typy metodických materiálů

Metodické materiály jsou čtyř různých typů – *Porovnávání*, *Nedokončené strategie*, *Neposedové* a *Variované úlohy*. Každý z typů pracuje se slovní úlohou odlišným způsobem, který nyní stručně přiblížíme.



Metodické listy typu *Porovnávání* obsahují kromě slovní úlohy také dvě či více řešení této úlohy fiktivními žáky (podobný princip jako Concept Cartoons; Keogh & Naylor, 1999). Úkolem žáků je pak porovnat předložená řešení mezi sebou, posoudit jejich správnost, doplnit či opravit postupový krok, vypátrat příčinu chybného postupu, popsat rozdíl ve dvou různých správných řešitelských postupech aj. Důležitým nástrojem je zde diskuse, v níž žáci formulují postřehy z porovnávání a zdůvodňují své úvahy a závěry. Tato práce se slovní úlohou může žákům nabídnout vhodné alternativy k řešení slovních úloh, upozornit na časté chyby v podobných úlohách a umožní jim získat hlubší vhled do struktury slovní úlohy skrze sledování a hodnocení řešení druhých. Žáci se v rámci těchto materiálů přirozeně setkávají se skutečností, že ke správnému řešení mohou vést různé cesty. Do práce a diskuse se navíc mohou zapojit i žáci, kteří by sami úlohu nevyřešili.

Materiály typu *Nedokončené strategie* nabízí slovní úlohy s částečným řešením. Úkolem žáků je proniknout do započaté strategie fiktivního žáka a řešení dokončit. Metodické listy nabízí 2–6 různých rozpracovaných strategií k jedné slovní úloze. Ty jsou voleny tak, aby umožňovaly použití pestré škály řešitelských strategií využívajících zejména grafické znázornění, modelování, tabulky a diagramy. Posláním těchto metodických listů je seznámit žáky s efektivními málo využívanými strategiemi a nabídnout jim prostor k jejich zažití a zvnitřnění. Podobně jako u metodických materiálů typu *Porovnání* je i zde důležitou součástí navrhované lekce třídní či skupinová diskuse.

Úlohy typu *Neposedové* (inspirovány úlohami z učebnic Hejný et al., 2019 a singapurskou matematikou Kaur & Yeap, 2009) nevyžadují po řešiteli řešení slovní úlohy ve smyslu hledání odpovědi na otázku pomocí výpočtu ze známých údajů v textu slovní úlohy. Jejich princip je v podstatě opačný – úkolem řešitele je dotvořit text slovní úlohy tak, aby dávala smysl, byla logicky i matematicky správná. Řešení spočívá v doplňování čísel (alternativně také slov) do textu slovní úlohy. Zadání vypadá podobně jako u standardní slovní úlohy s tím rozdílem, že některé číselné (či slovní) údaje, které obvykle slovní úloha obsahuje, jsou vynechány. Čísla

(slova), která má řešitel doplnit, jsou nabídnuta v tzv. galerii. Pro úlohy tohoto typu je charakteristický větší počet správných řešení, což dává prostor k práci s kontextem i textem úlohy, žáci mohou např. posuzovat, které z možných řešení je reálné, které je nepravděpodobné, které výhodné apod. Úlohy tak přirozeně podporují potřebu žáků argumentovat správnost řešení. Zároveň umožňují práci s matematickou strukturou, která díky různým řešením vystupuje na povrch (např. některá doplňovaná čísla jsou vzájemně zaměnitelná, jiná ne). Úlohy lze řešit i metodou pokus-omyl, ovšem k ověření smysluplnosti doplnění je potřeba výpočet nebo logická úvaha vyžadující znalosti matematiky stejně jako při řešení standardních slovních úloh.

Materiály typu *Variované úlohy* nabízí jednu základní úlohu s dalšími dvěma či třemi jejími variacemi. Tyto variované úlohy se od základní úlohy povrchově příliš neliší (jsou zasazeny do stejného kontextu), odlišná je více či méně jejich matematická struktura, tedy i způsob jejich řešení. Jedna z úloh je velmi podobná základní úloze, druhá ji přesahuje, různými způsoby rozvíjí a rozšiřuje (je např. komplexnější, obsahuje více informací či podúloh, vyžaduje obrácený postup řešení apod.). Úlohy se liší svou náročností, žáci si tak mezi nimi mohou volit dle svých schopností či preferencí. Tato možnost volby hraje důležitou roli z motivačního hlediska. Práce s variovanými úlohami probíhá ve třídě následovně: všichni žáci vyřeší nejprve základní úlohu (individuálně, skupinově, hromadně) a nasdílí svá řešení a řešitelské postupy. Poté si individuálně zvolí jednu z variovaných úloh, kterou se pokusí vyřešit samostatně. Následuje sdílení řešení ve skupinách dle zvolené úlohy a prezentace závěrů. Vhodné je také rozvést diskusi zaměřenou na shodné a rozdílné prvky všech řešených úloh, což může přispět k hlubšímu porozumění matematické i jazykové stavbě slovní úlohy.

V současné době probíhá za spolupráce širokého týmu učitelů z praxe ověřování a úprava navržených lekcí a pracovních listů všech čtyř typů metodických materiálů. V tomto čísle *Učitele matematiky* je každý typ podrobně představen, včetně ukávek metodických listů pro učitele a pracovních listů pro žáky.

## Závěr

Přestože jsme v tomto příspěvku mnohokrát poukazovali na skutečnost, že slovní úlohy obsahují řadu jazykově či čtenářsky obtížných jevů, které žákům staví do cesty k úspěšnému řešení překážky, jsme přesvědčeni, že úkolem učitele není texty slovních úloh zjednodušovat, ale naučit žáky, aby se s takovými úlohami dokázali vyrovnat, aby se naučili číst a řešit slovní úlohy s porozuměním. Doufáme, že energie investovaná do tvorby netradičních slovních úloh a netradičních způsobů práce s nimi posune kulturu slovních úloh žádoucím směrem, nabídne pomocnou ruku nejen učitelům matematiky, ale zejména také učitelům českého jazyka, a vyšle jasný signál, že práce se slovní úlohou může být efektivním a atraktivním nástrojem k rozvoji matematické, čtenářské i jazykové gramotnosti.<sup>3</sup>

---

<sup>3</sup>Metodické materiály budou učitelské veřejnosti nabídnuty na konci roku 2023 prostřednictvím webové stránky [www.slovni-ulohy-metodika.cz](http://www.slovni-ulohy-metodika.cz).